сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Д2-91-499

В.Н.Стрельцов

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ПРОВОДНИКА С ТОКОМ

1991

В последнее время появился ряд работ [1-4], касающихся известной проблемы о заряде проводника с током, которая, по сути дела, сводится к вопросу об электрическом поле вокруг такого проводника. При этом была затронута также проблема релятивистской инвариантности закона Гаусса [3] в свете подхода, изложенного в известном берклиевском курсе физики "Электричество и магнетизм" Парселла. Как утверждается там [5], согласно специальной теории относительности, для величин поверхностного интеграла в теореме Гаусса имеет место равенство*

$$\int\limits_{A^*(t^*)} \vec{E}^* d\vec{s}^* = \int\limits_{A(t)} \vec{E} d\vec{s}. \qquad (1)$$

Здесь, например, левая часть представляет покоящуюся S^*-систему (собственную систему проводника), $\vec{E}^*$-напряженность электрического поля, $d\vec{s}^*$ - элемент замкнутой поверхности A^*. Величины в правой части относятся к движущейся S-системе.

На самом же деле соответствующее релятивистски инвариантное выражение имеет вид

$$\int\limits_{A^*} F_*^{ik} ds_{ik}^* = \int\limits_{A} F^{ik} ds_{ik}. \qquad (2)$$

Здесь F^{ik} - тензор электромагнитного поля, ds_{ik} - элемент антисимметричного 4-тензора площади

$$ds_{ik} = -\varepsilon_{iklm} dx^l \delta x^m, \qquad (3)$$

где $i,k,... = 0,1,2,3$, ε_{iklm} - псевдотензор Леви-Чивиты ($\varepsilon_{0123} = -1$). Привычные величины $d\vec{s}$ даются временными компонентами $ds_{0\alpha}$ ($\alpha, \beta = 1,2,3$), тогда как $ds_{\alpha\beta}$ представляют проекции элемента площади на три "временные плоскости" x^0x^α ($x^0 = ct$) в пространстве Минковского, т.е. зависят от dx^0 и δx^0.

Если в соответствии с локационной формулировкой теории относительности (см., например, [6,7]) в S^*-системе элементы поверхности A^* берутся одновременно (dx_*^0, $\delta x_*^0 = 0$, а отсюда и $ds_{\alpha\beta}^* = 0$), то левая часть (2) сводится к левой части (1). Однако в S-системе с необходимостью уже $ds_{\alpha\beta} \neq 0$, поэтому правая часть (2) будет сводиться к правой части (1) только в том

---

* Больше того, утверждается, что равенство формально выражает релятивистскую инвариантность заряда.

случае, если описывающие магнитное поле компоненты $F^{\alpha\beta} = \vec{H} = 0$, иными словами, если в S-системе нет создающих указанное поле движущихся зарядов. На основе выражения (3) и преобразований Лоренца можно получить трансформационные формулы для величин ds_{ik}. Полагая для простоты, что S^*-система движется вдоль оси x S-системы со скоростью v_x, а направления их осей совпадают, с учетом равенства $ds^*_{\alpha\beta} = 0$ найдем

$$ds_{01} = ds_x = ds^*_x,\quad ds_{02} = ds_y = ds^*_y\gamma,\quad ds_{03} = ds_z = ds^*_z\gamma, \tag{4}$$

$$ds_{12} = -\beta_1 ds^*_y\gamma,\quad ds_{13} = -\beta_1 ds^*_z\gamma,\quad ds_{23} = 0, \tag{5}$$

где γ - лоренц-фактор, $\beta_1 = v_x/c$.

С другой стороны, как известно, величина $ds_{o\alpha}$ служит для определения такой важной характеристики как поверхностная плотность заряда $\sigma^{o\alpha} = \vec{\sigma}$. При этом для полного заряда некоторой поверхности A имеем

$$Q = \int_A \vec{\sigma}\, d\vec{s} = \int_A \sigma^{o\alpha} ds_{o\alpha}. \tag{6}$$

С учетом других компонент ds_{ik} для релятивистского обобщения (6) получим

$$Q = \int \sigma^{ik} ds_{ik}. \tag{7}$$

Здесь $\sigma^{\alpha\beta}$ - плотность поверхностного тока; например, σ^{12} равно количеству электричества, протекающего в 1 с через единицу нормального к направлению тока сечения поверхности, т.е. линии. Подобным же образом обобщается и известная формула

$$\vec{E} = 4\pi\vec{\sigma} \quad \text{или} \quad F^{o\alpha} = 4\pi\sigma^{o\alpha}. \tag{8}$$

Для релятивистски ковариантного выражения будем иметь

$$F^{ik} = 4\pi\sigma^{ik}, \tag{9}$$

причем чисто пространственные компоненты будут, очевидно, выражать связь между плотностью поверхностного тока и напряженностью магнитного поля. На основании (7) и (9) видно, что в релятивистском случае (6) действительно уже не представляет полный заряд.

