ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

Ю. Вольф и В. Целлнер

Д-703

τ-РАСПАД И $\pi\pi$-ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

ЖЭТФ, 1961, т 41, в 3, с. 835-841.

Дубна 1961

Ю. Вольф и В. Целлнер

Д-703

τ-РАСПАД И $\pi\pi$-ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Направлено в ЖЭТФ

Выводятся интегральные уравнения для определения τ-распада. Анализ эффективного радиуса дает значения длин рассеяния s-волн для $\pi\pi$-взаимодействия, которые позволяют воспроизвести экспериментальный спектр τ-распада. Хорошее согласие с экспериментом получается при $a_1 \approx 0{,}2$; $a_3 \approx -0{,}3$. Эти значения вместе с интегральными уравнениями для $\pi\pi$-рассеяния свидетельствуют в пользу существования $(T=2)$-резонанса в $\pi\pi$-взаимодействии.

1. Введение

τ -распад является одним из немногих процессов, которые позволяют исследовать $\pi\pi$ -взаимодействие без влияния других частиц. Низкая кинетическая энергия вылетающих пионов облегчает теоретический анализ, а довольно общирные экспериментальные данные позволяют сравнить теорию с экспериментом.

Для исследования τ -распада предлагается использование представления Мандельстама. Надо отметить, однако, что в представлении для процессов распада спектральные функции будут, вообще говоря, комплексными[1]. В работе[2] было показано, что мнимая часть спектральных функций соответствует процессам с тремя частицами в промежуточных состояниях[x]. В двухчастичном приближении, которое мы используем, мнимая часть спектральных функций не дает вклада. В настоящей работе рассматривается следствие такого приближения. Аналогичные соображения использовались Кури и Трейманом[3].

В дальнейшем для определения τ -распада выписываются интегральные уравнения с учетом взаимодействия π -мезонов в s- и p-состояниях. Таким образом, в принципе, возникает возможность проверки решений интегральных уравнений $\pi\pi$ -рассеяния.

Для оценки таких данных о $\pi\pi$ -взаимодействии, как длины рассеяния, можно пренебречь p -волнами. Сравнение рассчитанного матричного элемента с экспериментальным спектром τ -распада дает оценку длин рассеяния s-волн $\pi\pi$-взаимодействия. Воспользовавшись этими длинами рассеяния и интегральными уравнениями работы[4] можно получить сведения о $\pi\pi$ -взаимодействии.

2. Интегральные уравнения с учетом s- и p-волн

Для получения уравнений для τ^{+}- и τ'^{+}- распада на три π -мезона рассмотрим следующие реакции:

---

[x] Авторы благодарны Г. Бонневе за присланный препринт, в котором также обсуждается этот вопрос.

$$K^{+} + \pi_1^{-} \to \pi_2^{+} + \pi_3^{-} \quad , \qquad /1/$$

$$K^{+} + \pi_2^{-} \to \pi_3^{-} + \pi_1^{+} \quad , \qquad /2/$$

$$K^{+} + \pi_3^{+} \to \pi_1^{+} + \pi_2^{+} \quad ; \qquad /3/$$

$$K^{+} + \pi_1^{0} \to \pi_2^{0} + \pi_3^{+} \quad , \qquad /1'/$$

$$K^{+} + \pi_2^{0} \to \pi_3^{+} + \pi_1^{0} \quad , \qquad /2'/$$

$$K^{+} + \pi_3^{-} \to \pi_1^{0} + \pi_2^{0} \quad . \qquad /3'/$$

Инвариантные переменные этих процессов в с.ц.м. реакции /3/ принимают следующий вид:

$$s_1 = \gamma - 2q_3^2 + 2p_3q_3z_3 \quad ,$$
$$s_2 = \gamma - 2q_3^2 - 2p_3q_3z_1 \quad , \qquad /1/$$
$$s_3 = 4(q_3^2 + \mu^2) \quad .$$

Здесь m , μ обозначают соответственно массу K -мезона и массу пиона; $\gamma = \frac{1}{2}(m^2 - \mu^2)$; p_3, q_3 — импульсы частиц до и после столкновения, z_3 обозначает косинус угла рассеяния. Аналогичные соотношения справедливы в с.ц.м. других реакций.

s_i удовлетворяют условию

$$s_1 + s_2 + s_3 = m^2 + 3\mu^2. \qquad /2/$$

В дальнейшем мы будем использовать также следующие инвариантные комбинации:

$$2\eta_1 = s_2 - s_3 = 4p_1q_1z_1 \, ,$$
$$2\eta_2 = s_3 - s_1 = 4p_2q_2z_2 \, , \qquad /3/$$
$$2\eta_3 = s_1 - s_2 = 4p_3q_3z_3 \, .$$

