



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Лаборатория теоретической физики

Л.Д.Соловьев, Чэнь Цун Мо

Д-774

О ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОМ УЧЕТЕ
ПИОН-ПИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Дубна 1961 год

Л.Д. Соловьев, Чэнь Цун Мо

Д-774

О ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОМ УЧЕТЕ
ПИОН-ПИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Направлено в ЖЭТФ

1. "Бипион" и "трипион"

Хорошо известно, что метод дисперсионных соотношений становится наиболее эффективным, если дисперсионные интегралы содержат резонансные амплитуды. В этом случае, пренебрегая нерезонансными амплитудами и зная параметры резонансов, мы легко можем выразить через эти параметры амплитуды многих физических процессов.

В данной работе мы будем предполагать существование двухпионного резонанса в P -состоянии с изотопическим спином 1 и трехпионного резонанса в P -состоянии с изотопическим спином 0.

О существовании двухпионного резонанса имеются прямые экспериментальные данные ^{1/}. Существование трехпионного резонанса ^{2/} представляется весьма проблематичным. В его пользу говорят лишь данные об изотопически-скалярных форм-факторах нуклонов, о форм-факторе π^0 -мезона ^{3,4/} и то соображение, что он мог бы явиться прямым следствием двухпионного резонанса.

Поэтому сделанные в дальнейшем оценки для процессов, связанных с трехпионным обменом, менее надежны, чем для процессов, где трехпионный обмен запрещен.

Все дальнейшее изложение можно было бы провести на языке дисперсионных соотношений. Мы, однако, воспользуемся языком диаграмм Фейнмана. Для этого достаточно ввести в рассмотрение поле $B_a^n(x)$ "частицы" с пространственным и изотопическим спином 1 и "массой" m_B (мы будем называть эту "частицу" бипионом) и поле $T^n(x)$ "частицы" с пространственным спином 1, изотопическим спином 0 и "массой" m_T (которую будем называть трипионом). (Обе "частицы" могут иметь лишь формальный смысл). При этом для учета вклада $\pi\pi$ -взаимодействия в различные процессы при низких энергиях нужно рассмотреть простейшие диаграммы, соответствующие обмену виртуальным бипионом или трипионом. Соответствующие "лагранжианы" имеют вид ^{x)}:

x) Единицы рациональные $\hbar = c =$ (масса пиона) = 1 $ab = a^0 b^0 - \vec{a} \vec{b}$

$$\{y^n, y^m\} = 2g^{mn} \quad -g^{00} = g^{11} = g^{22} = g^{33} = -1.$$

	Бипион	Трипион
Фотон	$\Lambda_1 : A_n(x) B_2^n(x) :$	$\eta_1 : A_n(x) T^n(x) :$
пион-пион	$\Lambda_2 \epsilon_{\alpha\beta\gamma} : \phi_\alpha(x) \frac{\partial \phi_\beta(x)}{\partial x^\alpha} B_\gamma^n(x) :$	0
фотон-пион	$\Lambda_3 \epsilon_{lmns} : \frac{\partial A^\ell(x)}{\partial x_m} \frac{\partial B_\alpha^n(x)}{\partial x_s} \phi_\alpha(x) :$	$\eta_3 \epsilon_{lmns} : \frac{\partial A^\ell(x)}{\partial x_m} \frac{\partial T^n(x)}{\partial x_s} \phi_\alpha(x) :$
нуклон-нуклон	$E : \bar{\psi}(x) \gamma_n r_\alpha \psi(x) B_\alpha^n(x) : +$ $+ M : \bar{\psi}(x) \frac{i}{2} [\gamma_\ell \gamma_n] r_\alpha \psi(x) \frac{\partial B_\alpha^n(x)}{\partial x_\ell} :$	$E_1 : \bar{\psi}(x) \gamma_n \psi(x) T^n(x) : +$ $+ M_1 : \bar{\psi}(x) \frac{i}{2} [\gamma_\ell \gamma_n] \psi(x) \frac{\partial T^n(x)}{\partial x_\ell} :$

Заметим, что если бипиону и трипиону придавать смысл частиц, то все входящие сюда константы должны иметь физический смысл и быть вещественными. Можно принять и другую точку зрения: бипион и трипион — не частицы; написанные выражения нужны лишь для конструирования взаимодействий реальных частиц; в этом случае вещественными должны быть произведения этих констант.

Рассматриваемая модель содержит большое число параметров, однако она позволяет легко связать большое число физических процессов. Например, мы можем связать следующие процессы:

- 1) взаимодействие нуклонов с электромагнитным полем (форм-факторы нуклонов) (рис. 1);
- 2) пион-нуклонное рассеяние (вклад от пион-пионного взаимодействия в Р-состоянии) (рис. 2);
- 3) рассеяние пионов на пионах (рис. 3);
- 4) взаимодействие пионов с электромагнитным полем (форм-факторы заряженных пионов), (рис. 4, где фотон может быть виртуальным);

- 5) распад π^0 -мезона на два фотона и на фотон, электрон и позитрон (форм-фактор π^0 -мезона), (рис. 5, где один из фотонов или оба могут быть виртуальными);
- 6) фоторождение пионов на пионах (рис. 4);
- 7) фоторождение пионов на нуклонах (вклад от пион-пионного взаимодействия), (рис. 7);
- 8) нуклон-нуклонное рассеяние (одно-, двух- и трехпионный обмен), (рис. 8);
- 9) рождение пионов при пион-нуклонном рассеянии (πN - взаимодействие в конечном состоянии), (рис. 9);
- 10) рождение пионов при нуклон-нуклонном рассеянии (двухпионный обмен), (рис. 10).

Кроме того, можно аналогичным образом рассмотреть комптон-эффект на пионах и нуклонах, аномальный магнитный момент дейтрона, рождение пионов при электрон-электронном рассеянии и т.д.

Рассматриваемая здесь модель в той или иной степени использовалась в работах ряда авторов^{/5/}. Ниже мы рассмотрим некоторые из перечисленных выше процессов.

2. Форм-факторы нуклона

Точное экспериментальное определение форм-факторов нуклона позволило бы проверить рассматриваемую модель (что особенно важно для трипиона) и определить большое число параметров, которые, как показано в дальнейшем, определяют целый ряд других процессов.

