СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



Д2 - 9259

С.А.Аникин, О.И.Завьялов

# КОНТРЧЛЕНЫ В ФОРМАЛИЗМЕ НОРМАЛЬНЫХ ПРОИЗВЕДЕНИЙ

1975

Д2 - 9259

С.А.Аникин[1], О.И.Завьялов[2]

# КОНТРЧЛЕНЫ В ФОРМАЛИЗМЕ НОРМАЛЬНЫХ ПРОИЗВЕДЕНИЙ

[1] Физический институт им П.Н.Лебедева АН СССР.

[2] Математический институт им. В.А.Стеклова АН СССР.

## 1. Введение

В этой статье мы предлагаем новый способ изучения перенормированных хронологических произведений локальных величин в квантовой теории поля. Мы имеем в виду прежде всего составные поля, которые в рамках так называемого формализма нормальных произведений/1–4/ определены в каждом порядке теории возмущений с помощью R-операции Боголюбова-Парасюка. Наш метод основан на том простом замечании, что при наличии какой-либо промежуточной регуляризации R-операция может быть заменена введением в лагранжеву теорию дополнительных "контрчленных" вершин, явное вычисление этих контрчленов дает возможность пользоваться в расчетах лишь обычными правилами Фейнмана и обойти тем самым комбинаторные проблемы, связанные с R-операцией. С другой стороны, различные соотношения между перенормированными величинами, установленные на стадии промежуточной регуляризации, естественно, сохранятся и в пределе снятой регуляризации. Идея состоит, таким образом, в попытке сформулировать правила бесконечной перенормировки матричных элементов на языке только виковских T-произведений без прямого обращения к вычитательной процедуре. Разумеется, вычитающие операторы M, которые фигурируют в определении R-операции, неизбежно войдут при этом в явные выражения для контрчленов, а сами эти выражения являются явными лишь постольку, поскольку для их вычисления требуется знание только неперенормированных /хотя и как угодно сложных/ диаграмм Фейнмана. Речь идет, следовательно, просто о компактной записи R-операции, о разрешении определяющих ее рекуррентных соотношений не на уровне отдельных диаграмм, как это делалось в/6,7/, а на уровне агрегатов типа T-экспоненты, взятых в целом.

В пункте 2 приведены необходимые сведения об $R$-операции и формализме нормальных произведений. В пункте 3 результат применения $R$-операции к различным $T$-произведениям выражен через неперенормированные $T$-произведения с контрчленами. Найдены явные формулы, связывающие контрчлены с вычитающими операторами $M$. Пример применения развитой техники дан в четвертом разделе, содержащем простой вывод и некоторые обобщения известных тождеств Циммермана /1/.

## 2. *Обозначения и исходные формулы*

Пусть $\langle V,L\rangle$- диаграмма Фейнмана, где $V$ - множество ее вершин, а $L$ - множество ее внутренних линий. Тогда на этой диаграмме определена $R$-операция /5/

$$R_{\langle V,L\rangle} = \sum_{V = V_1 + \ldots V_n} \Lambda(V_1) \ldots \Lambda(V_n) \,, \qquad /1/$$

где суммирование идет по всем разбиениям множества $V$ на непустые непересекающиеся подмножества $V_1, \ldots, V_n$. Операторы $\Lambda$ определены рекуррентными соотношениями

$$\Lambda(V_i) = I, \qquad /2/$$

если $|V_i| = 1$, $|V_i|$ - число вершин в $V_i$; во всех других случаях

$$\Lambda(V_i) = -M(V_i)\,'R(V_i) + T(V_i), \qquad /3/$$

где

$$'R(V_i) = \sum_{\substack{V_i = V_{i_1} + \ldots + V_{i_n} \\ V_{i_j} \neq V_i}} \Lambda(V_{i_1}) \ldots \Lambda(V_{i_n}), \qquad /4/$$

а суммирование в /4/ идет по всем разбиениям $V_i$ на непустые непересекающиеся подмножества, строго содержащиеся в $V_i$. Операторы $M(V_i)$, $T(V_i)$ отличны от нуля лишь тогда, когда диаграмма $\langle V_i, L_i\rangle$ является сильно связной, а ее индекс $\omega_i$ неотрицателен /определение индекса $\omega_i$ в формализме нормальных произведений допускает некоторый произвол, конкретные варианты определения $\omega_i$ в скалярной модели приведены ниже/. В этом случае $M(V_i)$ заменяет коэффициентную функцию диаграммы $\langle V_i, L_i \rangle$ на полином степени $\omega_i$, равный начальному отрезку ее разложения в ряд Маклорена по внешним импульсам. $T(V_i)$ есть оператор конечной перенормировки, заменяющий коэффициентную функцию $\langle V_i, L_i \rangle$ на некоторый фиксированный полином степени $\omega_i$.

