



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Д1-96-391

Ю.А.Яцуненко

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДРЕЙФОВОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ
МЕТОДОМ РЕШЕНИЯ
ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Направлено в журнал «NIM»

1996

1 Введение

Среди широко известных методов определения зависимости "дрейфовое расстояние - время дрейфа" (функция $R(t)$) дрейфовых камер можно отметить два, которые основаны лишь на измеренных временах дрейфа ("Автокалибровка"): интегральный анализ временных спектров [1]; итеративное определение $R(t)$ по траекториям (по некоторому начальному приближению $R_1(t)$ восстанавливаются параметры траектории, что позволяет строить зависимость "координата=f(t)", статистическое усреднение которой дает новую функцию $R(t)$ и т.п.) (например, [2]).

Классический интегральный анализ предусматривает, однако, равномерность распределения ординат треков вдоль дрейфового промежутка, симметричное заполнение спектра дрейфовых времен с разных сторон анодной проволоочки ("лево-правая неопределенность"), постоянную эффективность вдоль дрейфового расстояния. Эти проблемы отсутствуют при определении $R(t)$ по траекториям, однако успех этого метода (сходимость и число итераций) определяется в значительной степени начальным приближением $R(t)$. Кроме того, логически оправданный, этот способ не имеет ясной математической структуры и, следовательно, трудно контролируем.

Цель данной работы состоит в своеобразном объединении этих двух подходов в математическую задачу, основанную на аналитическом представлении "хи-квадрата" (χ^2) в точке минимума по параметрам траектории (χ_{min}^2) [3]. Математическое выражение χ_{min}^2 удалось получить лишь для прямых и парабол (аппроксимация траектории в магнитном поле), т.к. для более сложных кривых подобный шаг весьма затруднителен из-за сложных математических преобразований. χ_{min}^2 включает в себя как факт существования траектории, а не случайных отсчетов, так и своеобразные спектры дрейфовых времен. Рассматриваемое как функционал χ_{min}^2 позволяет определять $R(t)$ и $V(t)$ (зависимость скорости дрейфа от времени) как решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода.

В данной работе рассматриваются только одноканальные события. Все решения получены строго для дрейфовых камер, имеющих планарный дрейф, но также могут применяться и для дрейфовых трубок, имеющих радиальный дрейф. Задача рассматривается для прямых траекторий достаточно подробно и кратко - для параболических кривых.

2 Определения

В системе координат $X(Z)$ расположены анодные проволоки на абсциссах $Z = Z_n$ и ординатах $X = P_n$ ($n = 1, \dots, N$; N - общее число проволочек, регистрирующих траекторию). Прямые траектории частиц определяются параметрами A, B :

$$x(z) = Az + B, \quad (1)$$

и параболические траектории -

$$x(z) = Az^2 + Bz + C. \quad (2)$$

Регистрируемые времена дрейфа (t_n) соотносятся с координатой траекториями (x_n) по следующему определению:

$$x_n = P_n + s_n R(t_n), \quad (3)$$

где $s_n = \pm 1$ — знак направления дрейфа, $R(t)$ — “передаточная”, или “калибровочная” функция. Типичная геометрия анодных проволочек и принятые обозначения показаны на рис.1.

В дальнейшем изложении будут также использоваться следующие определения: среднеарифметического от переменной y :

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y_n; \quad (4)$$

координатная информация в некоторых случаях интерпретируется в векторном виде

$$\vec{Z} \equiv \{z_n\}, \vec{X} \equiv \{x_n\}, \vec{U} \equiv \{z_n - \bar{z}\}, \vec{W} \equiv \{(z_n - \bar{z})^2\}, \vec{E} \equiv \{1\}. \quad (5)$$

Единичная матрица \hat{I} определена следующим образом:

$$I_{mn} \equiv \delta_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{if } m=n \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

