

4  
Л-24  
681

23



Лаборатория ядерных проблем  
Лаборатория теоретической физики

Л.И. Липидус, Чжоу Гуан-чжао

Д-681

О РОЛИ ОДНОМЕЗОННОЙ ПОЛЮСНОЙ  
ДИАГРАММЫ В РАССЕЯНИИ  
 $\gamma$ -КВАНТОВ ПРОТОНАМИ  
*жэТФ, 1961, т 41, в 1, с 294.*

Л.И. Лapidус, Чжоу Гуан-чжао

Д-681

О РОЛИ ОДНОМЕЗОННОЙ ПОЛЮСНОЙ  
ДИАГРАММЫ В РАССЕЯНИИ  
 $\gamma$ -КВАНТОВ ПРОТОНАМИ

38

10/11/5

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

Показано, что при правильном знаке полюсной диаграммы  $\gamma$ - $N$ -рассеяния, связанной с распадом  $\pi^0$ -мезона, вклад ее в сечение рассеяния  $\gamma$ -квантов протонами значительно уменьшается и для получения сведений о времени жизни  $\pi^0$ -мезона требуется существенное улучшение точности эксперимента.

## 1. Введение

Несколько лет тому назад Лоу обратил внимание <sup>/1/</sup> на существование полюсной диаграммы в амплитуде упругого рассеяния  $\gamma$ -квантов протонами, связанной с распадом  $\pi^0$ -мезона. Учет этой диаграммы с точки зрения двойных дисперсионных соотношений для  $\gamma N$ -рассеяния эквивалентен рассмотрению ближайшей сингулярности по  $q^2$ . Ряд интересных соображений в связи с двойными дисперсионными соотношениями для  $\gamma N$ -рассеяния содержится в работе Нелипы и Филькова. Жижин <sup>/2/</sup> рассмотрел вклад этой амплитуды в различных состояниях. Недавно Хайман <sup>/3/</sup> и др., особенно подробно Джакоб и Мэтьюз <sup>/4/</sup>, отметили, что добавление одномезонной полюсной амплитуды значительно улучшает согласие между теоретическими и экспериментальными результатами в области энергий  $\gamma$ -квантов 100–250 Мэв. Этот вопрос детально рассматривается в недавно появившейся работе Бернардини, Ямагата и др. <sup>/5/ х)</sup>.

Известно, что анализ, использующий дисперсионные соотношения <sup>/6,7/</sup>, приводит к значениям сечений рассеяния, превышающим экспериментальные значения в этой области энергий.

В настоящей работе мы хотим обратить внимание на знак полюсной амплитуды, который очень важен, так как основную роль играют интерференционные члены. Из результатов Гольдбергера и Треймана <sup>/8/</sup> для распада  $\pi^0$ -мезона и из дисперсионных соотношений для рассеяния вперед, использованных нами ранее <sup>/7/</sup>, следует, что (относительный) знак полюсной диаграммы отличается от использованного Джекобом и Мэтьюзом. Таким образом, добавление полюсной диаграммы не улучшает согласия теоретических и экспериментальных результатов, расхождение между которыми требует другого объяснения.

## 2. Амплитуда рассеяния

Обозначим через  $p$  и  $p'$ -векторы импульсов нуклона в начальном и конечном состояниях, соответственно, а через  $q$  и  $q'$  - то же для  $\gamma$ -квантов. Так как они удовлетворяют закону сохранения

$$q + p = q' + p', \quad (1)$$

х) Авторы благодарны д-ру Ямагата за предоставление возможности ознакомиться с результатами работы <sup>/8/</sup> до ее публикации.

то удобно ввести следующие четыре ортогональных вектора

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2}(q + q'), \quad Q = \frac{1}{2}(q' - q) = \frac{1}{2}(P - P') \quad (2)$$

$$P' = P - \frac{(P \cdot \mathcal{K})}{\mathcal{K}^2} \mathcal{K}; \quad N_\mu = i \epsilon_{\mu\nu\sigma\rho} P'_\nu \mathcal{K}_\sigma Q_\rho,$$

где

$$P = \frac{1}{2}(P + P').$$

Из этих четырех векторов можно построить два независимых скаляра

$$Q^2 \quad \text{и} \quad M^2 = - (P \cdot \mathcal{K}). \quad (3)$$

Длины векторов, введенных в (2), связаны с  $Q^2$  и  $M^2$  следующими соотношениями

$$P'^2 = P^2 - \frac{(P \cdot \mathcal{K})^2}{\mathcal{K}^2} = \frac{1}{Q^2} [M^2 v^2 - Q^2(Q^2 + M^2)]$$

$$N^2 = - P'^2 \mathcal{K}^2 Q^2 = Q^2 [M^2 v^2 - Q^2(Q^2 + M^2)]. \quad (4)$$

Элемент  $S$ -матрицы для  $\delta N$ -рассеяния можно представить в виде

$$\langle P'q' | S - 1 | Pq \rangle = \frac{i}{2\pi} \delta(P' + q' - P - q) \frac{M}{(P_0 P'_0 q_0 q'_0)^{1/2}} \cdot N, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} N &= \bar{u}(P') e'_\mu N_{\mu\nu} e_\nu u(P) = \\ &= 2\pi^2 i \left( \frac{P_0 P'_0}{M^2} \right)^{1/2} \int d^4 z e^{-i\mathcal{K}z} \langle P' | T(e^{i j(\frac{z}{2})}) (e \cdot j(-\frac{z}{2})) | P \rangle. \end{aligned} \quad (6)$$

В системе центра масс дифференциальное сечение дается соотношением

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_{\text{спины}} \left| \frac{M}{W} N \right|^2, \quad (7)$$

где  $W^2 = -(P + \mathcal{K})^2$  - квадрат полной энергии в системе центра масс.

