

3  
Г-77

650



Лаборатория высоких энергий

Институт ядерной физики АН Казахской ССР

Я.И. Грановский, Г.И. Копылов

Д-650

ОЦЕНКА РОЛИ ЗАКОНА  
СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА  
КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ  
МНОЖЕСТВЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ ЧАСТИЦ

Я.И. Грановский, Г.И. Копылов

Д-650

ОЦЕНКА РОЛИ ЗАКОНА  
СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА  
КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ  
МНОЖЕСТВЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ ЧАСТИЦ

Объединенный институт  
ядерных исследований

949/9 кг.

А н н о т а ц и я

Проводится классический учет сохранения  $\Sigma$ -компоненты момента в статистической теории. Конкретные расчеты проделаны методом Монте-Карло при энергии 10 Бэв для pp-столкновений.

В настоящее время процесс множественного образования частиц может быть теоретически описан с помощью статистического метода Ферми <sup>/1/</sup>, уточненного в ряде последующих работ (учет нуклонной изобары <sup>/2/</sup>,  $\pi\pi$ -взаимодействия <sup>/3/</sup>). К сожалению, этот метод неспособен дать какое-либо угловое распределение, отличное от изотропного, так как единственный источник угловой анизотропии - матричный элемент - исключен из теории.

В то же время характерной чертой процесса множественного рождения является анизотропия углового распределения образовавшихся частиц. Она ярко выражена при сверхвысоких энергиях (так называемое двухконусное распределение <sup>/1/</sup>) и хорошо наблюдается в малолучевых звездах в области энергий  $\sim 10$  Бэв (так называемые "рога Граменицкого" <sup>/4/</sup>).

В литературе неоднократно встречалось предложение получить анизотропию из ограничений, налагаемых законом сохранения момента <sup>/1,5/</sup>. Однако, попытки провести эту идею не были доведены до конца (исключая работу Ферми <sup>/1/</sup>, которая критиковалась за целый ряд непоследовательностей).

В данной работе сделана попытка оценить анизотропию (и другие эффекты) в рамках статистической теории, учитывающей, наряду с сохранением энергии-импульса, также сохранение момента количества движения. Соответственно этому статистический вес может быть записан в виде

$$S_n = \int d\vec{p}_1 \dots d\vec{p}_n d\vec{\tau}_1 \dots d\vec{\tau}_n \delta(E - \sum e_k) \delta(\vec{P} - \sum \vec{p}_k) \delta(\vec{M} - \sum \vec{M}_k), \quad (1)$$

где  $E, \vec{P}, \vec{M}$  - энергия, импульс и момент системы до столкновения,  $n$  - число частиц после столкновения,  $e_k, \vec{p}_k, \vec{\tau}_k$  - энергия, импульс и координаты  $k$ -ой частицы.

Записанный в таком виде статистический вес выражает число состояний в фазовом пространстве вращающейся системы <sup>/6/</sup>. В свою очередь, понятие фазового пространства имеет смысл в том случае, когда движение частиц может быть описано квазиклассически, то есть во всяком случае при периферических столкновениях. Таким образом, с помощью определения (1) вполне разумно попытаться объяснить анизотропию малолучевых звезд, которые, по всей вероятности, и являются результатом периферических соударений <sup>/7/</sup>. При этом, в отличие

от работы Тамма<sup>17)</sup>, анизотропия в нашем случае обусловлена не только анизотропией распада изобар, но и анизотропией самого процесса образования частиц.

Строго говоря, следовало бы в (1) интегрировать по той области фазового пространства, где движение является квазиклассическим, и при сравнении с опытом разделять явления на периферические и центральные. Такой подход потребовал бы введения нового параметра как в теорию, так и в эксперимент, что, по нашему мнению, является пока преждевременным. Поэтому интеграл в (1) берется по всему фазовому пространству.

Следует отметить, что область квазиклассичности движения расширяется с ростом энергии, что оправдывает сделанное предположение и позволяет надеяться получить с помощью определения (1) анизотропию и для процессов с большим числом частиц. Однако, соответствующие расчеты оказываются крайне сложными и сделаны нами не были.

Выбирая (1) в качестве исходного выражения, мы предполагаем, что неизвестный нам квантово-механический квадрат матричного элемента сохранит при переходе к своему классическому аналогу (4) свои характерные особенности (анизотропию и т.д.).

### § 1. Приведение формул к расчетному виду

При пользовании формулой (1) следует иметь в виду, что направления осей  $M_x, M_y$  на опыте не фиксируются и по ним фактически производится суммирование, так что необходимо в (1) оставить только одну  $\delta$ -функцию, содержащую проекцию на ось  $Z$ , совпадающую с направлением импульса сталкивающихся частиц.