Соотношения /1/-/4/ задают различные операции над конкретными диаграммами. Определим теперь операции $R, 'R, \Lambda, M, T$ на произвольных хронологически упорядоченных функциях $\Phi$ локальных величин, предполагая, что $\Phi$ разлагается в ряд по диаграммам Фейнмана, и на каждую диаграмму соответствующая операция действует по правилам /1/-/4/ /например, перенормированная $S$-матрица есть $RT\exp i\int \mathcal{L}(x)\,dx$, где $\mathcal{L}(x)$ - лагранжиан взаимодействия/.

Опишем введенные в[1] составные поля $B^a_{\{\mu\}}(x)$ в перенормируемой скалярной теории. Пусть $\{\mu\}$ - мультииндекс $\{\mu\} = \{(\mu_1), \ldots, (\mu_m)\} = \{(\mu_{10}, \ldots, \mu_{13}), \ldots, (\mu_{m0}, \ldots, \mu_{m3})\}$. Положим $|\mu_j| = \mu_{j0} + \mu_{j1} + \mu_{j2} + \mu_{j3}$, $a(\mu_j)! = \mu_{j0}! \ldots \mu_{j3}!$. Обозначим через $b_{\{\mu\}}(x)$ нормально упорядоченный моном по свободному полю $\phi(x)$ $(m > 0)$:

$$b_{\{\mu\}}(x) = :\phi_{(\mu_1)}(x) \ldots \phi_{(\mu_m)}(x): = \qquad /5/$$
$$\equiv :\partial_{(\mu_1)}\phi(x) \ldots \partial_{(\mu_m)}\phi(x):.$$

Пусть $d = m + \sum_{i=1}^{m} |\mu_i|$ - размерность этого монома, и $a$ - целое число $a \geq d$. Образуем формально T-произведение $Tb_{\{\mu\}}(x)\exp i\int \mathcal{L}(x')dx'$ и возникающим при его разложении диаграммам $\langle V_i, L_i \rangle$ припишем индексы $\omega_i$ по следующему правилу:

$$\omega_i = a - \ell_i, \qquad \text{если} \quad x \in V_i, \qquad /6/$$

и

$$\omega_i = 4 - \ell_i, \qquad \text{если} \quad x \notin V_i, \qquad /7/$$

/здесь $\ell_i$ - число внешних линий диаграммы/. Пусть

$R^a$, $\Lambda^a$, $M^a$ и т.д. - операторы /1/-/4/, построенные в соответствии с соглашением /6/, /7/ и отвечающие случаю нулевой конечной перенормировки $T^a = 0$. Тогда /с точностью до несущественного операторного множителя/ составное поле $B^a_{\{\mu\}}(x)$ определено равенством

$$B^a_{\{\mu\}}(x) = R^a T b_{\{\mu\}}(x) \exp i \int \mathcal{L}(x')\, dx'. \qquad /8/$$

Заметим сразу же, что имеется много других столь же естественных способов определить составное поле. Во-первых, можно по-разному выбирать число $a$. Соотношения между составными операторами, отвечающими различным $a$, даются тождествами Циммермана /см. пункт 4/. Во-вторых, индекс "внутренних" поддиаграмм /т.е. не содержащих вершину $x$ / можно выбирать поиному. Например, если лагранжиан взаимодействия не содержит производных от полей $\phi(x)$, то более привычным будет соглашение $\omega_i = 2|L_i|+4-4|V_i|$. Как будет видно из дальнейшего, произвол в выборе "внутренней" $R$-операции не влияет на все последующие соотношения. Наконец, нет никаких причин ограничивать себя специальным выбором конечной перенормировки $T^a$ 0. В частности, можно считать, что $T^a$ управляет точкой вычитания в $R$-операции, так что при некотором выборе конечной перенормировки $R$-операция сохраняет структуру /1/-/4/ с $T^a = 0$, но $M$ приобретает иной смысл, а именно, центр соответствующего разложения коэффициентной функции по инвариантным комбинациям $(p_i p_j)$ внешних импульсов смещается из нуля в точку $\{(\overline{p_i p_j})\}$. Связь между составными полями, определенными формулой /8/, но с $R$-операциями, отвечающими различным точкам вычитания, будет найдена в разделе 4.

