сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Д2-92-63

В.Н.Стрельцов

# ТРИ ФОРМЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1992

Стрельцов В.Н. Д2-92-63

Три формы теории относительности

Обсуждается физический смысл трех форм теории относительности. Первая, мгновенная форма, фактически представляет собою традиционный подход, базирующийся на понятии мгновенного расстояния. Нормальная форма отражает локационную формулировку, опирающуюся на световые или запаздывающие расстояния. Фронтальная форма в специальном случае характеризуется "наблюдаемыми переменными", а ее наглядным выражением является известный метод k-коэффициента.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1992

Перевод автора

Strel'tsov V.N. D2-92-63

Three Forms of Relativity

The physical sense of three forms of the relativity is discussed. The first - instant form - represents in fact the traditional approach based on the concept of instant distance. The normal form corresponds the radar formulation which is based on the light or retarded distances. The frontal form in the special case is characterized by "observable" variables, and the known method of k-coefficient is its obvious expression.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1992

## ВВЕДЕНИЕ

Как в свое время заметил Дирак [1] : "...принцип относительности налагает условия, которым должны удовлетворять все физические законы. Он глубоко влияет на всю физическую науку, начинаяот космологии, которая имеет дело с очень большим, вплоть до учения об атоме, имеющего дело с очень малым". В этой работе, где Дирак указывает фактически на исключительную роль теории относительности, он по сути дела ставит очень важный вопрос о трех ее формах, хотя у него речь идет о более узком предмете - релятивистской динамике.

Поставленная проблема имеет фундаментальную важность, ибо затрагивает самые основы физики, в частности, ее пространственно-временную структуру. По нашему мнению, она совершенно незаслуженно осталась без внимания. Скорее всего, это обусловлено тем, что работа Дирака, во всяком случае на первый взгляд, носит сугубо математический характер. При этом, например, переход к фронтальной форме выглядит как простая замена переменных. Хотя на самом деле под всем этим скрывается глубокий физический смысл.

Как известно, любая физическая теория, состоит из двух дополняющих друг друга частей, которые условно можно назвать "физическая" и "математическая". Обычно главное внимание обращается на вторую часть - уравнения теории. Но сами по себе уравнения, в которых фигурируют некоторые символы (величины), - это просто математический аппарат. Здесь еще нет никакой физической теории. Первую же ее часть представляет связь отмеченных величин (понятий) с физическими объектами, осуществляемая с помощью конкретных измерительных операций.

В отличие от работы Дирака ниже нас будет интересовать именно "физическая" сторона указанной проблемы. Причем нужно заметить, что очень многие недоразумения (парадоксы) в теории относительности обусловлены недостаточным пониманием именно этой части теории.

## МГНОВЕННАЯ ФОРМА

Эта форма соответствует общепринятой трактовке теории относительности, которая имеет дело с одновременными или мгновенными расстояниями (длинами) или, как отмечается в [1], с динамическими переменными, относящимися к физическим условиям в некоторый момент времени (мгновение). Но, как в свое время заметил Ферми [2], именно условие $t=const.$ в обычном подходе приводит при вычислении импульса и энергии электромагнитного поля движущегося заряда к трудности, известной как "проблема 4/3".

Безусловно, наиболее характерным примером этого подхода является сокращение Фицджеральда-Лоренца, выражаемое формулой:

$$l_{in}=l^{*}\sqrt{1-v^2/c^2}=l^{*}\gamma^{-1}. \qquad (1)$$

Здесь $l_{in}$ - мгновенная длина, т.е. расстояние между одновременными положениями концов движущегося стержня, $v$ - его скорость, $l^{*}$ - длина стержня в покое.

Следует подчеркнуть, что сами решения математических уравнений, например - волнового, зависят от запаздывающих или световых расстояний. Однако затем обычно переходят к мгновенным расстояниям (см., например, [3]). В случае движущегося со скоростью $\vec{v}=\vec{\beta}c$ заряда соответствующая формула имеет вид

$$\vec{l}_{in}=\vec{l}_{ret}-\vec{\beta}\,l_{ret}. \qquad (2)$$



В частности, для заряда, движущегося вдоль оси $x$, будем иметь

$$l^{x}_{in}=l^{x}_{ret}-\beta l_{ret}, \quad l^{y}_{in}=l^{y}_{ret}. \qquad (3а,б)$$

Здесь $l_{ret}=c(t-t')$ - расстояние от заряда в момент времени $t'$ до точки наблюдения (в момент времени $t$).

Очевидно, что формула (2) фактически представляет замену переменных, а по виду напоминает преобразование Галилея, хотя в данном случае переход происходит в одной и той же системе координат. Безусловно, эта замена должна влиять и на другие величины, зависящие от пространственных координат. В первую очередь сюда следует отнести пространственный объем, а также и образуемые с его помощью величины: такие, как энергия и импульс электромагнитного поля или вообще системы с непрерывным распределением материи.