Нам нужны значения инвариантных переменных для $z_i = \pm 1$. В этом случае получаем

$$s_1 s_2 s_3 = \mu^2(m^2 - \mu^2)^2 \qquad (z_i = \pm 1). \qquad /4/$$

На рис. 1 представлено соотношение /4/. Здесь I,II,III -физические области соответствующих процессов рассеяния, IY соответствует процессу распада. Эта область в случае нереальной массы K -мезона $m=3\mu$ стягивается в точку. Для действительных $s_i = 4(\nu_i+1)$ x/ при m =3,6 произведение $(p_i q_i)$ становится комплексным при

$$-1<\nu_i<0\ ;\ 0{,}7<\nu_i<4{,}3.$$

Мы принимаем следующее представление

$$A(s_1,s_2,s_3)=\frac{1}{\pi}\int_4^\infty \frac{\rho(s')+\eta_1\sigma(s')}{s'-s_1}ds'+\frac{1}{\pi}\int_4^\infty \frac{\rho(s')-\eta_2\sigma(s')}{s'-s_2}ds'+\frac{1}{\pi}\int_4^\infty \frac{\lambda(s')}{s'-s_3}ds' \qquad /5/$$

которое при $m \leq 3$ может быть получено как приближение Чини-Фубини [5] для s- и p-волн из обычного представления Мандельстама. При $\sigma = 0$ в приближении s-волн соотношение /5/ использовалось в работах [3,6].

Из /5/ и условий унитарности для процессов 1 и 3 мы получим уравнения, которые определяют функции ρ, λ, σ. Мы запишем разложение по парциальным волнам амплитуд рассеяния в следующем виде

$$A(\nu,z)\simeq A_0(\nu)+3pqz\,A_1(\nu) \qquad /6/$$

и определим s- и p-волны соответственно с помощью

$$A_0(\nu)=\frac{1}{2}\left\{A(+)+A(-)\right\}, \qquad /7а/$$

$$A_1(\nu)=\frac{1}{6pq}\left\{A(+)-A(-)\right\}. \qquad /7б/$$

Здесь $A(\pm)=A(\nu,z=\pm1)$; d- и более высокими волнами пренебрегаем.

В последующем мы обозначим амплитуды s-волн процессов 3 и 1 с помощью F_0 и G_0, а амплитуды процессов 3' и 1' с помощью f_0 и g_0, соответственно. Амплитуды p-волн обозначены соответственно через G_1 и g_1.

Из /5/,/7/ и /1/ мы получаем следующие уравнения

---

x/ Мы обозначим $\nu_i = q_i^2$; $\mu^2 = 1$.

$$F_0(s)=\Lambda^F+\frac{s-4}{\pi}\int\limits_4^\infty\frac{ds'\lambda(s')}{(s'-4)(s'-s)}+\frac{2}{\pi}\int\limits_4^\infty\frac{ds'\rho(s')}{s'-\gamma}\cdot\frac{(\alpha-\gamma)(s'-\alpha)+4p^2q^2}{(s'-\alpha)^2-4p^2q^2}$$

$$-\frac{1}{\pi}\int\limits_4^\infty ds'\sigma(s')\frac{(6\nu+4-\gamma)(s'-\alpha)+4p^2q^2}{(s'-\alpha)^2-4p^2q^2}-\frac{\gamma-4}{\pi}\int\limits_4^\infty\frac{ds'\sigma(s')}{s'-\gamma}\quad, \qquad /8/$$

$$G_0(s)=\Lambda^G+\frac{s-4}{\pi}\int\limits_4^\infty\frac{ds'\rho(s')}{(s'-4)(s'-s)}+\frac{1}{\pi}\int\limits_4^\infty\frac{ds'}{s'-\gamma}\left\{\rho(s')+\lambda(s')\right\}\frac{(\alpha-\gamma)(s'-\alpha)+4p^2q^2}{(s'-\alpha)^2-4p^2q^2}$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int\limits_4^\infty ds'\sigma(s')\frac{(6\nu+4-\gamma)(s'-\alpha)+4p^2q^2}{(s'-\alpha)^2-4p^2q^2}+\frac{\gamma-4}{2\pi}\int\limits_4^\infty\frac{ds'\sigma(s')}{s'-\gamma}\quad, \qquad /9/$$

где $\alpha=\frac{m^2-1}{2}-2\nu=\gamma-2\nu$. Для F_0 вычитание произведено в точке $s_1=s_2=\gamma,\ s_3=4$, а для G_0 в точке $s_1=4,\ s_2=s_3=\gamma$, где $\Lambda^F=A(\gamma,\gamma,4)$ и $\Lambda^G=A(4,\gamma,\gamma)$. Эти комплексные постоянные связаны соотношением /5/. Отметим, что в уравнения /8/, /9/ входят фактически только действительные части Λ^F, Λ^G, поэтому появляется только одна постоянная.

