ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

П.С. Исаев и М.В. Сэвэрыньский

Д-685

РОЖДЕНИЕ $K\bar{K}$ ПАРЫ В π-π СТОЛКНОВЕНИЯХ

Дубна 1961

П.С. Исаев и М.В. Сэвэрыньский

Д-685

РОЖДЕНИЕ $K\bar{K}$ ПАРЫ В π-π СТОЛКНОВЕНИЯХ

Направлено в ЖЭТФ

А н н о т а ц и я

С помощью мандельштамовских представлений получены уравнения для парциальных амплитуд рождения $K\bar{K}$ пары в π-π соударениях. Даны решения этих уравнений в общем виде. Показано, что наличие резонанса в P -фазе $\pi\pi$- рассеяния не противоречит требованиям существования и единственности найденных решений.

1. Введение

При исследовании процесса рассеяния K-мезонов на нуклонах с помощью мандельштамовских представлений необходимо знать амплитуду процесса рождения $K\bar{K}$ пары в π-π столкновениях.

К настоящему времени реакция $\pi+\pi \to K+\bar{K}$ была рассмотрена в нескольких работах[1,2,3]. В работе[1] в грубом приближении получена S -волна процесса $\pi+\pi \to K+\bar{K}$, а в работе[3] получен общий вид решения для P волны. В работе[2] использовалась полюсная идеология, которой мы в данной работе не касаемся.

В настоящей работе с помощью двойных мандельштамовских представлений получены интегральные уравнения для парциальных амплитуд процесса $\pi+\pi \to K+\bar{K}$. Эти уравнения содержат зависимость от фаз π-π рассеяния и парциальных амплитуд π-K-рассеяния. Требование существования и единственности решений рассматриваемых интегральных уравнений приводит к некоторым требованиям, налагаемым на фазы π-π рассеяния и парциальные амплитуды π-K рассеяния.

В настоящее время пока еще нельзя рассчитывать на получение хороших количественных результатов. В зависимости от различного поведения фаз π-π рассеяния на бесконечности можно получить различные решения для парциальных амплитуд процесса рождения $K\bar{K}$ пары. Кроме того, использование амплитуд π-K рассеяния $(T^{1/2} = T^{3/2})$, полученных в работах[4,5], пока невозможно из-за грубо приближенного характера решений $T^{1/2} = T^{3/2}$ Поэтому в данной работе мы ограничились получением решений в общем виде для низших парциальных амплитуд.

Дальнейший прогресс в исследовании процесса $\pi+\pi$ рассеяния даст возможность получить решения интегральных уравнений как для парциальных амплитуд π-K рассеяния, так и для парциальных амплитуд рассматриваемого процесса.

2. Кинематика и аналитические свойства амплитуды процесса $\pi+\pi\to K+\bar{K}$

Введем следующие инвариантные переменные:

$$s_1 = -\,(p_1+q_1)^2$$
$$s_2 = -\,(p_1+q_2)^2$$
$$s_3 = -\,(p_1+p_2)^2,$$

где P_1 и P_2 четырех-импульсы K и $\bar{K}$ мезонов, соответственно, а q_1 и q_2 – четырех-импульсы π мезонов. В системе центра масс реакции $\pi+\pi\to K+\bar{K}$ /в дальнейшем она будет обозначаться как реакция /3/ переменные s_1, s_2 и s_3 имеют следующий вид:

$$s_1 = M^2-\mu^2-2q^2+2z\sqrt{q^2(q^2+\mu^2-M^2)}$$
$$s_2 = M^2-\mu^2-2q^2-2z\sqrt{q^2(q^2+\mu^2-M^2)} \qquad /1/$$
$$s_3 = 4(\mu^2+q^2) = 4(M^2+p^2),$$

