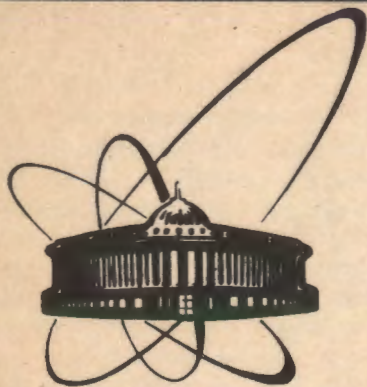


91-499

341

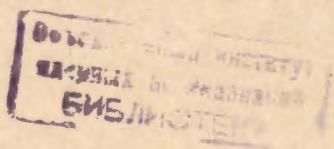


сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

Д2-91-499

В. Н. Стрельцов

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ПРОВОДНИКА С ТОКОМ



1991

В последнее время появился ряд работ^{/1-4/}, касающихся известной проблемы о заряде проводника с током, которая, по сути дела, сводится к вопросу об электрическом поле вокруг такого проводника. При этом была затронута также проблема релятивистской инвариантности закона Гаусса^{/3/} в свете подхода, изложенного в известном берклиевском курсе физики "Электричество и магнетизм" Парселла. Как утверждается там^{/5/}, согласно специальной теории относительности, для величин поверхностного интеграла в теореме Гаусса имеет место равенство*

$$\int_{A^*(t^*)} \vec{E}^* \cdot d\vec{s}^* = \int_{A(t)} \vec{E} \cdot d\vec{s}. \quad (1)$$

Здесь, например, левая часть представляет покоящуюся S^* -систему (собственную систему проводника), \vec{E}^* -напряженность электрического поля, $d\vec{s}^*$ - элемент замкнутой поверхности A^* . Величины в правой части относятся к движущейся S -системе.

На самом же деле соответствующее релятивистски инвариантное выражение имеет вид

$$\int_{A^*} F_{ik}^* ds_{ik}^* = \int_A F_{ik} ds_{ik}. \quad (2)$$

Здесь F_{ik} - тензор электромагнитного поля, ds_{ik} - элемент антисимметричного 4-тензора площади

$$ds_{ik} = -\epsilon_{iklm} dx^l dx^m, \quad (3)$$

где $i, k, \dots = 0, 1, 2, 3$, ϵ_{iklm} - псевдотензор Леви-Чивиты ($\epsilon_{0123} = -1$). Привычные величины $d\vec{s}$ даются временными компонентами $ds_{0\alpha}$ ($\alpha, \beta = 1, 2, 3$), тогда как $ds_{\alpha\beta}$ представляют проекции элемента площади на три "временные плоскости" ($x^0 x^\alpha$ ($x^0 = ct$) в пространстве Минковского, т.е. зависят от dx^0 и dx^α).

Если в соответствии с локационной формулировкой теории относительности (см., например,^{/6,7/}) в S^* -системе элементы поверхности A^* берутся одновременно ($dx_0^*, dx_0^* = 0$, а отсюда и $ds_{\alpha\beta}^* = 0$), то левая часть (2) сводится к левой части (1). Однако в S -системе с необходимостью уже $ds_{\alpha\beta} \neq 0$, поэтому правая часть (2) будет сводиться к правой части (1) только в том

* Больше того, утверждается, что равенство формально выражает релятивистскую инвариантность заряда.

случае, если описывающие магнитное поле компоненты $F^{\alpha\beta} = \vec{H} = 0$, иными словами, если в S-системе нет создающих указанное поле движущихся зарядов. На основе выражения (3) и преобразований Лоренца можно получить трансформационные формулы для величин ds_{ik} . Полагая для простоты, что S*-система движется вдоль оси x S-системы со скоростью v_x , а направления их осей совпадают, с учетом равенства $ds_{\alpha\beta}^* = 0$ найдем

$$ds_{01} = ds_x = ds_x^*, \quad ds_{02} = ds_y = ds_y^* \gamma, \quad ds_{03} = ds_z = ds_z^* \gamma, \quad (4)$$

$$ds_{12} = -\beta_1 ds_y^* \gamma, \quad ds_{13} = -\beta_1 ds_z^* \gamma, \quad ds_{23} = 0, \quad (5)$$

где γ - лоренц-фактор, $\beta_1 = v_x/c$.

С другой стороны, как известно, величина $ds_{0\alpha}$ служит для определения такой важной характеристики как поверхностная плотность заряда $\sigma^{\alpha\alpha} = \sigma$. При этом для полного заряда некоторой поверхности A имеем

$$Q = \int_A \vec{\sigma} d\vec{s} = \int_A \sigma^{\alpha\alpha} ds_{0\alpha}. \quad (6)$$

С учетом других компонент ds_{ik} для релятивистского обобщения (6) получим

$$Q = \int \sigma^{ik} ds_{ik}. \quad (7)$$

Здесь $\sigma^{\alpha\beta}$ - плотность поверхностного тока; например, σ^{12} равно количеству электричества, протекающего в 1 с через единицу нормального к направлению тока сечения поверхности, т.е. линии. Подобным же образом обобщается и известная формула

$$\vec{E} = 4\pi\vec{\sigma} \quad \text{или} \quad F^{\alpha\alpha} = 4\pi\sigma^{\alpha\alpha}. \quad (8)$$

Для релятивистски ковариантного выражения будем иметь

$$f_{ik} = 4\pi\sigma^{ik}, \quad (9)$$

причем чисто пространственные компоненты будут, очевидно, выражать связь между плотностью поверхностного тока и напряженностью магнитного поля. На основании (7) и (9) видно, что в релятивистском случае (6) действительно уже не представляет полный заряд.