Следует, впрочем, заметить, что практическая постановка рассматриваемой в упомянутых работах задачи, строго говоря, не отвечает затронутой релятивистской трактовке закона Гаусса. На

самом деле, обсуждаемый вопрос сводится к следующему. Появляется ли электрическое поле вокруг замкнутого электрически нейтрального проводника после возбуждения в нем тока? Имеется в виду, что ток возникает только за счет приведения в движение электронов проводимости. Поскольку при этом число электронов не меняется и по-прежнему равно числу положительных ионов, то, по нашему мнению, ответ на поставленный вопрос может быть получен на основе рассмотрения следующего простого примера[в]. Пусть имеется пара электрических зарядов разных знаков, причем один из них (для определенности - отрицательный) движется, а другой покоится. Начнем с простейшего случая, когда расстоянием между зарядами можно пренебречь.

Очевидно, что электрическое поле покоящегося (положительного) заряда будет определяться кулоновским потенциалом

$$\varphi_+ = -\frac{e}{R}, \tag{10}$$

где e - заряд электрона. Поле же движущегося (со скоростью $\vec{v}$) отрицательного заряда будет задаваться потенциалом Лиенара - Вихерта .

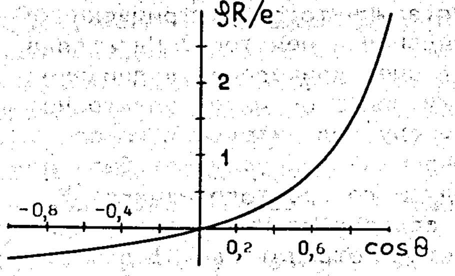
$$\varphi_- = \frac{e}{R - \vec{\beta}\vec{R}}, \tag{11}$$

где $\vec{\beta} = \vec{v}/c$. Таким образом, для суммарного электрического поля найдем

$$\varphi = \varphi_+ + \varphi_- = \frac{e\vec{\beta}\vec{R}}{R - \vec{\beta}\vec{R}}. \tag{12}$$

Как можно заключить, при $\beta = 0$ поле действительно равно нулю. Однако в релятивистском случае картина существенно изменяется. Как видно, данная пара будет восприниматься пробным зарядом как нейтральная только под углом $\Theta = \pi/2$ к направлению движения электрона. При этом в направлении "вперед" она будет представляться отрицательно заряженной, а "назад" - положительно, что иллюстрирует рисунок.

Очевидно, что в макроскопическом проводнике мы имеем очень большие числа электронов и ионов и, так сказать, заданному иону в данный момент всегда можно найти "близкий" электрон. В самом деле, расстояние между соседними частицами определяется микроскопической величиной, тогда как расстояние R до точки наблюдения в данной задаче является сугубо макроскопической величиной. Поэтому использованное выше "условие близости" действительно будет выполняться с большой точностью.



Эквидистантный электрический потенциал пары зарядов, $v_{-}=0,75$ c.

Совершенно аналогичным образом может быть рассчитано, например, распределение напряженности электрического поля E. Соответствующая (12) формула будет иметь вид

$$\vec{E} = \frac{e}{R^3}\left[\frac{\gamma^{-2}}{(1-\vec{\beta}\vec{R}/R)^3}(\vec{R}-\vec{\beta}R) - \vec{R}\right]. \tag{13}$$

Очевидно, что в этом случае картина поля будет значительно сложнее, а его исчезновение будет, очевидно, связано с выполнением равенства

$$\vec{R}\,[\,1-(1-\vec{\beta}\vec{R}/R)^3\gamma^2] - \vec{\beta}R = 0. \tag{14}$$

Проведенное рассмотрение, таким образом, показало, что возникновение электрического поля вокруг проводника с током отнюдь еще не свидетельствует об изменении его заряда.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ivezič T. - Phys. Lett. A, 1990, v.144, p.427.
2. Bartlett D.F., Edwards W.F., ibid.,1990, v.151, p.259.
3. Bilič N. - Preprint BI-TP 91/20, Bielefeld, 1991.
4. Kenyon C.S., Edwards W.F. - Phys. Lett. A, 1991, v.156, p.391.
5. Purcell E.M.- Electricity and magnetism. 2-nd Ed. Clarendon, Oxford, 1972, Sec.5.4.
6. Strel'tsov V.N. - Found. Phys., 1976, v.6, p.293.
7. Idem, Hadronic J., 1990, v.13, p.345.
8. Idem, JINR Comm. D2-91-212, Dubna, 1991.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 ноября 1991 года.