В заключение этого пункта введем сокращенные обозначения. Часто повторяющиеся комбинации $i\int \mathcal{L}(x)\, dx$, $T\exp[i\int\mathcal{L}(x)\, dx]$; $T\exp[i\int\mathcal{L}(x)dx]-1$; $T\exp[i\int\mathcal{L}(x)dx]-1-i\int\mathcal{L}(x)\,dx$ будем обозначать соответственно $s$, $E_0(s)$, $E_1(s)$ и $E_2(s)$. Наконец, все встречающиеся в дальнейшем произведения операторных величин предполагаются хронологически упорядоченными, поэтому символ $T$ мы будем систематически опускать. Например,

$RE_0(s) = RT\exp i\int \mathcal{L}(x')\,dx'$;   $B^a_{\{\mu\}}(x) \equiv R\, {}^a b_{\{\mu\}}(x)\, E_0(s)$
и т.д.

### *3. Вычисление контрчленов*

Рассмотрим сначала перенормированую $S$-матрицу $RE_0(s)$. Имеем

$$RE_0(s) = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{N!} Rs^N .$$

Выразим $Rs^N$ через $\Lambda$. Согласно /1/, $Rs^N$ есть некоторая сумма по различным разбиениям множества $N$ объектов $s$ на всевозможные непустые непересекающиеся подмножества. Пусть данное разбиение содержит $N_1$ одноэлементных подмножеств, $N_2$ подмножеств с двумя элементами, ... , $N_k$ подмножеств с $k$ элементами $(N_1 + 2N_2 + \ldots + kN_k = N)$. Тогда, в согласии с /1/, ему отвечает следующий член в сумме:

$$(\Lambda s)^{N_1} (\Lambda s^2)^{N_2} \ldots (\Lambda s^k)^{N_k} .$$

С другой стороны, данному набору неотрицательных целых чисел $N_1, N_2, \ldots, N_k (N_1 + 2N_2 + \ldots + kN_k = N)$ соответствует $N!/N_1! \ldots N_2!(1!)^{N_1}(2!)^{N_2} \ldots (k!)^{N_k}$ различных разбиений. Поэтому

$$RE_0(s) = \sum_{N=0}^{\infty} \sum_{N_1 + \ldots + kN_k = N} \frac{1}{N_1!} \left(\frac{\Lambda s}{1!}\right)^{N_1} \ldots \left(\frac{\Lambda s^k}{k!}\right)^{N_k} .$$

Двойную сумму можно заменить независимым суммированием по $N_1, N_2, \ldots, N_k, \ldots$ . Таким образом, мы приходим к утверждению.

**Лемма 1**

$$RE_0(s) = e^{\Lambda(e^s - 1)} \equiv E_0(\Lambda E_1(s)) . \qquad /9/$$

Аналогичные рассуждения приводят к следующей формуле для составного поля.

Лемма 2.

$$B_{\{\mu\}}(x) \equiv RE_0(s)\, b_{\{\mu\}}(x) = E_0(\Lambda E_1(s))\,[\Lambda E_0(s)\, b_{\{\mu\}}(x)\,]. \qquad /10/$$

Ниже мы будем для краткости опускать доказательство приводимых нами лемм.

В наших обозначениях легко ввести объект, играющий роль перенормированного лагранжиана взаимодействия

$$\mathcal{L}_{ren}(x) = \Lambda T\{\mathcal{L}(x)\, \frac{e^{i\int \mathcal{L}(x')\,dx'} - 1}{i\int \mathcal{L}(x')\,dx'}\}. \qquad /11/$$

Его первый порядок в теории возмущений совпадает с затравочным лагранжианом, старшие же порядки задают контрчлены. По смыслу операции $\Lambda$ перенормированный лагранжиан локален, что гарантирует причинность перенормированной S-матрицы. Нетрудно усмотреть и эрмитовость контрчленов /ниже мы вернемся к этому вопросу/, так что унитарность перенормированной матрицы рассеяния так же тривиально следует из представления /9/.

