

740



Лаборатория ядерных проблем
Лаборатория теоретической физики

Л.И. Липидус, Чжоу Гуан-чжао

Д-740

О РАССЕЯНИИ γ -КВАНТОВ
НУКЛОНАМИ

Дубна 1961

Л.И. Липидус, Чжоу Гуан-чжао

Д-740

О РАССЕЯНИИ γ -КВАНТОВ
НУКЛОНАМИ

Проведен основанный на дисперсионных соотношениях /д.с./ анализ упругого рассеяния γ -квантов протонами вплоть до 300 Мэв. Для оценки действительных частей амплитуд при $Q^2 = 0$ использованы шесть д.с. Фоторождение пионов учтено в более широкой области энергий, чем ранее. Доказана необходимость вычитания в д.с. /по крайней мере, для одной амплитуды/. Пять постоянных вычитания определяются длинноволновым пределом и выражаются через заряд и магнитный момент нуклона. Оценены дифференциальные сечения и поляризация нуклонов отдачи. Обсуждается γ - N рассеяние при высоких энергиях.

1. Вслед за работой Гелл-Манна, Гольдбергера и Тирринга^{/1/} дисперсионные соотношения /д.с./ для γ - N рассеяния, справедливость которых в e^2 -приближении была строго доказана Боголюбовым и Ширковым^{/2/}, применялись к анализу экспериментальных данных в ряде работ^{/3-7/}. Чини и Строфолини^{/3/} впервые провели вычисления сечений рассеяния вперед для энергий γ -квантов вплоть до 210 Мэв. Некоторые качественные особенности зависимости сечения рассеяния вперед от энергии были указаны ранее в^{/1/}, а также в^{/8/}.

Капс^{/4/} рассмотрел γ - N рассеяние на произвольные углы при учете минимального числа состояний. При этом использовались некоторые неопубликованные результаты Гелл-Мана и Дж. Мэтьюза.

Акиба и Сато^{/5/} рассмотрели рассеяние на ненулевые углы. Для вычисления констант вычитания в некоторых д.с. они использовали теорию возмущений.

В^{/6/} были детально рассмотрены д.с. для всех шести инвариантных функций, характеризующих амплитуду γ - N рассеяния, и в пренебрежении некоторыми эффектами отдачи проведен дисперсионный анализ в области энергий вплоть до 200 Мэв. Было показано, что учет фоторождения пионов в s -состоянии приводит к заметным изменениям в околороговой области. При этом улучшается соответствие дисперсионного анализа с экспериментальными данными. В энергетической зависимости амплитуд и сечений появляются околороговые немонотонности.

Несмотря на некоторые различия в опубликованных работах, связанные с предположениями о числе вычитаний в д.с. и о максимальном моменте учитываемых состояний, общим для них оказалась невозможность получить хорошее согласие с экспериментальными данными в области энергий около 160-200 Мэв.

В ряде работ^{/9,7,10/} была предпринята попытка ликвидировать расхождение учетом вклада диаграммы Лоу^{/11/}. Однако прямое измерение времени жизни π^0 -мезона^{/12/} и анализ вопроса о знаке полюсной амплитуды^{/13/} привели к тому, что учет амплитуды Лоу не может существенно сказаться на результате анализа.

В связи с расхождением результатов анализа с имеющимися экспериментальными данными в настоящей работе проводится основанный на дисперсионных соотношениях анализ γ - N рассеяния, в котором мы, помимо учета фоторождения

ния пионов в ν -состоянии, более тщательно рассматриваем вклад области высоких энергий, анализируем вопрос о числе вычитаний в д.с. и, полностью учтя отдачу нуклона, оцениваем ранее введенные величины $Ri(\nu)$ при $Q^2 = 0$.

2. Связь инвариантных функций $Ti(\nu, Q^2)$ с амплитудами $Ri(\nu, Q^2)$ в системе центра масс / с.ц.м./ приведена в формуле /1/ работы /14/ /которая далее отмечается как работа А/. Определения $Ti(\nu, Q^2)$ и $Ri(\nu, Q^2)$ см. в /13/ /которая далее отмечается как работа Б/. Обозначения в настоящей работе совпадают с обозначениями работ А и Б. Здесь через Ri без дополнительных значков обозначаются амплитуды в с.ц.м.

Так как согласно оптической теореме

$$\text{Im}(R_1 + R_2) = \frac{\nu \sigma_1}{4\pi} = \frac{W^2 - M^2}{2W} \frac{\sigma_1}{4\pi}, \quad /1/$$

то в предположении

$$\sigma_1(W) \rightarrow \text{Const} \quad \text{при} \quad W \rightarrow \infty$$

асимптотически при $W \rightarrow \infty$

$$R_1 + R_2 \rightarrow W^2 \nu. \quad /2/$$

Предполагая далее, что при $W \rightarrow \infty$ все $Ri - \nu$ из /1.A/ получаем, что при $W \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} T_1 - T_3 &\rightarrow W^2; & T_1 + T_3 &\rightarrow W^2; & T_5 &\rightarrow W^2 \\ T_2 - T_4 &\rightarrow W; & T_2 + T_4 &\rightarrow \text{Const}; & T_6 &\rightarrow W \end{aligned} \quad /3/$$

Таким образом, в принятых предположениях д.с. для T_1 , T_3 и T_5 должны содержать одно вычитание, в то время как для величин T_2 , T_4 и T_6 д.с. могут быть написаны без вычитания.

Для проведения оценки амплитуд $R_1 + R_2$, R_3 , R_4 , $R_5 + R_6$ + достаточно записать д.с. для T_i , при $Q^2 = 0$. При $Q^2 = 0$ инвариант ν

$$\nu = \nu_L - Q^2/M$$

переходит, как известно, в энергию ν -квантов в лабораторной системе ν_L /которая в дальнейшем обозначается через ν /.

Как видно из /1.A/, для случая рассеяния вперед функции T_5 и $T_2 + T_4$

сводятся к $R_4 - R_3$, так что д.с. для T_5 и $T_2 + T_4$ при $Q^2 = 0$ эквивалентны.

Рассмотрим функции

$$\begin{aligned} F_1(\nu_0) &= \frac{1}{2} [T_1 - T_3 - \nu_0(T_2 - T_4)] = \frac{W_0}{M} (R_1 + R_2) \\ F_2(\nu_0) &= \gamma T_5 = \frac{W_0}{M} [R_3 + R_4 + 2R_5 + 2R_6] \\ F_3(\nu_0) &= \frac{\nu_0}{2M} (T_1 + T_3) = \left(\frac{W_0}{M}\right)^2 (R_3 - R_4) \\ F_4(\nu_0) &= \frac{1}{2} (T_1 - T_3) = \frac{W_0^2}{M\nu_0} (R_3 + R_4) - \frac{2W_0}{M+W_0} (R_1 + R_2). \end{aligned} \quad /4/$$

Из приведенного выше обсуждения ясно, что д.с. для функций $F_1 \dots F_4$ должны содержать одно вычитание. Все величины в правой части /4/ - в с.п.м. Если учесть, что /при $Q^2 = 0$ / амплитуды в лабораторной системе /"л"/ связаны с соответствующими величинами в с.п.м. соотношениями

$$\begin{aligned} (R_1 + R_2)^\wedge &= \frac{W_0}{M} (R_1 + R_2) \\ [R_3 + R_4 + 2R_5 + 2R_6]^\wedge &= \frac{W_0}{M} [R_3 + R_4 + 2R_5 + 2R_6] \\ (R_4 - R_3)^\wedge &= \left(\frac{W_0}{M}\right)^2 (R_4 - R_3), \end{aligned} \quad /5/$$

то из д.с. для $F_1 \dots F_4$ получаем

$$\begin{aligned} D_{1,4}^\wedge(\nu_0) - D_{1,4}(0) &= \frac{2\nu_0^2}{\pi} \int_{\nu_1}^{\infty} \frac{d\nu}{\nu^2 - \nu_0^2} \frac{A_{1,4}(\nu)}{\nu} \\ D_{2,3}^\wedge(\nu_0) - \nu_0 D'_{2,3}(0) &= \frac{2\nu_0^3}{\pi} \int_{\nu_1}^{\infty} \frac{A_{2,3}(\nu) d\nu}{\nu^2(\nu^2 - \nu_0^2)}, \end{aligned} \quad /6/$$

где

$$\begin{aligned} D_1^\wedge &= \text{Re} (R_1 + R_2)^\wedge & D_1(0) &= -\frac{e^2}{M} \\ D_2^\wedge &= \text{Re} [R_3 + R_4 + 2R_5 + 2R_6]^\wedge & D_2'(0) &= -2\mu^2 \\ D_3^\wedge &= \text{Re} (R_4 - R_3)^\wedge & D_3'(0) &= -2[\mu^2 - (\frac{e}{2M})^2] \\ D_4^\wedge &= \text{Re} F_4(\nu) & D_4(0) &= -\frac{e^2}{2M} \lambda(2 + \lambda), \end{aligned}$$

а через $A_i(\nu)$ обозначены мнимые части соответствующих амплитуд,

$\mu = \frac{e(i+\lambda)}{2M}$ - магнитный момент, а μ_a - аномальный магнитный момент нуклона.

Если в с.д.м. обозначить элементы амплитуды фоторождения пионов в состояниях с $J \leq 3/2$ через

$$\begin{aligned} E_1 &= /\text{эл. } 1/2^- /; & M_1 &= /\text{магн. } 1/2^+ /; & E_2 &= /\text{эл. } 3/2^+ /; \\ E_3 &= /\text{эл. } 3/2^- /; & M_3 &= /\text{магн. } 3/2^+ /; & M_2 &= /\text{магн. } 3/2^- /; \end{aligned}$$

то соотношения унитарности приведут к равенствам

$$\begin{aligned} \text{Im } R_1 &= \nu_0 \{ |E_1|^2 + 2|E_3|^2 + \frac{1}{3}|E_2|^2 \cos \theta - \frac{1}{6}|M_2|^2 \} \\ \text{Im } R_3 &= \nu_0 \{ |E_1|^2 + \frac{1}{3}|E_2|^2 \cos \theta - |E_3|^2 + \frac{1}{12}|M_2|^2 + \text{Re}(E_3^* M_2) \} \\ \text{Im } R_2 &= -\nu_0 \{ \frac{1}{6}|E_2|^2 + \text{Re}(E_2^* M_3) \}, \end{aligned} \quad /7/$$

которые являются обобщением соответствующих равенств в /6/. Выражения для $\text{Im } R_2$ отличаются от $\text{Im } R_1$ заменой $E_i \rightarrow M_i$. Аналогично выражение для $\text{Im } R_4$ может быть получено из $\text{Im } R_3$, а $\text{Im } R_5$ из $\text{Im } R_2$.