Форм-факторы нуклона $F_{1,2}^{s,v}$ определяются равенствами:

$$\langle p_2 | j^n(0) | p_1 \rangle = \bar{u}(p_2) \left\{ F_0 \gamma^n + F_\mu \frac{1}{2} [\gamma(p_2 - p_1), \gamma^n] \right\} u(p_1), \quad (1)$$

где

$$j^n(x) = i \frac{\delta S}{\delta \Lambda_n(x)} S^+ \quad (2)$$

- оператор электромагнитного тока, P_1 и P_2 - импульсы нуклона до и после рассеяния,

$$F_0^{\Lambda} = \frac{e}{2} (\Gamma_1^S + r_3 \Gamma_1^V) \quad (3)$$

$$F_{\mu}^{\Lambda} = \mu_S F_2^S + r_3 \mu_V F_2^V \quad (4)$$

$$\mu_S = \frac{\mu_p + \mu_n}{2} = 0,06 \frac{e}{2m} \quad \mu_V = \frac{\mu_p - \mu_n}{2} = 1,95 \frac{e}{2m} \quad (5)$$

Бипионная диаграмма дает вклад лишь в $F_{1,2}^V$, трипионная - в $F_{1,2}^S$. Учитывая эти диаграммы (рис. 1), аппроксимируя вклады от других диаграмм константами и определяя эти константы из условий нормировки, получаем (k^2 - фотонная "масса"):

$$F_{1,2}^V(k^2) = 1 + \frac{a_{1,2}^V k^2}{m_B^2 - k^2} \quad (6)$$

$$F_{1,2}^S(k^2) = 1 + \frac{a_{1,2}^S k^2}{m_T^2 - k^2} \quad (7)$$

$$a_1^V = -\frac{2\Lambda_1 E_1}{e m_B^2}, \quad a_2^V = -\frac{\Lambda_1 M_1}{\mu_V m_B^2}; \quad a_1^S = -\frac{2\eta_1 E_1}{e m_T^2}; \quad a_2^S = -\frac{\eta_1 M_1}{\mu_S m_T^2} \quad (8)$$

В недавних экспериментах Хофштадтера и сотрудников^{/8/} для форм-факторов получена как раз зависимость вида (6), (7) с параметрами:

$$a_{1,2}^V = 1,2; \quad a_1^S = 0,56; \quad a_2^S = -3; \quad m_B^2 = 10; \quad m_T^2 = 4,69. \quad (9)$$

Необходимо отметить, что эти данные - предварительные, в них возможны большие ошибки, особенно в F_2^S . Если, например, допустить, что в значениях форм-факторов протона и нейтрона возможна 10% ошибка, то m_B^2 может меняться с 3 до 18 и m_T^2 - с 2 до 10.

Значение $m_T^2 = 4,69$ могло бы означать либо существование связанного состояния, либо то обстоятельство, что (при отсутствии связанных состояний и резонансов в трипионной системе) дисперсионный интеграл для F_1^S хорошо аппроксимируется однополюсным членом. Таким образом, уточнение данных о $F_{1,2}^S$ весьма важно для проверки трипионной модели.

В дальнейшем для предварительных оценок, а также в методических целях мы воспользуемся следующими значениями параметров:

$$a_{1,2}^V = 1,2, \quad m_B^2 = 22,4, \quad (10)$$

что согласуется с экспериментальными данными по упругому^{/7/} и неупругому^{/1/} пион-нуклонному рассеянию. Чтобы обеспечить приблизительное равенство нулю электрического радиуса нейтрона, должно быть

$$a_1^V/m_B^2 \approx a_1^S/m_T^2. \quad (11)$$

Таким образом, параметры a_1^S и m_T^2 связаны условиями (10), (11). Рассмотрим две возможности: а) для a_1^S выберем значение (9), при этом из (10), (11) получаем значение m_T^2 :

$$a_1^S = 0,56, \quad m_T^2 = 10,5, \quad (12a)$$

что соответствует трипионному резонансу; б) из (9) выберем значение для m_T^2 , тогда определяется a_1^S :

$$m_T^2 = 4,69, \quad a_1^S = 0,25. \quad (12b)$$

Эти параметры соответствовали бы трипионному связанному состоянию.

Наконец, в соответствии с (9) положим

$$a_2^S = -3. \quad (13)$$

В настоящее время можно лишь сказать, что эти значения параметров не противостоят экспериментальным данным по нуклонным форм-факторам. Однако уточнение этих данных может привести к изменениям выбранных значений параметров; в первую очередь это относится к параметрам (12), (13).

В соответствии с (8), (10) - (13)

$$\Lambda_I E = -1,2 m_B^2 e/2; \quad \Lambda_I M = -1,2 m_B^2 \mu_s; \quad m_B^2 = 22,4 \quad (14)$$

$$\eta_I E_I = -0,55 m_T^2 e/2; \quad \eta_I M_I = 3 m_T^2 \mu_s; \quad m_T^2 = 10,5 \quad (15a)$$

или

$$\eta_I E_I = -0,25 m_T^2 e/2; \quad \eta_I M_I = 3 m_T^2 \mu_s; \quad m_T^2 = 4,69. \quad (15b)$$

3. Пион-нуклонное рассеяние

Упругое пион-нуклонное рассеяние с учетом двухпионного резонанса рассмотрено в работе Баукока, Коттинггама и Лурье^{/7/} на языке дисперсионных соотношений. Мы покажем, что тот же результат получается и в рассматриваемой здесь модели и свяжем параметры этой модели с параметрами работы^{/7/}. Матричный элемент πN рассеяния имеет вид^{/7,8/}

$$\langle p_2, q_2, a_2 | S - 1 | p_1, q_1, a_1 \rangle = i (2\pi)^4 \delta(p_2 + q_2 - p_1 - q_1) (4 q_2 q_1^0)^{-1/2} \bar{u}(p_2) T u(p_1) \quad (16)$$

$$T = \delta_{a_2 a_1} T^{(+)} + \frac{1}{2} [r_{a_2}, r_{a_1}] T^{(-)}$$

$$T^{(\pm)} = A^{(\pm)} + \frac{1}{2} \gamma (q_1 + q_2) B^{(\pm)}$$

Диаграмма с бипионом (рис. 2) дает следующий вклад (в обозначениях^{/7/}):

$$A^{(-)} = \frac{\Lambda_2 M (s - \bar{s})}{m_B^2 - t}, \quad B^{(-)} = - \frac{2\Lambda_2 (E + 2mM)}{m_B^2 - t}. \quad (17)$$

Нетрудно убедиться, что в работе /7/ получены те же выражения, причем

$$m_B^2 = t, \quad \Lambda_2 E = 6\pi C_1, \quad \Lambda_2 M = 6\pi C_2, \quad (18)$$

где t, C_1, C_2 - параметры работы /7/.

