

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

600

7  
С-60



Л. Д. Соловьев, Г. Бялковски, А. Юевич

Д-600

УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ФОТОРОЖДЕНИЯ  
ПИОНОВ НА НУКЛОНАХ  
С УЧЕТОМ ПИОН-ПИОННОГО  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Дубна 1960 год

Д-600

Л. Д. Соловьев, Г. Бялковски, А. Юревич

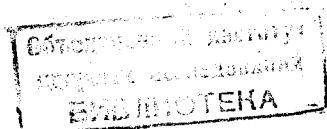
x/

x/

УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ФОТОРОЖДЕНИЯ  
ПИОНОВ НА НУКЛОНАХ  
С УЧЕТОМ ПИОН-ПИОННОГО  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Направлено в ЖЭТФ

x/ Командирован из Института Теоретической Физики, Варшава.



899/6 48.

Из представления Мандельстама<sup>1</sup> в приближении Чини-Фубини<sup>2</sup> получены уравнения для парциальных амплитуд фоторождения пионов на нуклонах при низких энергиях. Учтена отдача нуклона и пион-пионное взаимодействие. Последнее дает вклад лишь в изотоп-скалярные амплитуды фоторождения. Для этих амплитуд получены выражения с учетом пион-пионного взаимодействия.

## 1. Введение

В последнее время большое внимание уделяется изучению рассеяния пионов на нуклонах с учетом пион-пионного взаимодействия<sup>3-6</sup>. В данной работе рассматривается аналогичная задача для фоторождения.

Расчеты с помощью одномерных дисперсионных соотношений<sup>7-9</sup> дают в общем удовлетворительное согласие с современными экспериментами по фоторождению при низких энергиях<sup>9-11</sup>. Имеющиеся расхождения<sup>11-12</sup> можно отнести за счет того, что в<sup>7-9</sup> приближенно учтена отдача нуклона и не учтены пион-пионный и высокоэнергетический вклады. В данной работе из представления Мандельстама<sup>1</sup> в приближении Чини-Фубини<sup>2</sup> получены уравнения, в которых учитывается отдача нуклона и пион-пионное взаимодействие.

Пион-пионное взаимодействие дает вклад лишь в изотоп-скалярные амплитуды фоторождения. Таким образом, пион-пионный резонанс в состоянии с  $J = I = 1$  /если он существует/ дает вклад лишь в те амплитуды фоторождения, в которые не дает вклада пион-нуклонный резонанс / в состоянии с  $J = I = 3/2$  /.

Пион-пионное взаимодействие входит в рассматриваемые уравнения через посредство амплитуды фоторождения пионов на пионах, выражение для которой получено в<sup>13</sup>. Амплитуда фоторождения на пионах зависит от высокоэнергетических особенностей. В ее выражение входит параметр, зависящий от амплитуд процессов  $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$  и  $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$  в наблюдаемой области. Это дает возможность формально написать систему уравнений, связывающих амплитуды процессов  $\gamma N \rightarrow \pi N$  и  $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$  с пион-нуклонными и

пион-пионными амплитудами и не содержащую новых параметров. Однако, в настоящее время мы не можем учитывать высокоэнергетические вклады. К расчетам же амплитуды процесса  $\gamma\pi \rightarrow \pi\bar{\pi}$  в наблюдаемой области при учете лишь низкоэнергетических особенностей нельзя относиться с доверием. Поэтому сведения о процессе  $\gamma\pi \rightarrow \pi\bar{\pi}$  / а также о процессе  $\pi\pi \rightarrow \pi\bar{\pi}$  / в наблюдаемой области в настоящее время нужно брать из опыта. Таким образом, мы будем рассматривать уравнения лишь для амплитуды процесса  $\gamma\pi \rightarrow \pi\bar{\pi}$ , в которые входит параметр процесса  $\pi\pi \rightarrow \pi\bar{\pi}$ , определяемый из опыта.

Чтобы написать эти уравнения, нужно рассматривать громоздкую кинематику и условие унитарности для процессов  $\gamma\pi \rightarrow \pi\bar{\pi}$  и  $\pi\pi \rightarrow \pi\bar{\pi}$  /п.2/. Кинематика первого из них рассмотрена в <sup>7,8</sup>, второй процесс /как и процесс  $\pi\pi \rightarrow \pi\bar{\pi}$  / удобно рассматривать по методу Якоба и Вика <sup>15</sup>.

В п.3 написано представление Мандельстама <sup>1</sup> в приближении Чини-Фубини <sup>2</sup> /см. такж. <sup>3</sup> /. Мы предполагаем, что оно справедливо без вычитаний. При этом можно сослаться на отмеченное в <sup>13</sup> соображение, что если дифференциальные сечения вперед для фоторождения и рассеяния пионов на нуклонах имеют одинаковую степень роста на бесконечности, то для фоторождения требуется на одно вычитание меньше, чем для рассеяния. Это следует из того, что благодаря градиентной инвариантности между инвариантной амплитудой /для которой пишется представление Мандельстама/ и матричным элементом фоторождения должен стоять энергетический множитель, отсутствующий в случае рассеяния.