Амплитуда рассеяния  $N$  может быть записана в виде суммы шести инвариантных функций

$$\begin{aligned}
 e'_\mu N_{\mu\nu} e_\nu = & \frac{(e'P')(eP')}{P'^2} [T_1 + i \hat{\mathcal{K}} T_2] + \frac{(e'N)(eN)}{N^2} [T_3 + \\
 & + i \hat{\mathcal{K}} T_4] - \frac{(e'P')(eN) - (e'N)(eP')}{(P'^2 N^2)^{1/2}} i \gamma_5 T_5 + \\
 & + \frac{(e'P')(eN) + (e'N)(eP')}{(P'^2 N^2)^{1/2}} \gamma_5 \hat{\mathcal{K}} T_6.
 \end{aligned} \tag{8}$$

В некоторых случаях также удобно представить амплитуду как оператор в спиновом пространстве через шесть нековариантных функций  $R_i$

$$\begin{aligned}
 \frac{M}{W} e'_\mu N_{\mu\nu} e_\nu = & R_1 (\vec{e} \cdot \vec{e}') + R_2 (\vec{s}' \cdot \vec{s}) + i R_3 (\vec{\sigma} [\vec{e}' \vec{e}]) + \\
 & + i R_4 (\vec{\sigma} [\vec{s}' \vec{s}]) + i R_5 [(\vec{\sigma} \vec{k}) (\vec{s}' \vec{e}') - (\vec{\sigma} \vec{k}') (\vec{s} \vec{e})] \\
 & + i R_6 [(\vec{\sigma} \vec{k}') (\vec{s}' \vec{e}') - (\vec{\sigma} \vec{k}) (\vec{s} \vec{e})],
 \end{aligned} \tag{9}$$

где  $\vec{s} = [\vec{k} \vec{e}]$ ,  $\vec{s}' = [\vec{k}' \vec{e}']$ , а  $(\vec{e}, \vec{k})$  и  $(\vec{e}', \vec{k}')$  — единичные векторы поляризации и импульса фотона до и после рассеяния, соответственно.

### 3. Матричный элемент распада нейтрального пиона

$\hat{S}$  — матрица для распада нейтрального пиона имеет вид

$$\langle q' q | \hat{S} | q_\pi \rangle = \frac{i}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2W_k}} (2\pi)^4 \delta(q_\pi - q - q') \langle q' q | J(0) | 0 \rangle, \tag{10}$$

где  $q$  и  $q'$  - импульсы фотонов;  $q_\pi$  - импульс пиона;  $J(x)$  - ток пионного поля, который определяется как

$$J(x) = i \frac{\delta S}{\delta \psi(x)} S^+ = i g_0 \bar{\psi}(x) \gamma_5 \tau_3 \psi(x), \quad (11)$$

где  $\varphi(x)$  - оператор мезонного поля;  $\psi(x)$  - оператор нуклонного поля, а  $g_0$  - неперенормированная константа пион-нуклонного взаимодействия. Гайзенбергово уравнение для мезонного поля может быть записано в виде

$$(-\square^2 + m_\pi^2) \varphi(x) = J(x). \quad (12)$$

В обозначениях Гольдбергера и Треймана<sup>18/</sup>

$$M = (2\pi)^3 \sqrt{4q_0 q'_0} \langle q' q | J | 0 \rangle = -i \epsilon_{\mu\nu\sigma\lambda} e'_\mu e_\nu q_\sigma q'_\lambda F[(q+q')^2], \quad (13)$$

где  $F(q^2)$  - формфактор. В выражение для  $S$  - матрицы распада входит  $F(-m_\pi^2)$ .

Вероятность распада нейтрального пиона равна

$$w = \sum_{qq'ee'} \frac{| \langle qq' | S | q_\pi \rangle |^2}{(2\pi)^3 V \cdot T} = \frac{1}{(2\pi)^2} \delta(q_\pi - q - q') d^3 q d^3 q' \quad (14)$$

$$\frac{1}{8 q_{\pi 0} q_0 q'_0} q^2 q'^2 \sum_{ee'} [(\vec{e} \vec{s}') + (\vec{e}' \vec{s})]^2 |F|^2.$$

Суммируя по  $e$  и  $e'$  и интегрируя по углам, мы получаем в системе покоя пиона

$$w = \frac{m_\pi^3}{64\pi} |F|^2. \quad (15)$$

Время жизни пиона  $\tau$  равно

$$\tau = \frac{64\pi}{m_\pi^3 |F|^2}. \quad (16)$$

Используя дисперсионную технику, Гольдбергер и Трейман показали, что

где  $q$  и  $q'$  - импульсы фотонов;  $q_\pi$  - импульс пиона;  $J(x)$  - ток пионного поля, который определяется как

$$J(x) = i \frac{\delta S}{\delta \varphi(x)} S^+ = i g_0 \bar{\Psi}(x) \gamma_5 \tau_3 \Psi(x), \quad (11)$$

