92-147

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Д2-92-147

В.Н.Стрельцов

ЗАПАЗДЫВАЮЩИЕ РАССТОЯНИЯ И ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА

1992

1. ВВЕДЕНИЕ

Основой локационной формулировки теории относительности [1—3] служат световые или запаздывающие расстояния. В рамках же общепринятого подхода мы имеем дело с мгновенными расстояниями (длинами). Именно условие мгновенности в определении понятия длины движущегося стержня и приводит к известной формуле сокращения. Следует, однако, подчеркнуть, что этот результат, по существу, связан с таким чисто абстрактным понятием, как твердый стержень (эталонный масштаб).

В настоящее время за эталон длины фактически принята длина волны света. Поэтому релятивистская формула Доплера, описывающая ее поведение, т.е. поведение простейшего протяженного объекта, и должна служить отправным пунктом отмеченного определения [4]. С другой стороны, подобную основу дает нам и рассмотрение поведения световых или запаздывающих расстояний.

Эти и другие вопросы общего характера, касающиеся расширения (обобщения) прежних понятий на случай быстрых движений, мы рассмотрим ниже.

2. РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЗАПАЗДЫВАЮЩЕГО РАССТОЯНИЯ

Рассмотрим выражение для потенциала Лиенара — Вихерта

$$A^i = \frac{eu^i}{R_k u^k}. \qquad (1)$$

Здесь u^k — 4-скорость заряда e, R^k — 4-вектор запаздывающего расстояния $R^k = [c(t-t'), \vec{r} - \vec{r}\,'] = (cT, \vec{R}_{ret})$. Радиус вектора $\vec{R}_{ret}$, проведенный из точки нахождения заряда $O(t', \vec{r}\,')$ в точку наблюдения $P(t, \vec{r})$, задается направлением распространения поля. Переходя к трехмерным обозначениям, например, для электрического потенциала $\varphi = A^\circ$, получим

$$\varphi = \frac{e}{R_{ret}(1 - \vec{\beta}\,\vec{n}_{ret})} = \frac{e}{R_{ret}(1 - \beta\cos\theta)}, \qquad (1')$$

где $\beta = v/c$, $\vec{n}_{ret} = \vec{R}_{ret}/R_{ret}$.

Привлекая формулу преобразования для потенциала и учитывая, что в системе покоя заряда поле описывается кулоновским потенциалом

$$\varphi^* = \frac{e}{R^*}, \tag{2}$$

найдем [5], что

$$R^* = R_{ret}(1 - \beta \cos \theta)\gamma. \tag{3}$$

Это выражение описывает закон преобразования запаздывающего расстояния при переходе от собственной системы источника S^* к S-системе, где он движется со скоростью v. Конечно, представленную формулу можно вывести также прямо из преобразования Лоренца для временной координаты.

На основании (3) для различных значений угла θ получим

$$\theta = 0 \qquad R_{ret} = (1+\beta)R^*\gamma \cong 2R^*\gamma, \tag{4.1}$$

$$\cos\theta = \beta \qquad R_{ret} = R^*\gamma, \tag{4.2}$$

$$\cos\theta = \beta^{-1}(1-\gamma^{-1}) \qquad R_{ret} = R^*, \tag{4.3}$$

$$\theta = \pi/2 \qquad R_{ret} = R^*\gamma^{-1}, \tag{4.4}$$

$$\theta = \pi \qquad R_{ret} = (1-\beta)R^*\gamma \cong 2R^*\gamma^{-1}. \tag{4.5}$$

Как видно, первое значение R_{ret} в точности соответствует величине расстояния, которое проходит световой сигнал в направлении движения стержня в рамках определения релятивистской или локационной длины [5,6]. При $\cos\theta = \beta$, что соответствует $\cos\theta^* = 0$, задающему границу между передней и задней полусферами поля в S^*-системе, имеем «формулу удлинения». Случай (4.3) представляет «классический» результат. При $\theta = \pi/2$ имеем формулу сокращения. Наконец, выражение (4.5), когда направления распространения поля и движения источника противоположны, в точности соответствует расстоянию, проходимому светом в обратном направлении вдоль стержня, в указанном определении.