В /7/ под модулем амплитуды в правой части понимается суммарный вклад фоторождения π^+ и π^0 -мезонов. Отметим, что в пренебрежении разностью масс мезонов и нуклонов сокращение интерференционных членов, например, в $|E_3|^2 + |E_4|^2$ происходит в силу изотопической симметрии в процессе фоторождения пионов.

При этом

$$\begin{aligned} A_1(\nu) &= \frac{\nu \Omega}{4\pi} = \nu \{ |E_1|^2 + |M_1|^2 + 2|E_3|^2 + 2|M_3|^2 + \frac{1}{6}|M_2|^2 + \frac{1}{6}|E_2|^2 \} \\ A_2(\nu) &= \nu \{ |E_1|^2 + |M_1|^2 + \frac{1}{3}|E_2|^2 + \frac{1}{3}|M_2|^2 - |M_3|^2 + \frac{1}{2}|E_2|^2 - |E_3|^2 + \frac{1}{2}|M_2|^2 \} \\ A_3(\nu) &= -\nu \frac{W}{M} \{ |E_1|^2 - |M_1|^2 + |M_3|^2 - \frac{1}{2}|E_2|^2 - |E_3|^2 - \frac{1}{2}|M_2|^2 \} \\ A_4(\nu) + \frac{W-M\sigma_i}{4\pi} &= W \{ |E_1|^2 + |M_1|^2 + \frac{2}{3}|M_2|^2 + \frac{2}{3}|E_2|^2 - |E_3|^2 - \frac{1}{2}|M_2|^2 - |M_3|^2 - \frac{1}{2}|E_2|^2 \} \end{aligned} \quad /8/$$

4. Необходимость рассмотрения для амплитуды $R_1 + R_2$ д.с. с вычитанием можно доказать.

Для этого докажем, что длинноволновой предел амплитуды $R_1 + R_2$ противоречит значению этой величины, получаемой с помощью д.с. без вычитания.

Как известно, при $\nu \rightarrow 0$ ($\mathcal{J}^2 = 0$)

$$R_1 + R_2 \rightarrow -e^2/M < 0 \quad /8/$$

д.с. без вычитания для $R_1 + R_2$ имеет вид

$$\operatorname{Re} [R_1(\nu_0) + R_2(\nu_0)] = \frac{1}{2\pi^2} \int_{\nu_1}^{\infty} \frac{\nu^2 d\nu}{\nu^2 - \nu_0^2} \alpha(\nu). \quad /10/$$

При $\nu_0 \rightarrow 0$ из /10/ следует, что

$$\operatorname{Re}(R_1 + R_2) \rightarrow \frac{1}{2\pi^2} \int_{\nu_1}^{\infty} \alpha(\nu) d\nu > 0,$$

что противоречит равенству /8/^{x/}.

Таким образом д.с. без вычитания для амплитуды $R_1 + R_2$ противоречит требованиям релятивистской и гравитационной инвариантности, на которых основан длинноволновой предел.

Отметим, что возможные правила сумм, связанные с квадратом магнитного момента, если предположить безвычитательное д.с. для $F_2(\nu)$, не вступают в прямое противоречие с длинноволновым пределом. Как это видно из /6/ и /8/, здесь особенно существенен вклад резонансного состояния, пропорциональный $|M_3|^2$. Результат сохраняется, если учесть /численно важный/ вклад фоторождения в s -состоянии, который уменьшает эффективный вклад $|M_3|^2$.

Правило сумм для квадрата магнитного момента очень чувствительно к соотношению амплитуд фоторождения E_2 и M_3 . При некоторых соотношениях /например, при $E_2 = M_3$ /5/ / можно прийти к противоречию. Однако в настоящее время сведения об анализе фоторождения не настолько точны, чтобы утверждать, что экспериментальные данные противоречат правилу сумм. Дальнейшее уточнение анализа фоторождения с целью получения сведений об амплитудах E_2 , M_2 и E_3 крайне желательно.

x/ Аналогичный результат был получен Б.Н. Грибовым.

Тот факт, что д.с. без вычитаний приводят к определенным правилам сумм, для некоторых процессов может представлять острый интерес. Так, для $\pi-\pi$ -рассеяния аналогичные соображения /в применении к д.с. при $Q^2=0$ / приводят к заключению о положительности длин рассеяния в s -состоянии при малых энергиях a_0 и a_2 .

То же справедливо для $\pi-K$ и $K-K$ рассеяния.

5. Если в дополнение к ранее введенным рассмотреть свойства функций^{x/}

$$F_5(\nu_0) = (T_2 - T_4)' \quad /11/$$

$$F_6(\nu_0) = (T_2 + T_4)' \quad /12/$$

$$F_7(\nu_0) = T_6' \quad , \quad /13/$$

то можно убедиться, что $F_{5,6}(\nu)$ являются нечетными функциями ν , не содержащими полюсов, а $F_7(\nu)$ -четная функция ν с полюсом второго порядка. При $\nu \rightarrow \infty$

$$F_{5,6,7} \rightarrow \nu^{-1/2} \quad ,$$

так что д.с. для этих функций не содержат вычитания. Использование этих д.с. может оказаться полезным, так как при учете фоторождения в состояниях с

$J \leq 3/2$ угловая зависимость амплитуд $R_i(\nu, Q^2)$ в с.ц.м. представляется в виде

$$R_1 = \xi_1 + 2\xi_3 + 2\xi_2 \cos \theta - \eta_2$$

$$R_2 = \eta_1 + 2\eta_3 + 2\eta_2 \cos \theta - \xi_2$$

$$R_3 = \xi_1 - \xi_3 + 2\xi_2 \cos \theta + \frac{1}{2} \eta_2 + C(\xi_3, \eta_2)$$

$$R_4 = \eta_1 - \eta_3 + 2\eta_2 \cos \theta + \frac{1}{2} \xi_2 + C(\eta_3, \xi_2) \quad /14/$$

$$R_5 = -\xi_2 - C(\eta_3, \xi_2)$$

$$R_6 = -\eta_2 - C(\xi_3, \eta_2)$$

и характеризуется восемью функциями энергии $\xi_i, \eta_i, C(\xi_3, \eta_2)$

$C(\eta_3, \xi_2)$, которые выражаются через $R_i(\nu, 0)$ и $R_i'(\nu, 0)$.

Из /14/ следует, что в ограничении вкладом состояний с $J \leq 3/2$

^{x/} Знак ' означает дифференцирование по Q^2 и последующий переход к $Q^2=0$.

$$R'_1 - R'_3 = 2\tilde{G}_2 \left(\frac{\partial \cos \theta}{\partial Q^2} \right)_{Q^2=0} = -4\tilde{G}_2 \frac{W_0^2}{M^2 v_0^2}$$

$$R'_2 = R'_4 = -4\tilde{M}_2 \frac{W_0^2}{M^2 v_0^2}$$

$$R'_5 = R'_6 = 0$$

и

$$(R_1 + R_2)' = (R_3 + R_4)' = (R_3 + R_4 + 2R_5 + 2R_6)' \quad /15/$$

В длинноволновом пределе /14/

$$(R_1 + R_2)' = -2 \frac{e^2}{M^2} \frac{1}{v} + \underline{Q}(1)$$

$$(R_3 + R_4)' = -\frac{e^2}{2M^2} [3 + 2(1 + \lambda)^2] + O(v)$$

/16/

$$(R_3 + R_4 + 2R_5 + 2R_6)' = -\frac{e^2}{2M^2} (2\lambda^2 - 2\lambda - 1) + O(v).$$

Противоречивость /15/ с длинноволновым пределом /16/ означает, что ограничение состояниями с $J \leq 3/2$ несправедливо даже в области малых энергий. Условия кросс-симметрии вводят кинематические поправки порядка v/M , что соответствует учету состояний с более высокими значениями J .

Проведение анализа со столь высокой точностью потребует введения новых функций энергии и рассмотрения большего числа д.с. Введение диаграммы Лоу не решает отмеченного противоречия.

Все оценки амплитуд здесь проведены в пренебрежении $R_i'(\nu, 0)$.

6. Результаты вычислений для амплитуд $R_i(\nu_0)$ при $Q^2 = 0$ приведены на графиках. Энергия γ -квантов ν_0 выражена в долях пороговой энергии $\nu_1 = 150$ МэВ, значения амплитуд - в долях e^2/MC^2 .

Для вычисления дифференциального сечения рассеяния вперед

$$\sigma(0^\circ) = |R_1 + R_2|^2 + |R_3 + R_4 + 2R_5 + 2R_6|^2$$

достаточно амплитуд $R_1 + R_2$ и $R_3 + R_4 + 2R_5 + 2R_6$.

Для оценки $D_1(\nu_0)$ были использованы данные о полном сечении взаимо-

действия γ -квантов с протонами, включая второй максимум и сечение рождения пар пионов. Зависимость $A_1(\nu_0)$ приведена на рис. 1. Ранее мы пренебрегали вкладом области энергий, больших 500 Мэв. Результат оценки амплитуды R_1+R_2 приведен на рис. 2. Основное различие с прежними результатами сказалось в области $1 < \nu_0 < 2$, где в силу компенсации длинноволнового предела и дисперсионного слагаемого значения $D_1(\nu_0)$ заметно уменьшаются. Отметим, что именно эта область энергий оказывается чувствительной к изменению $A_1(\nu_0)$. Вторым максимумом в $A_1(\nu_0)$ соответствует второму максимуму в фоторождении.

При оценках действительных частей амплитуд, отличных от R_1+R_2 , которые требуют значительно более детальных экспериментальных данных о фоторождении, мы ограничиваемся областью энергий до 300 Мэв. Для амплитуды R_1+R_2 оказывается возможным продвинуться значительно дальше, хотя с ростом энергии неопределенность с вкладом фоторождения пар /и большего числа/ пионов сказывается заметно.