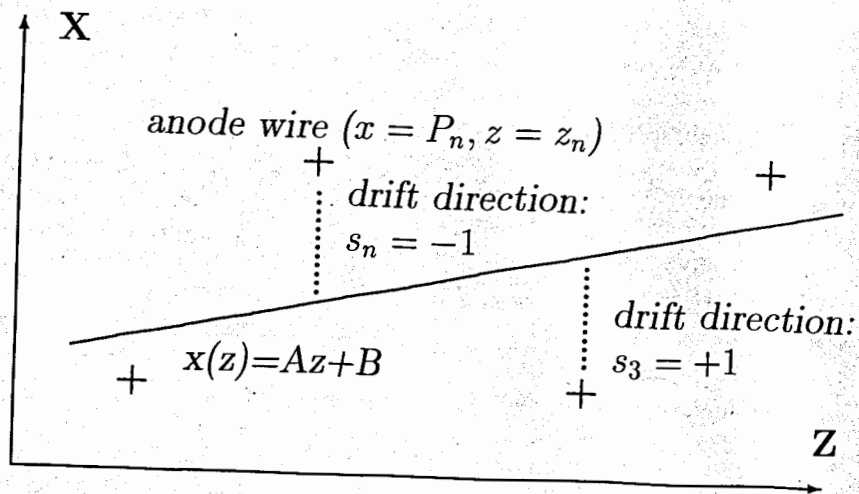


Рис.1. Типичная “шахматная” геометрия чувствительных (анодных) проволочек, отмеченных крестиками. Направление дрейфа ($s = \pm 1$) электронов показано пунктирной линией.

NRNO
АМЕТОНПЕНА

3 Аналитическая форма минимального хи-квадрата

Задача определения параметров траекторий (1,2) методом наименьших квадратов, т.е. минимизация по A, B (для прямой)

$$\chi^2(A, B) = \sum_{n=1}^N (Az_n + B - x_n)^2 \sigma_n^{-2}, \quad (7)$$

является более чем хорошо известной: параметры A, B находятся из системы линейных уравнений, далее эти параметры подставляются в (7), и по численному значению χ_{min}^2 определяется качество трека. Обычно анализ на этом заканчивается.

Однако для прямых и параболических траекторий можно непосредственно получить аналитическое выражение $\chi_{min}^2(A, B)$. В частности, для прямых траекторий рецепт вывода χ_{min}^2 состоит в следующем: результаты решения упоминавшейся системы линейных уравнений для A, B можно представить в виде

$$A = \sum_{n=1}^N a_n x_n, \quad B = \sum_{n=1}^N b_n x_n, \quad (8)$$

где

$$a_n \equiv \frac{z_n - \bar{z}}{ND}, \quad b_n \equiv \frac{D - \bar{z}(z_n - \bar{z})}{ND}, \quad D \equiv \bar{z}^2 - \bar{z}^2. \quad (9)$$

В определениях (8,9) параметр σ_n опущен, т.к. для дрейфовых камер точность является статистически определяемой величиной и для одного трека может считаться постоянной (общий случай $\sigma_n \neq constant(n)$ рассмотрен в [4]). Далее, выражения для A, B подставляются в (7), и после ряда упрощений получается аналитическое представление χ_{min}^2 :

$$\chi_{min}^2 = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N x_m C_{mn} x_n, \quad (10)$$

или в матричном виде

$$\chi_{min}^2 = \vec{X}^T \hat{C} \vec{X}. \quad (11)$$

Матрица \hat{C} имеет явный аналитический вид

$$\hat{C} = \hat{I} - \frac{\vec{E}\vec{E}^T}{N} - \frac{\vec{U}\vec{U}^T}{ND} \quad (12)$$

или

$$C_{mn} = \delta_{mn} - \frac{1}{N} - \frac{(z_m - \bar{z})(z_n - \bar{z})}{ND} \quad (13)$$

У нее следующие свойства:

$$\hat{C}^T = \hat{C} \quad (14)$$

$$\hat{C}\hat{C} = \hat{C} \quad (15)$$

$$\hat{C}(a\vec{Z} + b\vec{E}) = \vec{0} \quad (16)$$

(a, b - произвольные).

Ранг \hat{C} не совпадает с порядком (N),

$$\text{Rank}(\hat{C}) = N - 2 \quad (17)$$

Наиболее важным свойством \hat{C} для задач калибровки является ортогональность \hat{C} к любой прямой линии (16). Достаточно очевидно, что ранг \hat{C} равен $N-2$ (мы исключили 2 параметра), однако строгое доказательство (17) приведено в работе [4], т.к. численное инвертирование на компьютерах матрицы \hat{C} большой размерности может давать положительный результат и, следовательно, приводить к непредсказуемым результатам.