где  $\varphi(x)$  - оператор мезонного поля;  $\Psi(x)$  - оператор нуклонного поля, а  $g_0$  - ненормированная константа пион-нуклонного взаимодействия. Гайзенбергово уравнение для мезонного поля может быть записано в виде

$$(-\square^2 + m_\pi^2) \varphi(x) = J(x). \quad (12)$$

В обозначениях Гольдбергера и Треймана<sup>18/</sup>

$$M = (2\pi)^3 \sqrt{4q q'} \langle q' q | J | 0 \rangle = -i \varepsilon_{\mu\nu\sigma\lambda} e'_\mu e_\nu q_\sigma q'_\lambda F[(q+q')^2], \quad (13)$$

где  $F(q^2)$  - формфактор. В выражение для  $S$  - матрицы распада входит  $F(-m_\pi^2)$ .

Вероятность распада нейтрального пиона равна

$$W = \sum_{qq'ee'} \frac{|\langle qq' | S | q_\pi \rangle|^2}{\frac{1}{(2\pi)^3} V \cdot T} = \frac{1}{(2\pi)^2} \delta(q_\pi - q - q') d^3q d^3q' \quad (14)$$

$$\frac{1}{8 q_{\pi 0} q_0 q'_0} q^2 q'^2 \sum_{ee'} [(\vec{e} \vec{s}') + (\vec{e}' \vec{s})]^2 |F|^2.$$

Суммируя по  $e$  и  $e'$  и интегрируя по углам, мы получаем в системе покоя пиона

$$W = \frac{m_\pi^3}{64\pi} |F|^2. \quad (15)$$

Время жизни пиона  $\tau$  равно

$$\tau = \frac{64\pi}{m_\pi^3 |F|^2}. \quad (16)$$

Используя дисперсионную технику, Гольдбергер и Трейман показали, что



$$F(0) = -\frac{ge^2}{4\pi^2 m_\pi} (1 + \mu_p) \cdot \frac{I_0 + \rho I_1}{1 + \frac{g^2}{4\pi} I_1}, \quad (17)$$

где

$$\rho = \frac{2\mu_p - (\mu_p^2 - \mu_n^2)}{(1 + \mu_p)}, \quad (18)$$

а  $\mu_p$  и  $\mu_n$  - аномальные магнитные моменты протона и нейтрона, соответственно;  $I_0$  и  $I_1$  - положительные интегралы. Из (17) следует, что

$$F(0)g < 0. \quad (19)$$

Этот знак важен для дальнейшего.

#### 4. Однорезонансная диаграмма для рассеяния $\gamma$ -квантов протонами

Элемент  $S$ -матрицы полюсной диаграммы равен

$$\langle p'q' | S-1 | pq \rangle = +i (2\pi)^4 \delta(p' + q' - p - q) \langle p' | J_\pi(0) | p \rangle \quad (21)$$

$$\frac{1}{(p'-p)^2 + m_\pi^2} \langle q' | J_\pi(0) | q \rangle = ig \frac{i}{(2\pi)^3} \bar{u}(p') \gamma_5 u(p)$$

$$\delta(p' + q' - p - q) (2\pi)^4 \frac{1}{(p'-p)^2 + m_\pi^2} \langle q' | J_\pi(0) | q \rangle.$$

Можно показать, что

$$\langle q' | J_\pi(0) | q \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{4q_0 q'_0}} (-i) \epsilon_{\mu\nu\sigma\lambda} e'_\mu e_\nu (-q)_\sigma q'_\lambda$$

$$F[(q'-q)^2] = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{4q_0 q'_0}} (-i) \epsilon_{\mu\nu\sigma\lambda} e'_\mu e_\nu q'_\sigma q_\lambda F$$

Так как матричный элемент  $\langle q' | J_{\pi}(0) | q \rangle$  берется в полюсе при  $(q'-q)^2 = -m_{\pi}^2$ , то в (21) входит как раз то значение  $F$ , которое встречается в  $\pi^0$ -распаде.

Подставляя (22) в (21) и редуцируя спиноры в системе центра масс, получаем

$$\begin{aligned} \langle p'q' | S^{-1} | pq \rangle &= -\frac{gF}{(2\pi)^6} (2\pi)^4 \delta(p'+q'-p-q) \frac{1}{\sqrt{4q_0q'_0}} \cdot \frac{M}{\sqrt{p_0p'_0}} \\ \frac{q}{2M} (\vec{\sigma}\vec{k} - \vec{\sigma}'\vec{k}') qq' (\vec{e}\cdot\vec{s}' + \vec{e}'\cdot\vec{s}) &= \frac{igF}{(2\pi)^6} \frac{Mq^3}{\sqrt{4q_0q'_0 p_0p'_0}} (2\pi)^4 \\ \delta(p'+q'-p-q) \frac{1}{2M} \{ &i [(\vec{\sigma}\vec{k}) (\vec{e}\cdot\vec{s}') - (\vec{\sigma}'\vec{k}') (\vec{e}'\cdot\vec{s})] - \\ &- i [(\vec{\sigma}'\vec{k}') (\vec{e}\cdot\vec{s}') - (\vec{\sigma}\vec{k}) (\vec{e}'\cdot\vec{s})] \} . \end{aligned} \quad (23)$$