Это определение удовлетворяет требованию предельного перехода к теории Ферми. Если просуммировать (1) по всем возможным значениям момента, то мы возвратимся к обычному определению:

$$\int S_n(E, \vec{P}, M_z) dM_z = \int d\vec{p}_1 \dots d\vec{p}_n d\vec{\tau}_1 \dots d\vec{\tau}_n \delta(E - \sum e_k) \delta(\vec{P} - \sum \vec{p}_k) = S_n^{(F)}(E, \vec{P}). \quad (2)$$

В связи с этим удобно представить статистический вес в виде

$$S_n(E, \vec{P}, M_z) = V^n \int d\vec{p}_1 \dots d\vec{p}_n \delta(E - \sum e_k) \delta(\vec{P} - \sum \vec{p}_k) \mathcal{M}(\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n), \quad (3)$$

где

$$\mathcal{M}(\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n) = V^{-n} \int d\vec{r}_1 \dots d\vec{r}_n \delta(M_z - \sum M_{kz}) \quad (4)$$

представляет собой множитель, вносящий поправку на сохранение момента. Основная роль этой поправки, как видно из (3), состоит в том, что нарушается изотропия и однородность распределения в импульсном пространстве (ср. с (2)). Вследствие этого изменяются угловое и энергетическое распределения частиц.

При вычислении  $\mathcal{M}$  существенна не только величина, но и форма эффективного объема, в котором образуются частицы. Если принять в качестве эффективного объема эллипсоид Ферми с полуосями

$$R_x = R_y = \gamma_c R_z = R = 1/\mu \quad (5)$$

(ось  $z$  направлена по импульсу налетающей частицы  $\vec{P}$ ), то интеграл (4) сводится к

$$\mathcal{M}(\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda e^{-i\lambda M_z} J(\vec{p}_1) \dots J(\vec{p}_n), \quad (6)$$

где интеграл

$$J(\vec{p}) = V^{-1} \int_{(V)} e^{i\lambda [\vec{r}\vec{p}]_z} d\vec{r} \quad (7)$$

может быть выражен через бesselовы функции полуцелого порядка

$$J(p) = \sqrt{\frac{9\pi}{2}} Q^{-3/2} J_{3/2}(Q) \equiv \frac{3(\sin Q - Q \cos Q)}{Q^3} \quad (8)$$

$$Q = R\lambda p_{\perp} = R\lambda \sqrt{p_x^2 + p_y^2}. \quad (9)$$

При нашем выборе осей  $M_z = 0$ , так что

$$\mathcal{M} = \frac{1}{2\pi R} \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda J(\vec{p}_1) \dots J(\vec{p}_n), \quad (8a)$$

$$J(\vec{p}_k) = 3 \frac{\sin \lambda p_{k\perp} - \lambda p_{k\perp} \cos \lambda p_{k\perp}}{(\lambda p_{k\perp})^3} \quad (8a)$$

Отметим следующую из (6а) характерную особенность рассматриваемого случая: теория не содержит никаких новых параметров по сравнению с оригинальной формулировкой Ферми. Конечно, некоторое различие имеется и состоит оно в явном предположении о форме эффективного объема (в формулировке Ферми существенна лишь величина объема). Однако, можно показать, что различные правдоподобные предположения об иной форме эффективного объема (например, выбор его в виде плоского диска) не изменяют существенным образом выражение  $\mathcal{J}(\vec{p})$ : оно так же убывает с ростом аргумента, так же сохраняет осциллирующий характер (с почти тем же периодом) и т.д.

Даже в том случае, когда интеграл берется по периферической части эллипсоида, функция  $\mathcal{J}(\vec{p})$  сохраняет те же свойства. Поэтому получаемые ниже результаты в общем сохраняются и при уточнении исходных предположений.

В случае образования двух частиц множитель  $\mathcal{M}$  и вес  $S_2$  могут быть точно вычислены. Действительно, при этом  $p_{1\perp} = p_{2\perp} = p_{\perp}$ , и

$$\mathcal{M} = \frac{1}{2\pi R} \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda \frac{(\sin \lambda p_{\perp} - \lambda p_{\perp} \cos \lambda p_{\perp})^2}{(\lambda p_{\perp})^6} = \frac{3}{5 R p_{\perp}}. \quad (10)$$

Далее можно по (3) подсчитать статистический вес и найти угловое распределение

$$S_2 = \frac{3}{5R} \frac{e_1^* e_2^*}{E} \int \frac{d\Omega}{\sin \theta} = \frac{6\pi^2 e_1^* e_2^*}{5RE}. \quad (11)$$

Угловая зависимость  $\sim 1/\sin \theta$  для частного случая упругого рассеяния была указана еще в работе Ферми<sup>/1/</sup>.

Для большего числа частиц множитель  $\mathcal{M}$  также может быть записан в замкнутом виде. Мы не приводим эту формулу ввиду ее громоздкости, тем более, что дальнейшее интегрирование по  $\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n$  в общем случае провести не удается.

## 8 2. Методика расчетов

Многомерный интеграл (3) может быть вычислен с помощью метода Монте-Карло, для чего следует предварительно устранить  $\delta$ -функции. Проинтегрировав по  $\vec{p}_n$  и по  $\xi$ -компоненте  $\vec{p}_{n-1}$ , мы получим

$$S_n(E, \vec{p}, 0) = \int d\vec{p}_1 \dots d\vec{p}_{n-2} dp_{n-1,x} dp_{n-1,y} \left| \frac{\partial(E - \sum e_k)}{\partial p_{n-1,z}} \right|^{-1} \mathcal{M}(\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n). \quad (12)$$

