ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

А.В. Ефремов, Чжу Хунь-юань, Д.В.Ширков

Д-697

НЕЙТРАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПИОН-ПИОННОГО РАССЕЯНИЯ

ЖЭТФ, 1961, т 41, в.2, с 603-611.

Дубна 1961 год

А.В. Ефремов, Чжу Хунь-юань, Д.В.Ширков

Д-697

НЕЙТРАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПИОН-ПИОННОГО РАССЕЯНИЯ

Направлено в ЖЭТФ

Содержание

Исследуется уравнение, описывающее рассеяние нейтральных псевдоскалярных мезонов в области низких энергий. Получено общее решение этого уравнения, аналогичное решению Кастильехо, Далитца и Дайсона [1] для уравнения Чу-Лоу. Это решение допускает два различных асимптотических поведения при больших энергиях. В случае, когда при больших энергиях амплитуда убывает как $(\ln E)^{-1}$, решение соответствует перенормированной теории возмущений. Во втором случае, когда амплитуда убывает как E^{-4}, решение не соответствует теории возмущений. В некотором смысле оно может быть сопоставлено с неперенормируемым лагранжианом $(\partial\varphi/\partial x_\mu \; \partial\varphi/\partial x_\mu)^2$. Это второе решение обладает рядом интересных свойств. В частности, оно оказывается вырожденным при выключении взаимодействия.

1. В в е д е н и е

В последние годы была предпринята попытка построить теорию сильных взаимодействий в области низких энергий, исходя из аналитических свойств амплитуды рассеяния, в форме, предложенной Мандельстамом[2], и требования унитарности.

В основу рассуждений было положено предположение о возможности замкнутого описания явлений в области низких энергий. Математически эта гипотеза сводится к допущению о том, что поведение аналитической функции в малой области определяется близлежащими особенностями[3].

Ограничение областью малых энергий позволяет приближенно записать условие унитарности только с учетом двухчастичных промежуточных состояний. Такое приближенное условие унитарности вместе со спектральным представлением дает возможность написать [2,4] замкнутую систему нелинейных интегральных уравнений для амплитуды рассеяния, как функции двух переменных.

Ввиду сложности таких уравнений делают еще одно приближение, представляя амплитуду рассеяния в виде суммы небольшого числа первых членов ее разложения по полиномам Лежандра. Таким путем Чу и Мандельстам получили[5] замкнутую систему нелинейных интегральных уравнений для низших парциальных волн пион-пионного рассеяния. Вслед за этим аналогичные уравнения были получены для ряда процессов[6,7] и др. В этих работах при анализе антиэрмитовой части амплитуды в кроссинг-интеграле используют аналитическое продолжение по полиномам Лежандра в область $|\cos\theta|>1$. Но ограничение первыми членами ряда Лежандра приводит к большим ошибкам[8,9,10], которые особенно велики при высоких энергиях кроссинг-процессов. Интегралы от высших парциальных волн оказываются расходящимися, а решения уравнений неустойчивыми по отношению к малым возмущениям в области высоких энергий. Аналитическое продолжение по полиномам Лежандра в частности привело к противоречиям[11] при попытке определить параметры резонанса ρ- фазы $\pi\pi$ -рассеяния из πN- рассеяния и из структуры нуклона, а также к невозможности получить устойчивое решение уравнений для $\pi\pi$ -рассеяния с большой ρ-волной[12].

Таким образом, использование аналитического продолжения по полиномам Лежандра в конечном итоге приводит к противоречию с исходным предположением о замкнутости области низких энергий. Перечисленные трудности могут породить сомнения в возможности построения замкнутой теории сильных взаимодействий при низких энергиях.

Однако, по нашему мнению, для такого пессимизма пока еще нет достаточных оснований. Весьма возможно, что перечисленные трудности могут быть преодолены при несколько другом подходе к выводу уравнений для парциальных волн, предложенном в работах [9,10]. В этом выводе не используется аналитическое продолжение по полиномам Лежандра, и уравнения для парциальных волн отличаются от уравнений типа Чу-Мандельстама структурой кроссинг-интегралов. Эти интегралы, в частности, обладают лучшей сходимостью в области больших энергий.