В этом смысле характерным примером здесь может служить "парадокс" с конденсатором Риндлера-Денура [4]. Как известно, энергия плоскопараллельного конденсатора, пластины которого нормальны к оси $x$, равна

$$E^{*}=\rho^{*}V^{*}=\frac{(\mathcal{E}^{*}_{x})^2}{8\pi}Al^{*}, \qquad (4)$$

где $\rho^{*}$ - плотность энергии электрического поля $\mathcal{E}^{*}_{x}$, $A$ - площади его пластины, $l^{*}$ - зазор между ними. Поскольку $\mathcal{E}_{x}$ (а, следовательно, $\rho$) и $A$ не преобразуются при переходе к движущейся системе, то формула для энергии движущегося конденсатора

$$E=\rho V=\rho^{*}Al \qquad (5)$$

будет существенно зависеть от поведения $x$ - составляющей ($l$) пространственного объема. Если в качестве $l$ мы возьмем $l_{in}$ - мгновенную длину, то, очевидно, придем в противоречие с известной релятивистской формулой для энергии $E=E^{*}\gamma$. Подобной трудности не возникает, если $l$ задается локационной или релятивистской длиной [5], выражаемой через запаздывающие расстояния.

### НОРМАЛЬНАЯ ФОРМА

Можно сказать, что в предыдущем разделе речь шла о мгновенном сечении ($t=const.$) мировой трубки, представляющей, например, систему частиц или электромагнитное поле. Здесь же мы будем иметь дело с соответствующим нормальным сечением. Сразу видно, что поскольку это сечение связано с самой мировой трубкой, то оно (в отличии от сечения $t=const.$) не зависит от системы отсчета. В случае одной частицы нормальная форма, по-видимому, сводится к точечной форме Дирака. Физической основой этой формы служит локационная формулировка теории относительности (см., например, [6]), которую представляют ("реализуют") точечные наблюдатели, снабженные локаторами.

Поскольку математически переход между двумя данными формами выражается равенством (2), то их отличие в первую очередь должно быть связано с поведением продольных размеров материальных объектов. Действительно, в данном случае вместо (I) будем иметь

$$l_r = l^* \gamma . \qquad (6)$$

Здесь $l_r$ - релятивистская или локационная длина, которая выражается полусуммой расстояний, пройденных световым сигналом в прямом и обратном направлениях вдоль движущегося стержня (см., например, [7]). В рамках 4 - представления (в пространстве Минковского) ей соответствует пространственная компонента 4-вектора релятивистской длины

$$l_r^i = \frac{1}{2}\left(l_f^i - l_b^i\right), \qquad (7)$$



а $l_f^i$ и $l_b^i$ - световые векторы, описывающие указанные процессы распространения света, $i$ = 0, 1, 2, 3. В системе покоя ($S^*$) стержня и в движущейся $S$ - системе они имеют вид

$$l_f^{i*}(l^*/c, l^*, 0, 0), \quad l_b^{i*}(l^*/c, -l^*, 0, 0), \qquad (8^*)$$

$$l_f^i[l^*(1+\beta)\gamma/c, l^*(1+\beta)\gamma, 0, 0], \quad l_b^i[l^*(1-\beta)\gamma/c, -(1-\beta)l^*\gamma, 0, 0]. \qquad (8)$$

Откуда на основании (4) следует, что

$$l_r^{i*}(0, l^*, 0, 0), \qquad (9^*)$$

$$l_r^i(\beta l^*\gamma/c, l^*\gamma, 0, 0). \qquad (9)$$

Поскольку $l_r^0 \neq 0$, то очевидно, что $l_r^i$ не является уже мгновенной длиной. С учетом того, что 4-вектор $l_w^i$ одной из мировых линий, составляющих мировую полосу стержня, имеет вид

$$l_w^i(t^*\gamma, \beta t^*\gamma, 0, 0), \qquad (10)$$

нетрудно заключить, что вектор $l_r^i$ ему действительно ортогонален (нормален).

Отметим также, что $l_f^i$ и $l_b^i$ в точности соответствуют двум наиболее характерным запаздывающим расстояниям в электродинамике $l_{ret}^i$, когда электромагнитное поле распространяется в направлении движения источника и в противоположном направлении.

Надо подчеркнуть, что в рамках нормальной формы изменяется не только физическая интерпретация, но и количественное (математическое) объяснение целого ряда явлений, а некоторые известные "парадоксы" попросту устраняются. Здесь, по-видимому, в первую очередь следует указать на "проблему 4/3" (определение импульса и энергии электромагнитного поля движущегося заряда) (см., например, снова [5]) и на рассмотренный выше "парадокс" Риндлера-Денура. Далее отметим "парадокс" рычага Льюиса-Толмена, появление заряда в движущемся (нейтральном) проводнике с током и др.