Допустим, что в точке наблюдения P электромагнитная волна отражается и возвращается назад к источнику. Очевидно, что пройденное ею при этом соответствующее расстояние будет представлять уже опережающее расстояние R_{adv}. Тогда, например, в первом случае будем иметь

$$R_{adv} = (1-\beta)R^*\gamma, \tag{5.1}$$

а в последнем —

$$R_{adv} = (1+\beta)R^*\gamma. \tag{5.2}$$

Таким образом, можно сказать, что $R_{ret}(\pi)$ является опережающим по отношению к $R_{ret}(0)$ и наоборот. Вообще для соответствующих R_{ret} и R_{adv} будем иметь

$$R_{ret} + R_{adv} = 2R^*\gamma, \tag{6}$$

а кроме того

$$R_{ret}\cos\theta_r - R_{adv}\cos\theta_a = 2\beta R^*\gamma\ (1 > \cos\theta_r > \beta/(1+\beta^2)), \tag{7.1}$$

$$R_{ret}\cos\theta_r + R_{adv}\cos\theta_a = 2\beta R^*\gamma\ (\beta/(1+\beta^2) > \cos\theta_r > 0), \tag{7.2}$$

$$-R_{ret}\cos\theta_r + R_{adv}\cos\theta_a = 2\beta R^*\gamma\ (0 > \cos\theta_r > -1). \tag{7.3}$$

Последние соотношения просто отражают тот факт, что эквипотенциальные поверхности электрического поля движущегося заряда имеют форму эллипсоидов вращения, вытянутых в направлении движения [7].

Представим себе теперь в точке P^* другой такой же заряд. Пусть O^*-заряд «видит» P^*-заряд под углом θ^*, тогда для P^*-заряда соответствующий угол будет $\pi + \theta^*$. С учетом этого для R_{ret}^{PO} найдем

$$R_{ret}^{PO} = R^* \frac{(1 - 2\beta\cos\theta + \beta^2)\gamma}{1 - \beta\cos\theta}, \tag{8}$$

откуда, привлекая (3), получим

$$R_{ret}^{OP} + R_{ret}^{PO} = 2R^*\gamma. \tag{9}$$

Но это не что иное, как формула (6), если учесть, что запаздывающее расстояние для P-заряда является опережающим для O-заряда. Но если в S^*-системе эти две величины совпадают, то, с точки зрения S-системы, они существенно различаются. Например, $R_{ret}(0)/R_{ret}(\pi) \cong 2\gamma^2$. Здесь может возникнуть вполне уместный вопрос: что же называть расстоянием между этими зарядами? Ниже мы еще вернемся к нему.

С другой стороны, именно с отмеченными расстояниями, когда свет распространяется в направлении движения стержня и обратно, мы имеем дело в опыте Майкельсона — Морли, когда рассматриваем, скажем, прохождение светом продольного плеча интерферометра. Учет этого факта, т.е. использование локационной длины вместо мгновенной для объяснения отрицательного результата опыта [8], приводит к «формуле удлинения» для продольного плеча.

Возвращаясь к исходной формуле преобразования (3), мы хотим подчеркнуть, что величина запаздывающего расстояния зависит от условия наблюдения и, в частности, «фактора запаздывания» $(1 - \vec{\beta}\vec{n}_{ret})$. Подобное влияние мы имеем и в случае электромагнитного излучения света, испускаемого движущимся источником.

3. ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА

Действительно, как нетрудно видеть, формула, описывающая поведение волнового числа k испущенной световой волны

$$k^* = k(1 - \beta \cos\theta)\gamma, \tag{10}$$

совпадает с формулой (3). Подчеркнем, что здесь, как и выше, θ — это угол между запаздывающим расстоянием и направлением движения источника. Поскольку в опытах по исследованию эффекта Доплера используются спектрографы (см., например, [9]), т.е. измеряется длина волны, то перепишем (10) в виде

$$\lambda = \lambda^*(1 - \beta \cos\theta)\gamma. \tag{10'}$$

Как видно, для поперечного или релятивистского эффекта Доплера будем иметь «формулу удлинения»:

$$\lambda = \lambda^*\gamma. \tag{11}$$

Это красное смещение спектральных линий и наблюдалось в опытах указанного типа. Правда, в отмеченном опыте [9] на самом деле измерялись две величины: $\lambda_B(0)$ и $\lambda_R(\pi)$, а сам эффект определялся средним значением:

$$\lambda_r = \frac{1}{2}(\lambda_B + \lambda_R) \cong \lambda^*(1 + \frac{1}{2}\beta^2). \tag{12}$$

Очевидно, что последнее выражение очень напоминает формулу, определяющую длину движущегося стержня в рамках концепции релятивистской или локационной длины [10].

Заметим также, что уравнение (10') представляет собой улитку Паскаля или конхоиду окружности диаметром $\lambda^*\beta\gamma$.

4. ФИЗИЧЕСКАЯ СТОРОНА ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПОНЯТИЙ

Последний и поставленный выше вопросы являются частью важной проблемы обобщения (расширения) прежних, «дорелятивистских», понятий на случай быстрых движений. При этом важную роль здесь должно играть требование рациональности (простоты).

Рассмотрим с этой точки зрения определение понятия длины волны, испускаемой движущимся источником. Конечно, совершенно неразумно, чтобы эта величина зависела от направления движения источника, т.е. от β, линейно. Тогда у нас остаются три варианта, которым соответствуют $\lambda = \lambda^*\gamma^{-1}$, λ^* и $\lambda^*\gamma$. Но если учесть, что в первых двух случаях нужно специально подбирать «свои» углы наблюдения, ввиду их зависимости от β ($\cos\theta = \beta, \beta^{-1}(1-\gamma^{-1})$), то фактически у нас остается единственная возможность — $\theta = \pi/2$. Таким образом, длиной волны, испускаемой движущимся источником, мы будем называть (по определению) величину, измеряемую на основе поперечного эффекта Доплера.