Для p-волны мы получаем уравнение

$$G_1(s)=\frac{1}{\pi}\int\limits_4^\infty\frac{ds'\frac{2}{3}\sigma(s')}{s'-s}+\frac{1}{\pi}\int\limits_4^\infty ds'\frac{2}{3}\frac{\rho(s')-\lambda(s')}{(s'-\alpha)^2-4p^2q^2}$$

$$+\frac{1}{\pi}\int\limits_4^\infty ds'\frac{\sigma(s')}{3}\cdot\frac{s'-2\alpha+s}{(s'-\alpha)-4p^2q^2}\ . \qquad /10/$$

Заметим, что в /8/,/9/,/10/ величина (pq) появляется только в четных степенях, поэтому мнимая часть обращается в нуль в областях, где $(pq)^2$ становится отрицательной. Для ρ, λ и σ условия унитарности дают

$$\rho=\sqrt{\frac{\nu}{\nu+1}}\left\{G_0\dot{\Pi}_0^0-\frac{1}{6}F_0\left(\dot{\Pi}_0^0-\dot{\Pi}_0^2\right)\right\}, \qquad /11а/$$

$$\lambda=\sqrt{\frac{\nu}{\nu+1}}\quad F_0\dot{\Pi}_0^2, \qquad /11б/$$

$$\frac{2}{3}\sigma=\sqrt{\frac{\nu}{\nu+1}}\,G_1\dot{\Pi}_1^1. \qquad /11в/$$

Π_ℓ^T – парциальные амплитуды $\pi\pi$-рассеяния для изотопического спина T.

При выводе /11а/, /11б/, /11в/ использовано правило отбора $|\Delta T|=\frac{1}{2}$, которое дает следующие соотношения между амплитудами, определяющими распад:

$$F_0=2g_0, \qquad /12а/$$

$$G_0=f_0+g_0, \qquad /12б/$$

$$G_1=-g_1. \qquad /12в/$$

Уравнения /8/, /9/, /10/ могут быть записаны в виде дисперсионных соотношений в ν-плоскости. Для $F_0(\nu)$, например, получаем

$$F_0(\nu)=\lambda^F+\frac{\nu}{\pi}\int_0^\infty\frac{d\nu'\lambda(\nu')}{\nu'(\nu'-\nu)}+\frac{\nu}{\pi}\int_0^{0,7}d\nu'\,\frac{\rho(\alpha'+2p'q')+\left\{\frac{1}{2}\alpha'-2-2\nu'-p'q'\right\}\sigma(\alpha'+2p'q')}{\nu'(\nu'-\nu)} \qquad /13/$$

$$+\frac{\nu}{\pi}\left\{\int_{-\infty}^{-1}+\int_0^{0,7}\right\}d\nu'\,\frac{\rho(\alpha'-2p'q')+\left\{\frac{1}{2}\alpha'-2-2\nu'+p'q'\right\}\sigma(\alpha'-2p'q')}{\nu'(\nu'-\nu)},$$

где $\alpha'=\alpha(\nu')$, $p'=p(\nu')$, и т.д.

На таблице 1 показано изменение $\nu^\mp=\alpha'\pm2p'q'$ в пределах интегрирования по ν'.

Таблица 1.

ν'	$-\infty$	$-1,65$	-1	0	0,5	0,7
ν^+	$+\infty$	$+4,3$	$+\infty$	0,5	1	0,15
ν^-	–	–	–	0,5	0	0,15

Мы видим, что область $1<\nu<4{,}3$ не дает вклада в дисперсионные соотношения. Поэтому возможный резонанс в P-волне $\pi\pi$-взаимодействия, который ожидается приблизительно в этой области, практически мало влияет на значения F_0 и G_0. Следует напомнить, что область физического τ-распада ограничена $\nu \approx 0{,}7$, поэтому амплитуды с большими значениями ν будут оказывать лишь незначительное влияние на распад. Несмотря, однако, на слабое влияние P-волн, их учет может быть важен для проверки решений интегральных уравнений $\pi\pi$-взаимодействия.