Выразим теперь перенормированную S-матрицу непосредственно в терминах операторов M, ограничившись для краткости случаем нулевой конечной перенормировки /обобщение на случай $T \neq 0$ незатруднительно/. Обозначим

$$i\int \mathcal{L}_{ren}(x)\,dx = \Lambda E_1(s) \equiv s_{ren}. \qquad /12/$$

Лемма 3

Если $T=0$, то

$$E_0(s_{ren}) \equiv RE_0(s) = E_0(s - ME_2(s - ME_2(s - \dots))). \qquad /13/$$

З а м е ч а н и е 1

Хотя /13/ определяет $E_0(s_{ren})$ с помощью некоторого бесконечного процесса, в реальных вычислениях этот процесс всегда можно оборвать на некотором конечном этапе. Так, формула /13/, оборванная на N-ом члене, точно воспроизводит все перенормированные диаграммы вплоть до порядка N+1 включительно.

З а м е ч а н и е 2

Как видно из /13/, "контрчленная" часть действия есть

$$i\int[\mathcal{L}_{ren}(x)-\mathcal{L}(x)]dx=s_{ren}-s=-ME_2(s-ME_2(s-\dots))\ . \qquad /14/$$

Чтобы убедиться в унитарности перенормированной S-матрицы, нужно установить антиэрмитовость $s_{ren}-s$. В согласии с /14/, для этого достаточно доказать, что антиэрмитовость $s$ обеспечивает антиэрмитовость $ME_2(s)$. Но M проектирует коэффициентные функции $E_2(s)$ на полиномы по внешним импульсам, причем коэффициенты в этих полиномах суть некоторые производные /в нуле/ сильно связных диаграмм, входящих в $E_2(s)$. Каждая такая диаграмма в вещественной окрестности нуля является чисто мнимой. /В самом деле, пусть диаграмма порядка N содержит $|L|$ внутренних линий и $\mathfrak{N}$ независимых циклов. Переходя в эвклидовой области интегрирования по $\mathfrak{N}$ внутренним импульсам диаграммы, мы получим для нее вещественное выражение, умноженное на фактор $i^N\, i^{-|L|}\, i^{\mathfrak{N}}$. Но $\mathfrak{N}=|L|-N+1$, так что этот фактор равен $i$). Таким образом, коэффициенты в определяющих $ME_2$ полиномах также оказываются чисто мнимыми, и антиэрмитовость $ME_2(s)$ установлена.

Обратимся теперь к аналогичным преобразованиям формулы /10/, определяющей составное поле $B_{\{\mu\}}(x)$. Имеем

$$B_{\{\mu\}}(x)=E_0(s_{ren})\,'B_{\{\mu\}}(x), \qquad /15/$$

где

$$'B_{\{\mu\}}(x) = \Lambda E_0(s)\, b_{\{\mu\}}(x)\,. \qquad /16/$$

Поскольку для множителя $E_0(s_{ren})$ у нас есть явное выражение /13/, рассмотрим лишь множитель $'B_{\{\mu\}}(x)$.

Лемма 4

$$'B_{\{\mu\}}(x) = \frac{1}{1 + ME_1(s_{ren})}\, b_{\{\mu\}}(x)\,. \qquad /17/$$

Полученные выше соотношения /13/, /17/ приводят к полезным следствиям. Так, /13/ может быть использовано для вывода уравнений ренорм-группы, а /17/ позволяет найти связь между операторами $B_{\{\mu\}}(x)$, построенными с помощью разных R-операций. В этой статье мы остановимся только на последней из перечисленных задач, то-есть на обобщении тождеств Циммермана.

### *4. Тождества Циммермана*

Пусть $M^{I}$ и $M^{II}$ - два различных вычитающих оператора, а $B^{I}_{\{\mu\}}(x)$, $B^{II}_{\{\mu\}}(x)$ и $'B^{I}_{\{\mu\}}(x)$, $'B^{II}_{\{\mu\}}(x)$ - построенные с их помощью по правилам /15/, /16/ составные поля B и 'B. Пусть $M^{I}$ и $M^{II}$ отличаются друг от друга только на подграфах, содержащих вершину x, так что "внутренние" R-операции $R^{I}$ и $R^{II}$ совпадают, а перенормированные лагранжианы $\mathcal{L}^{I}(x)$ и $\mathcal{L}^{II}(x)$ равны: $s^{I}_{ren} = s^{II}_{ren} = s_{ren}$. Предположим, что $M^{I}, M^{II}$ превращают коэффициентные функции диаграмм /содержащих вершину x / в полиномы степени $a^{I} - \ell$, $a^{II} - \ell$, соответственно /напомним, что $\ell$ - число внешних линий диаграммы/. Пусть также выполняется условие

$$M^{I} M^{II} = M^{II}\,, \qquad /18/$$

которое может быть обеспечено, например, неравенством $a^{I} \geq a^{II}$.