Из сравнения с экспериментом в /7/ найдено, что

$$\begin{aligned} t &= 22,4 \\ C_1 &= -1,0 \\ C_2 &= -0,272. \end{aligned} \quad (19)$$

При этом авторы работы /7/ использовали также данные для форм-факторов $F_{1,2}^V$ с $a_{1,2}^V = 1,2$. Кроме параметров (19) они оценили ширину двухпионного резонанса (27)

$$\gamma = 0,376. \quad (20)$$

Этими значениями мы воспользуемся в дальнейшем.

4. Пион-пионное рассеяние

Рассматриваемая модель исходит из предположения о $\pi\pi$ -резонансе в P-состоянии. Применяя ее к $\pi\pi$ -рассеянию, мы можем связать константы модели с параметрами резонанса, а также в рамках этой модели оценить S-волны.

Матричный элемент пион-пионного рассеяния равен /9/

$$\langle q_2^i \rho_2^i, q_1^i \rho_1^i | S - 1 | q_2^j \rho_2^j, q_1^j \rho_1^j \rangle = -i(2\pi)^4 \delta(q_2^i + q_1^i - q_2^j - q_1^j) \times$$

$$\times (16 q_1^0 q_2^0 q_1^0 q_2^0)^{-1/2} [\delta_{\rho_1^i \rho_1^j} \delta_{\rho_2^i \rho_2^j} A(s, \bar{s}, t) + \delta_{\rho_1^i \rho_2^j} \delta_{\rho_2^i \rho_1^j} B(s, \bar{s}, t) + \delta_{\rho_1^i \rho_2^i} \delta_{\rho_1^j \rho_2^j} C(s, \bar{s}, t)] \quad (21)$$

$$+ \delta_{\rho_1^i \rho_2^i} \delta_{\rho_1^j \rho_2^j} C(s, \bar{s}, t)]$$

$$s = (q_1 + q_2)^2 = 4(1 + q^2); \quad \bar{s} = (q_1 - q_2)^2 = -2q^2(1 - \cos \theta)$$

$$t = (q_1 - q_2')^2 = -2q^2(1 + \cos \theta). \quad (22)$$

Учитывая бипионные диаграммы (рис. 3) и аппроксимируя вклад других диаграмм константами, получаем

$$\begin{aligned}
 A &= \Lambda^2 \left[\frac{s-t}{m_B^2 - \bar{s}} + \frac{s-\bar{s}}{m_B^2 - t} \right] + \Lambda \\
 B &= \Lambda^2 \left[\frac{\bar{s}-t}{m_B^2 - s} + \frac{\bar{s}-s}{m_B^2 - t} \right] + \Lambda \\
 C &= \Lambda^2 \left[\frac{t-\bar{s}}{m_B^2 - s} + \frac{t-s}{m_B^2 - \bar{s}} \right] + \Lambda
 \end{aligned} \tag{23}$$

(константы равны из кроссинг-симметрии), или для амплитуд переходов с определенным изотопическим спином

$$\begin{aligned}
 A^0 &= 3A + B + C = 2\Lambda^2 \left[\frac{s-t}{m_B^2 - \bar{s}} + \frac{s-\bar{s}}{m_B^2 - t} \right] + 5\Lambda \\
 A^I &= B - C = \Lambda^2 \left[2 \frac{\bar{s}-t}{m_B^2 - s} + \frac{\bar{s}-s}{m_B^2 - t} + \frac{s-t}{m_B^2 - \bar{s}} \right] \\
 A^2 &= B + C = \Lambda^2 \left[\frac{\bar{s}-s}{m_B^2 - t} + \frac{t-s}{m_B^2 - \bar{s}} \right] + 2\Lambda.
 \end{aligned} \tag{24}$$

Наконец, из условия унитарности вытекает следующая связь этих амплитуд с фазами рассеяния

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\cos \theta A^I(q^2, \cos \theta) P_l(\cos \theta) = -16\pi \frac{q^0}{q} e^{i\delta_l^I} \sin \delta_l^I. \tag{25}$$

Полученные выражения на языке дисперсионных соотношений соответствуют резонансному приближению в представлении Чини-Фубини /10/.

Параметр Λ^2 связан с шириной резонанса. В самом деле, из (24), (25) следует, что вблизи резонанса

$$e^{i\delta_1^f} \sin \delta_1^f / q^3 = - \frac{\Lambda_2^2}{3\pi m_B} \frac{1}{m_B^2 - s} . \quad (26)$$

Сравнивая это выражение с формулой Баукока, Коттингама и Лурье^{/7/}

$$e^{i\delta_1^f} \sin \delta_1^f / q^3 = \frac{\gamma}{m_B^2 - s - i\gamma q^3} , \quad (27)$$

получаем

$$\Lambda_2^2 = -3\pi\gamma m_B . \quad (28)$$

Мы видим, что если рассматривать бипион как реальную частицу, и считать Λ_2 вещественным, то невозможно получить резонанс в P-состоянии, в котором фаза проходит через $+90^\circ$.

При параметрах работы^{/7/}

$$\Lambda_2^2 = -16,8 . \quad (29)$$

При этом длины рассеяния

$$a_0^0 = 5\lambda - \Lambda_2^2 / \pi m_B^2 \quad (\lambda = -\Lambda / 16\pi)$$

$$a_2^0 = 2\lambda + \Lambda_2^2 / 2\pi m_B^2 \quad (30)$$

$$a_1^1 = - \frac{\Lambda_2^2}{12\pi} \frac{3 m_B^4 - 16}{m_B^4 (m_B^2 - 4)}$$

равны

$$a_0^0 = 5\lambda + 0,24, \quad a_2^0 = 2\lambda - 0,12, \quad a_1^1 = -0,072 . \quad (31)$$

5. Форм-факторы заряженных пионов

Используя полученные выше значения параметров, мы можем вычислить электромагнитные форм-факторы пионов.