Сравнивая (23) с (9), для вклада полюсной диаграммы, получаем

$$R_{1p} = R_{2p} = R_{3p} = R_{4p} = 0 \quad (24)$$

$$R_{5p} = -R_{6p} = \frac{gF}{8\pi W} \cdot \frac{q^3}{(p-p')^2 + m_{\pi}^2},$$

откуда заключаем, что вклад полюсной диаграммы от обмена и распада псевдоскалярного нейтрального мезона в амплитуду сводится к комбинации

$$\begin{aligned} R_{5p} - R_{6p} &= \frac{gF m_{\pi}}{8\pi W} \cdot \frac{q}{m_{\pi}} \cdot \frac{2q^2}{2q^2(1-\cos\theta) + m_{\pi}^2} = \\ &= \frac{gF m_{\pi}}{8\pi W} \cdot \frac{q}{m_{\pi}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{m_{\pi}^2}{2q^2} - \cos\theta} . \end{aligned} \quad (25)$$

Важно отметить, что в силу (19)

$$R_{5p} - R_{6p} < 0,$$

если принять, что  $F(0)$  и  $F(-m_{\pi}^2)$  не сильно отличаются.

В выражение для сечения (формула (16) в /5/) полюсной член входит в комбинации

$$\frac{1}{2} |R_5 - R_6|^2 (1 - \cos \theta)^3 - \operatorname{Re} (R_3 - R_4)^* (R_5 - R_6) (1 - \cos \theta)^2. \quad (26)$$

Вклад одной полюсной диаграммы имеет вид

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} P(\theta) &= \frac{1}{2} |R_5 - R_6|^2 (1 - \cos \theta)^3 = \\ &= 2 \left(\frac{1}{W}\right)^2 \frac{g^2}{4\pi} \frac{F^2 m_{\pi}^2}{64\pi} \left(\frac{q}{m_{\pi}}\right)^2 \frac{(1 - \cos \theta)^3}{\left(1 + \frac{m_{\pi}^2}{2q^2} - \cos \theta\right)^2} = \\ &= \frac{2}{m_{\pi} \cdot c} \left(\frac{q}{W}\right)^2 \frac{g^2}{4\pi} \left(\frac{1}{m_{\pi}}\right)^2 \frac{(1 - \cos \theta)^3}{\left(1 + \frac{m_{\pi}^2}{2q^2} - \cos \theta\right)^2}, \end{aligned} \quad (27)$$

что совпадает с результатом Джакоба и Мэтьюза.

Мы можем ожидать уменьшения сечения под  $90^\circ$  от добавления полюсного члена только в том случае, когда второй член в (26) отрицателен.

Так как  $R_4$  велико и отрицательно из-за большого аномального магнитного момента протона,  $\operatorname{Re} (R_3 - R_4)$  является положительной величиной в рассматриваемой области энергий. Таким образом второй член в (26) положителен, если  $R_{5p} - R_{6p} < 0$ . Следовательно, в предположении справедливости анализа Гольдбергера и Треймана полюсная диаграмма не уменьшает, а увеличивает теоретическое значение сечения.

Отметим, что в анализе Джакоба и Мэтьюза учтены лишь (в наших обозначениях) амплитуды фоторождения  $E_1$  и  $M_1$ . При ограничении этими состояниями  $R_5 - R_6$  - полностью определяется полюсной диаграммой.

Если воспользоваться результатами нашего анализа /7/, то оказывается, что  $\operatorname{Re} (R_5 - R_6)$  определяется, помимо предельной теоремы, амплитудами

фоторождения  $M_3$  и  $E_2$ . Так как при этом (изотропная) часть вклада полюсной амплитуды автоматически учитывается, к ранее полученной нами амплитуде необходимо добавить не все выражение (25), а лишь вклад (25) в более высокие состояния, т.е. разность

$$(R_S - R_C)_P - \frac{1}{2\pi} \int (R_S - R_C)_P \sin \theta d\theta.$$

В результате такой процедуры, которая необходима, чтобы не нарушить унитарности  $S'$ -матрицы, (при  $\theta = 90^\circ$ ) величина  $y_0^{-1}$  ( $y_0 = 1 + \frac{m_\pi^2}{2q^2}$ ) заменяется на

$$y_0^{-1} - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{y_0 + 1}{y_0 - 1} \right|,$$

что при  $q^2 = m_\pi^2$  ( $y_0 = 3/2$ ) приводит к замене  $2/3$  на  $-0,14$ . Таким образом вклад амплитуды уменьшается в 5 раз, а знак вклада меняется. В силу этого требуется значительно более высокая точность, чтобы сказались связь амплитуды распада  $J^0$ -мезона и амплитуды рассеяния  $J^-$ -квантов на протонах. Недавно было показано, что время жизни  $J^0$ -мезона равно<sup>/9/</sup>  $(2,0 \pm 0,4) \cdot 10^{-16}$  сек, что также уменьшает величину вклада полюсной диаграммы.

Неопределенности в анализе фоторождения не могут сказаться на заключении о знаке интерференционного члена в (25), поскольку этот знак определяется теоремой низких энергий. Амплитуда рассеяния при низких частотах, впервые полученная Лоу и Гелл-Манном и Гольдбергером<sup>/10/</sup>, рассмотрена заново в приложении, где она получена как вклад одноклонных членов (см. <sup>/6/</sup>).