Кроме того, \hat{C} может "воспроизводить" матрицу \hat{C} (\hat{C}_0) меньшей размерности ($N - k \times N - k$) [4]:

$$\hat{C}_0 = \hat{G} - \hat{B}\hat{A}^{-1}\hat{B}^T \quad (18)$$

где $\hat{G}_{N-k \times N-k}$, $\hat{B}_{k \times N-k}$, $\hat{A}_{k \times k}$ - блочные части \hat{C}

$$\hat{C} \equiv \begin{pmatrix} \hat{A} & \hat{B}^T \\ \hat{B} & \hat{G} \end{pmatrix} \quad (19)$$

Матрица \hat{C}_0 определена, как и \hat{C} (12,13), только лишь по $N - k$ значениям Z . Это свойство, неочевидное на первый взгляд, может иметь

важное практическое значение при решении систем линейных уравнений, основанных на \hat{C} . Следует также отметить, что \hat{C} размерности (2×2) чисто нулевая:

$$\hat{C}_{2 \times 2} \equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

Матрица \hat{C} может быть охарактеризована как "обобщенная вторая производная в смысле χ^2 ": для 3 значений $z = -1, 0, 1$ \hat{C} имеет следующий вид

$$\hat{C}_{3 \times 3} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad (21)$$

и если 3 соответствующие ординаты x_1, x_2, x_3 располагаются на прямой линии, то в матричном приращении $\hat{C}\vec{X} = \vec{0}$ можно увидеть часто встречающееся выражение $x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$.

Подобным образом можно получить аналитическое выражение χ^2 для параболической траектории:

$$\chi_{min}^2 = \vec{X}^T \hat{T} \vec{X} \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{T} = \hat{I} - [\sigma^2 \vec{W}\vec{W}^T - \gamma(\vec{U}\vec{W}^T + \vec{W}\vec{U}^T) \\ - \sigma^4(\vec{E}\vec{W}^T + \vec{W}\vec{E}^T) + \gamma\sigma^2(\vec{E}\vec{U}^T + \vec{U}\vec{E}^T) + \\ (e - \sigma^4)\vec{U}\vec{U}^T + (e\sigma^2 - \gamma^2)\vec{E}\vec{E}^T] / ND_2 \end{aligned} \quad (23)$$

и

$$\begin{aligned} e \equiv \overline{(z_n - \bar{z})^4}, \quad \gamma \equiv \overline{(z_n - \bar{z})^3}, \\ \sigma^2 \equiv \overline{(z_n - \bar{z})^2}, \quad D_2 \equiv e\sigma^2 - \gamma^2 - \sigma^6. \end{aligned} \quad (24)$$

Матрица \hat{T} имеет свойства:

$$\hat{T}^T = \hat{T} \quad (25)$$

$$\hat{T}\hat{T} = \hat{T} \quad (26)$$

$$\hat{T}(a\vec{W} + b\vec{Z} + c\vec{E}) = \vec{0} \quad (27)$$

(a, b, c - произвольные), и

$$\text{Rank}(\hat{T}) = N - 3. \quad (28)$$

4 Определение передаточной функции

С учетом параметрического определения (3) ординаты x полученное аналитическое выражение для χ_{min}^2 (10,22) представляет собой квадратичную форму передаточной функции

$$\chi_{min}^2(R) = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N [P_m + s_m R(t_m)] C_{mn} [P_n + s_n R(t_n)]. \quad (29)$$

Это выражение может эффективно использоваться, если функциональный характер $R(t)$ известен, например линейная зависимость

$$R(t) = V_0 \cdot (t - T_0) \quad (30)$$

от неизвестных скорости дрейфа V_0 и общей для всех проволочек задержки старта T_0 . Минимизация χ_{min}^2 (29) для одиночной траектории дает систему уравнений для V_0 и T_0 :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_0 \sum_{m,n=1}^N C_{mn} s_m s_n t_m t_n - D_0 \sum_{m,n=1}^N C_{mn} s_m s_n t_m = - \sum_{m,n=1}^N C_{mn} s_m s_n t_m P_n, \\ V_0 \sum_{m,n=1}^N C_{mn} s_m s_n t_n - D_0 \sum_{m,n=1}^N C_{mn} s_m s_n = - \sum_{m,n=1}^N C_{mn} s_m P_n. \end{array} \right. \quad (31)$$

$(D_0 \equiv V_0 T_0)$

Свойства матрицы \hat{C} требуют достаточно ясных условий для решения системы (31):

а) число параметров, определяющих $R(t)$ (в данном случае 2 параметра V_0 и T_0), должно быть не более $N - 2$;

б) все центры анодных проволочек (P_n) не должны лежать на одной прямой;

с) все знаки (s_n) не должны иметь одно и то же значение;

д) для анализируемой траектории должно выполняться условие

$$|X(Z_1) - X(Z_N)| > R_0, \quad (32)$$

R_0 - полное расстояние дрейфа. Эти результаты (проверенные в экспериментах) могут быть использованы как начальное приближение при восстановлении произвольной функции $R(t)$.