Упомянутая программа может привести к описанию явлений в области низких энергий, свободному от внутренних противоречий. Для этого, разумеется, необходимо выполнить численное решение уравнений для парциальных волн различных процессов и в первую очередь для пион-пионного рассеяния. Последние были получены в работе [8] и в более простой форме, в предположении, что d- и f-волны пренебрежимо малы по сравнению с S- и P- волнами, в работе [9]. При выводе этих уравнений были использованы лишь строго доказанные дисперсионные соотношения для рассеяния вперед.

Для того, чтобы провести численное решение этих уравнений, необходимо представить себе хотя бы некоторые общие свойства решений уравчений такого типа. Однако, аналитическое исследование уравнений работы [9] оказывается сложным.

С этой целью мы рассмотрим сначала нейтральный аналог системы уравнений работы [9]. Это рассмотрение приводит к ряду важных следствий, которые необходимо принимать во внимание при аналитическом исследовании и численном решении таких уравнений.

2. Уравнение и поведение решения при больших энергиях

В рассматриваемом случае амплитуда рассеяния А является скалярной функцией трех обычных инвариантных аргументов

$$s = 4(\nu+1), \quad u = -2\nu(1+c), \quad t = -2\nu(1-c), \tag{2.1}$$

где $\nu = q^2/\mu^2$, $c = \cos\theta$; q и θ – импульс и угол рассеяния в системе центра масс. В силу кроссинг-симметрии функция A является симметричной относительно перестановки любой пары аргументов (2.1). Поэтому ее ряд Лежандра содержит только четные ℓ. В соответствии с нашей программой /9,10/, мы отождествим амплитуду рассеяния вперед с S -волной

$$A(\nu,c) \cong A_0(\nu) \equiv A(\nu). \tag{2.2}$$

Используя симметрию амплитуды относительно перестановки s и t и принимая во внимание, что

$$A(\nu) = \lim_{\varepsilon \to 0} A(\nu + i\varepsilon),$$

получаем

$$A(-\nu-1) = A^*(\nu) \tag{2.3}$$

Условие унитарности для S -волны может быть записано в виде

$$\operatorname{Im} A(\nu) = K(\nu)\,|A(\nu)|^2 \qquad \nu > 0$$
$$K(\nu) = \sqrt{\frac{\nu}{\nu+1}}\,. \tag{2.4}$$

Эта формула является точной вплоть до порога первого неупругого процесса при $\nu = 3$. Мы, однако, будем считать, что формула (2.4) справедлива при всех положительных ν, предполагая, что такое допущение мало повлияет на решение при малых ν. Формула (2.4) ограничивает функцию $A(\nu)$, поэтому при написании дисперсионного соотношения достаточно одного вычитания, которое мы сделаем в симметричной точке $\nu = -1/2$. Получим

$$A(\nu) = \lambda + \frac{\nu + 1/2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\operatorname{Im} A(\nu')}{\nu' + 1/2} \left\{ \frac{1}{\nu' - \nu} - \frac{1}{\nu' + \nu + 1} \right\} d\nu'. \tag{2.5}$$

Из формулы (2.5) видно, что предположение

$$\lim_{\nu \to \infty} \operatorname{Im} A(\nu) = G > 0$$

приводит к логарифмическому росту реальной части и, следовательно, к противоречию. Поэтому $A(\infty) = 0$

и, следовательно, мы можем написать уравнение для $A(\nu)$ без вычитания

$$A(\nu)=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{Im}\,A(\nu')\left\{\frac{1}{\nu'-\nu}+\frac{1}{\nu'+\nu+1}\right\}d\nu'. \tag{2.6}$$

Из (2.6) также следует, что

$$\lambda=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\mathrm{Im}\,A(\nu')}{\nu'+1/2}d\nu'>0. \tag{2.7}$$

Таким образом уравнение без вычитания (2.6) является математически эквивалентным уравнению с вычитанием (2.5). Отсюда вытекает, что произвол в решении, связанный с параметром λ не является следствием вычитания.