3. Уравнения для s-амплитуд и анализ в приближении эффективного радиуса

Пренебрегая членами, содержащими P-волну в /8/, /9/, можно получить систему интегральных уравнений только для s-волн. Однако, чтобы получить первую числовую оценку, более удобно использовать систему интегральных уравнений, полученную в /5/ путем интегрирования вдоль прямых $z_i=0$. Поэтому вместо /6/, /7/ мы выбираем следующее определение для s-волн:

$$A(\nu, z=0) = A_0(\nu). \qquad /14/$$

Это приводит к соотношениям

$$\mathrm{Re}\,F_0(\nu) = \Lambda + P\frac{1}{\pi}\int_0^\infty d\nu'\lambda(\nu')\left\{\frac{1}{\nu'-\nu} - \frac{1}{\nu'-\nu_0}\right\} + P\frac{2}{\pi}\int_0^\infty d\nu'\rho(\nu')\left\{\frac{1}{\nu'-\frac{1-\nu}{2}} - \frac{1}{\nu'-\nu_0}\right\}, \qquad /15а/$$

$$\mathrm{Re}\,G_0(\nu) = \Lambda + P\frac{1}{\pi}\int_0^\infty d\nu'\rho(\nu')\left\{\frac{1}{\nu'-\nu} - \frac{1}{\nu'-\nu_0}\right\} + P\frac{1}{\pi}\int_0^\infty d\nu'\left\{\rho(\nu')+\lambda(\nu')\right\}\left\{\frac{1}{\nu'-\frac{1-\nu}{2}} - \frac{1}{\nu'-\nu_0}\right\}. \qquad /15б/$$

Вычитание проделано в точке $\nu_1=\nu_2=\nu_3=\frac{1}{3}=\nu_0$, где $\Lambda = \mathrm{Re}\,A(\nu_0,\nu_0,\nu_0)$. В области физического τ-распада мы имеем

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{Im}\,F_0(\nu) &= \lambda(\nu) + 2\rho\left(\frac{1-\nu}{2}\right), \qquad /16а/ \\ \mathrm{Im}\,G_0(\nu) &= \rho(\nu) + \rho\left(\frac{1-\nu}{2}\right) + \lambda\left(\frac{1-\nu}{2}\right). \qquad /16б/ \end{aligned}\right\}\ 0 \le \nu \le 1$$

Соотношения /15/, /16/ используются для анализа в приближении эффективного радиуса. Указанное приближение должно быть довольно хорошим ввиду слабой энергетической зависимости τ-распада. Таким путем Кури и Трейман [3] получили из сравнения с опытом оценки для разности длин s-рассеяния $\pi\pi$-взаимодействия. Их исследования, однако, должны быть уточнены, например, с помощью учета влияния мнимой части на вероятность распада.

Мы исходим из следующего приближения:

$$\sqrt{\frac{\nu}{\nu+1}}\,\Pi_0^T(\nu) = \frac{a_T\sqrt{\nu}}{1-ia_T\sqrt{\nu}} \simeq a_T\sqrt{\nu}\ ;\ F_0 \simeq G_0 \simeq \lambda. \qquad /17a/$$

Подставляя /17/ в /15,/16/, мы получим

$$\frac{1}{\lambda}\,\mathrm{Re}\,F_0(\nu) = 1 + \frac{a_2}{\pi}Z_1(\nu) + \frac{5a_0+a_2}{3\pi}Z_2(\nu)\ , \qquad /18a/$$

$$\frac{1}{\lambda}\,\mathrm{Re}\,G_0(\nu) = 1 + \frac{5a_0+a_2}{6\pi}Z_1(\nu) + \frac{5a_0+7a_2}{6\pi}Z_2(\nu)\ ; \qquad /18б/$$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{1}{\lambda}\,\mathrm{Im}\,F_0(\nu) = a_2\sqrt{\nu} + \frac{5a_0+a_2}{3}\sqrt{\frac{1-\nu}{2}}\ , && /19a/\\ &\frac{1}{\lambda}\,\mathrm{Im}\,G_0(\nu) = \frac{5a_0+a_2}{6}\sqrt{\nu} + \frac{5a_0+7a_2}{6}\sqrt{\frac{1-\nu}{2}}\ , && /19б/\end{aligned}\right\}\ 0\le\nu\le 1$$

где

$$Z_1(\nu) = \sqrt{\nu}\,\ln\frac{1-\sqrt{\nu}}{1+\sqrt{\nu}} - \sqrt{\nu_0}\,\ln\frac{1-\sqrt{\nu_0}}{1+\sqrt{\nu_0}}\ , \qquad /20a/$$

$$Z_2(\nu) = \sqrt{\frac{1-\nu}{2}}\,\ln\frac{1-\sqrt{\frac{1-\nu}{2}}}{1+\sqrt{\frac{1-\nu}{2}}} - \sqrt{\nu_0}\,\ln\frac{1-\sqrt{\nu_0}}{1+\sqrt{\nu_0}}\ . \qquad /20б/$$

Используя уравнения /18/, /19/ и приближение

$$\sqrt{\frac{\nu}{\nu+1}}\,\Pi_0^T(\nu) \simeq \sqrt{\nu}\,a_T + i\nu a_T^2 \qquad /17б/$$