Решение этой, более общей задачи основано на рассмотрении статистически усредненной (по Q трекам) функций $\overline{\chi_{min}^2}(R)$:

$$\overline{\chi_{min}^2}(R) = \frac{1}{Q} \sum_{k=1}^Q \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N [P_{mk} + s_{mk} R(t_{mk})] C_{mn} [P_{nk} + s_{nk} R(t_{nk})] \quad (33)$$

(k - статистический индекс траектории).

Это сложное, малообещающее определение может быть, однако, преобразовано к более понятному, если операцию "Σ" заменить на интегрирование "∫". При достаточно большой статистике можно вспомнить известное соотношение:

$$\bar{R} = \frac{1}{Q} \sum_{k=1}^Q R_k \equiv \frac{1}{Q} \int R \varphi(R) dR, \quad (Q = \int \varphi(R) dR), \quad (34)$$

где $\varphi(R)$ - плотность статистического распределения R . Известный переход от координатного распределения $\varphi(R)$ к распределению времен дрейфа

$$\varphi(R) dR = \varphi(R(t)) \left| \frac{dR(t)}{dt} \right| dt \equiv f(t) dt \quad (35)$$

позволяет оперировать с измеряемыми спектрами времен дрейфа (следует отметить, что для равномерно распределенного $\varphi(R)$ мы получаем классический метод [1] восстановления $R(t)$ по интегрированию спектра времен).

С учетом этого соотношения, статистически усредненное выражение для χ_{min}^2 можно представить в виде

$$\overline{\chi_{min}^2}(R) = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \overline{P_m P_n} C_{mn} + 2 \int_0^T F(t) R(t) dt + \int_0^T \int_0^T R(t) R(\tau) K(t, \tau) dt d\tau, \quad (36)$$

где T - полное время дрейфа (эта величина должна быть определена независимо, например - по спектрам времен дрейфа),

$$F(t) \equiv \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N P_m(t) C_{mn} f_n(t) s_n(t), \quad (37)$$

$$K(t, \tau) \equiv \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N s_m(t) C_{mn} K_{mn}(t, \tau) s_n(\tau), \quad (38)$$

$f_m(t)$ - спектр времен дрейфа на m -й проволочке и $K_{mn}(t, \tau)$ - корреляционная матрица для m -й и n -й проволочек. Знаки направлений дрейфа s_n являются статистически изменяемыми параметрами, поэтому они могут формально рассматриваться как $s_n(t)$; подобные рассуждения объясняют запись " $P_m(t)$ " в определении (37).

Вариационная минимизация функционала $\delta \overline{\chi_{min}^2}(R) / \delta R$ дает интегральное уравнение для определения $R(t)$:

$$F(t) + \int_0^T R(\tau) K(t, \tau) d\tau = 0. \quad (39)$$

Таким образом, $R(t)$ определяется геометрией ДК и измеренными временами дрейфа.

Для дрейфовых трубочек полное расстояние дрейфа R_0 , из-за толщины стенок, меньше внешнего радиуса трубочки, определяющего геометрию, и для учета подобного граничного условия следует переходить к определению скорости дрейфа $V(t) = dR(t)/dt$. Определив частично проинтегрированную корреляционную функцию

$$I(t, \tau) = \int_0^t K(\eta, \tau) d\eta, \quad (40)$$

можно вновь получить интегральное уравнение для определения $V(t)$:

$$\int_0^T V(\tau) I(t, \tau) d\tau = F(t) + R_0 I(t, T). \quad (41)$$

Аналогичные уравнения (39-41) можно получить и для параболических траекторий, матрица \hat{C} должна быть заменена на \hat{T} (23).

Условие существования решений (39-41) определяется угловым распределением анализируемых траекторий, оно должно быть достаточно широким, т.е., как отмечалось, требование (32) должно выполняться для значительной части статистики.