Отметим, в частности, что

$$T_5^0 = \frac{e^2}{M} (1+\lambda) \frac{M^2 Q^2}{Q^4 - M^2 \nu^2}. \quad (28)$$

Дадим еще одно, менее строгое, но более наглядное доказательство правильности определения знака полюсной диаграммы<sup>x)</sup>,

Матричный элемент  $\langle q' | J_\pi(0) | q \rangle$  можно представить в виде

x) Аналогичный подход использовали Бернштейн, Фубини, Гелл-Манн, Тирринг и один из авторов<sup>/11/</sup> для получения соотношения Гольдбергера-Треймана.

$$\begin{aligned}
 \langle q' | J_{\pi}(0) | q \rangle &= i \varepsilon_{\mu\nu\sigma\lambda} e_{\mu}' e_{\nu} q_{\sigma} q_{\lambda}' \frac{1}{(2\pi)^3} F[(q-q')^2] = \\
 &= - \frac{2Q^2}{(2\pi)^3} F \frac{(e'P')(eN) - (e'N)(eP')}{(P'^2 N^2)^{1/2}}
 \end{aligned} \tag{29}$$

так, что

$$\begin{aligned}
 \langle P'q' | S^{-1} | Pq \rangle &= i (2\pi)^{-2} g \delta(P'+q'-P-q) i \bar{u}(P') \gamma_5 u(P) \\
 &= \frac{2Q^2 F}{4Q^2 + m_{\pi}^2} \frac{(e'P')(eN) - (e'N)(eP')}{(P'^2 N^2)^{1/2}},
 \end{aligned} \tag{30}$$

откуда

$$T_{SP} = \frac{gF}{2\pi} \cdot 2 \cdot \frac{Q^2}{4Q^2 + m_{\pi}^2}. \tag{31}$$

Введем теперь функцию

$$f(\nu, Q^2) = \frac{T_S(\nu, Q^2)}{Q^2}. \tag{32}$$

Если рассматривать  $f(\nu, Q^2)$  как аналитическую функцию  $Q^2$  при фиксированном  $\nu$ , то из теоремы Коши и из (31)

$$f(\nu, Q^2) = \frac{gF}{\pi} \frac{1}{4Q^2 + m_{\pi}^2} + J_Q, \tag{33}$$

где  $J_Q$  - дисперсионный интеграл, нижний предел которого равен  $4m_{\pi}^2$ . В области  $Q^2 \ll 4m_{\pi}^2$  интеграл в (33) мал и можно аппроксимировать  $f(\nu, Q^2)$  выражением

$$f(\nu, Q^2) \approx \frac{gF}{\pi} \frac{1}{4Q^2 + m_{\pi}^2}. \tag{34}$$

С другой стороны,  $f(v, Q^2)$  является также аналитической функцией  $v$  при фиксированном  $Q^2$ . Согласно теореме Коши и с учетом (28)

$$f(v, Q^2) = \frac{e^2(1+\lambda)}{M} \frac{M^2}{Q^4 - M^2 v^2} + J_v, \quad (35)$$

где  $J_v$  - другой дисперсионный интеграл. В области  $2v \leq m_\pi$  полюсный член будет преобладать и приближенно

$$f(v, Q^2) \approx \frac{e^2(1+\lambda)}{M} \frac{M^2}{Q^4 - M^2 v^2}. \quad (36)$$

Очевидно, что (34) несправедливо вблизи  $M^2 v^2 \approx Q^2$ , а (36) не имеет места при  $4Q^2 = m_\pi^2$ . Но все же возможно, что в некоторой области  $v$  и  $Q^2$  (34) и (36) справедливы одновременно. Приравнивая эти выражения при  $2v = m_\pi$  и  $Q \approx 0$ , получаем

$$F = - \frac{e^2(1+\lambda)}{gM} \cdot 4\pi, \quad (37)$$

что очень близко к формуле Гольбергера и Треймана, полученной совсем другим способом.

Действительно, из (17) при

$$(g^2/4\pi^2) I_1 \gg 1$$

получаем

$$F = - \frac{e^2(1+\lambda)}{g} 4\pi \cdot \frac{I_0 + \rho I_1}{I_1},$$

что с точностью до численного множителя совпадает с (37).

В литературе используется два разных выбора общей фазы для амплитуды  $\gamma N$ -рассеяния. При одном томсоновский предел равен  $+\frac{e^2}{M}$  при другом  $-\frac{e^2}{M}$ . Ошибка опубликованных работ состоит в том, что выбор общего множителя у одно-мезонной амплитуды не соответствует выбору знака остальной амплитуды.

Непосредственное сравнение амплитуды, использовавшейся Джакобом и Мэтьюзом, с (9) показывает, что введенные в <sup>14/</sup> функции  $f_i$  связаны с  $R_i$  соотношениями

$$-f_1 = R_1 + R_2 \cos \theta$$

$$f_2 = R_2$$

$$f_3 = R_3 + R_4 \cos \theta + (R_5 + R_6) (1 + \cos \theta) - (R_5 - R_6) (1 - \cos \theta)$$

$$f_4 = R_4$$

$$f_5 = R_4 + R_5$$

$$f_6 = R_6,$$

где учтено различие в общем фазовом множителе и откуда также ясно, что использованный в /4/ знак полюсного члена отличается от доказанного в настоящей работе.