для амплитуд $\pi\pi$-взаимодействия, мы получаем выражение для g,λ, которые подставляем в /5/. После интегрирования и разложения по степеням ν_i /с учетом $\nu_1+\nu_2+\nu_3=1$/ действительная часть амплитуды распада принимает вид:

$$\frac{\pi}{\lambda}\,\mathrm{Re}\,A = \mathrm{const.} - \frac{\pi}{\alpha}R(a_2,a_0)\,\nu_3\ . \qquad /21/$$

Здесь

$$\frac{\pi}{\alpha}R(a_2,a_0) = \frac{5}{3}(a_2-a_0) + \frac{5}{3}(a_2^2-a_0^2) - \frac{5}{9\pi}(a_2^2+a_2a_0-2a_0^2) - \frac{5}{3}(a_2^3-a_0^3) \qquad /22/$$

и $\quad \alpha = \frac{1}{4}(m^2-1)^2 - 1 = 0{,}7$ для $m^2 = 13.$

Для v_i мы имеем

$$v_i = \alpha(1-t_i)\ ; \tag{23}$$

здесь t_i кинетическая энергия i-го π-мезона в системе покоя τ -мезона. Производя вычитание в симметричной точке $t_i = t_0 = \frac{1}{3}$, где $\Lambda = \mathrm{Re}\,A(t_0)$, мы получаем для квадрата действительной части А:

$$\frac{1}{\Lambda^2}\left\{\mathrm{Re}\,A(t_3)\right\}^2 = 1 + (2t_3-1)\,R(a_2,a_0) + \Gamma^2 . \tag{24}$$

Здесь

$$\Gamma^2 = \frac{1}{4}(2t_3-1)^2\left\{R(a_2,a_0)\right\}^2. \tag{25}$$

Для мнимой части амплитуды распада мы получаем при

$$\mathrm{Im}\,A(v_1,v_2,v_3) = \rho(v_1) + \rho(v_2) + \lambda(v_3) \tag{26}$$

из уравнений /11/, /14б/ /18/ и /19/ следующее выражение

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\Lambda}\mathrm{Im}\,A(v_1,v_2,v_3) \equiv I = \\
&= \left(\sqrt{v_1}+\sqrt{v_2}\right)\left\{\frac{1}{6}(5a_0+a_2) - \frac{5}{54\pi}(a_2-a_0)(4a_0-a_2)\right\} + \sqrt{v_3}\,a_2\left\{1+\frac{5}{9\pi}(a_2-a_0)\right\} + \\
&+\left(v_1^{3/2}+v_2^{3/2}\right)\left\{\frac{1}{6}(5a_0^2+a_2^2) + \frac{5}{18\pi}(a_2-a_0)(4a_0-a_2)\right\} + v_3^{3/2}a_2\left\{a_2^2 - \frac{5}{3\pi}(a_2-a_0)\right\} + \\
&+\left(v_1\sqrt{\frac{v_2+v_3}{2}} + v_2\sqrt{\frac{v_1+v_3}{2}}\right)\left\{\frac{5}{9}a_0^2(a_0+2a_2) + \frac{1}{18}a_2^2(5a_0+a_2)\right\} + v_3\sqrt{\frac{v_1+v_2}{2}}\left\{\frac{1}{3}a_2^2(5a_0+a_2)\right\}.
\end{aligned} \tag{27}$$

С помощью /23/, /24/ мы имеем для квадрата фейнмановской амплитуды

$$\sigma' \equiv \frac{1}{\Lambda^2}|A|^2 = 1 + (2t_3-1)\,R(a_2,a_0) + K(a_2,a_0;v_i)\,, \tag{28}$$

где

$$K(a_2,a_0;v_i) = \Gamma^2 + I^2. \tag{29}$$

Это выражение сравнивается с величиной σ , которая достаточно хорошо описывает экспериментальные данные /7/:

$$\sigma \equiv |M|^2 = 1 + 0{,}2\,(2t_3-1). \tag{30}$$

σ и σ' связаны соотношением

$$\sigma = \frac{\sigma}{1+I^2(\nu_i=\nu_0)} . \qquad /31/$$

На рис.2 величина $R(a_2,a_0)=0{,}2$ и $\mathrm{Jm}\,A(\nu_i=\nu_0)=0$ представлены как функции от a_2, a_0.