Однако в получившемся интеграле область интегрирования имеет сложную форму. Отобразим ее на гипер-куб преобразованием всех  $3n-4$  переменных интегрирования:

$$p_{kj} \rightarrow (p_{kj}'' - p_{kj}') p_{kj} + p_{kj}', \quad (13)$$

( $p_{kj}'$ ,  $p_{kj}''$  - соответственно нижний и верхний пределы интегрирования по  $p_{kj}$ ;  $1 \leq k \leq n-1$ ;  $j=1,2,3$ ;  $(k,j) \neq (n-1,3)$ ) с якобианом<sup>x)</sup>

$$W = \prod'_{k,j} (p_{kj}'' - p_{kj}'), \quad (14)$$

после чего получим

$$S_n = \frac{1}{\pi R} \int_0^1 \dots \int_0^1 \prod' dp_{kj} W(p_{11}, \dots, p_{n-1,2}) \left| \frac{\partial(E - \sum e_k)}{\partial p_{n-1,3}} \right|^{-1} \int_0^{\infty} d\lambda \prod_1^n \gamma(\lambda p_{k1}). \quad (15)$$

Пределы интегрирования  $p_{kj}'$ ,  $p_{kj}''$  выписаны в [8] ( $\beta, \gamma$ )

$$\begin{pmatrix} p'' \\ p' \end{pmatrix} = \frac{AB \pm \sqrt{(C+A^2)(B^2-CD)}}{C}, \quad (16)$$

где

<sup>x)</sup>  $\prod'$  означает, что множитель с индексами  $(n-1,3)$  опущен.



при подсчете  $p_{k1}$  или  $p_{k2}$  или  $p_{k3}$  соответственно

$$A_{kj} = X_k \quad \text{или} \quad Y_k \quad \text{или} \quad Z_k,$$

$$B_{kj} = -M_k E_k^* \quad \text{или} \quad -M_k E_k^* + X_k p_{1k} \quad \text{или} \quad -M_k E_k^* + X_k p_{1k} + Y_k p_{2k}, \quad (17)$$

$$C_{kj} = M_k^2 \quad \text{или} \quad M_k^2 + X_k^2 \quad \text{или} \quad M_k^2 + X_k^2 + Y_k^2,$$

$$D_{kj} = m_k^2 \quad \text{или} \quad m_k^2 + p_{1k}^2 \quad \text{или} \quad m_k^2 + p_{1k}^2 + p_{2k}^2,$$

и где введены также обозначения из [10]:

$$E_k = E - \sum_1^{k-1} e_i; \quad \vec{P}_k = \sum_1^{k-1} \vec{p}_i - \vec{P}; \quad \vec{P}_k = \{X_k, Y_k, Z_k\};$$

$$M_k^2 = E_k^2 - P_k^2; \quad \mu_k = \sum_{k+1}^n m_i; \quad E_k^* = \frac{M_k^2 + m_k^2 - \mu_k^2}{2M_k} \quad (18)$$

С помощью формул (18) производится также переход от  $k$  к  $k+1$ . В тех же обозначениях производная  $|\partial(E - \sum e_k) / \partial p_{n-1,3}|^{-1}$  равна

$$\sum_{i=1,2} e_{n-1}^{(i)} e_n^{(i)} / \sqrt{B_{n-1,3}^2 - C_{n-1,3} D_{n-1,3}}, \quad \text{где}$$

$$e_{n-1}^{(1,2)} = \left[ -B_{n-1,3} (C_{n-1,3} + A_{n-1,3}^2)^{1/2} \mp A_{n-1,3} (B_{n-1,3}^2 - C_{n-1,3} D_{n-1,3}) \right] / C_{n-1,3}, \quad (19)$$

а  $e_n^{(1,2)}$  вычисляется из законов сохранения.

К интегралу (15) применяем метод Монте-Карло. Выбираем (разыгрываем)  $p_{11}, \dots, p_{n-1,2}$  равномерно в интервалах  $(0,1)$ , а  $\lambda$  - в интервале  $(0, \infty)$  с некоторой плотностью  $q(\lambda, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n) \equiv q(\lambda, \vec{p})$ , вычисляем подынтегральную функцию (причем знаки + и - в (19) равновероятны). Это дает случайную величину

$$\Phi^{(n)}(\lambda, \vec{p}) = \frac{2}{\pi R} \frac{e_{n-1} e_n}{(B^2 - CD)^{1/2}} \frac{W \prod_k y(\lambda p_{k1})}{q(\lambda, \vec{p})}. \quad (20)$$

Ее среднее значение из  $\pi$  испытаний

$$\bar{J}_\pi = \frac{1}{\pi} \sum_{\nu=1}^{\pi} \Phi^{(\nu)}(\lambda, \vec{p}) \quad (21)$$

дает искомый интеграл с вероятностью, отличающейся от 1 на величину порядка  $\pi^{-1/2}$ .