Ниже нам встретятся величины $M^{(?)} B^{II}_{\{\mu\}}(x)$, где символ /?/ заменяет либо значок I, либо значок II. Поскольку коэффициентные функции входящих в эти величины диаграмм являются линейными комбинациями мономов $p_1^{(\lambda_1)} \cdots p_\ell^{(\lambda_\ell)}$ по внешним импульсам $p$/причем степень $\Sigma|\lambda_i|$ этих мономов не превышает $a^{(?)} - \ell$ /, сами $M^{(?)} B^{II}_{\{\mu\}}(x)$ представляют собой линейные комбинации мономов $b_{\{\mu\}}(x)$ свободного поля:

$$M^{(?)} B^{II}_{\{\mu\}}(x) = \sum_{\substack{\{\lambda_i\} \\ \Sigma|\lambda_i| \le a^{(?)} - \ell}} K^{\{\lambda\}}_{\{\mu\}} b_{\{\lambda\}}(x) . \qquad /19/$$

Сумма в /19/ идет по различным мультииндексам $\{\lambda\} = \{(\lambda_1), \ldots, (\lambda_\ell)\}$. В конкретных случаях нетрудно привести замкнутые выражения для коэффициентов $K^{\{\lambda\}}_{\{\mu\}}$. Например, справедлива лемма 5.

Лемма 5

Если оператор $M^{(?)}$ соответствует нулевой точке вычитания в диаграммах, содержащих вершину $x$, то

$$K^{\{\lambda\}}_{\{\mu\}} = \frac{(-i)^{\Sigma|\lambda_i|}}{\ell!(\lambda_1)!\ldots(\lambda_\ell)!} < B^{II}_{\{\mu\}}(0)\, \tilde{\tilde{\phi}}^{(\lambda_1)}(0) \ldots \tilde{\tilde{\phi}}^{(\lambda_2)}(0) >^{prop} . \qquad /20/$$

Здесь использовано обозначение

$$< B^{II}_{\{\mu\}}(x)\, \tilde{\tilde{\phi}}^{(\lambda_1)}(p_1) \ldots \tilde{\tilde{\phi}}^{(\lambda_\ell)}(p_\ell) >^{prop} \equiv$$

$$/21/$$

$$\equiv \left(\frac{\partial}{\partial p_1}\right)^{(\lambda_1)} \ldots \left(\frac{\partial}{\partial p_\ell}\right)^{(\lambda_\ell)}_\ell \int dx_1 \ldots dx_\ell\, e^{i\Sigma p_i x_i} < T B^{II}_{\{\mu\}}(x)\, \phi(x_1) \ldots \phi(x_\ell) >^{prop} ,$$

а знак prop показывает, что рассматривается лишь сильно связная часть соответствующей функции Грина.

Перейдем к отысканию связи между полями $B^I$ и $B^{II}$. Пользуясь /17/, получаем

$$'B^{II}_{\{\mu\}}(x) - 'B^{I}_{\{\mu\}}(x) = \qquad /22/$$

$$= \frac{1}{1 + M^I E_1(s_{ren})} (M^I - M^{II}) E_1(s_{ren}) \frac{1}{1 + M^{II} E_1(s_{ren})} b_{\{\mu\}}(x),$$

Заметим, что в силу соотношений /18/ и $M^I b_{\{\mu\}} = M^{II} b_{\{\mu\}} = b_{\{\mu\}}$ справедливо равенство

$$(M^I - M^{II}) \frac{1}{1 + M^{II} E_2(s_{ren})} b_{\{\mu\}}(x) = 0,$$

так что функцию $E_1(s_{ren})$,стоящую в числителе формулы /22/, можно заменить на $E_0(s_{ren})$.Поэтому /22/ приобретает вид

$$'B^{II}_{\{\mu\}}(x) - 'B^{I}_{\{\mu\}}(x) = \frac{1}{1 + M^I E_1(s_{ren})} (M^I - M^{II}) B^{II}_{\{\mu\}}(x). \qquad /23/$$