где M и μ массы K и μ мезонов, соответственно, $\vec{p}$ и $\vec{q}$ трехмерные импульсы K и π мезонов, соответственно,

$$z = \cos\theta = \frac{\vec{p}\cdot\vec{q}}{|\vec{p}|\cdot|\vec{q}|}.$$

Изотопическая структура процесса $\pi+\pi\to K+\bar{K}$ имеет вид:

$$T_{\alpha\beta} = A(s_1,s_2,s_3)\,\delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{2}[\tau_\alpha,\tau_\beta]\,B(s_1,s_2,s_3).$$

Амплитуды T^0 и T^1 состояния с изотопическим спином 0 и 1, соответственно, связаны с функциями $A(s_1,s_2,s_3)$ и $B(s_1,s_2,s_3)$ простыми соотношениями:

$$T^0 = \sqrt{6}\,A \quad ; \qquad T^1 = 2B. \qquad /2/$$

Функции $A(s_1,s_2,s_3)$ и $B(s_1,s_2,s_3)$ удовлетворяют следующим условиям кроссинг-симметрии:

$$A(s_1,s_2,s_3) = A(s_2,s_1,s_3) \quad ; \quad B(s_1,s_2,s_3) = -B(s_2,s_1,s_3). \qquad /3/$$

Будем рассматривать функции $A(s_1,s_2,s_3)$ и $B(s_1,s_2,s_3)$ в системе центра масс реакции /3/ как функции переменной величины q^2 при фиксированном значении

$z = Const$. Предположим, что функции $A(s_1,s_2,s_3)$ и $B(s_1,s_2,s_3)$ удовлетворяют представлениям Мандельштама. Тогда получим следующие разрезы в плоскости q^2: 1/ От реакции /1/ $(\pi + K \to \pi' + K')$ разрез лежит в интервале $[-\infty, x_{1m}]$; 2/ От реакции /2/ $(\pi' + K \to \pi + K')$ разрез лежит в интервале $[-\infty, x_{2m}]$; 3/ От реакции /3/ разрез лежит в интервале $[0, \infty]$;

$$x_{1m} = -\frac{M+\mu}{2(1-z^2)}\left[M+\mu+(1-z^2)(\mu-M) - z\sqrt{(M+\mu)^2-(1-z^2)(M-\mu)^2}\right]$$

$$x_{2m} = -\frac{M+\mu}{2(1-z^2)}\left[M+\mu+(1-z^2)(\mu-M) + z\sqrt{(M+\mu)^2-(1-z^2)(M-\mu)^2}\right].$$

Кроме этих разрезов имеется еще один – кинематический, лежащий в интервале $0 \leq q^2 \leq M^2 - \mu^2$. Этот разрез устраняем способом, предложенным в работе /6/. С этой целью будем рассматривать симметричную и антисимметричную по корню $K = \sqrt{q^2(q^2+\mu^2-M^2)}$ комбинации функций $A(s_1,s_2,s_3)$ и $B(s_1,s_2,s_3)$:

$$\Phi_s(q^2;z) = \frac{\Phi(q^2,z,+K) + \Phi(q^2,z,-K)}{2} \qquad /4/$$

$$\Phi_a(q^2;z) = \frac{\Phi(q^2,z,+K) - \Phi(q^2,z,-K)}{2k(q^2)},$$

где Φ обозначает функции A или B. Из условий /3/ и соотношений /4/ следует:

$$\Phi_s(q^2,z) = A(q^2,z)$$
$$\Phi_a(q^2;z) = \frac{B(q^2,z)}{K(q^2)}. \qquad /5/$$

Записывая теперь теорему Коши для функций $A(q^2;z)$ и $\frac{B(q^2,z)}{K(q^2)}$, получим следующие соотношения:

$$\mathrm{Re}\, A(q^2;z) = \frac{1}{\pi} P\int_0^\infty \frac{\mathrm{Im}\, A(x,z)}{x-q^2}dx + \frac{1}{\pi}P\int_{-\infty}^{x_{1m}} \frac{\mathrm{Im}\, A(x,z)}{x-q^2}dx + \frac{1}{\pi}P\int_{-\infty}^{x_{2m}} \frac{\mathrm{Im}\, A(x,z_1)}{x-q^2}dx \qquad /6/$$