Для изложенного метода определения $R(t)$ требуется несколько итераций, поскольку наиболее критическими параметрами, определяющими точность восстановления $R(t)$, являются знаки направлений дрейфа (s_n) для каждого набора t_n , соответствующих траектории. Обычно начальное $R_1(t)$ вносит искажения в определение s_n , однако через 2-3 итерации ($R_1(t)$ заменяется на восстановленное $R_2(t)$ и т.п.) функция $R(t)$ стабилизируется. Правилom окончания итераций может служить, например, независимость от времени дрейфа отклонения восстановленной траектории от соответствующих координат (для неправильного $R(t)$ эта зависимость имеет очень сложный разрывный характер).

5 Некоторые замечания по юстировке

Следует подчеркнуть, что уточнение положения всех (N) сигнальных проволочек только лишь по трековым данным принципиально невозможно. Это следует из ранга матриц \hat{C} и \hat{T} . Это утверждение также справедливо и для других координатных детекторов.

Попытка одновременного определения P_n и $R(t)$ приводит к тривиальным результатам. Поскольку этот вопрос может быть весьма актуальным для больших экспериментальных установок (как, например, ATLAS [5]); это утверждение должно быть доказано.

Минимизация χ_{min}^2 , например общего вида (36), по $R(t)$ и P_n приводит, наряду с полученным уравнением для $R(t)$ (39), к уравнениям, содержащим P_n

$$\hat{C} \vec{P} = -\hat{C} \vec{H}, \quad (42)$$

где P_n представлены в векторном виде (\vec{P}) и вектор \vec{H} имеет компоненты

$$H_n \equiv \int_0^T R(\tau) s_n(\tau) f_n(\tau) d\tau. \quad (43)$$

Даже если $R(t)$ известно, ранг \hat{C} (N-2) позволяет определить лишь N-2 значений P_n , задав положения (x, z) двух проволочек, определив тем самым систему координат детектора (типичная ситуация для эксперимента, когда эти "опорные" детекторы "привязываются" затем к общей системе координат, исходя из дополнительных условий).

Полагая далее, что $R(t)$ неизвестно, выберем несколько проволочек (k) как "опорные" (формально обозначенные как вектор \vec{P}_0) и выразим остальные $P_m (m = 1, \dots, N - k)$ (вектор \vec{P}_1) через эти "опорные" (величины H_n (43) также формально представлены как векторы \vec{H}_0 и \vec{H}_1 соответственно). Представляя уравнения (42) в блочном виде, можно получить решения для неизвестных P_m

$$\vec{P}_1 = -\vec{H}_1 - \hat{A}^{-1} \hat{B}^T (\vec{P}_0 + \vec{H}_0) \quad (44)$$

и также условия для "опорных" проволочек

$$(\hat{G} - \hat{B} \hat{A}^{-1} \hat{B}^T) (\vec{P}_0 + \vec{H}_0) \equiv \hat{C}_0 (\vec{P}_0 + \vec{H}_0) = 0, \quad (45)$$

где \hat{C}_0 — матрица, определяемая по (12,13) для k проволочек.

Используя эти результаты в уравнении (39), определяющем $R(t)$, мы получаем новое уравнение

$$F_1(t) + \int_0^T R(\tau) K_1(t, \tau) d\tau = 0, \quad (46)$$

где

$$K_1(t, \tau) \equiv K(t, \tau) - \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N f_n(t) s_n(t) Y_{mn} f_m(\tau) s_m(\tau). \quad (47)$$

В соответствии с полученными решениями (44,45), матрица \hat{Y} имеет (блочный) вид

$$\hat{Y} \equiv \begin{pmatrix} \hat{A} & -\hat{B}^T \\ -\hat{B} & \hat{C}_0 - \hat{G} \end{pmatrix}, \quad (48)$$

и ($F_1(t) \equiv \vec{f}_0^T(t) \hat{C}_0 \vec{P}_0$)

$$F_1(t) \equiv \sum_{m=1}^k \sum_{n=1}^k P_{om} C_{omn} f_n(t) s_n(t). \quad (49)$$

Свойство "воспроизводимости" \hat{C} проявляется в последнем выражении свободного члена $F_1(t)$ интегрального уравнения (46) "катастрофическим" образом - при заданных двух опорных точках ("типичная ситуация для эксперимента") $\hat{C}_0 = \hat{0}$ и, следовательно: $F_1(t) = 0$, $R(t) = 0$, и все остальные определяемые проволочки выстраиваются по прямой линии относительно опорных ("тривиальное решение").