3. Решение уравнения

Введем прежде всего новую переменную

$$\omega=(2\nu+1)^2, \qquad A(\nu)=B(\omega). \tag{3.1}$$

Уравнения (2.4) и (2.6) примут вид

$$\mathrm{Im}\,B(\omega)=k(\omega)|B(\omega)|^2$$
$$k(\omega)=\left(\frac{\sqrt{\omega}-1}{\sqrt{\omega}+1}\right)^{1/2}=K(\nu) \tag{3.2}$$

$$B(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_1^\infty \frac{\mathrm{Im}\,B(\omega')}{\omega'-\omega}d\omega'. \tag{3.3}$$

Уравнение (3.3) решается методом Кастильехо, Далитца, Дайсона /1/. Рассмотрим для этого функцию $B(\omega)$ в комплексной плоскости $z=\omega+iy$. $B(\omega)$ обладает следующими свойствами:

1. Аналитическая в плоскости z с разрезом $[1,\infty)$, причем $B^*(z)=B(z^*)$ и $\mathrm{Im}\,B(\omega+i0)=k(\omega)|B(\omega+i0)|^2$.
2. Является обобщенной R-функцией, т.е. $\mathrm{Im}\,B(z)=\lambda(z)\cdot\mathrm{Im}\,z$
$$\lambda(z)=\frac{1}{\pi}\int_1^\infty k(\omega')\frac{|B(\omega')|^2}{|\omega'-z|^2}d\omega'>0.$$

Поэтому $B(z)$ не имеет нигде нулей за исключением реальной оси и бесконечно удаленной точки.

3. $B(\omega)>0$ при $\omega \leq 1$.

4. Может иметь любое количество изолированных нулей на отрезке $(1,\infty)$.

Рассмотрим функцию

$$H(z)=\frac{1}{B(z)}. \tag{3.4}$$

$H(z)$ обладает свойствами:

1. Аналитична в комплексной плоскости с разрезом $[1,\infty)$, причем $H^*(z)=H(z^*)$ и на разрезе $\operatorname{Im} H(\omega+i0)=-k(\omega)$.

2. Является обобщенной R -функцией, и, следовательно, не имеет нулей при $\operatorname{Im} z\neq 0$.

3. Не имеет нигде полюсов за исключением $(1,\infty)$, где возможно любое количество изолированных полюсов первого порядка (это следует из 2, так как полюса высшего порядка не обладают свойствами R -функции).

4. Не имеет нулей на действительной оси.

Отсюда можно написать общее выражение для $H(z)$

$$H(z)=\frac{1}{\lambda}-\frac{z}{\pi}\int_1^\infty\frac{k(\omega')\,d\omega'}{\omega'(\omega'-z)}-cz-zR(z), \tag{3.5}$$

где

$$R(z)=\sum_n\frac{R_n}{\omega_n(\omega_n-z)} \qquad 1<\omega_n<\infty. \tag{3.6}$$

Проверим свойство 2. Имеем из (3.5)

$$\operatorname{Im} H(z)=-\operatorname{Im} z\left(\lambda'(z)+c+\sum_n\frac{R_n}{|\omega_n-z|^2}\right),$$

причем

$$\lambda'(z)=\frac{1}{\pi}\int_1^\infty\frac{k(\omega')\,d\omega'}{|\omega'-z|^2}>0.$$

Отсюда вытекает, что

$$R_n \geq 0\,, \quad C \geq 0. \tag{3.7}$$

Проверим теперь свойство 4.

$H(\omega)$ при $\omega < 1$ монотонно убывающая функция и, следовательно, для того, чтобы у нее не было нулей на этом интервале, достаточно, чтобы

$$\frac{1}{\lambda} \geq \frac{1}{\pi} J(1) + C + R(1), \tag{3.8}$$

где

$$J(\omega) = \omega \int_1^{\infty} \frac{k(\omega')\,d\omega'}{\omega'(\omega'-\omega)} = \pi - 2\sqrt{x}\, Q_0(\sqrt{x}) - \frac{2}{\sqrt{x}} Q_0\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \tag{3.9}$$

$$x = \frac{\nu}{\nu+1}\,,$$

а $Q_0(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}$ – функция Лежандра 2-го рода.