В ряде работ^{/15,16/} процесс γ -р рассеяния при энергиях 300-800 Мэв рассматривался как диффракционный с $Re Ri \ll Im Ri$. Экспериментальное исследование γ -р рассеяния в области второго максимума представляет интерес как чувствительный метод изучения самого максимума.

Если, пренебрегая всеми $Re Ri$, ограничиться мнимыми частями амплитуд и рассмотреть лишь вклад, пропорциональный $|E_j|^2$, то из /7/ сразу получаем, что

$$R_2 = R_4 = R_5 = R_6 = 0; \quad R_1 = Im R_1 = -2 Im R_3 = 2\nu_0 |E_j|^2,$$

а дифференциальное сечение^{/8/} равно

$$\sigma(\theta) = \frac{R_1^2}{8} (7+3 \cos^2 \theta) = \frac{R_3^2}{2} (7+3 \cos^2 \theta), \quad /17/$$

что совпадает с результатом Минами^{/16/}. Тот же результат для вида углового распределения остается справедливым, если в /7/ отлично от нуля только

M_3 (R_1+R_2, R_3+R_4). При одновременно отличных от нуля E_3 и M_3 /при $Re Ri = 0$ /

$$\sigma(\theta) = (R_3^2 + R_4^2) \frac{7+3 \cos^2 \theta + 10R_3 R_4 \cos \theta}{2}. \quad /18/$$

Однако, как показывают наши оценки, значениями $\text{Re}(R_1+R_2)$ в области второго максимума нельзя пренебрегать. С этой точки зрения второй максимум резко отличается от /3,3/ резонанса, в области которого

$$\text{Re}(R_1+R_2) \ll \text{Im}(R_1+R_2) .$$

Результаты вычислений для $R_3 \pm R_4$, $R_3+R_4+2R_5+2R_6$ и R_3+R_6 приведены на рис. 2-4. При вычислении дисперсионных интегралов отличными от нуля принимались $|E_1|^2$, $|M_3|^2$ и $|E_3|^2$, причем для $|E_1|^2$ и $|M_3|^2$ использовалась энергетическая зависимость, приведенная в /6/, а $|E_3|^2$ принималось отличным от нуля в области энергий $3,1 < \nu_0 < 5,8$.

Отметим, что даже в отсутствие мнимой части R_3+R_6 действительная часть этой величины отлична от длинноволнового предела, поскольку д.с. удовлетворяют инвариантные функции $T_i(\nu, Q^2)$.

Значения $\sigma(0^\circ)$ приведены на рис. 5, где для сравнения приведен результат Чини и Строфолини для $\alpha_1(0^\circ)$ в с.д.м.. Заметное различие наблюдается в околороговой области.

7. Для оценки R_1-R_2 и R_3-R_6 д.с. /6/ недостаточно. Рассмотрим функцию

$$F(\nu) = \frac{1}{W^2} \phi(\nu) = \frac{M^2 \nu^2}{2W^2} [(T_1+T_3)' - \nu(T_2+T_4)'] . \quad /19/$$

Как можно видеть из /Б,4/,

$$F(\nu) = \frac{W}{M} \{ R_1-R_2 - \frac{2M\nu}{W(W+M)} (R_3-R_6) \} . \quad /20/$$

Рассмотрение д.с. для $F(\nu)$ при известном R_3-R_6 дает возможность оценить R_1-R_2 . В рассматриваемой нами области энергий коэффициент перед R_3-R_6 в /20/ имеет порядок ν/M , однако, поскольку значение R_3-R_6 велико / по сравнению с R_1-R_2 /, вторым слагаемым в /20/ пренебрегать нельзя.

Введенная в /19/ функция $\phi(\nu)$ является аналитической функцией ν с разрезами вдоль $\nu < \nu_0$, которая удовлетворяет следующему свойству кросс-симметрии

$$\phi(\nu) = \phi^*(-\nu), \quad /21/$$

Таким образом, для $\nu \ll \nu_1$, $\phi(\nu)$ является действительной функцией и

$$\phi(\nu) \approx a + b\nu^2, \quad /22/$$

а

$$F(\nu) = \frac{\phi(\nu)}{M^2 + 2M\nu} \approx \frac{a}{M^2} \left(1 - \frac{2\nu}{M}\right) + b\nu^2 + \dots \quad /23/$$

Мы видим, что линейный член в $F(\nu)$ полностью определяется первым членом в /22/. Из /20/ тогда следует, что для малых ν

$$R_1 - R_2 = -\frac{e^2}{M} \left(1 - \frac{3\nu}{M}\right) + O(\nu^2)$$

и линейный член в $R_1 - R_2$ и в $F(\nu)$ полностью определяется требованием кросс-симметрии, что подробно обсуждается в Б.

Введенная в /19/ $F(\nu)$ является аналитической функцией ν с разрезами вдоль $\nu_1 < \nu < \infty$ и $-\infty < \nu < -\nu_1$ и /кинематическим/ полюсом при

$$W^2 = M^2 + 2M\nu = 0.$$

Требования кросс-симметрии приводят к соотношению

$$F(-\nu) = \frac{M^2 + 2M\nu}{M^2 - 2M\nu} F^*(\nu),$$

а для малых ν

$$F(\nu) \approx -\frac{e^2}{M} \left(1 - \frac{2\nu}{M}\right) + O(\nu^2).$$

Применяя формулу Коши с контуром, изображенным на рис. 6 при $\rho \rightarrow \infty$, к $F(\nu_0)$ и записывая д.с. с вычитанием, получаем

$$F(\nu_0) = -\frac{e^2}{M} \left(1 - \frac{2\nu_0}{M}\right) + \frac{\nu_0^2}{2\pi i} \int_c \frac{F(\nu) d\nu}{\nu^2(\nu - \nu_0)} = -\frac{e^2}{M} \left(1 - \frac{2\nu_0}{M}\right) + \frac{\nu_0^2}{\pi} \rho \int_{\nu_1}^{\infty} \frac{Im F\left[\frac{1}{\nu - \nu_0} + \frac{M^2 + 2M\nu}{M^2 - 2M\nu} \frac{1}{\nu + \nu_0}\right] d\nu +}{\nu^2} + \frac{\nu_0^2}{2\pi i} \int_{c_+} \frac{F(\nu + i\epsilon) d\nu}{\nu^2(\nu - \nu_0)} + \frac{\nu_0^2}{2\pi i} \int_{c_-} \frac{F(\nu - i\epsilon) d\nu}{\nu^2(\nu - \nu_0)}$$

и

$$\operatorname{Re} F(\nu_0) = -\frac{e^2}{M} \left(1 - \frac{2\nu_0}{M}\right) + K(\nu_0) + \frac{4\nu_0^2 \operatorname{Re} F(M/2)}{M(\nu_0 + M/2)}, \quad /24/$$

где

$$K(\nu_0) = \frac{\nu_0^2}{\pi} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} F(\nu)}{\nu^2} \left[\frac{1}{\nu - \nu_0} + \frac{M^2 + 2M\nu}{M^2 - 2M\nu} \frac{1}{\nu + \nu_0} \right] d\nu, \quad /25/$$

Так как

$$K(M/2) = 0,$$

из /24/ определить $\operatorname{Re} F(M/2)$ не удастся и эта величина входит как свободный параметр, который необходимо определить, исходя из экспериментальных данных. При ограничении фоторождением в состояниях с $J \leq 3/2$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} F(\nu) = \nu \{ & \frac{M}{W} (|E_1|^2 - |M_1|^2) + 2(|E_3|^2 - |M_3|^2) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{W-M}{W}\right) + \\ & + \frac{1}{4} \frac{W+M}{W} (|E_2|^2 - |M_2|^2) - \frac{W-M}{W} \operatorname{Re}(E_3^* M_2 - E_2 M_3^*) \}. \end{aligned}$$

На рис. 7 приведены результаты оценки $\operatorname{Re}(R_1 - R_2)$ с помощью /24/ в пренебрежении вкладом, пропорциональным $\operatorname{Re} F(M/2)$.

Для оценки $R_3 - R_0$ при $Q^2 = 0$, как это видно из /4,Б/, достаточно рассмотреть функцию

$$\psi(\nu_0) = \frac{\nu_0^2}{2} [T_5' + \frac{1}{2} (T_1 + T_3)'] = \left(\frac{W_0}{M}\right)^2 \frac{W_0}{4} (R_3 - R_0) + \frac{M}{W_0 + M} [R_1 - R_2 - (R_3 - R_4)], \quad /26/$$

д.с. для которой имеет вид

$$\operatorname{Re} \psi(\nu_0) - \psi(0) = \frac{2\kappa^2}{\pi} \int_{\nu_1}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} \psi(\nu) d\nu}{\nu(\nu^2 - \nu_0^2)}, \quad /27/$$

где, как это следует из /2,Б/,

$$\psi(0) = -\frac{e^2}{M} \cdot \frac{2+\lambda}{2}, \quad /28/$$

а

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \psi(\nu) = & \left(\frac{W}{M}\right)^2 \{-W \left[\frac{1}{6} (|E_2|^2 - |M_2|^2) + \operatorname{Re}(E_2^* M_3 - M_2^* E_3) \right] + \frac{M\nu}{(M+W)} [3(|E_3|^2 - |M_3|^2) + \\ & + \frac{1}{4} (|E_2|^2 - |M_2|^2) + \operatorname{Re}(E_2^* M_3 - M_2^* E_3)]\}. \end{aligned} \quad /29/$$

Результаты оценки $\operatorname{Re}(R_5 - R_6)$ для $Q^2 = 0$ при $\operatorname{Re} F(M/2) = 0$ приведены на рис. 4. Оценки величины $R_3 \pm R_4$ и $R_5 - R_6$, играющих основную роль в дифференциальном сечении при $\nu_0 \gg 1$, не сильно отличаются от полученных ранее /8/.

Полученные результаты представляют интерес с точки зрения изучения зависимости амплитуд вблизи порога новой реакции /8/. В данном случае все оценки оказывается возможным довести до конца. Отметим зависимость амплитуды $\operatorname{Re}(R_1 + R_2)$, значение которой продолжает уменьшаться и выше порога. Этот результат указывает на то, что и для других процессов резкая зависимость мнимых частей амплитуд выше порога может привести к смещению оклопорогового минимума /или максимума/ сечения от порога реакции.