При планировании эксперимента, следовательно, необходимо предусматривать отдельную систему для контроля положений проволочек (минимально: трех для прямых треков и четырех - для параболических траекторий).

6 Результаты

Для проверки предложенного метода определения $R(t)$ использовались данные Monte-Carlo моделирования прохождения мюонов через "Monitoring Drift Tubes" проектируемого эксперимента ATLAS [5]. Анализировались дрейфовые времена от прямых треков мюонов, регистрируемых пакетом (4×4) дрейфовых трубок, имеющих шахматный порядок геометрического расположения. При моделировании использовалась относительно сложная функция $R(t) = a\sqrt{t}$ (теоретическая кривая). На рис.2а представлена восстановленная $R(t)$ после третьей итерации, начальным приближением $R(t)$ являлась линейная зависимость (30), параметры которой определялись по (31). Отклонение восстановленной $R(t)$ от теоретического значения показано на рис.2б, его можно объяснить как и погрешностями численного инвертирования матрицы (38) (размерности 150×150), так и точностью трубок. В процессе моделирования параметр точности имел значение 60 мкм , восстановленное значение - $\sigma = 63 \text{ мкм}$. Эти результаты можно считать вполне удовлетворительными, так как радиальный характер дрейфа в трубках учитывался приближенно

$$x_n = P_n + s_n R(t_n) * \sqrt{1 + A^2}, \quad (50)$$

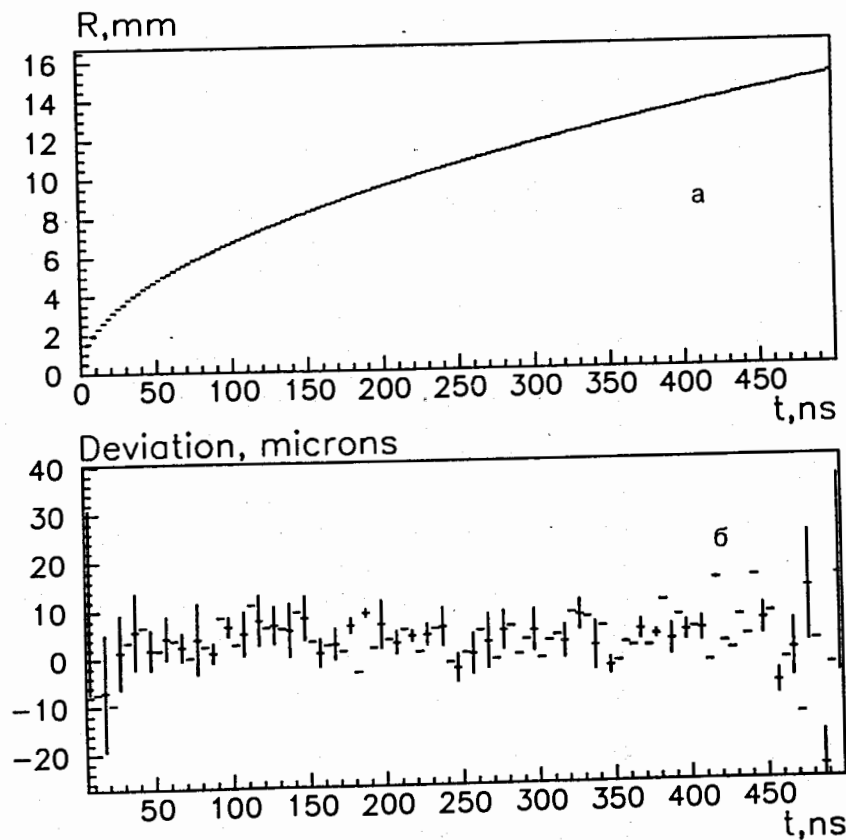


Рис.2. а). Восстановленная характеристика $R(t)$ для Monte-Carlo моделирования прохождения мюонов (прямые траектории) через пакет дрейфовых трубочек; б) отклонение между восстановленной $R(t)$ и теоретической кривой $R(t) = a\sqrt{t}$, используемой при моделировании.