### Приложение

#### Одноуклонные слагаемые в дисперсионных соотношениях

Учитывая, что

$$T(e^{j(\frac{\pi}{2})}) (e \cdot j(-\frac{\pi}{2})) = \theta(\frac{\pi}{2}) \left[ e^{j(\frac{\pi}{2})} e \cdot j(-\frac{\pi}{2}) \right] +$$

$$+ (e^{j(\frac{\pi}{2})}) (e \cdot j(-\frac{\pi}{2}))$$

(A.1)

определим запаздывающую и опережающую амплитуды

$$N^{zet/adv} = \pm 2\pi^2 i \left( \frac{p_0 p'_0}{M^2} \right)^{1/2} \int d^4 z e^{\pm i \mathcal{K} \cdot z} \quad (\text{A.2})$$

$$\langle p' | \theta(\pm z_0) \left[ e' \cdot j \left( \frac{\mathcal{K}}{2} \right) e \cdot j \left( -\frac{\mathcal{K}}{2} \right) \right] | p \rangle.$$

Вершинная часть тока имеет вид

$$\begin{aligned} \langle p' | e j(\mathcal{O}) | p \rangle &= \frac{i \mathcal{E}}{(2\pi)^3} \bar{u}(p') \left\{ \hat{e} + i \frac{\lambda}{4M} \left[ \hat{e} (\hat{p}' - \hat{p}) - (\hat{p}' - \hat{p}) \hat{e} \right] \right\} u(p) = \\ &= \frac{i \mathcal{E}}{(2\pi)^3} \bar{u}(p') \left[ (1+\lambda) \hat{e} + \frac{i\lambda}{2M} e(p'+p) \right] u(p) = \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$= \frac{i \mathcal{E}}{(2\pi)^3} \bar{u}(p') \left[ (1+\lambda) \hat{e} + \frac{i\lambda}{M} e \mathcal{P} \right] u(p),$$

где  $\mathcal{E}$  - заряд нуклона.

Полюсной член в области положительных частот имеет вид

$$\begin{aligned} A^0 &= - \frac{(2\pi)^6}{4} \sum_n \delta(k-p+p_n) \langle p' | e j(\mathcal{O}) | p_n \rangle \langle p_n | e' j(\mathcal{O}) | p \rangle \\ &= \frac{\mathcal{E}^2}{4} \int d^3 p_n \delta(k-p+p_n) \bar{u}(p') \left[ (1+\lambda) \hat{e} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{i\lambda}{M} e(2\mathcal{P}-\mathcal{K}-\mathcal{Q}) \right] u(\mathcal{P}-\mathcal{K}) \bar{u}(\mathcal{P}-\mathcal{K}) \left[ (1+\lambda) \hat{e}' + \right. \\ &\quad \left. + \frac{i\lambda}{M} e'(2\mathcal{P}-\mathcal{K}+\mathcal{Q}) \right] u(p) = \frac{\mathcal{E}^2}{4} \int d^3 p_n \delta(k-p+p_n) \bar{u}(p') \left[ (1+ \right. \\ &\quad \left. + \lambda) \hat{e} + \frac{i\lambda}{M} e p' \right] u(\mathcal{P}-\mathcal{K}) \bar{u}(\mathcal{P}-\mathcal{K}) \left[ (1+\lambda) \hat{e}' + \frac{i\lambda}{M} e' p \right] u(p) \end{aligned}$$

(A.4)



Используя соотношения

$$\sum u(\mathcal{P}-\mathcal{K}) \bar{u}(\mathcal{P}-\mathcal{K}) = \frac{-i(\hat{\mathcal{P}}-\hat{\mathcal{K}})+M}{2P_{ho}} \quad (\text{A.5})$$

и

$$\frac{d^3 p_n}{2P_{ho}} = d^4 p_n \theta(P_{ho}) \delta(P_n^2 + M^2), \quad (\text{A.6})$$

мы получаем

$$A^0 = \frac{\varepsilon^2}{4} \delta(P_n^2 + M^2) \bar{u}(p') \left[ (1+\lambda) \hat{e} + \frac{i\lambda}{M} e \cdot p' \right] \cdot \left[ -i(\hat{\mathcal{P}}-\hat{\mathcal{K}}) + M \right] \cdot \left[ (1+\lambda) \hat{e}' + \frac{i\lambda}{M} e' \cdot p \right] u(p). \quad (\text{A.7})$$

Можно выразить  $A^0$  через основные инварианты

$$A^0 = \frac{(e' \mathcal{P}') (e \mathcal{P}')}{\mathcal{P}'^2} A_1^0 + \frac{(e' N) (e N)}{N^2} A_2^0 + \frac{(e' \mathcal{P}') (e N) - (e' N) (e \mathcal{P}')}{(\mathcal{P}'^2 N^2)^{1/2}} A_3^0 + \frac{(e' \mathcal{P}') (e N) + (e' N) (e \mathcal{P}')}{(\mathcal{P}'^2 N^2)^{1/2}} A_4^0. \quad (\text{A.8})$$

Сравнивая (A.7) и (A.8), получаем

$$A_1^0 \mathcal{P}'^2 = \frac{\varepsilon^2}{4} \delta(P_n^2 + M^2) \bar{u}(p') \left[ (1+\lambda) \hat{\mathcal{P}}' + \frac{i\lambda}{M} \mathcal{P}' \cdot p' \right] \cdot \left[ -i(\hat{\mathcal{P}}-\hat{\mathcal{K}}) + M \right] \cdot \left[ (1+\lambda) \hat{\mathcal{P}}' + \frac{i\lambda}{M} \mathcal{P}' \cdot p \right] u(p). \quad (\text{A.9})$$