$$\operatorname{Re} B(q^2;z) = \frac{1}{\pi} P\int_0^\infty \frac{\operatorname{Im} B(x,z)}{x-q^2}\cdot\frac{k(q^2)}{k(x)}dx + \frac{1}{\pi}P\int_{-\infty}^{x_{1m}} \frac{\operatorname{Im} B(x,z)}{x-q^2}\cdot\frac{k(q^2)}{k(x)}dx + \frac{1}{\pi}P\int_{-\infty}^{x_{2m}} \frac{\operatorname{Im} B(x,z)}{x-q^2}\cdot\frac{K(q^2)}{K(x)}dx\,. \qquad /6/$$

В уравнениях /6/ амплитуды $\operatorname{Im} A(x,z)$ и $\operatorname{Im} B(x,z)$ аналитически продолжаются в область $0 \leq q^2 \leq M^2-\mu^2$.

3. Интегральные уравнения для парциальных амплитуд и их рассеяние

Используем далее связь коэффициентов $A(s_1,s_2,s_3)$ и $B(s_1,s_2,s_3)$ с амплитудами $T^{1/2}(s_1,s_2,s_3)$ и $T^{3/2}(s_1,s_2,s_3)$ /для первого и второго каналов/:

$$A = \frac{2T^{3/2}+T^{1/2}}{3}$$

$$B = \frac{T^{1/2}-T^{3/2}}{3}. \qquad /7/$$

и ограничимся в рассмотрении малыми значениями ℓ $(= 0$ или $1)$.

С помощью соотношений /2/ и /7/ уравнения /6/ записываются в следующем виде:

$$\operatorname{Re} T^0(q^2;z) = \frac{1}{\pi}P\int_0^\infty \frac{\operatorname{Im} T^0(x,z)}{x-q^2}dx + \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{2}{3}}P\int_0^\infty\left\{\frac{\operatorname{Im}\left[2T^{3/2}(x,z_1)+T^{1/2}(x,z_1)\right]}{f_1(x,z_1)-q^2}\cdot\frac{\partial f_1(x,z_1)}{\partial x}dx + \right.$$

$$\left. + \frac{\operatorname{Im}\left[2T^{3/2}(x,z_2)+T^{1/2}(x,z_2)\right]}{f_2(x,z_2)-q^2}\cdot\frac{\partial f_2(x,z_2)}{\partial x}dx\right\} \qquad /8а/$$

$$\operatorname{Re} T^1(q^2;z) = \frac{1}{\pi}P\int_0^\infty \frac{\operatorname{Im} T^1(x,z)}{x-q^2}\cdot\frac{k(q^2)}{k(x)}dx + \frac{P}{6\pi}\int_0^\infty\left\{\frac{\operatorname{Im}\left[T^{1/2}(x,z_1)-T^{3/2}(x,z_1)\right]}{f_1(x,z_1)-q^2}\cdot\right. \qquad /8б/$$

$$\left.\cdot\frac{K(q^2)}{K[f_1(x,z_1)]}\cdot\frac{\partial f_1(x,z_1)}{\partial x}dx + \frac{\operatorname{Im}\left[T^{1/2}(x,z_2)-T^{3/2}(x,z_2)\right]}{f_2(x,z_2)-q^2}\cdot\frac{K(q^2)}{K[f_2(x,z_2)]}\cdot\frac{\partial f_2(x,z_2)}{\partial x}dx\right\},$$

где

$$f_i(x,z_i) = -\mu^2 - \frac{x}{2}(1-z_i)\,, \quad (i=1,2)\,,$$

а z_1 , и z_2 косинусы углов между π мезонами в реакциях /1/ и /2/, соответственно. Используя условие унитарности в виде

$$\operatorname{Im} T_\ell^i(q^2) = \frac{|\vec{q}|}{8\pi W(q)} T_\ell^i(q^2) \Pi_\ell^{*i}(q^2), \qquad /9/$$