Следует, впрочем, заметить, что практическая постановка рассматриваемой в упомянутых работах задачи, строго говоря, не отвечает затронутой релятивистской трактовке закона Гаусса. На

самом деле, обсуждаемый вопрос сводится к следующему. Появляется ли электрическое поле вокруг замкнутого электрически нейтрального проводника после возбуждения в нем тока? Имеется в виду, что ток возникает только за счет приведения в движение электронов проводимости. Поскольку при этом число электронов не меняется и по-прежнему равно числу положительных ионов, то, по нашему мнению, ответ на поставленный вопрос может быть получен на основе рассмотрения следующего простого примера^{1/8/}. Пусть имеется пара электрических зарядов разных знаков, причем один из них (для определенности - отрицательный) движется, а другой покоится. Начнем с простейшего случая, когда расстоянием между зарядами можно пренебречь.

Очевидно, что электрическое поле покоящегося (положительного) заряда будет определяться кулоновским потенциалом

$$\varphi_+ = -\frac{e}{R}, \quad (10)$$

где e - заряд электрона. Поле же движущегося (со скоростью v) отрицательного заряда будет задаваться потенциалом Лиенара - Вихерта

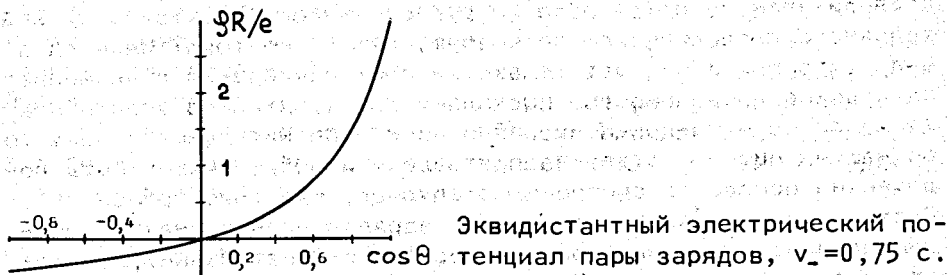
$$\varphi_- = \frac{e}{R - \beta R}, \quad (11)$$

где $\beta = v/c$. Таким образом, для суммарного электрического поля найдем

$$\varphi = \varphi_+ + \varphi_- = \frac{e\beta R}{R - \beta R}. \quad (12)$$

Как можно заключить, при $\beta = 0$ поле действительно равно нулю. Однако в релятивистском случае картина существенно изменяется. Как видно, данная пара будет восприниматься пробным зарядом как нейтральная только под углом $\theta = \pi/2$ к направлению движения электрона. При этом в направлении "вперед" она будет представляться отрицательно заряженной, а "назад" - положительно, что иллюстрирует рисунок.

Очевидно, что в макроскопическом проводнике мы имеем очень большие числа электронов и ионов и, так сказать, заданному иону в данный момент всегда можно найти "близкий" электрон. В самом деле, расстояние между соседними частицами определяется микроскопической величиной, тогда как расстояние R до точки наблюдения в данной задаче является сугубо макроскопической величиной. Поэтому использованное выше "условие близости" действительно будет выполняться с большой точностью.



Совершенно аналогичным образом может быть рассчитано, например, распределение напряженности электрического поля E . Соответствующая (12) формула будет иметь вид

$$\vec{E} = \frac{e}{R^3} \left[\frac{\gamma^{-2}}{(1 - \beta R/R)^3} (\vec{R} - \beta \vec{R}) - \vec{R} \right]. \quad (13)$$

Очевидно, что в этом случае картина поля будет значительно сложнее, а его исчезновение будет, очевидно, связано с выполнением равенства

$$\vec{R} \left[1 - (1 - \beta R/R)^3 \gamma^2 \right] - \beta \vec{R} = 0. \quad (14)$$

Проведенное рассмотрение, таким образом, показало, что возникновение электрического поля вокруг проводника с током отнюдь еще не свидетельствует об изменении его заряда.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ivezić T. - Phys. Lett. A, 1990, v.144, p.427.
2. Bartlett D.F., Edwards W.F., *ibid.*, 1990, v.151, p.259.
3. Bilić N. - Preprint BI-TP 91/20, Bielefeld, 1991.
4. Kenyon C.S., Edwards W.F. - Phys. Lett. A, 1991, v.156, p.391.
5. Purcell E.M. - Electricity and magnetism. 2-nd Ed. Clarendon, Oxford, 1972, Sec.5.4.
6. Strel'tsov V.N. - Found. Phys., 1976, v.6, p.293.
7. Idem, Hadronic J., 1990, v.13, p.345.
8. Idem, JINR Comm. D2-91-212, Dubna, 1991.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 ноября 1991 года.