Но, как уже отмечалось, в указанных опытах фактически измеряется среднее двух предельных значений согласно формуле (12). В результате в системе покоя S^* соответствующая величина λ^* эффективно представляет мгновенную длину. А, как мы знаем, именно мгновенные расстояния являются главным атрибутом дорелятивистской (классической) физики, переход к которой обычно связывают с условием $c \to \infty$.

Эти чисто физические соображения дополняют математические рассуждения.

5. ПРОСТРАНСТВО И ВРЕМЯ КАК ПРОЕКЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО КОНТИНУУМА

Как следует из теории относительности, физической реальностью обладает не точка пространства и не момент времени, в который что-либо произошло, а только само событие. Иными словами, все материальные объекты в мире представляют собою пространственно-временные конфигурации. Пространственные и временные соотношения сами по себе являются своего рода проекциями. Например, пространственный отрезок или временной интервал — суть проекции мировой линии.

В нашей повседневной жизни мы имеем дело с медленными (по отношению к скорости света) движениями или галилеевскими системами отсчета, переход между которыми описывается преобразованиями Галилея. В этих системах отсчета в соответствии с механикой Ньютона пространство и время могут рассматриваться как раздельные понятия. Именно таковыми они и считались в дорелятивистской физике. Но чтобы перейти, например, от отрезка мировой линии Δs к пространственному отрезку Δr^* и временному интервалу Δt^*, мы должны взять две соответствующие проекции, положив в первом случае $\Delta t^* = 0$, а во втором — $\Delta r^* = 0$. Физический смысл сказанного выше поясним на примере измерительного прибора (пространственно-временной конфигурации) — «световых часов». Этот прибор может служить для измерения как длины, так и времени, т.е. реализовать собой понятия пространства и времени. Но прежде чем перейти к его рассмотрению, отметим следующее. Поскольку галилеевские системы отсчета двигаются очень медленно относительно друг друга, при переходе к релятивистскому случаю этим движением можно практически пренебречь. Поэтому рассмотренные условия следует связывать с собственной системой отсчета (S^*) данного измерительного прибора.

Итак, «световые часы» представляют собой эталонный стержень (длины l^*) с укрепленными на его концах (A и B) зеркалами. Между зеркалами, отражаясь, бегает световой луч. На языке теории относительности процессы распространения светового луча (туда и обратно) в приборе могут быть описаны двумя 4-векторами:

$$X^{i*}_{AB} = (l^*/c, l^*, 0, 0), \ X^{i*}_{BA} = (l^*/c, -l^*, 0, 0). \tag{13}$$

Взяв их полусумму и полуразность, получим два других 4-вектора:

$$T^{i*} = (l^*/c, 0, 0, 0), \ X^{i*} = (0, l^*, 0, 0), \tag{14}$$

первый из которых имеет только временную компоненту (временной вектор), а второй — только пространственную компоненту (пространственный вектор). Можно сказать, что они описывают время и (одномерное) пространство соответственно. При этом важно то, что только в S^*-системе, где прибор покоится, эти векторы будут однокомпонентными. Больше того, X^{1*} будет, очевидно, представлять собой мгновенную длину, т.е. действительно чисто дорелятивистское понятие.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Релятивистские преобразования запаздывающего расстояния и волнового числа световой волны, испускаемой движущимся источником, описываются одной и той же формулой. Анализ поведения первой величины и длины волны (соответствующей волновому числу) позволил выявить много общего с предложенной в свое время концепцией релятивистской (локационной) длины.

Мы показали, что разделение единого пространственно-временного континуума на пространство и время возможно в нерелятивистском случае, для галилеевских систем отсчета. Описывающие эти понятия два 4-вектора являются, соответственно, пространственным и временным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрельцов В.Н. — ОИЯИ, Р2-90-484, Д2-90-596, Дубна, 1990.
2. Ibid. — D2-91-436, Дубна, 1991.
3. Ibid. — D2-92-63, Дубна, 1992.
4. Ibid. — D2-92-70, Дубна, 1992.
5. Ibid. — Р2-7647, Дубна, 1972.
6. Ibid. — Р2-89-772, Дубна, 1989.
7. Ibid. — Р2-89-234, Дубна, 1989.
8. Ibid. — D2-91-125, Дубна, 1991.
9. Mandelberg H.I., Witten L. — J. Opt. Soc. Am., 1962, 52, p.529.
10. Strel'tsov V.N. — Found. Phys. 1976, 6, p.293.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 апреля 1992 года.