

3  
K-66 821



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория высоких энергий  
Лаборатория теоретической физики

Г.И. Копылов, И.В. Полубаринов

Д-821

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД  
РАСЧЕТА ДИАГРАММ ФЕЙНМАНА

*СЭРМ, 1962, Вып. 303.*

Дубна 1961

Г.И. Копылов, И.В. Полубаринов

Д-821

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД  
РАСЧЕТА ДИАГРАММ ФЕЙНМАНА

12.65/4 чр

Расчет фейнмановских диаграмм часто оказывается очень громоздким и приводит к необозримым выражениям. Из них трудно увидеть искомые зависимости без перехода к предельным частным случаям или, в общем случае, без дальнейшего численного расчета. Естественна поэтому мысль начать численный расчет прямо с фейнмановских диаграмм.

Дифференциальные и полные сечения выражаются интегралом от квадрата модуля амплитуды. Численно эти интегралы можно брать разными способами, но удобно, особенно в случае большого числа частиц в конечном состоянии, использовать "метод случайных звезд"<sup>/1/</sup>. По этому методу индексы состояния разыгрываются случайно и производится усреднение весов состояний  $\Phi(\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n; s_1, \dots, s_m)$ , где  $\vec{p}_k$  - импульсы,  $s_k$  - спиновые индексы начальных и конечных состояний

$$\sigma = \sum_{s_1 \dots s_m} \int |M|^2 \delta(p_1 + \dots + p_n - P) dp_1^3 \dots dp_n^3 \approx \frac{1}{N} \sum_1^N \Phi(\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n, s_1, \dots, s_m) \quad /1/$$

/ N - число розыгрышей совокупностей индексов./

Веса состояний имеют вид

$$\Phi = |M|^2 K(\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n; s_1, \dots, s_m), \quad /2/$$

где фактор K не зависит от M, а зависит лишь от способа выбора случайных переменных /проекции спинов и импульсов/. В<sup>/1/</sup> показано, как при независимом выборе случайных индексов из единичного куба обеспечить выполнение законов сохранения в /1/.

Дифференциальные сечения в этом методе изображаются гистограммами. Построение их осуществляется усреднением весов, рассортированных по интервалам значений соответствующей переменной.

Этот метод непосредственно применим к расчету бесконтурных диаграмм, а также диаграмм, в которых интегрирование по внутренним линиям выполнено заранее /аналитически или численно<sup>/x/</sup>. В этом случае матричный элемент M, записанный прямо по диаграммам, есть сумма произве-

---

<sup>x/</sup> Например, для собственно-энергетических и вершинных частей можно использовать известные готовые выражения.

дений матриц на столбцы и строки /волновые функции начальных и конечных состояний/. Случайное задание состояний определяет элементы этих матриц численно. Теперь все операции над матрицами для вычисления комплексного числа  $M$  можно провести на машине для всех значений немых спиновых индексов. Суммирование по последним и вычисление квадрата модуля  $M$  также легко осуществляется на машине. Этим завершается вычисление веса для разыгранной совокупности  $\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n, s_1, \dots, s_m$ .  $N$  - кратное повторение этой процедуры позволяет вычислить сечение по "методу случайных звезд" /формула /1//.

Из изложенного ясны недостатки данного метода: для каждого набора параметров расчет повторяется заново; результат получается со статистическим разбросом; расчет гистограмм /дифференциальных сечений/ требует очень больших  $N$ ; расчет удлиняется при большом числе немых спиновых индексов.

Однако:

1/ метод не требует каких-либо выкладок с амплитудой после того, как она записана прямо по диаграммам и смысл символов "растолкован" машине; 2/ объем расчета пропорционален числу диаграмм, а не квадрату их числа, как при аналитическом методе шпурования. Поэтому численный метод может оказаться полезным при расчете процессов, которым соответствует несколько диаграмм /типа расчетов тормозного излучения, рождения пар, особенно в случае высоких спинов, расчетов множественного рождения по схеме Чу-Лоу/; 3/ расчет сечений для поляризованных частиц проще, чем для неполяризованных, так как уменьшается число суммирований по спиновым состояниям; 4/ учет форм-факторов в диаграммах не усложняет вычислений, так как, например, сведется к изменению вида матрицы, стоящей в вершине; 5/ расчет полного сечения может проводиться одновременно с расчетом нескольких дифференциальных сечений - одни и те же веса сортируются по значениям разных переменных; точно так же одновременно может идти расчет с несколькими форм-факторами; 6/ учет вторичных процессов / распад частиц/ может быть включен в общую схему расчета, давая нужные дифференциальные сечения без какого-либо увеличения времени счета.

В принципе метод применим и к случаю, когда имеются интегрирования по внутренним линиям, но неясно, к какому увеличению времени счета это приведет. Грубые оценки показывают, что в расчетах, уже с трудом проводимых аналитически, вычисление одного слагаемого в сумме /1/ потребует от электронной машины /типа "М-20"/ времени порядка 1-10 секунд. Следовательно, таким способом можно со сносной точностью получить точку на кривой энергетической зависимости сечения за время порядка 10 минут. Для уменьшения времени счета /ускорения сходимости суммы в /1/ к интегралу/ можно применить метод выравнивания величины слагаемых в /1/. Так, если представлять себе качественно распределение индексов состояний /например, из опыта/, то выборка случайных чисел в вероятнейшей области приведет к нивелированию состояний.

В настоящее время предлагаемая методика испытывается на конкретных задачах.

Авторы благодарны Л.Г. Заставенко и О.А. Хрусталеву за стимулирующие дискуссии.

#### Л и т е р а т у р а

1. Г.И. Копылов, ЖЭТФ, 35, 1426 /1958/; ЖЭТФ, 39, 1091 /1960/;  
Препринт ОИЯИ, Е-528, /1960/.