где $W(q^2) = \sqrt{s_3}$, а $\Pi_\ell^{*i}(q^2)$ - амплитуда $\pi - \pi$ рассеяния, получим из уравнений /8/ следующие уравнения для парциальных амплитуд рассматриваемого процесса:

$$\operatorname{Re} T_0(q^2) = \frac{P}{8\pi^2}\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{W(x)} \cdot \frac{T_0(x)\,\Pi_0^*(x)}{x-q^2}\,dx + F_0(q^2) \qquad /10а/$$

$$\operatorname{Re} T_1(q^2) = \frac{P}{8\pi^2}\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{W(x)} \cdot \frac{T_1(x)\,\Pi_1^*(x)}{x-q^2} \cdot \frac{K(q^2)}{K(x)}\,dx + F_1(q^2), \qquad /10б/$$

где

$$F_0(q^2) = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{2}{3}}\int_{-1}^{+1} dz \cdot P\int_0^\infty \Big\{ \frac{\operatorname{Im}\left[2T^{3/2}(x,z_1) + T^{1/2}(x,z_1)\right]}{f_1(x,z_1) - q^2} \cdot \frac{\partial f_1(x,z_1)}{\partial x}\,dx +$$

$$+ \frac{\operatorname{Im}\left[2T^{3/2}(x,z_2) + T^{1/2}(x,z_2)\right]}{f_2(x,z_2) - q^2} \cdot \frac{\partial f_2(x,z_2)}{\partial x}\,dx \Big\}$$

$$F_1(q^2) = \frac{1}{6\pi}\int_{-1}^{+1} dz\, P\int_0^\infty \Big\{ \frac{\operatorname{Im}\left[T^{1/2}(x,z_1) - T^{3/2}(x,z_1)\right]}{f_1(x,z_1) - q^2} \cdot \frac{\partial f_1(x,z_1)}{\partial x} \cdot \frac{K(q^2)}{K[f_1(x,z_1)]}\,dx +$$

$$+ \frac{\operatorname{Im}\left[T^{1/2}(x,z_2) - T^{3/2}(x,z_2)\right]}{f_2(x,z_2) - q^2} \cdot \frac{K(q^2)}{K[f_2(x,z_2)]} \cdot \frac{\partial f_2(x,z_2)}{\partial x}\,dx \Big\}.$$

Одним из существенных приближений при получении уравнений /10/ является то, что в условии унитарности /9/ мы ограничиваемся лишь двух π-мезонным промежуточным состоянием.

Уравнения /10а/ и /10б/ совместно с уравнениями /25/, /26/ из [4] образуют приближенную систему уравнений для узла $\pi - K$ взаимодействия /для набора $\ell = 0,1$/. В уравнении /10а/ мы предлагаем провести одно вычитание. В уравнении /10б/ наличие множителя $\frac{K(q^2)}{K(x)}$ обеспечивает сходимость интегралов.

Будем сначала искать решение уравнения /10б/.

Если предположить, что в области малых энергий для первого и второго процессов решение записывается в виде строгого равенства $T^{3/2}(q^2) = T^{1/2}(q^2)$, то единственным решением для состояния T_2^2 является нуль /тождественно/ и амплитуда рождения пары $K\bar{K}$ не зависит от угла ϑ, т.е. получается изотропия в распределении $K\bar{K}$ / в системе центра масс./

Однако, требование строгого равенства решений $T^{1/2} = T^{3/2}$ /в области малых энергий/ является слишком сильным. Гораздо более естественно считать, что $T^{1/2} \approx T^{3/2}$. В этом случае величина $F_2(q^2)$ будет отлична от нуля, хотя может оказаться и весьма малой /по сравнению с $Re\, T_2(q^2)$ и интегральным членом/.