Предположим для начала, что оба оператора $M^I$ и $M^{II}$ отвечают нулевым точкам вычитания в подграфах, содержащих вершину $x$. Имеем с учетом /19/

$$'B^{II}_{\{\mu\}}(x) - 'B^{I}_{\{\mu\}}(x) =$$

$$= \sum_{a^{II} < \ell + \Sigma|\lambda_i| \leq a^I} K^{\{\lambda\}}_{\{\mu\}} \frac{1}{1 + M^I E_1(s_{ren})} b_{\{\lambda\}}(x).$$

Умножив это равенство слева на $E_0(s_{ren})$ и приняв во внимание /15/, /17/ и /20/, получим обычные тождества Циммермана

$$B^{II}_{\{\mu\}} = B^{I}_{\{\mu\}} + \sum_{\substack{\{\lambda_i\} \\ a^{II} < \ell + \Sigma|\lambda_i| \leq a^I}} \frac{(-i)^{\Sigma|\lambda_i|}}{\ell!(\lambda\ )!\dots(\lambda\ )!} B^{I}_{\{\lambda\}}(x) \times$$

$$\times \langle B^{II}_{\{\mu\}}(0) \tilde{\tilde{\phi}}^{(\lambda_1)}(0) \dots \tilde{\tilde{\phi}}^{(\lambda_\ell)}(0) \rangle^{prop}. \qquad /24/$$

Пусть теперь $M^{I}$ по-прежнему отвечает нулевой точке вычитания, а $M^{II}$ - произвольный вычитающий оператор порядка $a^{II} \le a^{I}$. Чтобы связать друг с другом поля $B^{I}$ и $B^{II}$ в этой более общей ситуации, заметим, что выполняется нормировочное условие, следующее из /17/,

$$M^{II} B^{II}_{\{\mu\}}(x) = b_{\{\mu\}}(x) . \qquad /25/$$

Условие /25/ позволяет переписать равенство /23/ в виде

$$'B^{II}_{\{\mu\}}(x) = \frac{1}{1 + M^{I} E_1(s_{ren})} M^{I} B^{II}_{\{\mu\}}(x) . \qquad /26/$$

Снова воспользуемся соотношениями /19/, /20/ и умножим /26/ слева на $E_0(s_{ren})$. Мы придем при этом к лемме 6.

Лемма 6

Пусть $M^{I}$ - вычитающий оператор порядка $a^{I}$ и отвечающий нулевой точке вычитания в подграфах, содержащих вершину $x$. Пусть $M^{II}$ - вычитающий оператор порядка $a^{II}(a^{II} \le a^{I})$ и отвечающий произвольной точке вычитания.

Тогда

$$B^{II}_{\{\mu\}}(x) = \sum_{\substack{\{\lambda\} \\ 0 < \ell + \Sigma|\lambda_i| \le a^{I}}} \frac{(-i)^{\Sigma|\lambda_i|}}{\ell!(\lambda\ )!\dots(\lambda\ )!} B^{I}_{\{\lambda\}}(x) \times$$

$$\times < B^{II}_{\{\mu\}}(0)\, \tilde{\phi}^{(\lambda_1)}(0) \dots \tilde{\phi}^{(\lambda_\ell)}(0) >^{prop} . \qquad /27/$$

С помощью той же техники можно связать друг с другом поля $B^{I}$ и $B^{II}$, которые соответствуют совершенно произвольным операторам $M^{I}$ и $M^{II}$, удовлетворяющим условию /18/. Подчеркнем в заключение, что соотношения /26/, /27/ не зависят от вида $s_{ren}$, то есть сохраняются при любом выборе точек вычитания во "внутренней" R-операции.

## *Литература*


1. *W.Zimmermann. Ann. of Phys., 77, 536 (1973).*
2. *W.Zimmermann. Ann. of Phys., 77, 570 (1973).*
3. *J.H.Lowenstein. Comm. Math. Phys., 24, 1 (1971).*
4. *M.Gomes, J.H.Lowenstein, W.Zimmermann. Comm. Math. Phys., 39, 81 (1974).*
5. *N.N.Bogolubov, O.S.Parasiuk. Acta Math., 97, 227 (1957).*
6. *О.И.Завьялов. ТМФ, 21, 322 /1974/.*
7. *О.И.Завьялов. ТМФ, 23, 291 /1975/.*



*Рукопись поступила в издательский отдел*
*28 октября 1975 года.*