Легко проверить, что

$$\mathcal{P}' \rho' = \mathcal{P}' (\mathcal{P} - \mathcal{Q}) = \mathcal{P}' \rho = \mathcal{P}'^2 ; \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} \bar{u}(\rho') [\hat{\mathcal{P}}' (-i(\hat{\mathcal{P}} - \hat{\mathcal{K}}) + M) \hat{\mathcal{P}}'] u(\rho) = \bar{u}(\rho') \{ [i(\hat{\mathcal{P}} - \hat{\mathcal{K}}) + \\ + M] \mathcal{P}'^2 - 2i \mathcal{P}' \rho \mathcal{P}' \} u(\rho) = \bar{u}(\rho') \{ -i \hat{\mathcal{K}} \mathcal{P}'^2 + 2 \mathcal{P}'^2 M + \\ + 2i \frac{\mathcal{P} \cdot \mathcal{K}}{\mathcal{K}^2} \hat{\mathcal{K}} \mathcal{P}'^2 \} u(\rho) ; \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} \bar{u}(\rho') \hat{\mathcal{P}}' [-i(\hat{\mathcal{P}} - \hat{\mathcal{K}}) + M] u(\rho) = \bar{u}(\rho') \left[ \left( \hat{\mathcal{P}} - \frac{\mathcal{P} \cdot \mathcal{K}}{\mathcal{K}^2} \hat{\mathcal{K}} \right) \right. \\ \left. (-i(\hat{\mathcal{P}} - \hat{\mathcal{K}}) + M) \right] u(\rho) = \bar{u}(\rho') \left[ M(iM - \frac{\mathcal{P} \cdot \mathcal{K}}{\mathcal{K}^2} \hat{\mathcal{K}}) - i(\mathcal{P}^2 + \right. \\ \left. + \mathcal{P} \cdot \mathcal{K}) + i(\hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{K}} + \frac{\mathcal{P} \cdot \mathcal{K}}{\mathcal{K}^2} \hat{\mathcal{K}} \hat{\mathcal{P}}) \right] u(\rho) ; \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$\begin{aligned} \bar{u}(\rho') \{ [-i(\hat{\mathcal{P}} - \hat{\mathcal{K}}) + M] \hat{\mathcal{P}}' \} u(\rho) = \bar{u}(\rho') \left[ M(iM - \right. \\ \left. - \frac{\mathcal{P} \cdot \mathcal{K}}{\mathcal{K}^2} \hat{\mathcal{K}}) - i(\mathcal{P}^2 + \mathcal{P} \cdot \mathcal{K}) + i(\hat{\mathcal{K}} \hat{\mathcal{P}} + \frac{\mathcal{P} \cdot \mathcal{K}}{\mathcal{K}^2} \hat{\mathcal{P}} \hat{\mathcal{K}}) \right] u(\rho) ; \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$$\bar{u}(\rho') [-i(\hat{\mathcal{P}} - \hat{\mathcal{K}}) + M] u(\rho) = \bar{u}(\rho') [i \hat{\mathcal{K}} + 2M] u(\rho). \quad (\text{A.14})$$

Используя (A.10)–(A.14) и отмечая, что в полюсе

$$(\mathcal{P} - \mathcal{K})^2 = \mathcal{P}^2 + \mathcal{K}^2 - 2 \mathcal{P} \cdot \mathcal{K} = 2 \mathcal{K}^2 - 2 \mathcal{P} \cdot \mathcal{K} - M^2 = -M^2,$$

или, что

$$\mathcal{K}^2 = \mathcal{P} \cdot \mathcal{K}, \quad (\text{A.15})$$

получаем

$$\begin{aligned} A_1^0 &= \frac{\varepsilon^2}{4} \delta(2 \mathcal{K}^2 - 2 \mathcal{P} \cdot \mathcal{K}) \bar{u}(\rho') (2M + i \hat{\mathcal{K}}) u(\rho) = \\ &= \frac{\varepsilon^2}{8M} \delta(v - \frac{Q^2}{M}) \bar{u}(\rho') (2M + i \hat{\mathcal{K}}) u(\rho). \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Аналогично

$$\begin{aligned}
 A_2^0 N^2 &= \frac{\varepsilon^2 (1+\lambda)^2}{8M} \delta(v - \frac{Q^2}{M}) \bar{u}(p') \hat{N} [-i(\hat{P} - \hat{K}) + M] \hat{N} u(p) = \\
 &= \frac{\varepsilon^2 N^2}{8M} (1+\lambda)^2 \delta(v - \frac{Q^2}{M}) \bar{u}(p') [-i \hat{K}] u(p) \\
 A_2^0 &= -\frac{\varepsilon^2}{8M} \delta(v - \frac{Q^2}{M}) \bar{u}(p') i \hat{K} u(p) (1+\lambda)^2 ;
 \end{aligned}
 \tag{A.17}$$