Если $F_2(q^2)$ является величиной малой, то отбрасывая ее, получим уравнение /10б/ в виде:

$$Re\, T_2(q^2) = \frac{1}{8\pi^2} P \int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{W(x)} \cdot \frac{T_2(x)\, \overset{*}{\Pi}_2(x)}{x - q^2} \cdot \frac{K(q^2)}{K(x)}\, dx . \qquad /11/$$

Найдем сначала решение уравнения /11/, а затем учтем случай $F_1(q^2) \neq 0$.

Введем обозначение $\psi(q^2) = \frac{T_1(q^2)}{K(q^2)}$. Так как $\overset{*}{\Pi}_1(x) = \frac{8\pi W(x)}{\sqrt{x}} e^{-i\delta_1(x)} \sin\delta_1(x)$

то уравнение /11/ запишется в виде:

$$\psi(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-i\delta_1(x)} \sin\delta_1(x)}{x - q^2}\, \psi(x)\, dx . \qquad /12/$$

Отметим, что $\psi(q^2)$ на бесконечности убывает $\sim \frac{1}{q^2}$. Введем функцию комплексного переменного ξ следующим образом

$$\phi_1(\xi) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \frac{e^{-i\delta_1(x)} \sin\delta_1(x)}{x - \xi}\, \psi(x)\, dx , \qquad /13/$$

откуда видно, что

$$\psi(q^2) = 2i\phi_1^+(q^2), \qquad /14/$$

где $\Phi_1^+(q^2)$ означает предельное значение функции $\Phi_1^+(q)$ на верхнем берегу разреза. Задачу нахождения функции $\Phi_1(q)$ решаем путем сведения ее к краевой задаче Римана[7]: из /13/ следует, что на контуре $[0,\infty]$ имеет место соотношение:

$$\Phi_1^+(q^2) = e^{2i\delta_1(q^2)}\Phi_1^-(q^2). \qquad /15/$$

Дополним контур интегрирования до полной реальной оси $[-\infty,+\infty]$, определив фазу $\delta_1(q^2)$ на отрицательной полуоси $[-\infty,0]$ так, что $\delta_1(q^2)=0$ при $q^2\leq 0$.

Если индекс задачи равен нулю, т.е. если

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty} d\ln\left(e^{2i\delta_1(x)}\right) = 0, \qquad /16/$$

/очевидно, что в этом случае фаза π-π рассеяния на бесконечности равна нулю/, то существует только тривиальное, нулевое решение задачи. Однако, если мы потребуем, чтобы существовало единственное, с точностью до постоянного множителя, решение задачи/ и не тривиальное/, то необходимо потребовать, чтобы индекс задачи /16/ был равен единице. Тогда фаза π-π рассеяния в бесконечности должна равняться π и p-фаза рассеяния имеет по крайней мере один максимум. Решение в этом случае имеет вид:

$$\Phi_1^+(q) = a\,\frac{X_1^+(q)}{q+i\mu^2}, \qquad /17/$$

где a некоторая константа, определяемая из сравнения с экспериментом,

$$X_1^+(q) = e^{\Gamma_1^+(q)} \qquad /18/$$

$$\Gamma_1(q) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\ln\left[\frac{x+i\mu^2}{x-i\mu^2}\cdot\exp\left(2i\delta_1(x)\right)\right]\frac{dx}{x-q}. \qquad /19/$$

Из /14/, /17/-/19/ находим, что

$$\psi(q^2) = 2ia\exp\left[i\delta_1(q^2) + \frac{p}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\delta_1(x)}{x-q^2}\,dx\right]. \qquad /20/$$

Так как $\delta_1(\infty)=\pi$, то для сходимости интеграла в /20/ необходимо провести вычитание.