Сходимость величин  $\Phi^{(\nu)}$  к их среднему довольно медленная, ввиду знакопеременности множителей  $J(Q)$  и многочисленности аргументов у  $\Phi^{(\nu)}$ . Немного ускорить сходимость можно путем подбора плотности  $q(\lambda, \vec{p})$ . С этой целью она была взята в виде

$$q(\lambda, \vec{p}) = \frac{2}{\pi} \frac{\sqrt{\frac{1}{10} \sum_{k=1}^n p_{k1}^2}}{1 + \frac{1}{10} \lambda^2 \sum_{k=1}^n p_{k1}^2}, \quad (22)$$

имитирующем  $\pi$  при малых  $\lambda$ . Чтобы величина  $\lambda$  распределялась с этой плотностью на  $(0, \infty)$ , следует ее вычислять по формуле

$$\lambda = \left( \frac{1}{10} \sum_{k=1}^n p_{k1}^2 \right)^{1/2} \operatorname{tg} \frac{\pi \alpha}{2}, \quad (23)$$

где  $\alpha$  распределена уже равномерно в интервале  $(0, 1)$ .

Аналогичным образом можно получить не только статистические веса реакций, но и различного рода распределения продуктов реакции - угловые, импульсные, корреляционные и т.п. Для этого нужно образовать среднее не из всех величин  $\Phi^{(\nu)}$ , а только из той их совокупности, которая соответствует заданному значению изучаемого параметра (угла - для углового распределения, импульса - для импульсного и т.д.). Поскольку величины энергий, углов и т.п. запоминались машиной при вычислении, то для получения тех или иных распределений достаточно провести усреднение  $\Phi^{(\nu)}$  по соответствующей ячейке памяти (подобный этому прием применялся в /9/ для получения энергетических спектров). Процедура сортировки по различным параметрам полностью эквивалентна машинному анализу таблицы

случайных звезд <sup>/10/</sup> (с той разницей, что теперь звезда  $\gamma$  имеет вес  $\Phi^{(\nu)}$  вместо 1)<sup>x)</sup>.

При вычислении распределений учитывался род частиц ( $N, \pi$ ) и порядок рождения (через изобару или непосредственно). Для углового распределения продуктов распада изобар был взят закон  $1/\sin \theta$  (т.е. было предположено, что и появление, и распад изобар регулируется в равной мере сохранением момента). При этом преследовалась также цель выяснить, как сказались бы на распределениях и корреляциях анизотропия распада изобар, если бы она существовала реально. Эффект этот оказался весьма слабым.

Машина вычисляла попутно те же величины по теории Ферми (полагая в (20)  $\frac{1}{Q} \prod_{\alpha} \gamma(p_{\alpha}) \equiv 1$ ). Этот расчет послужил для контроля и сравнения.

### § 3. Результаты расчетов

Оценка роли сохранения момента была проведена на реакции множественного рождения мезонов при взаимодействии нуклонов в области энергий  $\sim 10$  Бэв. Были рассмотрены реакции  $pp \rightarrow NN\pi, NN', 2N2\pi \dots$  и т.д. до  $2N'3\pi$ . Для каждой из них было получено и обработано около 1000 "звезд" - наборов импульсов. Для сохранения необходимой точности по мере увеличения числа вторичных частиц должно возрастать и количество "звезд". 1000 "звезд" не обеспечивает нужной точности уже для реакции  $pp \rightarrow 2N4\pi$ <sup>xx)</sup>. Поэтому системы  $2N4\pi$  и т.д. мы не рассчитывали. Так как вклад этих систем во взаимодействие при 10 Бэв довольно велик, мы не смогли провести детального сравнения с опытом.

Для каждой из рассмотренных систем были получены импульсные и угловые распределения в обеих системах отсчета и для обоих родов частиц, а также корреляционные распределения в обеих системах отсчета без различения рода частиц. Мы остановимся лишь на наиболее интересных из полученных закономерностей.

x) Таблицу с весами  $\Phi^{(\nu)}$  можно назвать "обобщенной таблицей случайных звезд" (см. также <sup>/16/</sup>).

xx) Это связано с недостаточной эффективностью метода § 2. Метод, развитый позже (см. <sup>/16/</sup>), позволил бы провести расчет для больших  $n$ .

1. В таблице 1 приведены значения статистических весов  $S_n^{(M)}$  (в которых положено  $R=1$ ). Для сравнения приведены значения веса по теории Ферми  $S_n^{(F)}$ . В скобках даны их расчетные значения (по /11/, в тех случаях, когда этот расчет был возможен). В третьем столбце приведены значения  $S^{(M)}/S^{(F)}$ .

Статистический анализ таблицы показывает, что учет сохранения момента количества движения (назовем его  $M$ -моделью) несколько повышает вес много-частичных систем по сравнению с  $F$ -моделью. Однако после нормировки для небольших  $n$  отличие в средней множественности в  $F$  и  $M$ -моделях почти исчезает. При 10 Бэв  $F$ -модель дает  $\bar{n}_F = 3,88$ , а  $\bar{n}_M = 3,70$ . Пересчет этих значений к  $E = 8,7$  Бэв дает  $\bar{n}_F = 3,55$ ,  $\bar{n}_M = 3,57$ . Экспериментальное значение /4/ равно  $\bar{n} = 3,22 \pm 0,12$ .

В работе Ферми /1/ учет сохранения момента уменьшал  $\bar{n}$  вдвое.