Электромагнитный форм-фактор пиона определяется равенством

$$\langle q_2 | j^n(0) | q_1 \rangle = \frac{q_1^n + q_2^n}{\sqrt{4q_1^0 q_2^0}} F((q_2 - q_1)^2), \quad (32)$$

где j^n - оператор электромагнитного тока (2), q_1 и q_2 - 4-импульсы пиона до и после рассеяния. Диаграмма с бипионом (черт.4) дает следующий вклад в $F(k^2)$ для π^+ -мезона:

$$\frac{\Lambda_1 \Lambda_2}{m_B^2 - k^2}. \quad (33)$$

Предполагая, что другие диаграммы дают вклады, слабо зависящие от k^2 при малых k^2 , аппроксимируя их константой и определяя эту константу из условия $F(0) = \frac{1}{2} e$, получаем следующее выражение для форм-фактора заряженного пиона

$$F(k^2) = \frac{1}{2} e \left(1 - \frac{\Lambda_1 \Lambda_2}{e m_B^2} \frac{k^2}{m_B^2 - k^2} \right). \quad (34)$$

В частности, квадрат средне-квадратичного радиуса пиона равен

$$\langle r^{(2)} \rangle^2 = - \frac{6 \Lambda_1 \Lambda_2}{e m_B^4}. \quad (35)$$

Если воспользоваться вышеприведенными значениями констант (29), (14), (18), (19), то мы получим

$$\Lambda_1 \Lambda_2 = \Lambda_2^2 \frac{\Lambda_1 E}{\Lambda_2 E} = -12 e. \quad (36)$$

Для радиуса пиона это дает

$$\langle r^{(2)} \rangle = 0,38 \quad (0,53 f). \quad (37)$$

6. Распад нейтрального пиона

Структура π^0 -мезона проявляется в его распаде. Матричный элемент распада π^0 -мезона с 4-импульсом q на 2 фотона с 4-импульсами k_1 , k_2 и векторами поляризации ϵ_1 , ϵ_2 имеет вид

$$\langle k_1 k_2 | S | q \rangle = \frac{i(2\pi)^4 \delta(q - k_1 - k_2)}{\sqrt{8q^0 k_1^0 k_2^0}} \mathcal{E}_{\ell m n s} \epsilon_2^\ell \epsilon_1^m k_2^n k_1^s F(0). \quad (38)$$

Время жизни покоящегося π^0 -мезона равно

$$\tau = \frac{64\pi}{|F(0)|^2}. \quad (39)$$

Через F здесь обозначен форм-фактор распада π^0 -мезона, который в общем случае определяет процесс распада π^0 мезона на фотон и электрон-позитронную пару:

$$\begin{aligned} \langle p_2 p_1 k | S | q \rangle &= \frac{i(2\pi)^4 \delta(q - k - p_1 - p_2)}{\sqrt{4q^0 k^0}} \times \\ &\times \mathcal{E}_{\ell m n s} \frac{e \bar{u}(p_2) \gamma^\ell v(p_1)}{(p_2 + p_1)^2} \epsilon_q^m k^n F((p_2 + p_1)^2). \end{aligned} \quad (40)$$

Учитывая бипионное и трипионное промежуточные состояния (черт. 5), получаем следующее выражение для форм-фактора π^0 -мезона:

$$F(k^2) = \Lambda_1 \Lambda_3 \left(\frac{1}{m_B^2 - k^2} + \frac{1}{m_B^2} \right) + \eta_1 \eta_3 \left(\frac{1}{m_T^2 - k^2} + \frac{1}{m_T^2} \right), \quad (41)$$

откуда

$$F(0) = \frac{2\Lambda_1 \Lambda_3}{m_B^2} + \frac{2\eta_1 \eta_3}{m_T^2} \quad (42)$$

$$F(k^2) = F(0) \left[1 + \frac{k^2}{F(0)} \left(\frac{\Lambda_1 \Lambda_3 / m_B^2}{m_B^2 - k^2} + \frac{\eta_1 \eta_3 / m_T^2}{m_T^2 - k^2} \right) \right]. \quad (43)$$

При малых k^2 $F(k^2) = F(0) (1 + \alpha k^2)$. Величины $F(0)$ и α экспериментально измеримы $^{1/3}$, поэтому, если известны "массы" бипиона и трипиона, то можно определить константы $\Lambda_1 \Lambda_3$ и $\eta_1 \eta_3$:

$$\Lambda_1 \Lambda_3 = \frac{m_B^4 (\frac{1}{2} - a m_T^2) F(0)}{m_B^2 - m_T^2} \quad (44)$$

$$\eta_1 \eta_3 = \frac{m_T^4 (\frac{1}{2} - a m_B^2) F(0)}{m_T^2 - m_B^2}.$$

В настоящее время параметр a и время жизни π^0 -мезона τ известны лишь с большими ошибками:

$$\tau = (2,3 \pm 0,8) \cdot 10^{-16} \text{ сек} \quad (11/ \text{ х}), \quad a = -0,24 \pm 0,16 \quad (3/).$$

Если положить $\tau = 2 \cdot 10^{-16}$ сек, $a = -0,2$, то из (14), (15), (39) и (44) получаем:

$$\Lambda_1 \Lambda_3 = 0,24 \quad \eta_1 \eta_3 = -0,10 \quad (45a)$$

или

$$\Lambda_1 \Lambda_3 = 0,088; \quad \eta_1 \eta_3 = -0,013 \quad (45b)$$

(с точностью до общего фазового множителя). При этой оценке мы учитывали лишь бипионную и трипионную диаграммы. Если учесть вклад от других диаграмм (в виде константы), то мы получили бы формулу (43) и одно соотношение для двух констант

$$\frac{\Lambda_1 \Lambda_3}{m_B^2} + \frac{\eta_1 \eta_3}{m_T^2} = a F(0). \quad (46)$$

Однако, нетрудно убедиться, что диаграммы с бипионом (изотопический спин $T=1$) и трипионом ($T=0$) охватывают все диаграммы с двумя и тремя пионами в промежуточном состоянии (в самом деле, фотон-трипионный узел должен быть изотопическим скаляром). Поэтому неучтенные диаграммы содержат 4 или больше промежуточных пионов, и разумно допустить, что их вкладом можно пренебречь.