Результаты вычислений с помощью $Ri(\nu, \theta)$ для угловых распределений

$$\sigma(\theta) = \sum_{l=0}^3 B_l \cos^l \theta$$

для $\theta = 90^\circ, 135^\circ, 139^\circ$ и 180° , а также для полного сечения упругого рассеяния

$$\frac{\sigma_3}{4\pi} = B_0 + \frac{1}{2} B_2$$

и для поляризации нуклонов отдачи при $\theta = 90^\circ$ приведены на рис. 5, 8-12.

Экспериментальные данные суммированы в /10/ и /17/. Коэффициент

$$B_3(\nu_0) = 2 [|R_3 + R_6|^2 - |R_3 - R_6|^2]$$

близок к нулю во всей области энергий $\nu_0 \leq 2$.

Экспериментальные данные, по-видимому, указывают на положительность величины $\text{Re}(R_3 - R_6)$. Добиться этого, вводя $\text{Re} F(M/2) \neq 0$, не удалось. Требование положительности $\text{Re}(R_3 - R_6)$ приводит к большим /отрицательным/ значениям $\text{Re} F(M/2)$, что одновременно значительно увеличивает вклад $|R_1 - R_2|^2$ в сечение и не приводит к улучшению согласия с экспериментальными данными.

Необходимо отметить, что вне области $1 < \nu_0 < 1,3$ имеется удовлетворительное согласие дисперсионного анализа и экспериментальных данных. В области $1 < \nu_0 < 1,3$, особенно чувствительной к дисперсионным эффектам, требуется, по-видимому, рассмотрение вклада более высоких состояний, для чего необходимо больше сведений о фоторождении пионов в широкой области энергий.

V_0	0	0,5	0,8	0,90	0,95	0,97	1,00	1,05	1,10	1,20	1,50	2,00	2,50
$Re (R_1 + R_2)$	-1	-0,8	-0,55	-0,38	-0,29	-0,23	-0,17	-0,14	-0,12	-0,09	-0,06	-0,16	-0,52
$Im (R_1 + R_2)$	0	0	0	0	0	0	0	0,15	0,23	0,35	0,83	2,83	2,21
$ R_1 + R_2 ^2$	1	0,64	0,30	0,14	0,08	0,05	0,03	0,04	0,06	0,13	0,69	8,0	5,15
$Re (R_1 - R_2)$	-1	-0,74	-0,54	-0,44	-0,38	-0,34	-0,20	-0,23	-0,26	-0,29	-0,43	-0,05	+1,71
$Im (R_1 - R_2)$	0	0	0	0	0	0	0	0,14	0,20	0,26	0,22	-1,03	-0,48
$ R_1 - R_2 ^2$	1	0,54	0,29	0,19	0,15	0,12	0,04	0,07	0,11	0,15	0,23	1,06	3,15
$Re (R_3 + R_4)$	0	-0,29	-0,43	-0,44	-0,43	-0,41	-0,34	-0,42	-0,50	-0,68	-1,12	-1,78	-1,70
$Im (R_3 + R_4)$	0	0	0	0	0	0	0	0,14	0,21	0,28	0,38	-0,15	+0,13
$ R_3 + R_4 ^2$	0	0,08	0,18	0,19	0,18	0,17	0,12	0,20	0,25	0,54	1,41	3,20	2,87
$Re (R_3 - R_4)$	0	0,26	0,50	0,60	0,68	0,72	0,83	0,88	0,93	1,01	1,12	1,20	0,85
$Im (R_3 - R_4)$	0	0	0	0	0	0	0	0,15	0,27	0,32	0,63	1,61	1,35
$ R_3 - R_4 ^2$	0	0,07	0,25	0,36	0,46	0,52	0,69	0,80	0,94	1,12	1,65	4,04	2,54
$Re (R_5 + R_6)$	0	0,08	0,11	0,11	0,11	0,11	0,12	0,12	0,10	0,11	0,13	0,25	-0,7
$ R_5 + R_6 ^2$	0	0,006	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,06	0,49
$Re (R_5 - R_6)$	0	-0,08	-0,10	-0,11	-0,11	-0,11	-0,12	-0,11	-0,11	-0,11	-0,11	-0,09	-0,08
$ R_5 - R_6 ^2$	0	0,006	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,006
$Re (R_3 + R_4 + 2R_5 + 2R_6)$	0	-0,13	-0,20	-0,21	-0,20	-0,18	-0,10	-0,19	-0,26	-0,45	-0,86	-1,29	-3,06
$ R_3 + R_4 + 2R_5 + 2R_6 ^2$	0	0,02	0,04	0,05	0,04	0,03	0,01	0,06	0,11	0,28	0,90	1,68	9,36

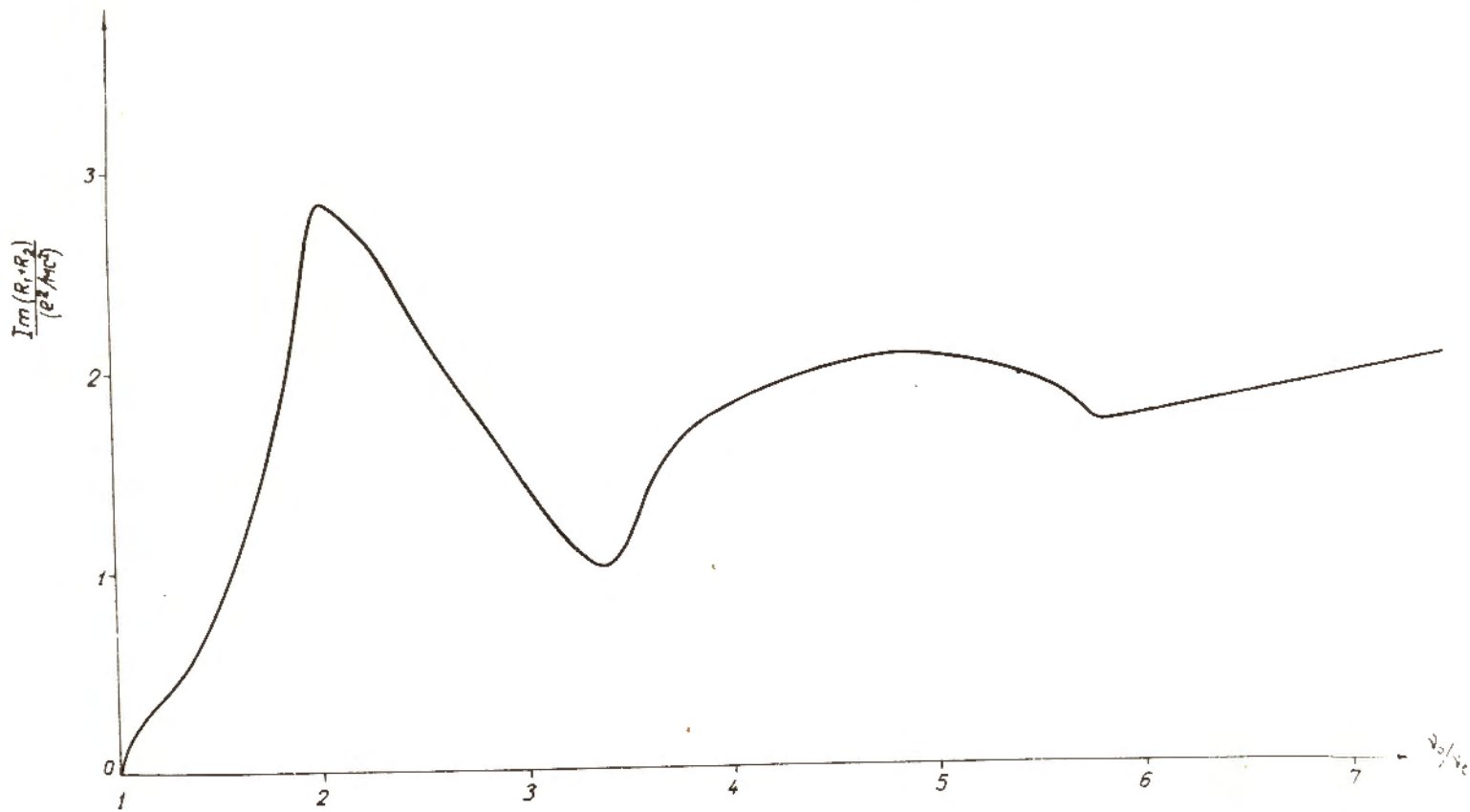


Рис. 1.