Собирая результаты, получаем решение уравнения (3.3) в виде

$$B(\omega) = \frac{\lambda}{1 - \lambda/\pi\, J(\omega) - \lambda C \omega - \lambda \omega R(\omega)}. \tag{3.10}$$

Здесь $R(\omega)$ определена формулой (3.6), а константы λ, C, R_n подчинены условиям (3.7), (3.8). Ограничение (2.7) является следствием этих условий.

4. Сравнение с теорией возмущений

Установим соответствие между формулой (3.10) и результатами теории возмущений. Считая λ малым и разлагая знаменатель (3.10), получим

$$A(\nu) = \lambda + \frac{\lambda^2}{\pi} J\left((2\nu+1)^2\right) + \lambda C \omega + \lambda^2 \omega R(\omega) + O(\lambda^3). \tag{4.1}$$

Первые два члена в (4.1) соответствуют диаграммам первого и второго порядка теории возмущений, основанной на лагранжиане

$$\mathcal{L}^{(0)}_{int} = \frac{4\pi}{3} \lambda\, \varphi^4(x). \tag{4.2}$$

Четвертый член соответствует полюсным вкладам от диаграмм, соответствующих второму порядку теории возмущений для лагранжиана вида (см. в этой связи работу Дайсона [13]).

$$\mathcal{L}^{(1)}_{int} = \sum_n g_n \Phi_n(x)\, \varphi^2(x), \qquad (4.3)$$

где поля $\Phi_n(x)$ описывают нестабильные частицы с массами $m_n > 2$. Соответствие между g_n, ω_n, m_n, R_n и λ может быть легко установлено.

Третий член может быть поставлен в соответствие неперенормируемому лагранжиану

$$\mathcal{L}^{(2)}_{int} = f\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_\mu}\frac{\partial\varphi}{\partial x_\mu}\right)^2 - \frac{\varphi^4}{3}\right], \qquad (4.4)$$

причем

$$f = 2\pi\lambda^2 C.$$

Разумеется, соответствие с лагранжианом (4.4) является в высшей степени условным, поскольку мы не умеем строить последовательную теорию возмущений для такого лагранжиана. Однако, как показано одним из авторов [14], подобное соответствие удается установить в нерелятивистской теории.

Мы отложим обсуждение этого интересного обстоятельства и ограничимся сейчас анализом членов в (4.1), соответствующих лагранжиану (4.2).

Проводя вычисление S -волны, мы получим из (4.2)

$$A_{T.B.}(\nu) = \lambda_0 + \frac{\lambda_0^2}{\pi} A^{(2)}_{T.B.}(\nu) + \cdots \qquad (4.5)$$

где амплитуда перенормирована в точке $\nu = 0$, т.е.

$$\lambda_0 = A_{T.B.}(0)$$

и

$$A^{(2)}_{T.B.}(\nu) = 6 - 2\sqrt{x}\, Q_0(\sqrt{x}) - \frac{4}{\sqrt{x}} Q_0\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) - 2\,\frac{1-x}{x} Q_0^2\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right). \qquad (4.6)$$

Выражения (4.5) и (4.6) следует сравнить с первыми членами формулы (4.1), которая после перехода к новой нормировке, может быть записана в виде (4.5), причем

$$A^{(2)}_{И.У.}(\nu) = 2 - 2\sqrt{x}\,Q_0(\sqrt{x}) - \frac{2}{\sqrt{x}}\,Q_0\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right). \tag{4.7}$$

Сравним члены второго порядка (4.6) и (4.7). Вблизи порога получаем:

а) из теории возмущений

$$A^{(2)}_{Т.В.} \cong -\frac{8}{3}x - \frac{52}{45}x^2 - \frac{248}{315}x^3 - \dots$$

б) из решения интегрального уравнения

$$A^{(2)}_{И.У.} \cong -\frac{8}{3}x - \frac{16}{15}x^2 - \frac{24}{35}x^3 - \dots$$

На пороге первого неупругого процесса при $\nu = 3$ находим

$$A^{(2)}_{Т.В.} = -3{,}521\,, \qquad A^{(2)}_{И.У.} = -3{,}323\,.$$

Мы видим отсюда, что в области малых энергий решение интегрального уравнения с хорошей точностью соответствует результатам теории возмущений. Ошибка при $\nu = 3$ в члене второго порядка составляет всего 6%. Это согласие подтверждает гипотезу о возможности замкнутого описания области малых энергий.