Учет отрицательного разреза /а также высших состояний в условии унитарности/ приводит к появлению неоднородного члена $F_1(q^2)$. В этом случае соотношение /14/ запишется в виде:

$$\Psi(q^2) = 2i\Phi^+(q^2) + \frac{F_1(q^2)}{K(q^2)}, \qquad /21/$$

а соотношение /15/ в виде:

$$\Phi_1^+(q^2) = \exp\left[2i\delta_1(q^2)\right]\cdot\Phi_1^-(q^2) + \frac{F_1(q^2)}{K(q^2)}\exp\left(i\delta_1(q^2)\right)\sin\delta_1(q^2). \qquad /22/$$

Предположим, что в соотношении /22/ свободный член задачи Римана $\frac{F_1(q^2)}{K(q^2)}\exp[i\delta_1(q^2)]\cdot\sin\delta_1(q^2)$ удовлетворяет условию Гельдера. Если, по-прежнему, считать индекс задачи Римана равным / +1/, то общее решение уравнения /10б/ будет иметь вид:

$$\Phi_1^+(q) = X_1^+(q)\left[A^+(q) + \frac{a}{(q+i\mu)^+}\right], \qquad /23/$$

где

$$A^+(q) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{F_1(x)\,e^{i\delta_1(x)}\sin\delta_1(x)}{K(x)\cdot X_1^+(x)\cdot(x-q)}\,dx.$$

Однако, при наличии неоднородного члена требование существования ненулевого решения удовлетворяется и в том случае, когда индекс задачи равен нулю. Тогда $\Gamma_1(q) = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\delta_1(x)}{x-q^2}dx$, величину "а" следует положить равной нулю и единственное решение уравнения /10б/ запишется в виде /см.формулы /8/, /21/, /23/

$$\Psi(q^2) = 2i\,X^+(q^2)A^+(q^2) + \frac{F_1(q^2)}{K(q^2)}. \qquad /24/$$

Прежде, чем перейти к решению уравнения /10а/, необходимо в нем провести одно вычитание. После вычитания в точке q_0^2 уравнение /10а/ запишется в виде:

$$\operatorname{Re} T_0(q^2) = \frac{q^2 - q_0^2}{8\pi^2} P \int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{W(x)} \cdot \frac{T_0(x)\, \overset{*}{\Pi}_0(x)}{(x - q_0^2)(x - q^2)}\, dx + F_0(q^2, q_0^2), \qquad /25/$$

где $\quad F_0(q^2, q_0^2) = \operatorname{Re} T_0(q_0^2) + F_0(q^2) - F_0(q_0^2).$

Уравнение /25/ совпадает с уравнением /10б/ с точностью до замены:

$$\frac{T_1(x)}{K(x)} \to \frac{T_0(x)}{x - q_0^2}\,; \qquad \frac{F_1(x)}{K(x)} \to \frac{F_0(x, q_0^2)}{x - q_0^2}\,; \qquad \delta_1(x) \to \delta_0(x). \qquad /26/$$

Предполагая, как и раньше, что свободный член задачи Римана $\frac{F_0(x,q_0^2)}{x-q_0^2} \cdot e^{i\delta_0(x)} \cdot \sin\delta_0(x)$ удовлетворяет условию Гельдера, а индекс задачи равен /+1/, мы, аналогично предыдущему решению задачи для p–волны, получаем общее решение задачи Римана в виде:

$$\Phi_0^+(q) = X_0^+(q)\left[B^+(q) + \frac{b}{(q + i\mu^2)^+}\right], \qquad /27/$$

где

$$X_0^+(q) = \exp\left(\Gamma_0^+(q)\right)$$

$$\Gamma_0(q) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty} \ln\left[\frac{x + i\mu^2}{x - i\mu^2} \cdot \exp\left(2i\delta_0(x)\right)\right] \frac{dx}{x - q}$$

$$B(q) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F_0(x, q_0^2)}{x - q_0^2} \cdot \frac{\exp(i\delta_0(x)) \cdot \sin\delta_0(x)}{X_0^+(x)\;(x - q)}\, dx.$$

Константа "в" определяется из сравнения с экспериментальными данными.