Зависимость веса от энергии была оценена на примере системы  $2N\pi$  (таблица 1). Отношение  $S^{(M)}/S^{(F)}$  с уменьшением энергии сильно возрастает. Это свидетельствует о значительно более медленном, чем в  $F$ -модели, убывании  $S_n$  по мере уменьшения энергии. Судя по тому, что  $S_2^{(M)}$  (11) при приближении к порогу стремится не к нулю, а к конечной величине  $\sim m_1 m_2 / E_{\text{пор}}$ , можно предположить, что и  $S_{n>2}^{(M)}$  стремится у порога к конечному значению. Возможно, здесь сказывается неприменимость классического приближения у порога реакции.

2. Угловое распределение в с.д.м. всех частиц из реакций с  $n=3$  и  $n=4$  изображено на рис. 1. Там же показана плотность распределения при  $n=2$  и  $n=4$ . На гистограммах хорошо видна анизотропия, возникающая благодаря учету сохранения момента. Кроме того, при  $n=3$  заметен слабый максимум под углом  $90^\circ$ . Он обязан своим наличием тем мезонам, которые вылетают из изобары против направления ее движения. Следы такого максимума наблюдаются и в мезонах систем  $NN'$ ,  $N'N'$ , так как и здесь - вследствие сохранения момента - направления вперед и назад выделены, т.е. получается двухконтное распределение. Вообще наблюдение такого максимума в эксперименте свидетельствовало бы о неізотропном распаде изобары. Возрастание анизотропии распределения самих изобар должно усиливать этот эффект.

В звездах с  $n = 4$  этот максимум уже отсутствует, а плотность распределения с высокой степенью правдоподобия укладывается в кривую ( $\mu = \cos \theta$ ).

$$\frac{dS_4^{(n)}}{d\mu} = (0,44 \pm 0,01) + (0,18 \pm 0,03)\mu^2. \quad (24)$$

Для оценки анизотропии введем величину  $\omega$  - отношение числа частиц в равных телесных углах:  $0^\circ < \theta \leq 60^\circ$  и  $60^\circ \leq \theta < 90^\circ$ . Тогда при изотропном распределении  $\omega = 1$ , распределение  $1/\sin \theta$  (см. (11)); для  $n = 2$  приводит к  $\omega = 2$ . Значения  $\omega$  для  $n > 2$  см. в таблице 2. Из нее следует, что  $\omega^{(n)} < \omega^{(2)}$  при  $n > 2$ . Однако, точность расчетов недостаточна, чтобы доказать тенденцию к монотонному уменьшению анизотропии с множественностью (т.е. неравенство  $\omega^{(n+1)} < \omega^{(n)}$  при  $n \geq 3$ ). В пределах ошибок средняя анизотропия всех частиц из системы с данным  $n$  не зависит от  $n$ . Если допустить, что такое поведение сохранится и при больших множественностях, то по  $M$ -модели анизотропия в 2-, 4-, 6 - лучевых звездах должна быть одинаковой ( $\approx 1,22 \pm 0,05$ ). Экспериментальные данные о средней анизотропии  $\omega$  таковы:  $7,1 \pm 3,5$  <sup>/12/</sup>,  $6,0 \pm 3,2$  <sup>/13/</sup> (данные по  $pp$ -столкновениям),  $2,5 \pm 0,5$  <sup>/13/</sup> (данные по  $pp$ - и  $pn$ -столкновениям),  $1,38 \pm 0,07$  <sup>/14/</sup> (данные по распределению  $\pi$ -мезонов в  $\pi p$ -столкновениях при 7 Бэв). Из них трудно сделать определенные выводы о степени согласия  $M$ -модели с опытом, но можно отметить, что данные по  $NN$  столкновениям дают большую анизотропию, чем  $M$ -модель. Обращает на себя внимание меньшая анизотропия в  $\pi p$ -столкновениях.

Зависимость углового распределения от  $m$ -массы частиц - яснее видна на системах  $2N\pi$ ,  $2N2\pi$ , где последующий распад изобар не затемняет картины. Из таблиц 2 и 3 следует, что у мезонов анизотропия несколько больше, чем у нуклонов. Однако, заметить эту разницу на опыте было бы трудно из-за существования противоположной тенденции в системах с изобарой. Мезоны (и нуклоны) из изобар обнаруживают гораздо большее стремление к изотропии, нежели "свободные" частицы, так как для них ограничения, связанные с моментом, имеют более слабый характер. Это особенно хорошо заметно в системах  $NN'$  и  $2N'$  (таблица 2). Борьба этих двух тенденций в системах с изобарой приводит к отсутствию ярко выраженных зависимостей от числа и природы частиц в таблице 2.

Г $\gamma$ -видимому, в системах  $N'N\pi$ ,  $N'N2\pi$  превалирует анизотропия "свободных" частиц, а в системах  $2N'\pi$ ,  $2N'2\pi$  — изотропность "изобарных" частиц (приводя у последних к сильному падению анизотропии).

Зависимость анизотропии от энергии прослежена на примере системы  $2N\pi$ . Данные таблицы 3 делают правдоподобным утверждение, что анизотропия  $\omega_N$  для нуклонов убывает с ростом энергии. О мезонах этого утверждать нельзя из-за малой точности числовых данных. Дополнительную информацию можно извлечь из величины  $\Omega$ . Ее уменьшение означает, что внутри интервала ( $0^\circ$ – $60^\circ$ ) мезоны с ростом энергии перераспределяются более изотропно.