$$\begin{aligned}
 (A_3^0 + A_4^0) (\mathcal{P}^{12} N^2)^{1/2} &= \frac{\varepsilon^2 (1+\lambda)}{8M} \delta(v - \frac{Q^2}{M}) \bar{u}(p') [\hat{N} (-i(\hat{P} - \hat{K}) + \\
 &+ M) (\hat{P}^1 + \frac{i\lambda}{M} \mathcal{P}^{12})] u(p) = \\
 &= \frac{\varepsilon^2 (1+\lambda)}{8M} \delta(v - \frac{Q^2}{M}) \bar{u}(p') \left[ \frac{\mathcal{P}^{12}}{M} \hat{N} (-iM + \hat{K}) \right] u(p) ;
 \end{aligned}
 \tag{A.18}$$

$$(A_4^0 - A_3^0) (\mathcal{P}^{12} N^2)^{1/2} = \frac{\varepsilon^2 (1+\lambda)}{8M} \delta(v - \frac{Q^2}{M}) \bar{u}(p') \left[ \frac{\mathcal{P}^{12}}{M} (\hat{K} - iM) \hat{N} \right] u(p);
 \tag{A.19}$$

Из (A.18) и (A.19)

$$\begin{aligned}
 A_4^0 (\mathcal{P}^{12} N^2)^{1/2} &= \frac{\varepsilon^2 (1+\lambda)}{8M} \delta(v - \frac{Q^2}{M}) (-i \mathcal{P}^{12}) \bar{u}(p') \hat{N} u(p) \\
 A_3^0 (\mathcal{P}^{12} N^2)^{1/2} &= \frac{\varepsilon^2 (1+\lambda)}{8M} \delta(v - \frac{Q^2}{M}) \frac{\mathcal{P}^{12}}{M} \bar{u}(p') \hat{N} \hat{K} u(p).
 \end{aligned}
 \tag{A.20}$$

Можно показать, что

$$\begin{aligned}
 \bar{u}(p') \hat{N} \hat{K} u(p) &= (\mathcal{P}^{12} N^2)^{1/2} i \bar{u}(p') \gamma_5 u(p) \\
 i \bar{u}(p') \hat{N} u(p) &= \hat{K}^2 \bar{u}(p') \gamma_5 \hat{K} u(p).
 \end{aligned}$$

Если мы учтем, что в силу (4)  $(P^2 N^2)^{1/2} = P^{12} Q^2$ ,  
получим, что

то из (A.20)

$$A_3^0 = - \frac{\varepsilon^2 (1+\lambda)}{8M} \delta(v - \frac{Q^2}{M}) i \bar{u}(p') \gamma_5 u(p)$$

$$A_4^0 = \frac{\varepsilon^2 (1+\lambda)}{8M} \delta(v - \frac{Q^2}{M}) \bar{u}(p') \gamma_5 \hat{k} u(p).$$

(A.21)

Окончательно из (A.18), (A.17) и (A.21) получаем

$$T_1^0 = \frac{\varepsilon^2}{2\pi M} \frac{M^2 Q^2}{Q^4 - M^2 v^2} ; T_2^0 = \frac{\varepsilon^2}{4\pi M} \frac{M^2 v}{Q^4 - M^2 v^2} ; T_3^0 = 0 ;$$

$$T_4^0 = - \frac{\varepsilon^2 (1+\lambda)^2}{4\pi M} \cdot \frac{M^2 v}{Q^4 - M^2 v^2} ;$$

(A.22)

$$T_5^0 = M T_6^0 = \frac{\varepsilon^2 (1+\lambda)}{4\pi M} \cdot \frac{M^2 Q^2}{Q^4 - M^2 v^2} ; \left( \frac{\varepsilon^2}{4\pi} = e^2 = \frac{1}{137} \right) ,$$

что совпадает с ранее полученными результатами с правильным знаком. При всех вычислениях однонуклонных членов предполагалось, что в электромагнитных взаимодействиях имеет место сохранение четности. Полученные результаты остаются справедливыми и при наличии лишь  $CP$ -инвариантности.

Л и т е р а т у р а

1. F.E.Low. Proc. 1958 Ann. Internat. Conference on High Energy Physics p. 98.
2. Е.Д. Жижин. ЖЭТФ, 37, 994, 1959.
3. L.G. Нуман, R. Ely, D.H. Frish, M.A. Wahlig. Phys. Rev. Lett., 3, 93, 1959.
4. M.Jacob, J.Mathews. Phys., Rev. 117, 854, 1960.
5. G. Bernardini, A.O. Hanson, A.C. Odian, T. Yamagata, L.B. Auerbach, I. Filosofo. Nuovo Cimento 18, 1203, 1960.
6. T.Akiba, T. Sato. Prog. Theor.Phys., 19, 93, 1958.
7. Л.И. Липидус, Чжоу Гуан-чжао. ЖЭТФ, 37, 1714, 1959; 38, 201, 1960.
8. M.L. Goldberger, S.B. Treiman, Nuovo Cimento. 9, 451, 1958.
9. G. Glasser, N. Seeman, B. Stiller. Bull. Am. Phys.Soc. 6, 1, 1961.
10. F.E. Low. Phys.Rev., 96, 1428, 1954; M. Gell-Mann, M.L. Goldberger. Phys.Rev. 96, 1433, 1954.
11. Чжоу Гуан-чжао. ЖЭТФ, 39, 703, 1960.  
J. Bernstein, S. Fubini, M. Gell-Mann, W. Thirring. Nuovo Cimento 17, 757, 1960.

Рукопись поступила в издательский отдел  
23 февраля 1961 года.