Если мы подставим значения $a_2=-0{,}3$ и $a_0=-1$, предложенные в /3/, в наши соотношения, то получим $R(-0{,}3;-1)=-0{,}35$ и

$$\frac{1}{\Lambda^2}(\mathrm{Jm}\,A)^2=\begin{cases}2{,}6\\1{,}6\\0{,}6\end{cases};\quad \sigma=\begin{cases}0{,}5\\1\\0{,}6\end{cases} \quad \text{для} \quad \begin{cases}\nu_3=0;\ \nu_1=\nu_2=0{,}5,\\ \nu_3=\nu_1=\nu_2=\frac{1}{3},\\ \nu_3=0{,}7;\ \nu_1=\nu_2=0{,}15.\end{cases} \qquad /32/$$

Отметим, что в соответствии с /30/ экспериментальная энергетическая зависимость σ для энергий /32/ имеет вид 1,2; 1; 0,8; поэтому вышеуказанные значения a_2, a_0 не пригодны для воспроизведения опытных данных о τ-расцаде.

Согласие с эксцериментальной энергетической зависимостью может быть получено, например, когда $a_2=0{,}2$; $a_0=-0{,}3$. Мы получаем $R(0{,}2;-0{,}3)=0{,}16$ и

$$\frac{1}{\Lambda^2}(\mathrm{Jm}\,A)^2=\begin{cases}0{,}07\\0{,}02\\0{,}00\end{cases};\quad \sigma=\begin{cases}\simeq 1{,}2,\\1,\\\simeq 0{,}8.\end{cases} \qquad /33/$$

В таблице 2 приведены примеры, которые характеризуют зависимость теоретического значения σ от длин рассеяния a_2, a_0.

Если допустить погрешность в 40% в определении зависящей от энергии части σ найдем, что значения a_2, a_0 заштрихованной на рис. 2 области, воспроизводят опытные данные с достаточной степенью точности.

Таблица 2.

a_2	-1	-0,3	-0,333	-0,2	0	0	0	0,1	0,1	0,15
a_0	-0,465	-1	-0,135	-0,27	-0,5	-0,3	0	0,65	-0,45	-0,4
$\sigma\{\nu_3=0;\ \nu_1=\nu_2=0{,}5\}$	0,64	0,45	0,89	1,21	1,23	1,08	1	1,41	1,28	1,28
$\sigma\{\nu_3=0{,}7;\ \nu_1=\nu_2=0{,}15\}$	1,41	0,01	1,05	0,68	0,79	0,85	1	0,71	0,79	0,81

a_2	0,2	0,2	0,25	0,3	0,333	0,333	0,4	0,5	0,6	0,7
a_0	-0,3	0,2	-0,35	-0,5	-0,2	0,135	-0,3	0	-0,8	0,11
$\sigma\{\nu_3=0;\ \nu_1=\nu_2=0{,}5\}$	1,22	1,20	1,32	1,13	1,23	1,0	1,36	1,1	1,45	0,95
$\sigma\{\nu_3=0{,}7;\ \nu_1=\nu_2=0{,}15\}$	0,82	0,87	0,78	0,76	0,83	0,78	0,79	0,95	0,49	1,03

σ как функция от a_2, a_0 /по определению $\sigma(\nu_1=\nu_2=\nu_3=\frac{1}{3})=1$ /.

Значения, приведенные для σ, относятся к равным энергиям ν_1, ν_2. Заметим, что при $\nu_1 \neq \nu_2$ в заштрихованной области получены значения, которые мало отличаются от приведенных выше, т.е. при $a_2=0{,}2$; $a_0=-0{,}3$:

$$\begin{aligned} &\sigma(\nu_3=0;\ \nu_1=0{,}3;\ \nu_2=0{,}7)=1{,}24\,, \\ &\sigma(\nu_3=\tfrac{1}{3};\ \nu_1=\tfrac{2}{3};\ \nu_2=0)=1{,}00\,, \\ &\sigma(\nu_3=0{,}7;\ \nu_1=0{,}3;\ \nu_2=0)=0{,}84\,. \end{aligned} \qquad /34/$$

Наши значения для длин рассеяния воспроизводят также данные о спектрах π-мезонов в работе /8/. При $a_2=0{,}2$ и $a_0=-0{,}3$ мы получаем для π^+-спектра

$$W(t_1)=\begin{cases} 0{,}92 \\ 1 \\ 1{,}11 \end{cases} \text{для} \quad \begin{cases} \nu_1=0;\ \nu_2=\nu_3=0{,}5\,, \\ \nu_i=\frac{1}{3}\,, \\ \nu_1=0{,}7;\ \nu_2=\nu_3=0{,}15\,. \end{cases} \qquad /35/$$

Длины $\pi\pi$-рассеяния a_2, a_0, полученные таким образом из τ-распада, приводят к некоторым следствиям для относительной величины парциальных волн $\pi\pi$-взаимодействия. Из интегральных уравнений для $\pi\pi$-рассеяния в работе /4/ может быть выведено следующее соотношение между a_2 и a_0 :

$$2a_0 - 5a_2 = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{d\nu}{\nu(\nu+1)}\left\{2\,\mathrm{Im}\,\Pi_0^0(\nu) + 9\,\mathrm{Im}\,\Pi_1^1(\nu) - 5\,\mathrm{Im}\,\Pi_0^2(\nu)\right\}. \qquad /36/$$

Для всех пар a_2 и a_0, воспроизводящих экспериментальный спектр τ-распада, комбинация $(2a_0-5a_2)$ отрицательна.