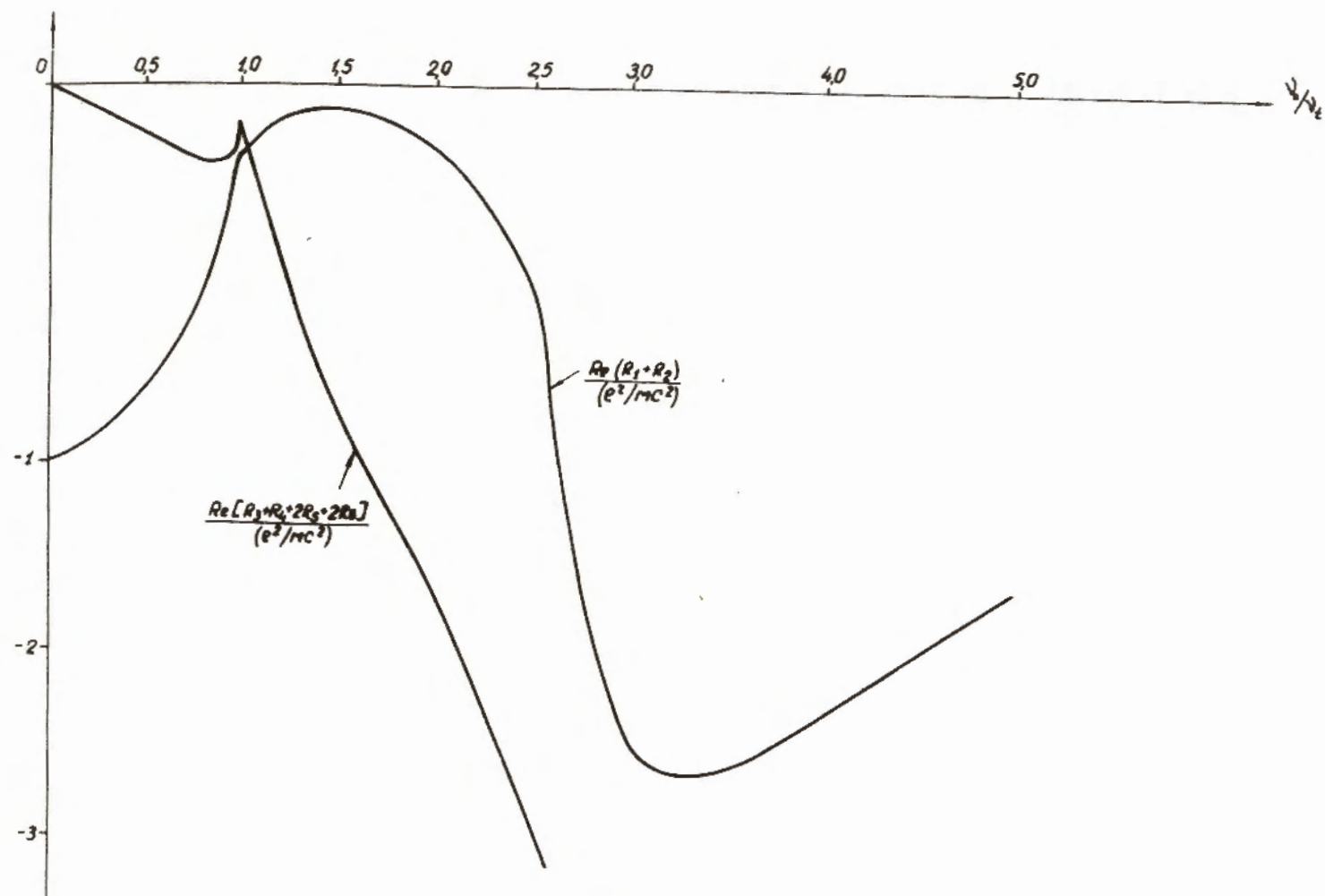


Рис. 2.

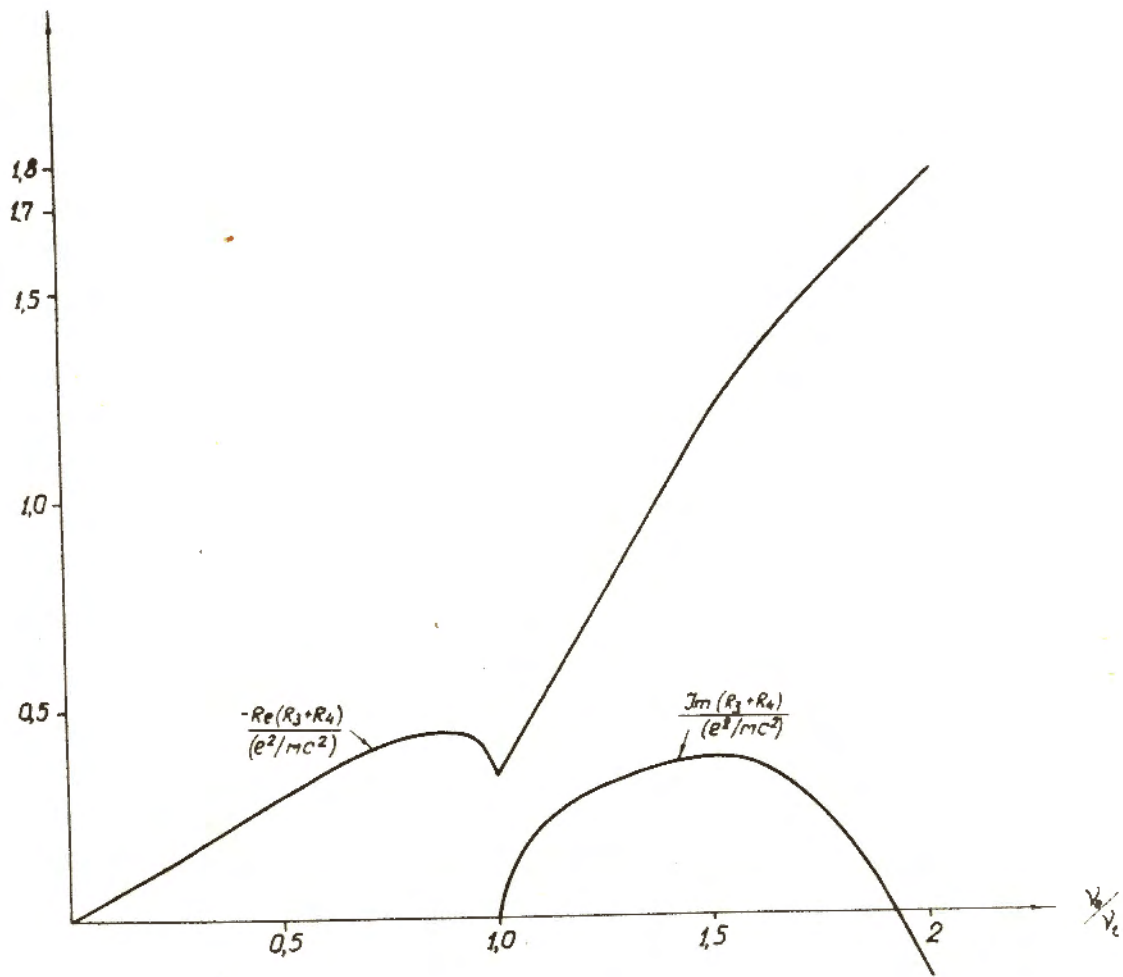


Рис. 3.

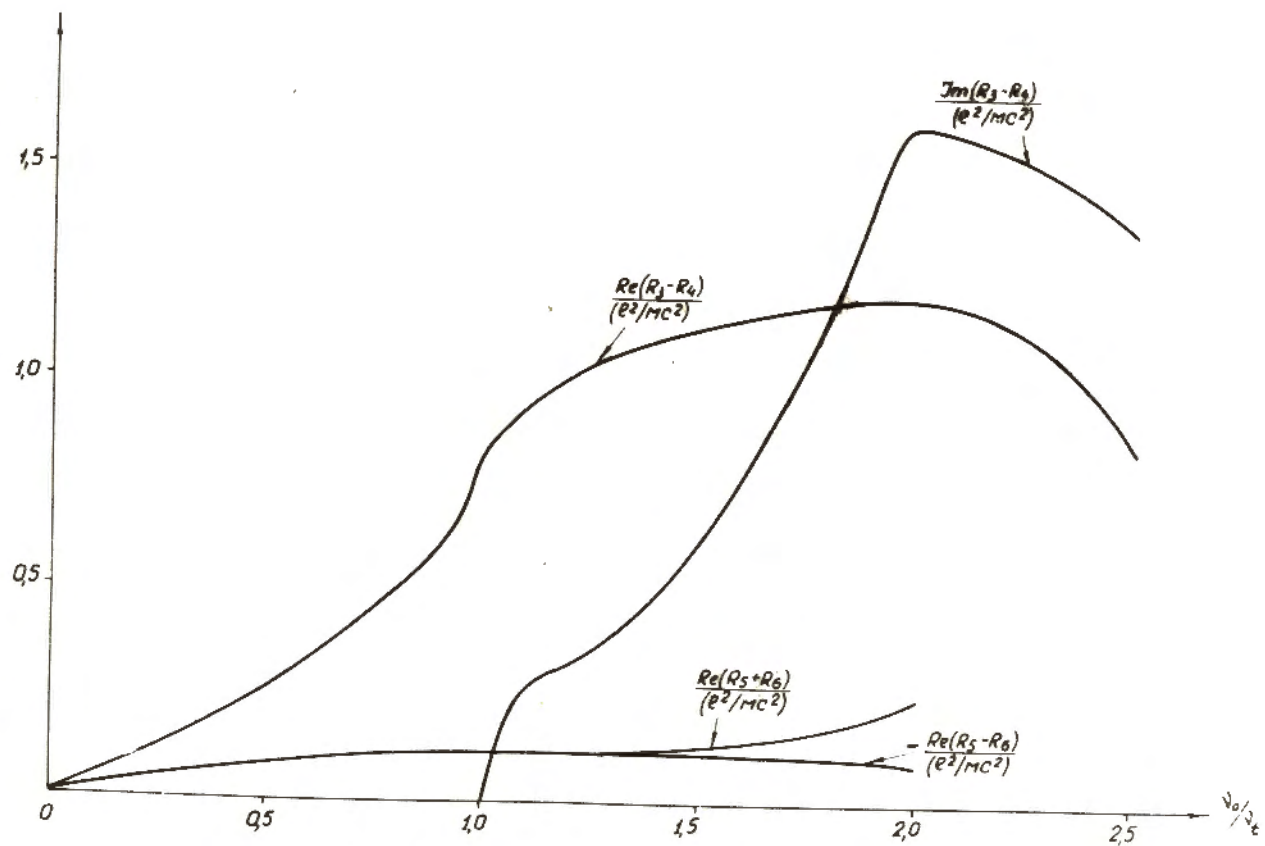


Рис. 4.