5. Резонансная ветвь решения

Из формулы (3.10) вытекает, что при $\nu \to \infty$ решение допускает две различные асимптотики:

а) $$A(\nu) \sim \frac{\pi}{2\ln\nu}, \tag{5.1}$$

что соответствует отсутствию неперенормируемых взаимодействий, и

б) $$A(\nu) \sim -\frac{1}{C\nu^2}, \tag{5.2}$$

что соответствует неперенормируемому лагранжиану (4.4). Эти асимптотики не зависят от части $\mathcal{R}$ функции, соответствующей нестабильным частицам. В дальнейшем для простоты мы ограничимся рассмотрением случая, когда нестабильных частиц нет или, что эквивалентно, когда фаза не обращается в нуль при $0<\nu<\infty$. Тогда решение в случае (а) не допускает резонанса, а в случае (б) имеет резонанс в точке

$$\nu_r = \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{\sqrt{\lambda c}} - 1\right\} = \frac{1}{2}\left\{\sqrt{\frac{2\pi\lambda}{f}} - 1\right\}. \tag{5.3}$$

Если λ и f одного порядка, то резонанс находится в области низких энергий.

Резонансное решение при малых λ может быть записано в виде

$$A(\nu) = \frac{\lambda/2}{1-\frac{2\nu+1}{2\nu_r+1} - i\frac{\lambda}{2}K(\nu)\theta(\nu)} + \frac{\lambda/2}{1+\frac{2\nu+1}{2\nu_r+1} + i\frac{\lambda}{2}K(-1-\nu)\theta(-1-\nu)}. \tag{5.4}$$

В пределе $\lambda \to 0$ мнимая часть $A(\nu)$ аппроксимируется δ-функциями

$$\mathrm{Im}\, A(\nu) \simeq \frac{\pi\lambda}{2}\left(\nu_r + \frac{1}{2}\right)\left\{\delta(\nu-\nu_r) - \delta(\nu+\nu_r+1)\right\}, \tag{5.5}$$

а действительная часть полюсными членами

$$\mathrm{Re}\, A(\nu) \simeq \frac{\lambda}{2}\left(\nu_r + \frac{1}{2}\right)\left\{\frac{1}{\nu_r-\nu} + \frac{1}{\nu_r+\nu+1}\right\}. \tag{5.6}$$

Таким образом при фиксированном ν_r ширина резонанса стремится к нулю пропорционально λ и при $\lambda=0$ мы получаем нулевое решение. Фаза рассеяния скачком меняется от 0 до π в точке резонанса ν_r, положение которой является произвольным. Таким образом при $\lambda=0$ решение оказывается вырожденным.

Отметим, что в данном случае d-волна A_2 будет пропорциональна первой степени λ. Она, однако, выражается через кроссинг-интеграл с большим знаменателем, благодаря чему оказывается малой. Так, например, при $\nu_r=3$ и $0<\nu<6$ численные оценки дают

$$\frac{5A_2(\nu)}{A_0(\nu)} \lesssim 6\%.$$

Кажется весьма вероятным, что решения для заряженного случая также обладают произволом типа (3.10). Можно показать, что решения заряженной системы должны убывать на бесконечности. Кроме логарифмической ветви, соответствующей перенормированной теории возмущений, там могут существовать ветви с более быстрым убыванием на бесконечности. При выключении взаимодействия эти ветви должны приводить к разрывным фазам, подобно тому как это было описано выше.

Сделаем несколько замечаний о возможности получения решения (3.10) "$\frac{N}{D}$" методом Чу- Мандельстама (см.[5]).