Заметим, что если учесть лишь двухпионную диаграмму, то для a невозможно получить наблюдаемое на опыте ^{3/} отрицательное значение.

х) Предварительные данные.

7. Фоторождение пионов на пионах

Воспользовавшись результатами п.6 можно оценить параметр, определяющий фоторождение пионов на пионах.

Матричный элемент фоторождения пионов на пионах, соответствующий диаграмме рис. 6, равен (трипионная диаграмма не дает вклада):

$$\begin{aligned} & \langle q_3 \rho_3, q_2 \rho_2 | S | k\lambda, q_1 \rho_1 \rangle = \\ & = \frac{(2\pi)^4 \delta(k + q_1 - q_2 - q_3)}{2\sqrt{k^0 q_1^0 q_2^0 q_3^0}} \xi_{\rho_1 \rho_2 \rho_3} \xi_{\ell m n} \epsilon_{\lambda}^{\ell} q_1^m q_2^n q_3^o \\ & \Lambda_2 \Lambda_3 \left\{ \frac{1}{m_B^2 - (k + q_1)^2} + \frac{1}{m_B^2 - (k - q_2)^2} - \frac{1}{m_B^2 - (k - q_3)^2} \right\}. \end{aligned} \quad (47)$$

Если воспользоваться значениями параметров (45а), (45б), (18), (19) и (14), то с точностью до фазового множителя

$$\Lambda_2 \Lambda_3 = \frac{\Lambda_1 \Lambda_2 \Lambda_3 E}{\Lambda_1} \approx 37 e \quad \text{или} \quad 13,5 e. \quad (48)$$

8. Неупругое рассеяние пионов на нуклонах

Все полученные выше формулы, хотя и написаны в терминах модели, по существу являются следствием резонансного приближения в дисперсионных соотношениях. Однако, рассматриваемую модель можно попытаться применить и к более сложным процессам.

Рассмотрим, например, неупругое рассеяние пионов на нуклонах

$$\pi + N \rightarrow \pi + \pi + N.$$

Показано, что однопионная диаграмма (рис. 9) дает значительный и характерный вклад в сечение этого процесса ^{/12/}. Эта выделенная роль однопионной диаграммы объясняется близостью к полюсу по переданному нуклонному импульсу

и резонансным характером пион-пионного сечения. Однако, ясно, что однопионная диаграмма является лишь самым первым приближением^{/1/}. Она не учитывает резонансного пион-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии.

Простейшей диаграммой, учитывающей такое взаимодействие, является диаграмма, в которой пион и нуклон обмениваются двумя пионами (черт.9). Для того, чтобы пион и нуклон в конечном состоянии имели изотопический спин 3/2, эти пионы должны иметь изотопический спин 1 или 2. Поскольку состояние с изотопическим спином 1 - резонансное, то можно допустить, что достаточно учесть лишь его. Это легко сделать в бипионном приближении. В самом деле, по трансформационным свойствам и "взаимодействию" с пионом и нуклоном бипион не отличается от фотона (точнее, от его "изотопически-векторной части"). Поэтому нижний блок бипионной диаграммы рис. 9 совпадает с амплитудой виртуального фоторождения, если в последней сделать замену:

$$\frac{e}{2} \tau_3 \rightarrow E \tau_a, \quad \mu_V \tau_3 \rightarrow M \tau_a. \quad (49)$$

Матричный элемент неупругого πN -рассеяния, соответствующий бипионной диаграмме рис. 9, равен

$$\langle q_2 a_2; qa; p_2 | S | q_1 a_1; p_1 \rangle = M_2(q_2 a_2; qa) + M_2(qa; q_2 a_2) \quad (50)$$

$$M_2(q_2 a_2; qa) = (2\pi)^4 \delta(p_2 + q - p - k) \frac{\Lambda_2}{\sqrt{3q_1^0 q_2^0 q_1^0 q_2^0}} \frac{q_1^n + q_2^n}{m_B^2 - k^2} \mathcal{E}_{a_1 a_2 \gamma} T_n^{(\gamma)}(qa), \quad (51)$$

где

$$k = q_1 - q_2, \quad (52)$$

а $T_n^{(\gamma)}(qa)$ - изотопически-векторная часть амплитуды виртуального фоторождения^{/13, 14/} с заменой (49). Если учесть в ней лишь магнитно-дипольный переход в резонансное(33) состояние, то в системе координат, где $\vec{p}_2 + \vec{q} = 0$,

$$\vec{T}^{(\gamma)}(qa) = (\delta_{a\gamma} - 1/3 \tau_a \tau_\gamma) \{ i(\vec{\sigma} \vec{k}) \vec{q} - i(\vec{k} \vec{q}) \vec{\sigma} - 2[\vec{q} \vec{k}] \}, \quad (48)$$

$$\frac{4\pi(2M + \frac{E}{m})}{2f} \frac{w}{m} e^{i\delta_{33}} \frac{\sin \delta_{11}}{q^3} .$$

Здесь $w = p_2^0 + q^0$ - полная энергия в рассматриваемой системе, m - масса нуклона, f - псевдовекторная константа связи ($f^2/4\pi \approx 0,08$). Это выражение справедливо с точностью до членов порядка $(\frac{w-m}{m})^2$.

Рассмотрим далее реакцию

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + n .$$

В этом случае в (50) второе слагаемое не дает вклада. Бипионный матричный элемент $M_2(q_2, \pi^-, q, \pi^+)$ получается из (46), (48) заменой

$$\xi_{\alpha_1 \alpha_2 \gamma} (\delta_{\alpha\gamma} - 1/3 r_\alpha r_\gamma) \rightarrow -i\sqrt{2}/3 \quad (54)$$

и дает следующий вклад в сечение процесса $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + n$:

$$\frac{\partial^2 \sigma_2}{\partial w^2 \partial (-k^2)} = \frac{\pi^2}{(2\pi)^3 q_{1L}^2} \frac{4 q_1^2 q_2^2 \sin^2 \theta_{12}}{(m^2 - k^2)^2} \frac{1}{9} \frac{q^3}{w} x \quad (55)$$

$$x = \left| \frac{4\pi(2\Lambda_2 M + \Lambda_2 E/m)}{2f} \frac{w}{m} \frac{\sin \delta_{33}}{q^3} \right|^2 .$$