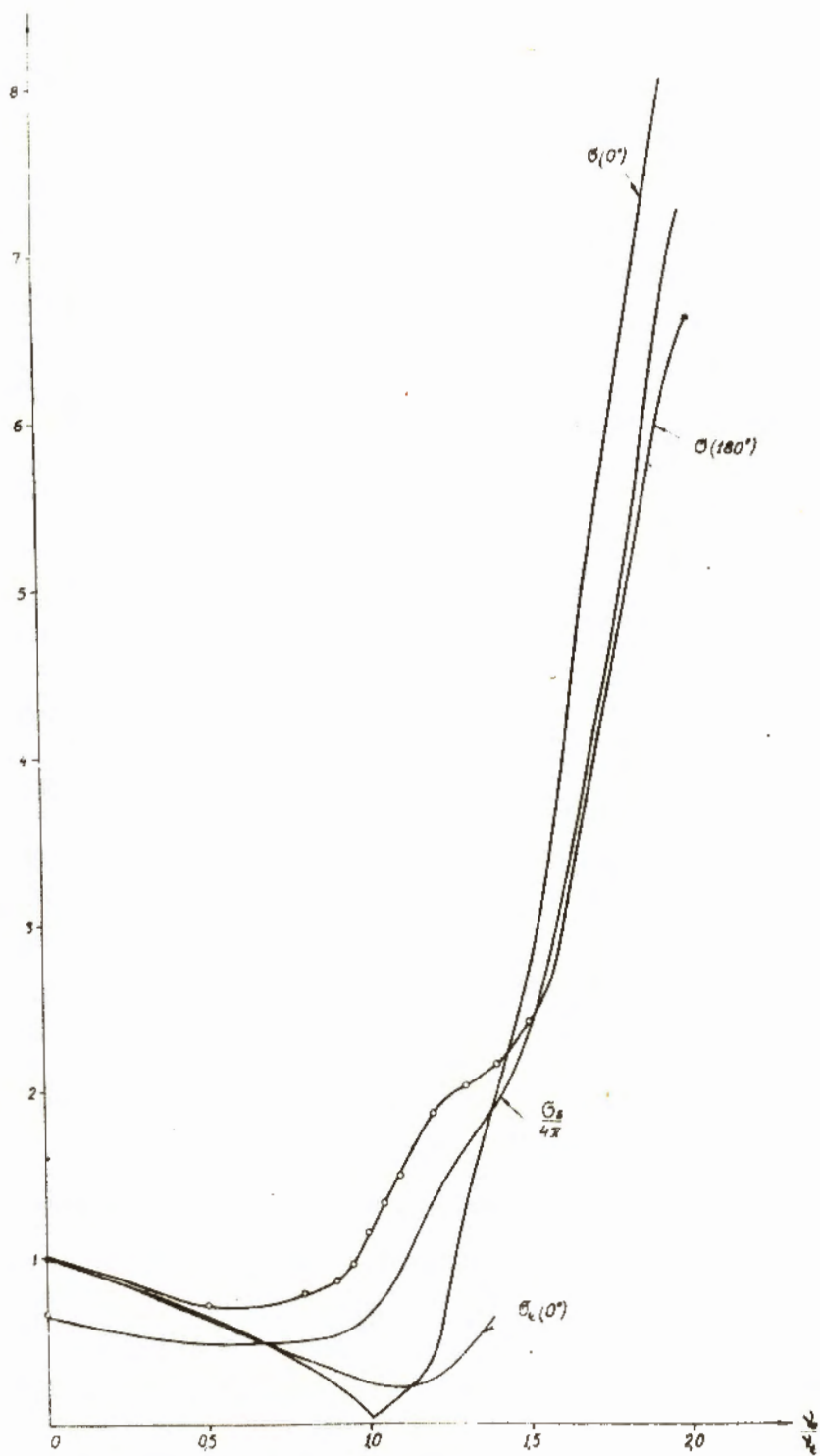


Рис 5

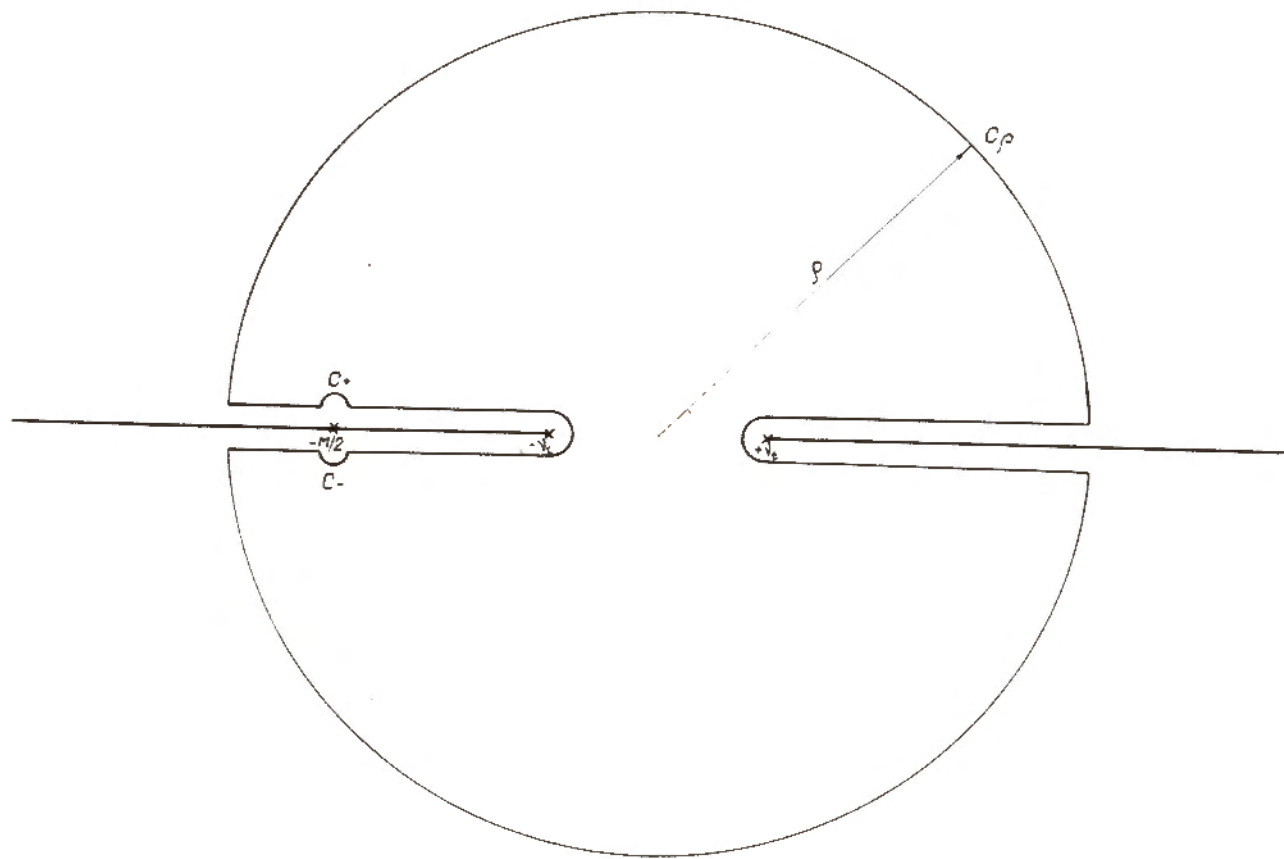


Рис. 6.

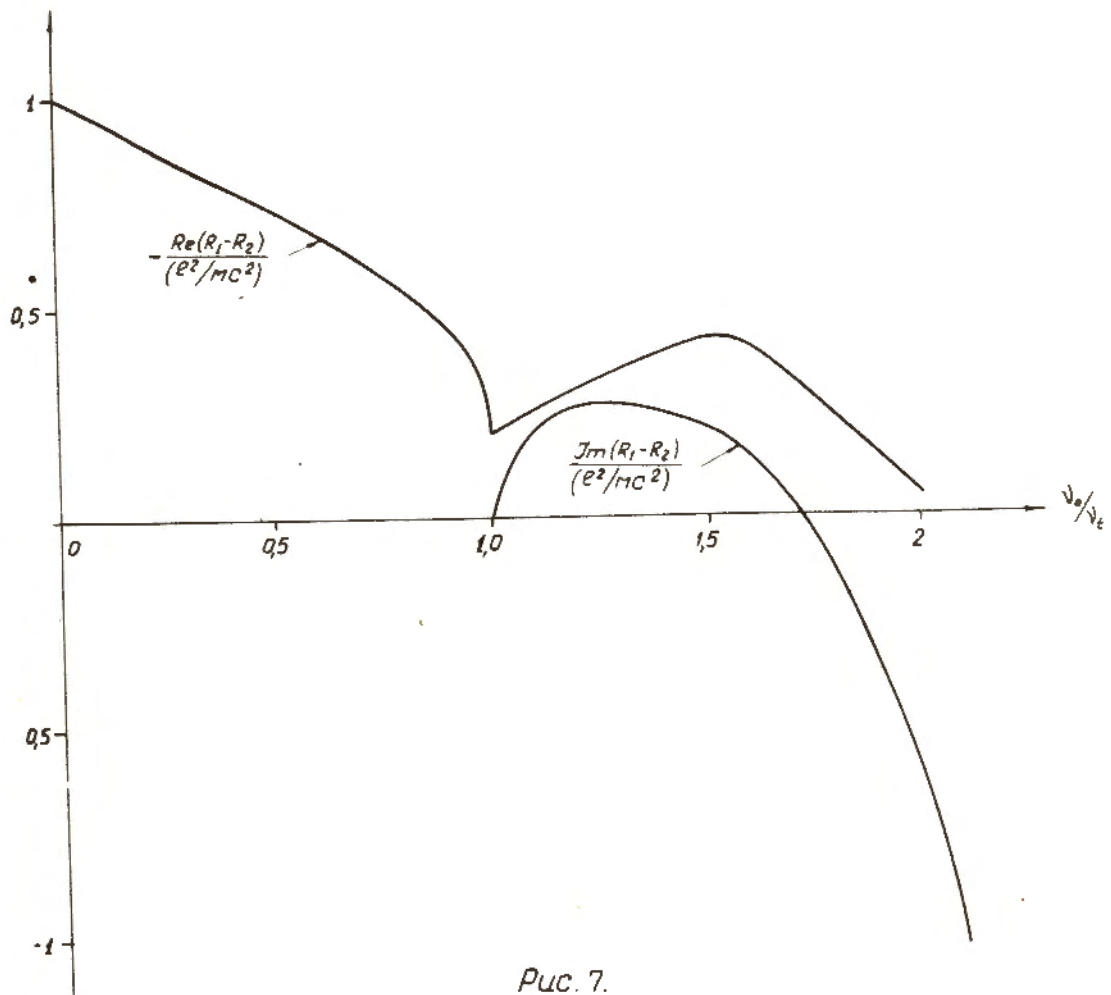


Рис. 7.