Вид интегрального представления для функции D существенно зависит от асимптотики фазы при $\nu \to \infty$. Это представление определено с точностью до полинома степени n [15,16], где

$$n = \frac{\delta(\infty) - \delta(0)}{\pi}.$$

Выбор представления в форме (V. 12) из работы[5] соответствует $n = 0$. Тем самым Чу и Мандельстам заранее исключили возможность нечетного числа резонансов в парциальных волнах. Поэтому уравнения вида (V.11), (V.12) из [5] не могут описывать решений вида (5.4).

Резонансные решения вида (5.4) требуют введения второго вычитания в уравнении (V.12).

Отметим, что к такому же заключению пришел Тэйлор в своей последней работе[17].

Заметим также, что, по нашему мнению, уравнения "$\frac{N}{D}$" метода типа (V.11), (V.12) не являются удобными для обеспечения кроссинг-симметрии действительной части амплитуды.

6. Обсуждение результатов

Сделаем прежде всего одно формальное замечание. Решения (а) и (б) напоминают по ряду свойств модельные выражения для функций Грина в перенормируемых и неперенормируемых теориях, предложенные в работах[18,19].

Решение (а) аналогично выражению для фотонной функции Грина. Для него справедливо спектральное представление без вычитания (т.е. уравнение (2.6)). Однако, если мы попытаемся провести разложение по степеням λ под знаком спектрального интеграла, то после интегрирования получим логарифмически расходящиеся интегралы в каждом порядке по λ. Если же провести одно вычитание в спектральном представлении, т.е. перейти к уравнению (2.5), то эти расходимости не возникают.

Решение (б) соответствует в этом смысле функции Грина неперенормируемой теории. Если разлагать подинтегральное выражение в (2.6) по степеням λ к f то мы получим интегралы, степень расходимости которых возрастает со степенью f. Эти расходимости нельзя удалить любым конечным числом вычитаний.

Таким образом, решение (б) не имеет соответствия с теорией возмущений. Однако нет никаких оснований отбрасывать его и ограничиваться решениями типа (а), которые фактически представляют собой аналитическое продолжение теории возмущений в область немалых λ. Решения типа (б) являются вырожденными при выключении взаимодействия. Как было отмечено Боголюбовым[20], решения такого типа представляют большой интерес в ряде задач статистической физики. Мы видим теперь, что такие решения могут оказаться важными и для задач теории элементарных частиц. Известно, что 33-резонанс в πN -рассеянии является довольно узким. К такому же заключению приводят и предварительные оценки ρ -резонанса в $\pi\pi$ -рассеянии. Однако получение узкого 33-резонанса наталкивается на большие трудности[21,22]. Еще большие трудности возникают при попытках получения узкого ρ -резонанса в $\pi\pi$ -рассеянии[23,24]. Решения типа /б/ весьма естественным образом приводят к узким резонансам.

Основываясь на явном виде решения (3.10) мы можем сделать также следующее важное заключение.

Интегральные уравнения, полученные из дисперсионных соотношений, условий унитарности и кроссинг-симметрии, не приводят к однозначному описанию процессов рассеяния. Для того, чтобы полностью определить решение, необходимо задать набор (бесконечный!) параметров.

Этот факт не является удивительным. Дисперсионные соотношения отражают лишь весьма общие свойства теории, такие как причинность и релятивистскую инвариантность, и не детализируют конкретного механизма взаимодействия. В этом смысле положение в релятивистской дисперсионной теории полностью соответствует положению в нерелятивистских моделях (см., например, [13,14]).

Таким образом для того, чтобы получить теорию из интегральных дисперсионных уравнений необходимо задать еще ряд свойств решений этих уравнений. Так, например, в рассматриваемом нейтральном случае, достаточно задать значение амплитуды на пороге процесса, асимптотическое поведение на бесконечности и потребовать, чтобы фаза рассеяния не обращалась в нуль. Подобные ограничения можно налагать, вводя фиксированные константы вычитания. Пороговое значение задается первым вычитанием. Задание второй константы вычитания (т.е. производной амплитуды на пороге) эквивалентно, при отсутствии нулей фазы, фиксированию асимптотического поведения. Такой способ фиксирования решения является наиболее удобным при численном решении интегральных уравнений.