3. Для оценки угловых корреляций вторичных частиц было получено распределение по углам разлета  $\theta_{ik}$  пар частиц  $i$  и  $k$  в звездах (в каждой звезде учитывались все  $n_f(n_f-1)/2$  углов между следами  $n_f$  частиц в конечном состоянии). Получена также азимутальная корреляция — распределение по углам  $\tau_{ik}$  между проекциями лучей на плоскость мишени, нормальную к оси взаимодействия. Эта корреляция удобна для сравнения с опытом из-за инвариантности при переходе от л.с. к с.ц.м. Типичные гистограммы изображены на рис. 2. В таблице 4 приведено число пар (в %) с углами  $\theta_{ik}$  и  $\tau_{ik}$  в интервалах ( $0^\circ, 60^\circ$ ), ( $60^\circ, 120^\circ$ ), ( $120^\circ, 180^\circ$ ) для различных систем. Хорошая точность гистограмм позволяет установить ряд закономерностей в корреляциях.

С увеличением множественности в системах без изобар растет число узких ( $\theta_{ik} < 60^\circ$ ) и уменьшается число широких ( $\theta_{ik} > 120^\circ$ ) пар частиц. При этом число пар с  $60^\circ < \theta_{ik} < 120^\circ$  возрастает. Рождение частиц через изобару (при данном  $n$ ) также приводит к росту числа узких и падению числа широких вилок. Теми же свойствами обладают и азимутальные корреляции. В то же время гистограммы спектров  $\theta_{ik}$  и  $\tau_{ik}$  резко отличны друг от друга. Первые обладают характерным максимумом при  $120^\circ$ – $150^\circ$ , у вторых максимум всегда приходится на  $180^\circ$ . Если в системе имеются изобары, то в распределении  $\tau_{ik}$  появляется второй слабый максимум близ  $0^\circ$  (рис. 2). Он возникает благодаря обилию узких пар от распада изобары. Эта добавочная корреляция отличает систему, прошедшую через стадию изобары, например,  $N'N\pi$  от  $2N2\pi$ . Заметим, кстати, что системы с одинаковым  $n_f$  характеризуются одинаковой величиной среднего угла

разлета  $\overline{\theta_{ik}}$  <sup>x)</sup>. Последний можно измерять в эксперименте, используя установленное машиной тождество  $\overline{\theta_{ik}} = \overline{\tau_{ik}}$  (таблица 4).

Интересно также отметить практическую независимость корреляций от энергии (таблица 4, система  $2N\pi$ ). Таблица 4 показывает возможность отделить корреляции, вызываемые взаимодействием частиц (изобарами), от вызываемых законами сохранения. Сравнение корреляций в  $M$ - и  $F$ - моделях показывает, что влияние сохранения момента на корреляции пренебрежимо мало.

Если учитывать сохранение поперечных компонент момента, то распределение азимутальных корреляций будет иметь более резкие максимумы при  $0^\circ$  и  $180^\circ$ . Сравнение данных таблицы 4 (или гистограммы из работы <sup>/15/</sup>) с экспериментом позволило бы пролить свет на вопрос о компланарности частиц в актах множественного рождения.

4. Недостаток места не позволяет нам привести данные о распределениях в лабораторной системе, о числе узких пар в л.с. и т.д. Отметим лишь малое отличие импульсных спектров в  $M$ - и  $F$ - моделях.

#### § 4. З а к л ю ч е н и е

Изложенные выше результаты вычислений приводят к следующим выводам:

а) квазиклассический учет сохранения момента позволяет получить анизотропное угловое распределение, однако степень анизотропии, вероятно, является недостаточно большой;

б) другие характеристики (распределения импульсов и корреляций, множественность) мало отличаются от соответствующих данных статистической теории Ферми.

Причиной этого является тот факт, что множитель  $\mathcal{M}$ , отличающий данную модель от теории Ферми, недостаточно сильно зависит от угла  $\theta$ . Действительно, максимальная анизотропия, получаемая здесь при законе  $\sim 1/\sin\theta$ , при-

<sup>x)</sup>  $\overline{\theta_{ik}}$  хорошо укладываются в формулу для угла, отвечающего среднему значению косинуса  $\overline{\theta_{ik}} = 90^\circ + \arcsin \frac{1}{n_f - 1}$ ,

получаемую в предположении равенства импульсов их среднему значению.

водит лишь к  $\omega = 2$ . При большом числе частиц величина  $\omega$  определяется некоторым усредненным значением поперечного импульса ( $\omega \sim 1/\bar{p}_\perp$ ), который, как известно, слабо варьирует при переходе от одного состояния к другому. Можно надеяться, что введение матричного элемента с более резкой угловой зависимостью изменит это положение и, кроме того, позволит объяснить асимметрию в угловом распределении, которая в данной модели не может быть получена.

Сформулируем, наконец, те выводы нашего расчета, которые не зависят от рассматривавшейся модели: 1) Обнаружение в эксперименте слабого максимума в угловом распределении при  $90^\circ$  и сильных максимумов при  $0^\circ$  и  $180^\circ$  говорило бы об анизотропии распада изобар (обратная посылка неверна); 2) угловые корреляции слабо зависят от законов сохранения и от энергии взаимодействия и сильно — от наличия изобар. Анизотропия распада изобар вызвала бы добавочный максимум в  $0^\circ$ , компланарность лучей в звездах — повышение частот при  $0^\circ$  и  $180^\circ$ ; 3) средний угол между лучами звезды в с.ц.м. равен среднему углу между проекциями лучей на плоскость мишени; 4) собственные (не зависящие от точности эксперимента) флуктуации в угловых распределениях гораздо больше, чем в импульсных и корреляционных спектрах.