Если индекс задачи Римана равен нулю, то в /28/ следует положить

$$\Gamma_0(q) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\delta_0(x)}{x - q}\, dx,$$

а величину "в" равной нулю. Тогда единственное решение уравнения /25/ будет иметь такой вид:

$$\Phi_0^+(q) = X_0^+(q)\, B^+(q). \qquad /29/$$

Заметим, что даже при строгом равенстве решений $T^{1/2} = T^{3/2}$ свободный член в уравнении /25/ оказывается отличным от нуля. Это приводит к тому, что для S -волны мы получаем единственное, нетривиальное решение и в том случае, когда индекс задачи Римана равен нулю.

Заключение

Уравнения /10а/ и /10б/ содержат следующие существенные приближения:

а/ рассмотрение вопроса ограничено только низшими волнами $(s$ и $p)$,[*]

б/ условие унитарности /9/ не учитывает вклад высших состояний. Строго говоря, условием унитарности /9/ можно пользоваться лишь в области $0 \leq q^2 \leq M^2 - \mu^2$.

В рассматриваемой нами области малых энергий приближение б/, по-видимому, не будет вносить больших ошибок. Более грубым является приближение а/ /см. примечание*/. Решения /20/ и /24/ для амплитуды T_1^1 и, естественно, /27/ и /29/ для амплитуды T_0^0 сильно отличаются, что связано с поведением фазы $\pi-\pi$ рассеяния на бесконечности. Выбор индекса задачи был связан с требованием существования и единственности решения. Так как неоднородный член в уравнениях /10/ в принципе существует, то требование, чтобы индекс задачи был равен /+1/, необязательно.

Однако, в том случае, когда индекс задачи равен единице, амплитуда $\pi-\pi$ рассеяния имеет, по крайней мере, один резонанс, а решение - одну неопределенную константу; когда индекс задачи равен нулю, прямых указаний на наличие резонанса нет, хотя его возможность и не отрицается.

В настоящее время имеются указания на наличие резонанса в p-фазе $\pi-\pi$ рассеяния /9/. Как следует из рассмотрения, проведенного в данной работе, наличие такого резонанса не противоречит условиям существования и единственности решений нашей задачи.

---

*/ Метод получения интегральных уравнений для парциальных амплитуд путем использования свойства ортогональности полиномов Лежандра приводит к большим ошибкам в области нефизических углов $(|\cos\theta| > 1)$. Поэтому для получения более строгих количественных результатов целесообразнее использовать амплитуду процесса $\pi + \pi \to K + \bar{K}$ в точке $\cos\theta = -1$ /8/.

В зависимости от различного поведения фаз $\pi-\pi$ рассеяния на бесконечности можно получить и другие решения. Эти решения будут содержать большее число неопределенных констант, или требовать наложения дополнительных условий в зависимости от того, является индекс задачи положительным или отрицательным. Однако, мы не видим оснований для выбора отличных от нуля значений индекса задачи.

В заключение мы приносим глубокую благодарность профессору Чжу Хун-Юань, А.В. Ефремову и Л.Д. Соловьеву за полезные дискуссии

Литература

1. B.M. Lee. Phys.Rev. 120, 325 (1960).
2. G. Costa, L. Tenaglia. Nuovo Cim. XVIII, 368 (1960).
3. M. Gourdin, Y. Noirot and Ph.Salin. Nuovo Cim. XYIII, 651 (1960).
4. П.С. Исаев и М.В. Сэвэрыньский. Препринт ОИЯИ, Р-550; Nuclear Phys./в печати/
5. П.С. Исаев и М.В. Сэвэрыньский. Препринт ОИЯИ, Д-651.
6. А.В. Ефремов, В.А. Мещеряков и Д.В. Ширков, ЖЭТФ 39,438 /1960/.
7. См., например, книгу Ф.Д. Гахова "Краевые задачи". Гостехиздат, Москва, 1958.
8. A.V. Efremov, V.A.Meshcheryakov, D.V. Shirkov, H.Y. Tzu. Nucl.Phys. 22, 202 (1961).
9. W.R. Frezer, I.R. Fulco. Phys.Rev. 117, 1609 (1960).

Рукопись поступила в издательский
отдел 27 февраля 1961 г.