Можно теперь немного пофантазировать о физическом смысле параметров, определяющих решения. Можно, во-первых, устанавливать соответствие между этими параметрами и лагранжианами типа (4.2), (4.3) и (4.4). Здесь может оказаться, что в пионной физике важную роль играют взаимодействия, которые в теории возмущений являются неперенормируемыми. (См. в этой связи работу [25]). Иными словами дисперсионный подход может дать возможность путем сравнения с экспериментом ответить на вопрос о существовании неперенормируемых сильных взаимодействий.

Во-вторых, можно считать, что рассматриваемые параметры учитывают влияние неупругих процессов на упругие процессы в области малых энергий. Тем самым мы приходим к возможности феноменологического учета неупругих процессов в схеме двухчастичного приближения.

В заключение отметим, что, как показывает анализ, те существенные свойства нейтральной модели, обсуждению которых был посвящен этот раздел, присущи также и рассеянию заряженных пионов. Результаты исследования реального заряженного случая будут изложены в следующих статьях.

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить Н.Н.Боголюбова, Д.И.Блохинцева и А.А.Логунова за полезные обсуждения.

Литература

1. L. Castillejo, R.H. Dalitz, F.J. Dyson. Phys. Rev. 101, 543, (1956).
2. S. Mandelstam. Phys. Rev., 112,1344, (1959).
3. G. Chew. Ann. Rev. Nucl. Sci., 5, 29, (1959).
4. К.А. Тер-Мартиросян. ЖЭТФ, 39, 83 827 (1960).
5. G. Chew, S. Mandelstam. Phys. Rev., 119, 467, (1960).
6. W. Fraser, J. Fulco. Phys. Rev., 117, 1609, (1960).
7. W.Fraser, J.Fulco. Phys. Rev., 117, 1603, (1960).
8. Сянь Дин-чан, Хэ Цзо-сю, В.Целлнер. ЖЭТФ, 39, 1668 (1960).
9. A.V. Efremov V.A. Meshcheryakov, D.V. Shirkov, H.Y. Tzu. Proceedings of the 1960 Rochester Conf. p. 279.
10. A.V. Efremov, V.A. Meshcheryakov, D.V. Shirkov, H.V. Tzu. Nucl. Phys., 22,202, (1961).
11. J.Bowcock, W. Cottingham, D. Lurie. Phys. Rev. Lett. 5, 386, (1960).
12. G. Chew, S. Mandelstam. Preprint UCRL 1926.
13. F.J. Dyson. Phys. Rev., 106, 157, (1957).
14. А.В. Ефремов. Решаемая неперенормируемая модель теории поля с фиксированным источником. Препринт ОИЯИ.
15. Ф.Д.Гахов, "Краевые задачи", ГИФМЛ, Москва, 1958г. глава II.
16. Н.И. Мусхелишвили. "Сингулярные интегральные уравнения", ГТИ, 1946 г.,гл.V.
17. J.G. Taylor. "The Low Energy Pion-Pion Interaction – I" Preprint, Jan. 1961.
18. P.I. Redmond, J.L.Uretsky. Phys. Rev. Lett., 1,147,(1958).
19. Н.Н. Боголюбов, А.А. Логунов, Д.В. Ширков. ЖЭТФ, 37, 805 (1959).
20. Н.Н. Боголюбов. Physica 26, Suppl. SI. (1960).
21. F.Dyson et al. Phys. Rev., 95, 1644, (1954),см. также H. Bethe and F. de Hoffmann "Mesons and Fields", vol.II, §§ 41,42.
22. G. Salzman, F. Salzman. Phys. Rev., 108, 1619, (1957).
23. G. Chew. Report in "Proceedings of the 1960 Rochester Conference" p. 273.
24. B. Bransden and J. Moffat " A Numerical Determination of Coupled S and p Amplitudes for Pion-Pion Scattering, CERN, Preprint, 1961.
25. B. Lee, M. Vaughn. Phys. Rev. Lett., 4, 578, (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел
15 марта 1961 года.