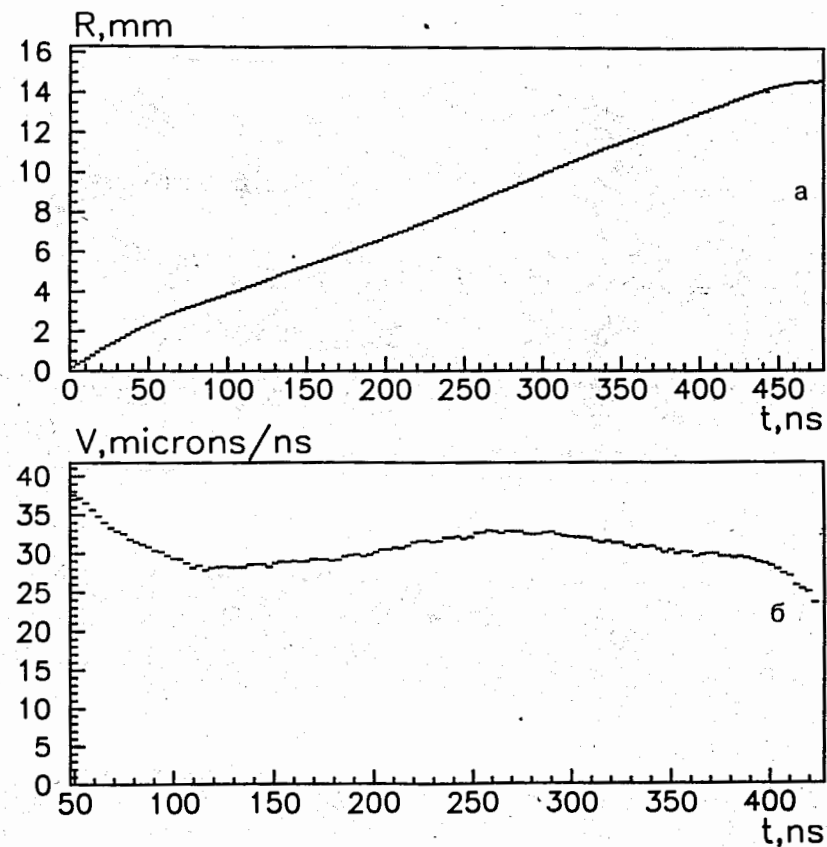


Рис.3. а). Восстановленная $R(t)$ для экспериментальных данных; б) скорость дрейфа как функция времени дрейфа.

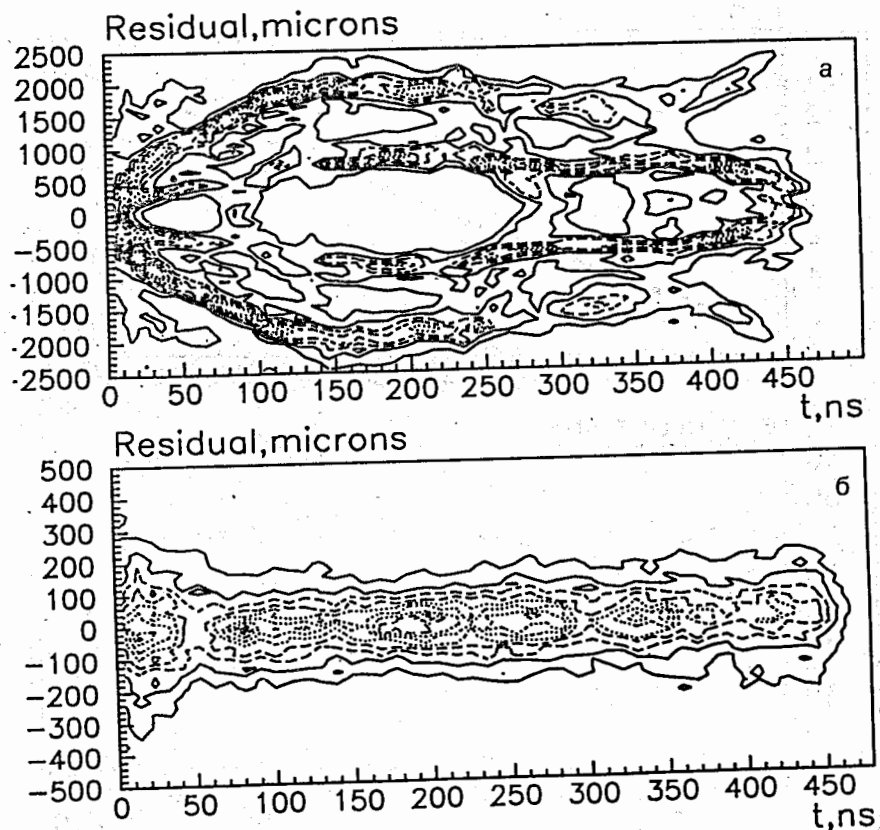


Рис.4. а). Отклонение между траекторией и координатами при неправильном $R(t)$ в зависимости от времени дрейфа; б). та же функция для $R(t)$, приведенного на рис.3а.