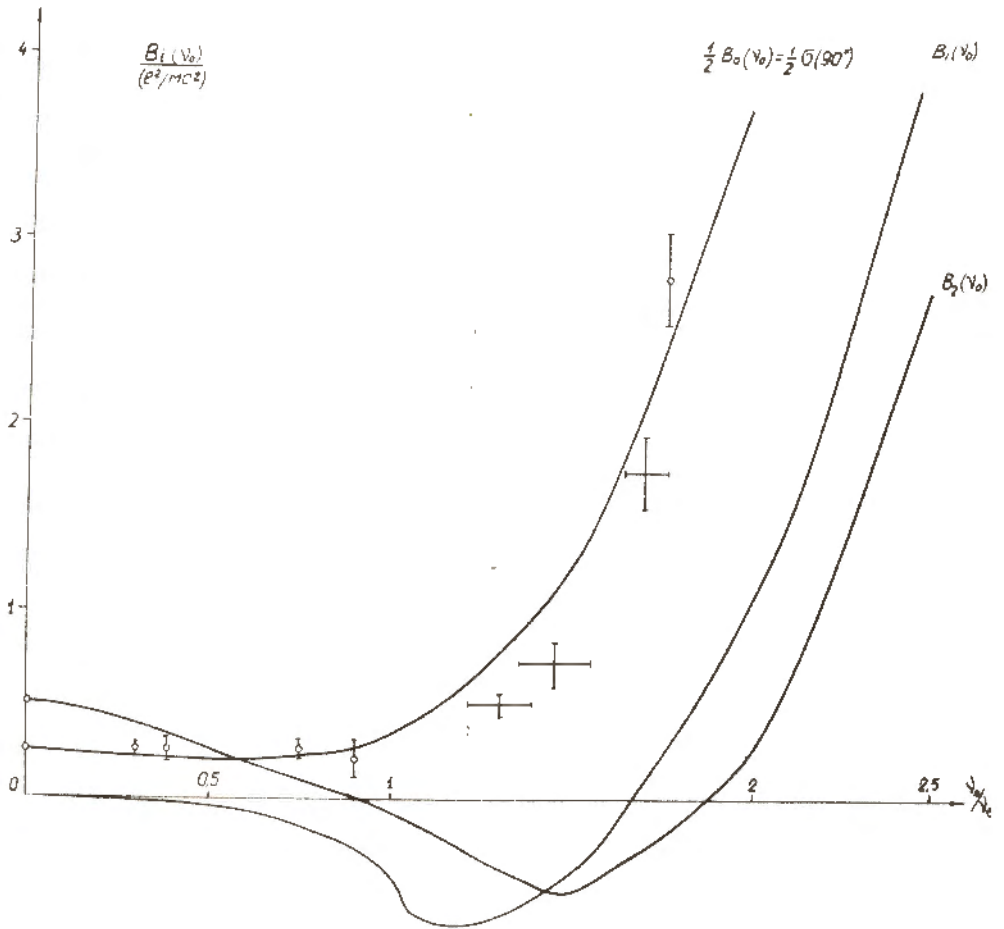


Рис. 8.

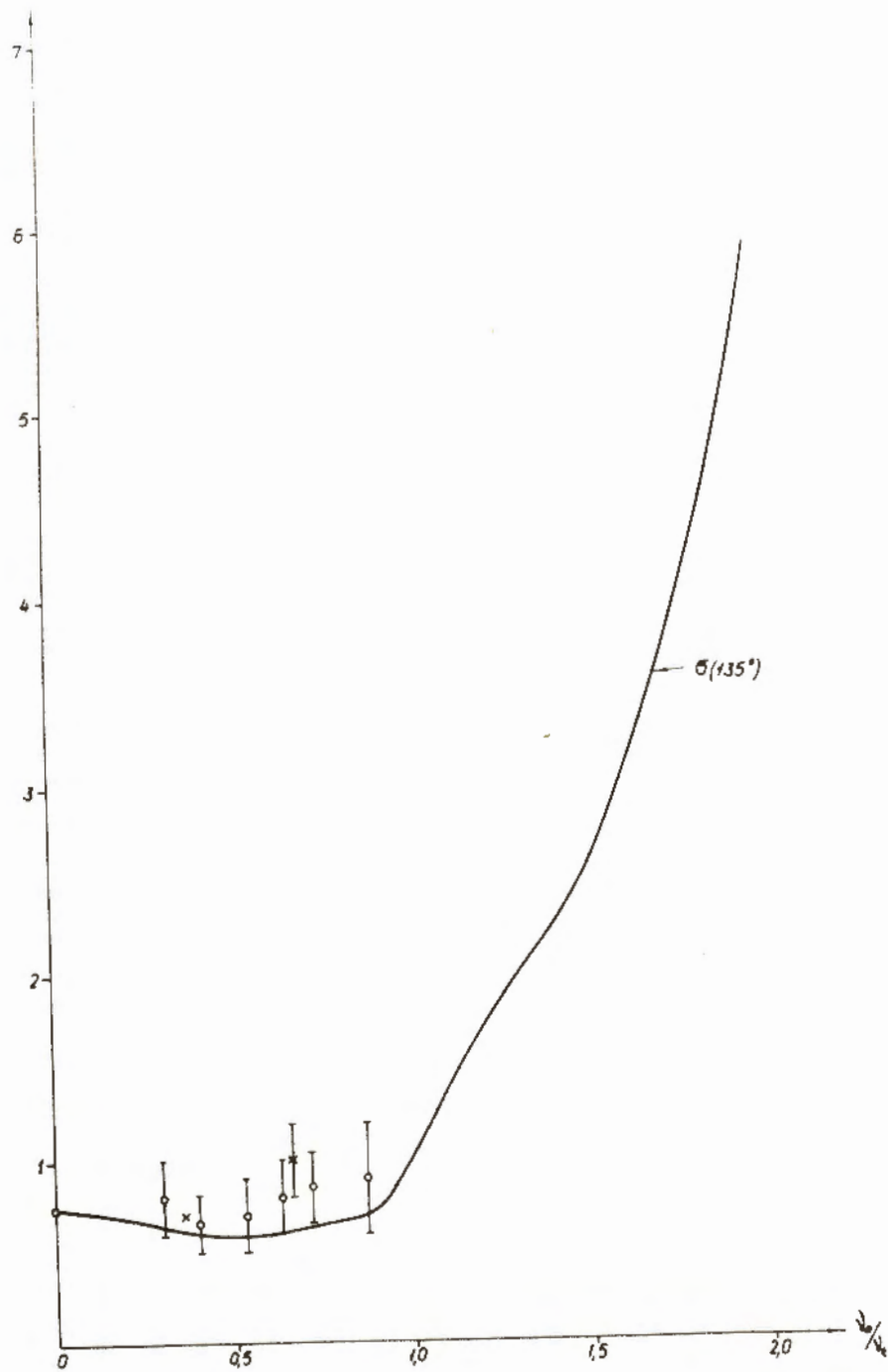
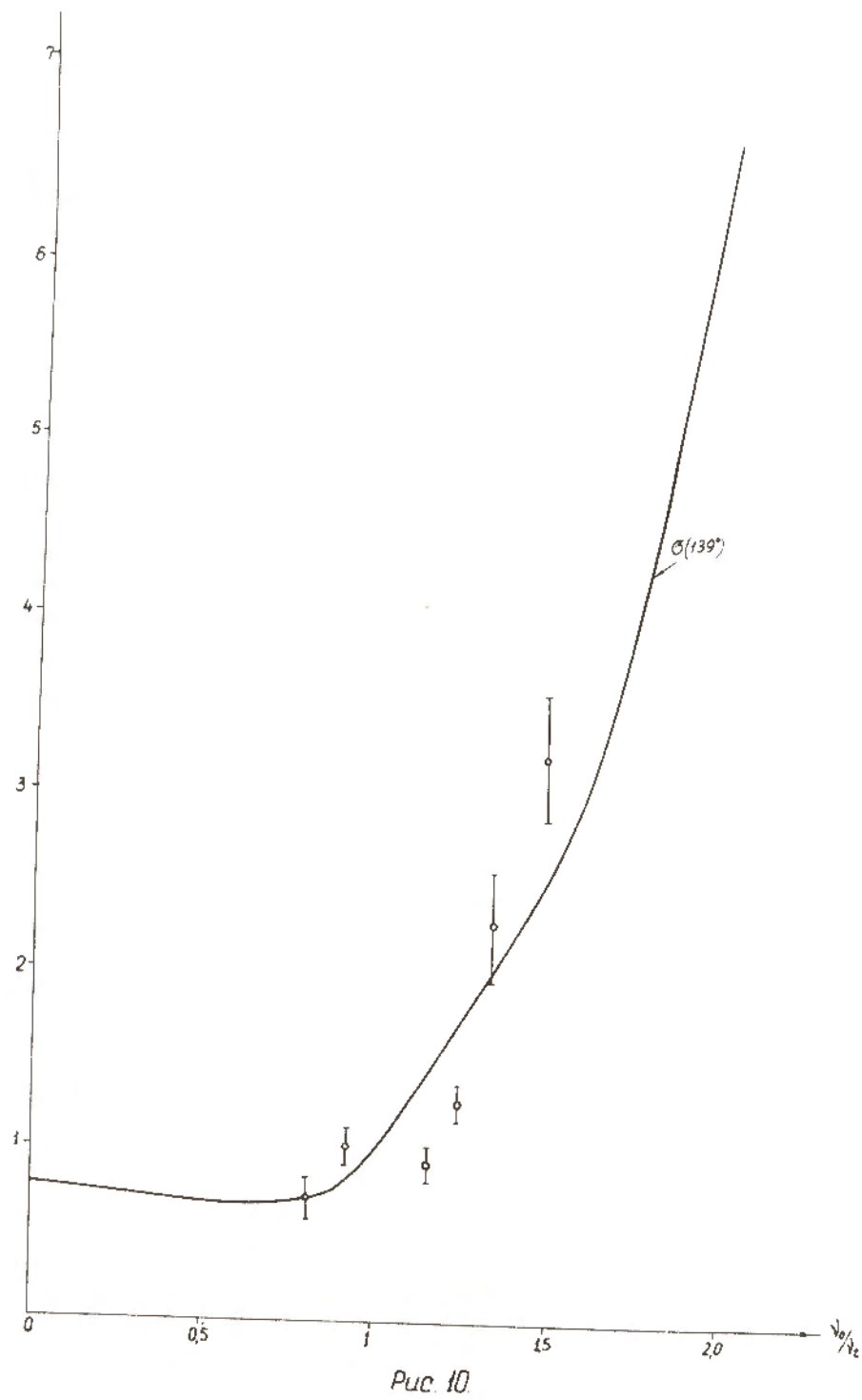


Рис 9.