Здесь q_{1L} - импульс падающего пиона в лабораторной системе координат, $k^2 = (q_1 - q_2)^2$ - квадрат 4 импульса, переданного π^- -мезоном; $w^2 = (p_2 + q)^2$ квадрат полной энергии π^+ -мезона и нейтрона в системе их центра масс; остальные величины относятся к этой системе координат: q - импульс π^+ -мезона, q_1 и q_2 - импульсы π^- -мезона до и после реакции, θ_{12} - угол между ними;

$$4q_1^2 q_2^2 \sin^2 \theta_{12} = \frac{1}{w^2} \{ -k^4 W^2 - k^2 [(W^2 - 1)^2 - (W^2 + 1)(m^2 + w^2) +$$

$$+ m^2 w^2] - (w^2 - m^2)^2 \} ,$$

где W - полная энергия рассматриваемого процесса в системе центра масс:
 $W^2 = (p_1 + q_1)^2$.

На черт. 11 построен вклад бипионной диаграммы в полное сечение

$$\sigma_2(T) = \int_{(m+1)^2}^{(W-1)^2} dw^2 \int_{y_1}^{y_2} dy \frac{\partial^2 \sigma_2}{\partial w^2 \partial y} \quad (57)$$

$$y_{2,1} = 2(w_1 w_2 - 1 \pm \sqrt{(w_1^2 - 1)(w_2^2 - 1)}) \quad (58)$$

$$w_1 = \frac{W^2 - m^2 + 1}{2W}, \quad w_2 = \frac{W^2 - w^2 + 1}{2W}$$

T - лабораторная кинетическая энергия падающего пиона. При этом для констант $\Lambda_2 M$, $\Lambda_2 E$ использованы значения (18), (19). Там же построен вклад в полное сечение σ_1 от однопионной диаграммы рис. 9, где учтено взаимодействие пионов лишь в резонансном P -состоянии (22) с параметрами работы ^{17/}.

Мы видим, что при энергиях $T \leq 600$ Мэв вклад как P волны $\pi\pi$ взаимодействия от однопионной диаграммы рис. 9, так и вклад резонансного πN - взаимодействия в конечном состоянии (бипионная диаграмма рис. 9) - малы. Достаточно сказать, что при $T = 427$ Мэв экспериментальное сечение равно 3,5 мб.

Поэтому при указанных энергиях основной вклад в сечение должны давать S -фазы. (Заметим, что трипионная диаграмма рис. 9 не дает вклада в рассматриваемый процесс).

При $T > 600$ Мэв оба резонансных вклада возрастают. При этом вклад $\pi\pi$ - резонанса не превосходит 3,3 мб, что говорит о важности взаимодействий в других состояниях. (Экспериментальное сечение при 1 Бэв равно ~ 10 мб). Бипионный вклад возрастает сильнее (при 1 Бэв он составляет 3,9 мб) и при больших энергиях стремится к бесконечности, что связано, разумеется, с использованием модели, в которой имеется векторная связь. Поскольку невозможно строго указать, до каких энергий применима рассматриваемая модель к неупругим процессам,

то мы не можем сделать каких-либо убедительных количественных выводов о роли бипионной диаграммы при больших энергиях. Разумеется, здесь остается возможность ввести параметр обрезания и попытаться с его помощью удовлетворить экспериментальным данным.

9. Заключительные замечания

Было показано, как с помощью модели с бипионом и трипионом (которая эквивалентна резонансному приближению в дисперсионных соотношениях) связать между собой большую совокупность пион-нуклонных экспериментов при низких энергиях.

Аналогичным образом можно рассмотреть фоторождение пионов на нуклонах рис. 7. Бипионный вклад (в изотопически-скалярную часть амплитуды фоторождения) при этом определяется параметрами

$$\Lambda_3 E = \frac{\Lambda_2 \Lambda_3 \Lambda_2 E}{\Lambda_2^2}, \quad \Lambda_3 M = \frac{\Lambda_2 \Lambda_3 \Lambda_2 M}{\Lambda_2^2}, \quad (59)$$

которые можно оценить по (18), (19), (29), (48)

$$\Lambda_3 M = \frac{\mu^v}{e/2} \Lambda_3 E, \quad |\Lambda_3 E| = 22,4e \text{ или } 9,3e. \quad (60)$$

Для параметров, определяющих трипионный вклад (в изотопически-векторную часть амплитуды), можно определить лишь отношение

$$\frac{\eta_3 M_1}{\eta_3 E_1} = \frac{\eta_1 M_1}{\eta_1 E_1} = -5,35 \frac{\mu^a}{e/2} \quad \text{или} \quad -12 \frac{\mu^a}{e/2} \quad (61)$$

(численная оценка следует из (15а), (15б)).

Бипионный вклад в нуклон-нуклонное рассеяние (рис. 8) определяется параметрами

$$E^2 = (\Lambda_2 E)^2 / \Lambda_2^2, \quad EM = \Lambda_2 E \Lambda_2 M / \Lambda_2^2, \quad M^2 = (\Lambda_2 M)^2 / \Lambda_2^2, \quad (62)$$

которые по (14), (18), (19), (29) равны

$$M^2 = \left(\frac{\mu^V}{e/2}\right)^2 E^2, \quad EM = \frac{\mu^V}{e/2} E^2, \quad E^2 = -21,2. \quad (63)$$

Аналогично для параметров, определяющих трипионный вклад (рис. 8), из (15) имеем

$$M_I^2 = \left(\frac{\mu^S}{e/2}\right)^2 E_I^2, \quad E_I M_I = \frac{\mu^S}{e/2} E_I^2 \quad (59)$$

E_I^2 - свободный параметр.

Неупругое рассеяние нуклонов на нуклонах (рис. 10) может быть рассмотрено совершенно аналогично тому, как это сделано в п.7 для пион-нуклонного рассеяния. Бипионный вклад в этот процесс определяется параметрами (62), (63). Трипионным же вкладом можно пренебречь, так как он не ведет к (33) резонансу. Рассмотрение описанной выше модели тем более полезно, чем точнее экспериментальные данные. Весьма желательно уточнение экспериментальных данных по изотопически-скалярным форм-факторам нуклонов, по нерезонансным πN -фазам, по неупругому πN -рассеянию и $\pi\pi$ -взаимодействию, а также по фоторождению и распаду π^0 -мезона.