Такой результат не обязательно противоречит возможности резонанса в P-волне, но свидетельствует в пользу существования $(T=2)$-резонанса в $\pi\pi$-взаимодействии.

Литература

1. Л.Окунь. Материалы ежегодной конференции по физике высоких энергий, Рочестер, 1960.
2. S.Fubini, R.Stroffolini. Nuovo Cim., XVII, 263 (1960).
3. N.Khuri, S.Treiman. Phys. Rev., 119, 1115 (1960).
4. Сянь Дин-чан, Хэ Цзо-сю, В. Целлнер. ЖЭТФ, 39, 1668 /1960/.
5. M.Cini, S.Fubini. Ann. Phys., 3, 352 (1960).
6. R.Sawyer, K.Wali. Phys. Rev., 119, 1429 (1960).
7. M.Gell-Mann, A.Rosenfeld. Annual Review of Nuclear Science. Vol. 7, p. 463.
8. S.McKenna, etal. Nuovo Cimento, 10, 763 (1958).

Рукопись поступила в издательский
отдел 24 марта 1961 г.

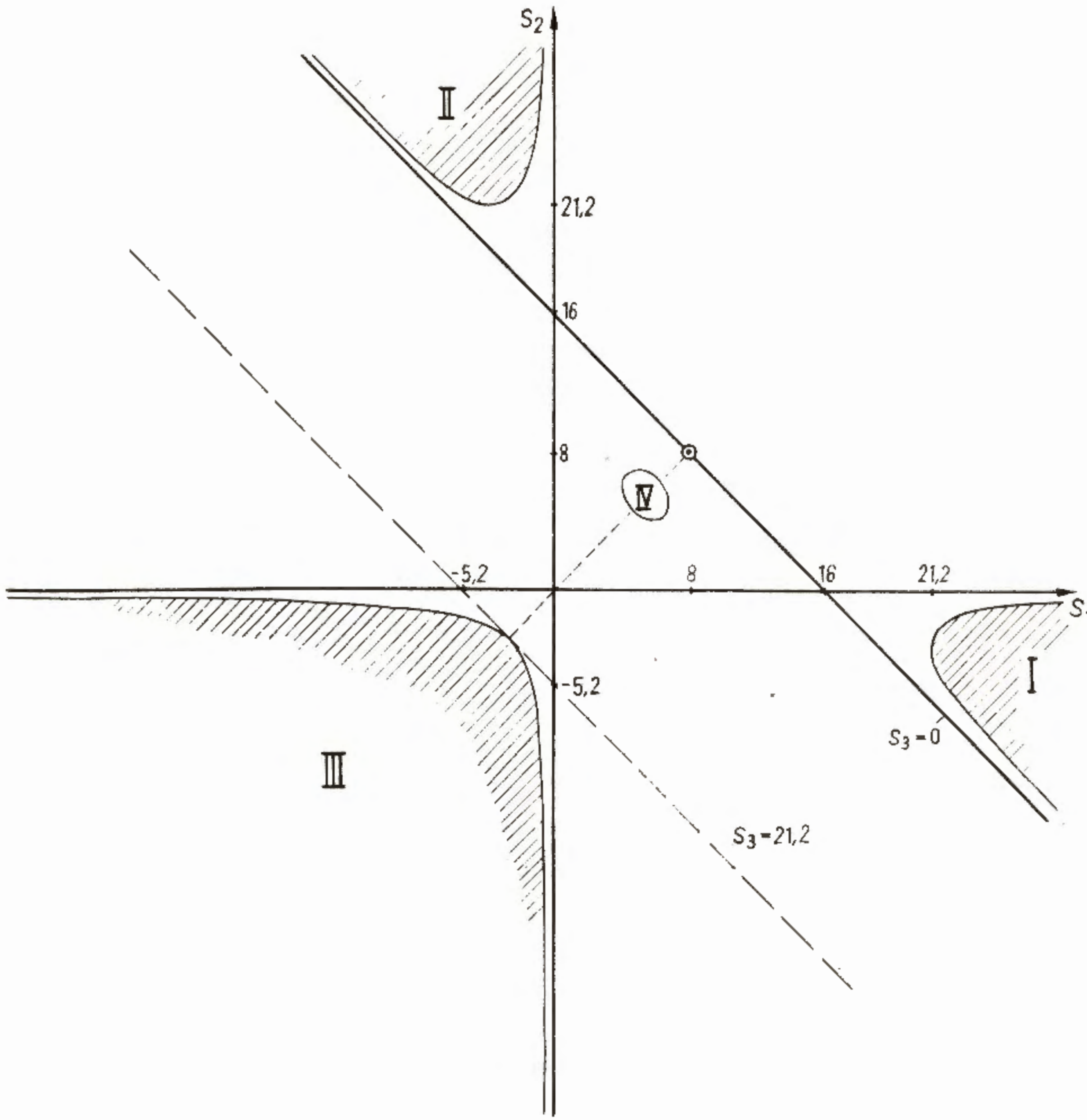

Рис. 1.