В заключение авторы выражают свою искреннюю благодарность Ким Зе Пхеню и М.И. Дымент за помощь в расчетах.

Рукопись поступила в издательский отдел  
6 октября 1960 года.



Т а б л и ц а 1  
Статистические веса ( 10 Бэв)

$n$	Система	$S^{(M)}$	$S^{(F)}$	$S^{(M)}/S^{(F)}$	$\overline{S^{(M)}/S^{(F)}}$
2	$2N$	- (14)	- (32,2)	0,434	} 0,452
	$N'N$	$14,3 \pm 0,97(14)$	$30,90 \pm 0,76(31,0)$	0,451	
	$2N'$	$15,4 \pm 1,26(14)$	$30,14 \pm 1,30(29,8)$	0,470	
3	$2N\pi$	$171 \pm 9,0$	$368,5 \pm 13 (376)$	$0,464 \pm 0,030$	} $0,482 \pm 0,022$
	$N'N\pi$	$133 \pm 9,5$	$280 \pm 14 (295)$	$0,475 \pm 0,041$	
	$2N'\pi$	$116 \pm 8,4$	$228,2 \pm 8,9(226)$	$0,508 \pm 0,042$	
4	$2N2\pi$	$401 \pm 26$	$765 \pm 33 (780)$	$0,524 \pm 0,041$	} $0,543 \pm 0,043$
	$N'N2\pi$	$281 \pm 32$	$515 \pm 44 (484)$	$0,546 \pm 0,077$	
	$2N'2\pi$	$142 \pm 20$	$254 \pm 26 (271)$	$0,560 \pm 0,097$	
5	$2N3\pi$	$201 \pm 82$	$460 \pm 150(515)$	$0,437 \pm 0,23$	} $0,46 \pm 0,15$
	$2N'3\pi$	$52,2 \pm 19$	$108 \pm 24(92,7)$	$0,483 \pm 0,20$	
3	$2N\pi$ при 6,2 Бэв	$53,2 \pm 3,1$	$93,2 \pm 4,4(104)$	$0,570 \pm 0,043$	-
	0,66 Бэв	$0,234 \pm 0,014$	$0,0857 \pm 0,0036$ (0,0838)	$2,73 \pm 0,20$	

Т а б л и ц а 2

Значения  $\omega$  при 10 Бэв

Сис- тема	Части- цы	Нуклоны	Мезоны	Среднее
2N		2	-	-
N'N		$2,22 \pm 0,25$	$1,52 \pm 0,21$	-
2N'		$2,14 \pm 0,22$	$1,53 \pm 0,12$	-
2N $\pi$		$1,22 \pm 0,06$	$1,38 \pm 0,18$	$1,24 \pm 0,06$
N'N $\pi$		$1,51 \pm 0,10$	$1,43 \pm 0,12$	$1,48 \pm 0,08$
2N' $\pi$		$1,21 \pm 0,08$	$1,11 \pm 0,05$	$1,14 \pm 0,04$
2N2 $\pi$		$1,27 \pm 0,10$	$1,45 \pm 0,10$	$1,36 \pm 0,07$
N'N2 $\pi$		$1,35 \pm 0,14$	$1,19 \pm 0,10$	$1,24 \pm 0,08$
2N'2 $\pi$		$1,05 \pm 0,16$	$1,04 \pm 0,10$	$1,04 \pm 0,08$

Т а б л и ц а 3

Анизотропия в 2N $\pi$  при разных энергиях ( $\omega$  - отношение чисел частиц в телесных углах  $0,8 \leq \mu \leq 1,0$  и  $0 \leq \mu \leq 0,2$ )

E <sub>кин.</sub> (с.п.м.) =		0,3	2,0	2,8 Бэв
$\omega_N$	"	$1,38 \pm 0,09$	$1,39 \pm 0,09$	$1,22 \pm 0,06$
$\omega_{\pi}$	"	$1,57 \pm 0,22$	$1,58 \pm 0,15$	$1,38 \pm 0,18$
$\Omega_N$	"	$1,86 \pm 0,29$	$1,54 \pm 0,24$	$1,23 \pm 0,15$
$\Omega_{\pi}$	"	$2,93 \pm 0,52$	$2,04 \pm 0,45$	$1,30 \pm 0,26$

Т а б л и ц а 4

Парные корреляции.