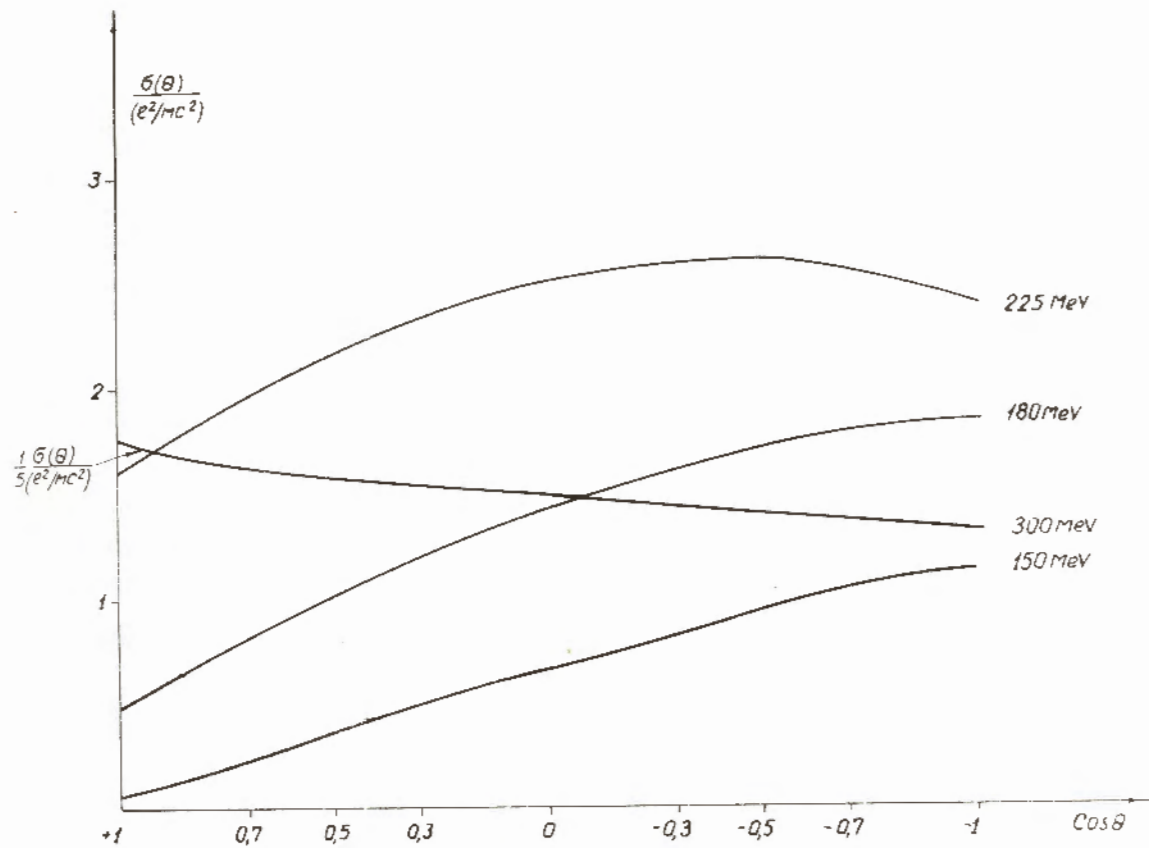


Рис 11.

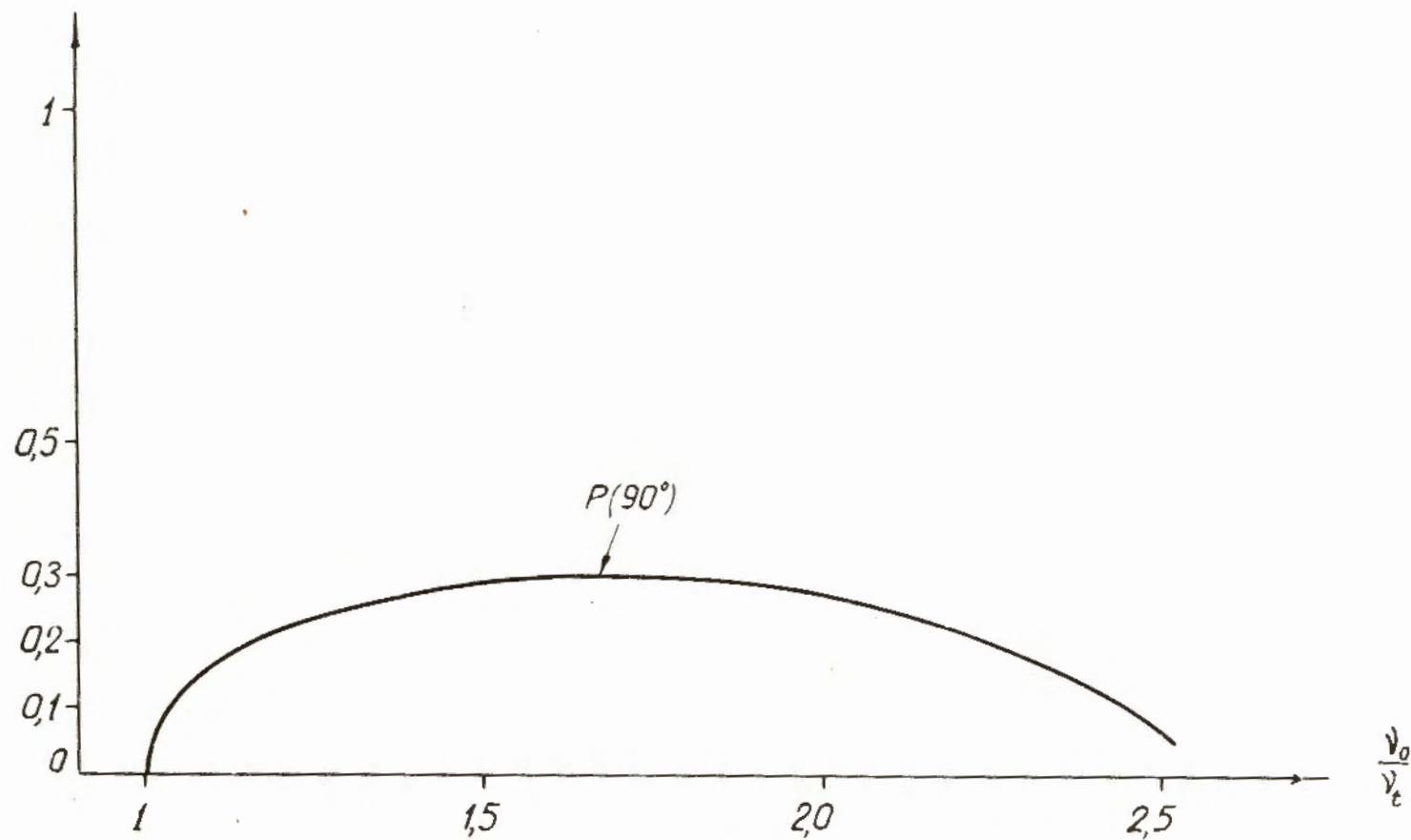


Рис. 12

Л и т е р а т у р а

1. M. Gell-Mann, M.L. Goldberger, W.E. Thirring. Phys., Rev., 95, 1612, 1954 .
2. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. ДАН СССР, 113,528,1957.
3. M. Cini, R. Stroffolini. Nucl.Phys., 5, 684, 1958 .
4. R.H. Capps. Phys., Rev., 106, 31, 1957 ;108, 1032, 1957 .
5. T. Akiba, J. Sato. Prog. Theor.Phys., 19, 93, 1958 .
6. Л.И. Лapidус, Чжоу Гуан-чжао. ЖЭТФ, 37, 1714, 1959; 38, 201, 1960.
7. M. Jacob, J. Mathews. Phys.Rev., 117, 854, 1960 .
8. M. Gell-Mann, M.L. Goldberger. Proc. 1954. Glasgow Conf. on Nucl. and Meson Physics.
Pergamon Press London N.Y.
9. L.G. Hyman, R. Ely, D.H. Frish, M.A. Wahlig. Phys.Rev. Lett, 3, 93, 1959 .
10. G. Bernardini, A.O. Hanson, A.C. Odian, T. Yamagata, L.B. Auerbach, I. Filosofo. Nuovo Cimento,
18, 1203,(1959).
11. F.E. Low. Proc. 1958. Ann. Internat. Conf. on Energy Physics . P. 98.
12. G. Glasser, N. Seeman, B. Stiller. Bull. Am.Phys.Soc. 6, 1, 1961 .
13. Л.И. Лapidус, Чжоу Гуан-чжао. "О роли одномезонной полюсной диаграммы в рассеянии γ -квантов протонами. Препринт ОИЯИ Д-681, ЖЭТФ /в печати/. В дальнейшем эта работа пируется как работа "А".
14. Л.И. Лapidус, Чжоу Гуан-чжао. "Длинноволновой предел амплитуды $u-N$ - рассеяния и кросс-симметрия". Препринт ОИЯИ Д-682, ЖЭТФ /в печати/. В дальнейшем цитируется как работа "В".
15. Y. Yamaguchi, Prog. Theor.Phys. 12, III, 1954. S. Minami, Y. Yamaguchi. Prog.Theor.Phys.17, 651, 1957 .
16. S. Minami. Photon-Proton Collision at 250-800 MeV. (Preprint).
17. Б.Б. Говорков, В.И. Гольданский, О.А. Карпунин, А.В. Куценко, В.В.Павловская, ДАН СССР, III, 888, 1956.
В.И. Гольданский, О.А. Карпунин, А.В.Куценко, В.В. Павловская. ЖЭТФ 38 , 1695, 1960 г.
В.В. Павловская. Диссертация, 1961 .