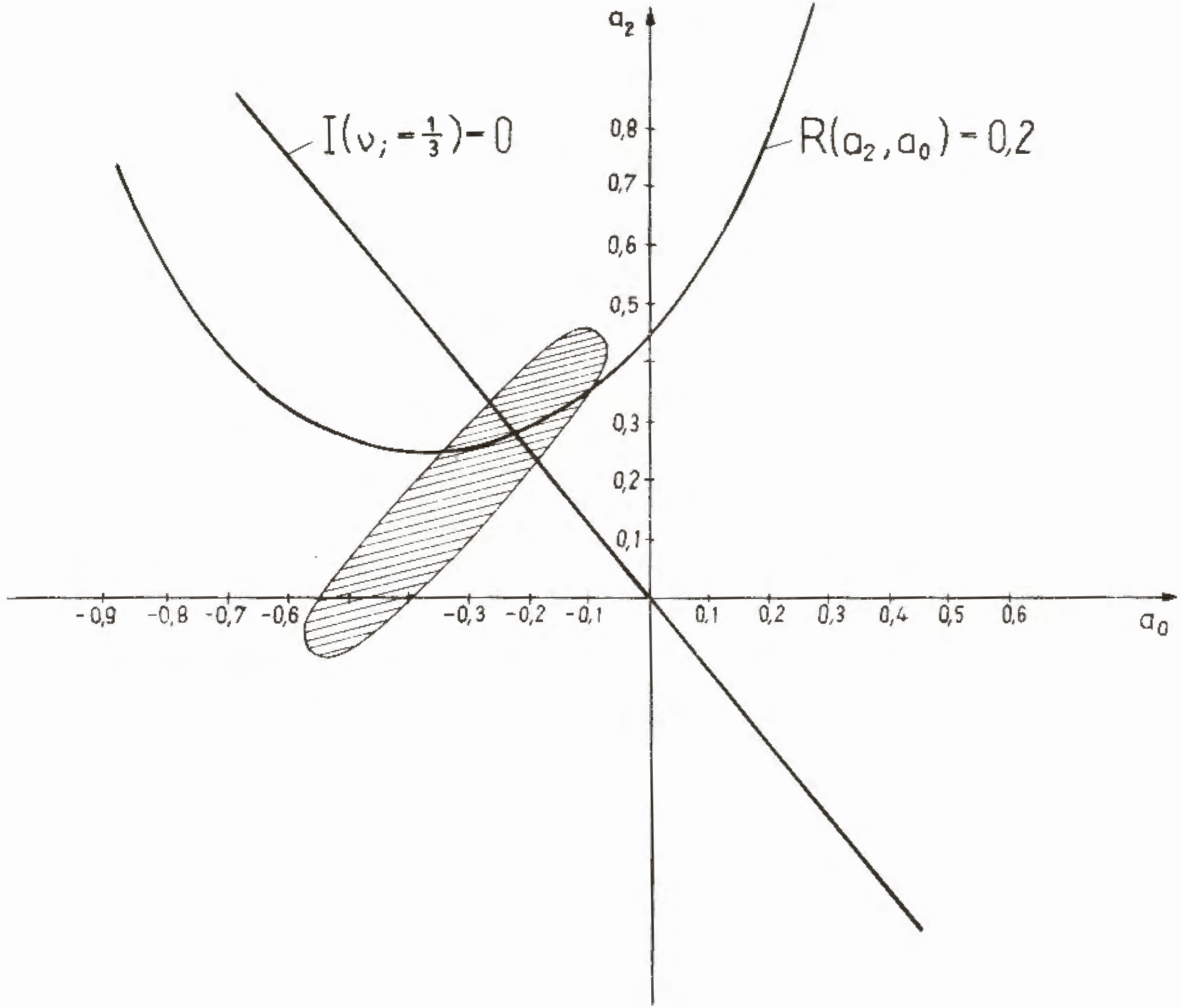
a2
I(ν; = 1/3) = 0
R(a2, a0) = 0,2
0,8
0,7
0,6
0,5
0,3
0,2
0,1
- 0,9
-0,8
-0,7
-0,6
-0,3
-0,2
-0,1
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
a0

Рис. 2.