Авторы искренне благодарны Л.Л.Неменову и В.А.Мещерякову за полезные обсуждения и Б.Ф.Феоктистову и Шень Чун Хуа за проведение численных расчетов.

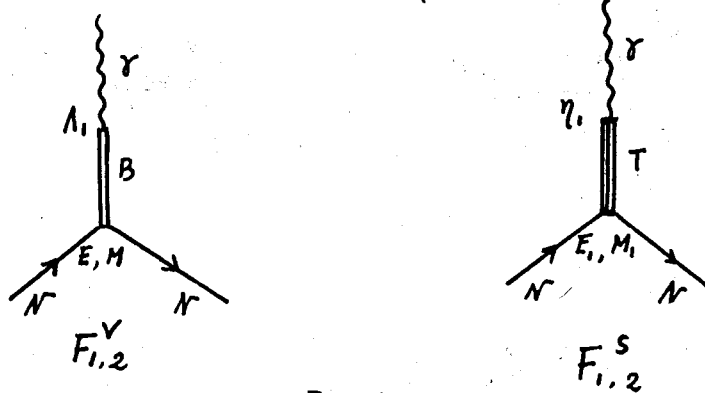


Рис. 1.

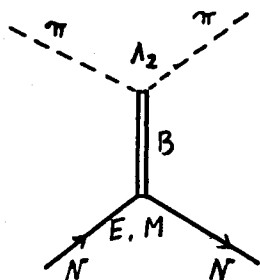


Рис. 2.

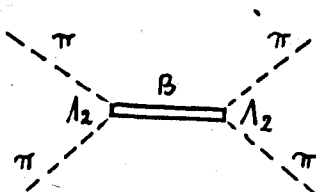


Рис. 3.

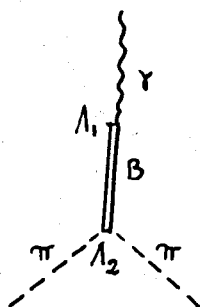


Рис. 4.

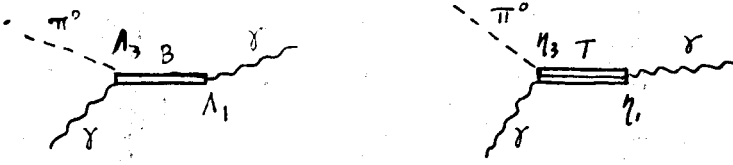


Рис. 5.

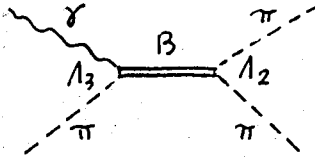


Рис. 6.

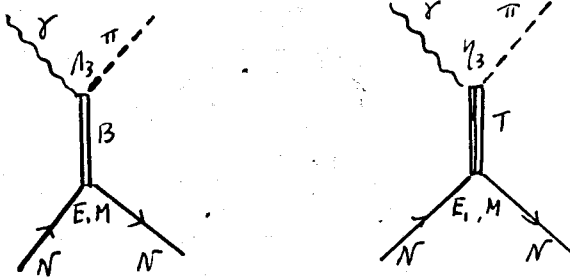


Рис. 7.

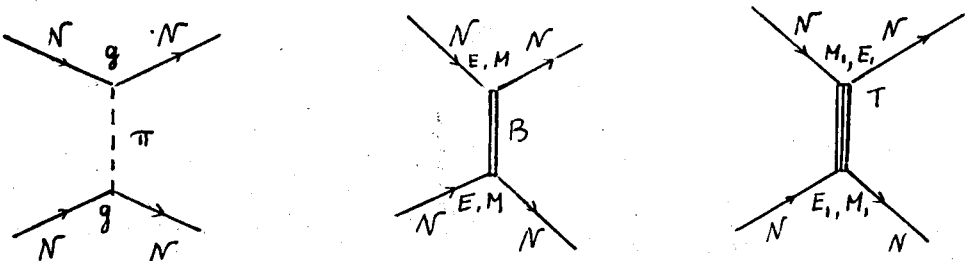


Рис. 8.

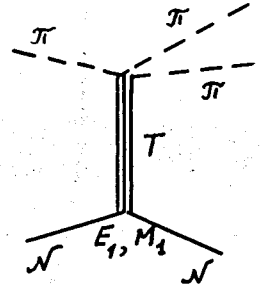
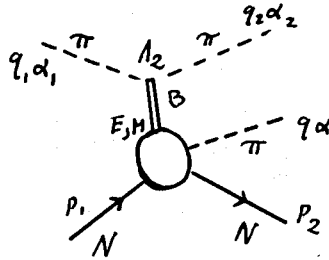
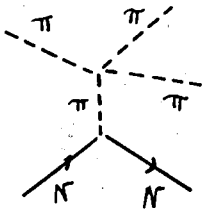


Рис. 9.

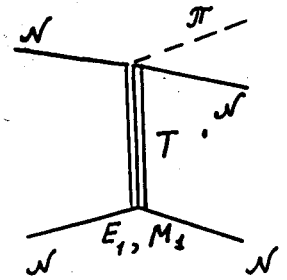
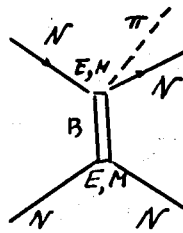
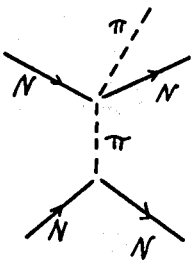


Рис. 10.