В скобках приведены частоты, следующие из модели Ферми (в%)

Сис- темы	Углы $\theta_{ik}$			$\overline{\theta_{ik}^{\circ}}$	$\tau_{ik}$			$\overline{\tau_{ik}^{\circ}}$	
	$0^{\circ}-60^{\circ}$	$60^{\circ}-120^{\circ}$	$120^{\circ}-180^{\circ}$		$0^{\circ}-60^{\circ}$	$60^{\circ}-120^{\circ}$	$120^{\circ}-180^{\circ}$		
$N'N$	26,1 (25,5)	13,6 (13,9)	60,4 (60,6)	118	25,0 (27,2)	13,8 (10,6)	61,2 (62,2)	118	
$2N'$	26,5	18,9	54,6	111,5	26,8	19,8	53,4	110,6	
$2N\pi$	8,5 (8,3)	36,0 (34,5)	55,5 (57,2)	120	13,4 (17,5)	28,4 (23,3)	58,2 (61,2)	120	
$N'N\pi$	20,0	33,7	46,3	106,5	22,8	27,6	49,6	107	
$2N'\pi$	21,4 (21,4)	38,4 (37,4)	40,2 (41,2)	101,2	28,3 (27,7)	26,5 (27,5)	35,2 (44,8)	101,5	
$2N2\pi$	12,6 (12,7)	44,9 (41,3)	42,5 (46,0)	109 (109,3)	19,9 (21,7)	31,5 (27,3)	48,6 (51,0)	109 (109,2)	
$N'N2\pi$	15,7	45,0	39,3	103	23,2	31,9	44,9	104	
$2N'2\pi$	19,0	47,0	34,0	99	27,1	31,2	41,7	100	
$2N3\pi$	16,9	46,5	36,6	105	19,2	39,6	41,2	105	
$2N'3\pi$	17,6	50,8	31,6	98	28,2	35,1	36,7	98	
$2N\pi$	6,2 БэВ	9,1	35,8	55,1	120	15,3	24,7	60,0	120
	0,66 БэВ	10,0	32,0	58,0	120	15,9	24,8	59,3	119

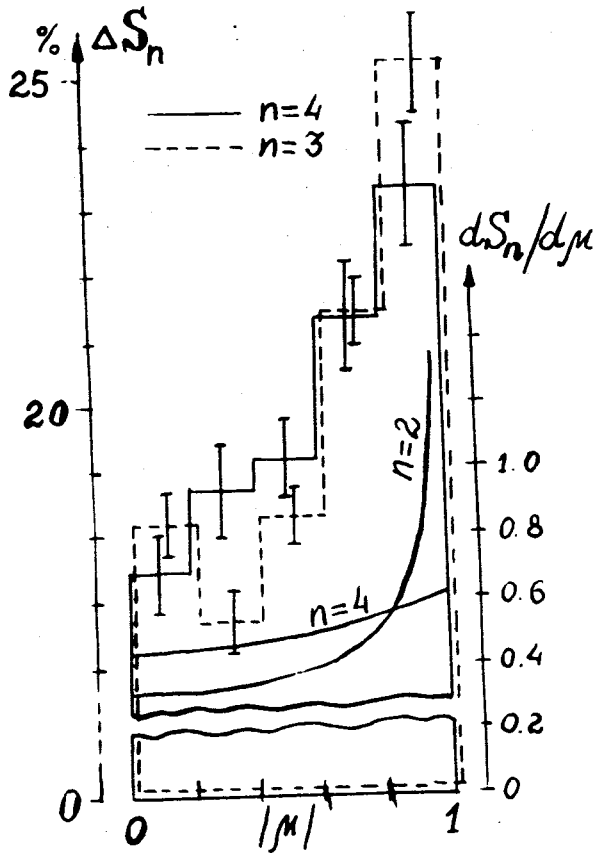


Рис. 1.

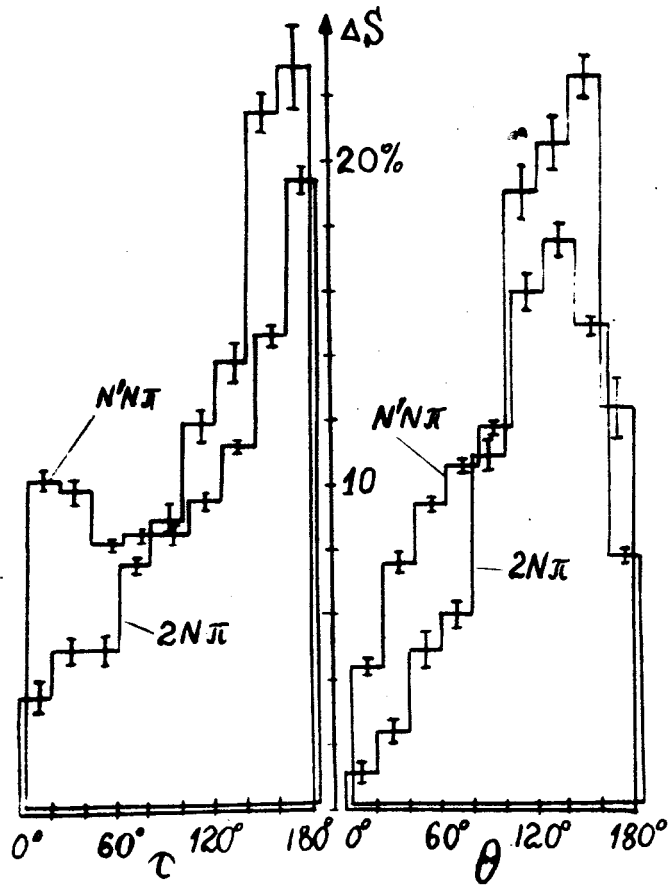


Рис. 2.