Их разрешение ведет к устранению фиктивных величин: таких, как давление Пуанкаре, поток энергии фон Лауэ и т.п. Особо следует выделить оттовскую формулировку релятивистской термодинамики, которая, как выяснилось [8], органически вплетается в структуру именно локационной формулировки, а следовательно, - нормальной формы. Отметим также, что в ее рамках существенным образом изменяется характер поведения поля движущегося заряда [9].
В терминах запаздывающих расстояний эквипотенциальные поверхности электрического поля, например, имеют форму эллипсоидов вращения, вытянутых в направлении движения. Но, по-видимому, самой широкой областью применимости нормальной формы и, в частности, концепции релятивистской длины следует считать физику высоких энергий [9].

## ФРОНТАЛЬНАЯ ФОРМА

Как было выяснено в свое время при рассмотрении известной проблемы обобщения понятий одновременности и расстояния (см., например, [10]), переход к этой форме имеет достаточно глубокий физический смысл (см., например, [11, 12]). Ее наглядным выражением является известный метод $k$ - коэффициента [13]. Здесь мы ограничимся плоским пространством Минковского, где особенности этой формы особенно рельефно проявляются.

Переход к переменным светового фронта

$$\xi^1 = ct - x, \quad \xi^2 = ct + x \tag{11}$$

физически означает переход к непосредственно измеряемым в локационном опыте моментам посылки и возвращения светового сигнала. При этом ковариантная скорость $u^i$ будет выражаться через привычную $v = \beta c$ соотношением

$$u^1 = \frac{d\xi^1}{d\tau} = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}, \qquad u^2 = \frac{d\xi^2}{d\tau} = (u^1)^{-1}. \tag{12}$$



На основании (9) и (10) преобразования Лоренца запишутся в следующем простом виде:

$$\xi^{1\prime} = u^1 \xi^1, \qquad \xi^{2\prime} = u^2 \xi^2. \tag{13}$$

В данном случае вместо привычного сложения мы будем иметь правило умножения скоростей

$$U^i = u^i v^i. \tag{14}$$

Аналогичным образом существенно упрощается запись и других известных соотношений.

Например, для 4-вектора релятивистской длины найдем*

$$\ell_r^{i*}(-\ell^*, \ell^*, 0, 0), \tag{15*}$$

$$\ell_r^i(-u^1\ell^*, u^2\ell^*, 0, 0) \tag{15}$$

и, напротив, для 4-векторов $\ell_f^i$ и $\ell_b^i$ получим

$$\ell_f^{i*}(0, 2\ell^*, 0, 0), \qquad \ell_b^{i*}(2\ell^*, 0, 0, 0), \tag{16*}$$

$$\ell_f^i(0, 2u^2\ell^*, 0, 0), \qquad \ell_b^i(2u^1\ell^*, 0, 0, 0). \tag{16}$$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По мнению Дирака [1]: "Решающего аргумента в пользу одной или другой из форм нет". Однако, как мы, надеюсь, показали, мгновенная форма не удовлетворяет требованию, предъявляемому к первой части любой физической теории и касающемуся связи физических понятий с объектами природы. Используемая в ее рамках

---

* В этой связи см. также [14].

мгновенная длина, опирающаяся на концепцию одновременности, вступает в противоречие с принципом относительности.

Что касается двух других форм, то, конечно, нормальная обладает тем преимуществом, что более привычна. Фронтальная же форма (с последующей заменой для другой пары координат $\xi^3 = iy - z$, $\xi^4 = iy + z$ ) существенно упрощает выражения для спинорных величин и, в частности, уравнение Дирака. Поэтому представляется, что она должна играть существенную роль в квантовой механике и теории поля.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Dirac P.A. M.–Rev.Mod.Phys., I949, 2I, p.392.
2. Fermi E. – Z.Phys., I922, 23, p.340.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля, М.: Наука, I988, с. 2I7.
4. Rindler W. and Denur J. – Am.J.Phys., I988, 56, p.395.
5. Strel'tsov V.N. – Hadronic J., I990, I3, p.345.
6. Idem – Сообщения ОИЯИ, Р2-90-426 и Р2-90-484, Дубна, I990.
7. Idem – Found. Phys., I976, 6, p.293.
8. Idem – Found. Phys., I977, 7, p.325.
9. Idem – ЭЧАЯ, I99I, 22, с.II29.
10. Idem – Hadronic J., I990, I3, p.299.
11. Idem – Сообщения ОИЯИ, Р2-82-330, Дубна, I982.
12. Idem – Сообщения ОИЯИ, Р2-83-76, Дубна, I983.
13. Bondi H. – Relativity and Commom Sense. Anchor Books Doubleday & Co., NY, I964.
14. Hillion P. – Can.J.Phys., I989, 67, p. 967.



Рукопись поступила в издательский отдел

19 февраля 1992 года.