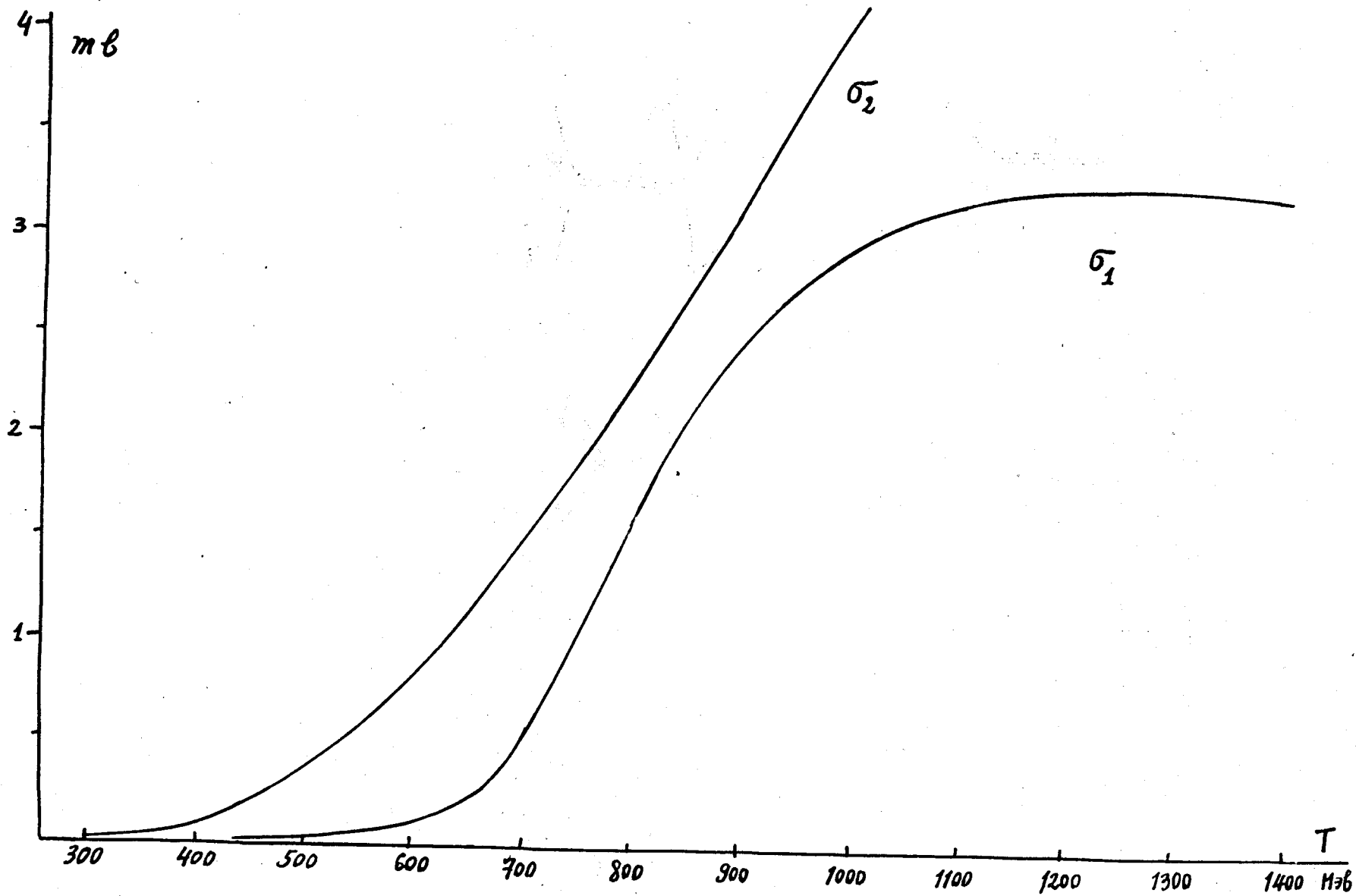


Рис. 11.

Л и т е р а т у р а

1. E.Pickup, F.Ayer, E.O.Salant. Phys.Rev.Lett. 5, 161 (1960).
 J.G.Rushbrooke and D.Radojicic. Phys.Rev.Lett. 5, 567 (1960).
 I.Derado. Nuovo Cim. 15, 853 (1960).
 F.Bonsignori, V.Bortolani, A.Stanghellini. Nuovo Cim. 18, 1237 (1960).
 J.A.Anderson, V.X.Bang, P.G.Burke, D.D.Carmony, N.Schmitz. Phys.Rev.Lett. 6, 365 (1961).
 A.A.Erwin, R.March, W.D.Walker, E.West. Препринт.
2. Y.Nambu. Phys.Rev. 106, 1366 (1957).
 G.F.Chew. Phys.Rev.Lett. 4, 142 (1960).
3. N.P.Samios. Phys.Rev. 121, 275 (1961).
4. Chow-sen Wong. Phys.Rev. 121, 289 (1961).
5. K.Itabashi, M.Kato, K.Nakagawa, G.Takeda. Progr. Theor Phys. 24, 529 (1960).
 A.Stanghellini. Nuovo Cim. 18, 1258 (1960).
 M.Gourdin, D.Lurié, A.Martin. Nuovo Cim. 18, 933 (1960).
 N.Dombey. Phys.Rev.Lett. 6, 66 (1961).
 Y.Fujii, Progr. Theor.Phys. 25, 441 (1961).
6. R.Hofstadter, C. de Vries, R.Herman. Phys.Rev.Lett. 6, 290 (1961).
 R.Hofstadter, R.Herman. Phys.Rev.Lett. 6, 293 (1961).
7. J.Bowcock, N.Cottingham, D.Lurié. Nuovo Cim. 16, 918 (1960); 19, 142 (1961).
8. G.F.Chew, M.L.Goldberger, F.E.Low, Y.Nambu. Phys.Rev. 106, 1337 (1957).
9. G.F.Chew, S.Mandelstam. Phys.Rev. 119, 467 (1960).
10. M.Cini, S.Fubini. Ann. Phys. 3, 352 (1960).
11. R.G.Glasser, N.Seeman, B.Stiller. Proceedings of the 1960 Rochester Conference.
12. C.Goebel. Phys.Rev.Lett. 1, 337 (1958).
 G.F.Chew, F.E.Low. Phys. Rev. 113, 1640 (1959).
 F.Salzman, G.Salzman. Phys. Rev. 120, 599 (1960).
 F.Bonsignori, F.Selleri. Nuovo Cim. 15, 465 (1960).
13. А.А.Логоунов, Л.Д.Соловьев. НДВШ, 4, 217 (1958).
 В.Д.Кукин, Л.Д.Соловьев, А.Р.Френкин. НДВШ 3, 169 (1958).
 Л.Д.Соловьев, Г.Н.Тентюкова. Препринт ОИЯИ Р-384.
14. S.Fubini, Y.Nambu, V.Watagin. Phys.Rev. 111, 329 (1958).