A - параметр траектории (1), восстановленной по 4 трубкам.

Проверка по Monte-Carlo данным определения $R(t)$ для параболических траекторий также дала положительные результаты: для задаваемого $R(t) = a\sqrt{t}$ среднее отклонение от восстановленного $R(t)$ составило $11 \pm 10 \text{ мкм}$ (следует отметить, что параметр "Lorenzangle" в данном моделировании не учитывался).

Аналогичная геометрия использовалась для исследования характеристик дрейфовых трубок на 200 ГэВ/с мюонном пучке в CERN. На рис.3а приведена восстановленная после третьей итерации характеристика $R(t)$ для газовой смеси $Ar(0.96)CO_2(0.03)C_2H_6(0.01)$ при давлении 3 атм, $HV=3050 \text{ В}$. Следует заметить, что процедура восстановления $V(t)$ весьма чувствительна к статистическим флуктуациям и на рис.3б показана частично усредненная функция $V(t)$:

$$V(t) = \frac{1}{10} \sum_{m=n}^{n+10} V_i, \quad (51)$$

где $V(t_n)$ ($n=1, \dots, 240$) - решения уравнения (41).

На рис.4а показано поведение отклонения ("residual") восстановленной траектории от соответствующих координат при неправильно заданной $R(t)$ и то же отклонение приведено на рис.4б для $R(t)$, определенной изложенным методом (рис.3а). Подобное изменение функционального вида отклонения свидетельствует об окончании итераций.

К сожалению, нестабильность общей для всех проволочек задержки старта, определяемой каким-то образом с помощью электроники, позволила получить значение точности лишь $\sigma = 110 \text{ мкм}$, и приведенные на рис.3 экспериментальные результаты, скорее, демонстрируют работоспособность изложенного подхода, нежели собственные свойства детектора.

7 Заключение

Табличное восстановление (непосредственное решение интегральных уравнений) дрейфовых характеристик ($R(t), V(t)$) является, формально, наиболее точным, однако искомые функции могут быть представлены приближенно как, например, степенные ряды, параметры которых также

определяются из приведенных интегральных уравнений. Тем не менее, программа DEQN-[6] позволяет получать "табличное" решение системы линейных уравнений (соответствующее интегральному) вплоть до размерностей 500×500 .

Следует также отметить, что формализм \hat{C} и \hat{T} позволяет достаточно определять и другие параметры дрейфового детектора (если $R(t)$ известно), как, например, знаки направлений дрейфа [3]: (эта задача в настоящее время рассматривается для "очень большого" числа детекторов в магнитном поле).

Автор благодарен Ю.А.Горнушкину за предоставление экспериментальных данных. Автор также благодарен Г.Д.Алексееву, В.Додонову, Ю.В.Седых и А.Чвырову за интерес к данной работе.

Литература

- [1] F.Sauli, Principles of Operation on Multiwire Proportional and Drift Chambers, p78, CERN 77-09, Geneva 1977.
- [2] F.Bekker et al, Honeycomb strip chamber of the ATLAS Muon Spectrometer, ATLAS Internal Note MUON-NO-035, 19 Jan.1994, CERN, Geneva, 1994.
and
Z.Y.Feng and T.Zhao, A Study of Autocalibration for ATLAS MDT System. ATLAS Internal Note MUON-NO-056, 15 Sept.1994 CERN, Geneva, 1994.
- [3] Яцуненко Ю.А. Сообщение ОИЯИ P1-86-151, Дубна, 1986.
- [4] Яцуненко Ю.А. ОИЯИ 5-88-415, Дубна, 1988.
- [5] ATLAS, Technical Proposal for a General-Purpose pp Experiment at the Large Hadron Collider at CERN, CERN/LHCC/94-43, LHCC/P2 (1994)
- [6] CERN Program Library, CERN, Geneva, Switzerland, 1992

Рукопись поступила в издательский отдел
21 октября 1996 года.