Из представления Чини-Фубини интегральные уравнения для парциальных амплитуд получаются простым интегрированием с помощью кинематических формул п.2. При этом отдача нуклона существенна лишь в членах прямого фотон-пионного взаимодействия и магнитно-дипольного перехода в состояние с  $I = 3/2$ , которые не зависят от пион-пионного взаимодействия. Это взаимодействие дает вклад в изотоп-скалярные амплитуды, для которых отдачу нуклона можно учитывать приближенно. Для изотоп-скалярных амплитуд получены выражения с учетом пион-пионного взаимодействия, обобщающие результаты работ <sup>7-9</sup>.

## 2. Кинематика и условие унитарности

Матричные элементы процессов

$$\text{I} \quad \gamma + \mathcal{N} \rightarrow \pi + \mathcal{N}'$$

$$\text{II} \quad \pi + \mathcal{N} \rightarrow \gamma + \mathcal{N}'$$

$$\text{III} \quad \gamma + \bar{\mathcal{N}} \rightarrow \mathcal{N} + \bar{\mathcal{N}}$$

изображаемых диаграммой черт. 1, где  $k$  импульс фотона,  $q$  - импульс пиона,  $p$  и  $p'$  - импульсы начального и конечного нуклона для реакций I и II или импульсы нуклона и антинуклона для реакции III, - имеют вид

$$S_{fi} = -i(2\pi)^4 \delta(k+q+p+p') \frac{m}{(4k^0 q^0 p^0 p'^0)^{1/2}} F \quad /1/$$

$$F = \langle f | (\delta_{33} F^{(1)} + \tau_3 F^{(2)} + \frac{1}{2} [\tau_3, \tau_3] F^{(3)}) | i \rangle \quad /2/$$

$$F^{(\alpha)} = \sum_{i=1}^4 R_i H_i^{(\alpha)}(s, \bar{s}, t) \quad /3/$$

$$R_1 = \bar{u} \gamma^5 (p \cdot k p' \cdot e - p \cdot e p' \cdot k) u$$

$$R_2 = \bar{u} \gamma^5 [(p-p') \cdot k \gamma \cdot e - (p-p') \cdot e \gamma \cdot k] u$$

$$R_3 = \bar{u} \gamma^5 (q \cdot k \gamma \cdot e - q \cdot e \gamma \cdot k) u$$

$$R_4 = \bar{u} \gamma^5 (\gamma \cdot k \gamma \cdot e - \gamma \cdot e \gamma \cdot k) u$$

Здесь  $|i\rangle, |f\rangle$  изотопические функции начального и конечного состояний,  $\bar{u}$  - спинор конечного нуклона,  $u$  - спинор начального нуклона /процессы 1, 11/ или конечного антинуклона /процессы 111/;  $e$  - вектор поляризации фотона<sup>x/</sup>. Двенадцать инвариантных функций  $H_i^{(\alpha)}$ , описывающих рассматриваемые процессы, зависят от аргументов

$$s = (k+p)^2$$

$$\bar{s} = (q+p)^2$$

$$t = (p+p')^2$$

$$s + \bar{s} + t = 2m^2 + \mu^2$$

/5/

$m$  - масса нуклона,  $\mu$  - масса пиона/.

Из кроссинг-симметрии  $F$  /для процессов 1 и 11/ или инвариантности при сопряжении частица-античастица /для процесса 111/ вытекает, что

$$H_i^{(\alpha)}(s, \bar{s}, t) = \pm H_i^{(\alpha)}(\bar{s}, s, t).$$

/6/

Здесь и в дальнейшем верхний знак соответствует  $\alpha = 1, 2$ ,  $i = 1, 2, 4$  и  $\alpha = 3$ ,  $i = 3$ . Нижний знак соответствует  $\alpha = 3$ ,  $i = 1, 2, 4$  и  $\alpha = 1, 2$ ,  $i = 3$ .

#### А. Реакция 1

Для процессов фоторождения /реакция 1/ изотопические функции в /2/ равны<sup>xx/</sup>

$$|i\rangle = \mathcal{N}, \quad |f\rangle = \pi \mathcal{N}$$

/7/

$$p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

/8/

<sup>x/</sup> Используется метрика  $a \cdot b = a^\alpha b^\alpha - \vec{a} \cdot \vec{b}$   
новские матрицы  $\gamma$ :  $\gamma^m \gamma^n + \gamma^n \gamma^m = 2g^{mn}$

и фейнма-

<sup>xx/</sup> При обычной нормировке коэффициентов Клебша-Жордана.

$$\pi^{\pm} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\delta_{p1} \pm i\delta_{p2}), \quad \pi^0 = \delta_{p3} \quad /9/$$

Амплитуды

$$F^{(1/2)} = F^{(1)} + 2F^{(3)}, \quad F^{(3/2)} = F^{(1)} - F^{(3)} \quad /10/$$

описывают изотоп-векторные переходы в состояния с полным изотопическим спином 1/2 и 3/2 соответственно.  $F^{(2)}$  описывает изотоп-скалярный переход в состояние с изотопическим спином 1/2.

В системе центра масс 1 реакции

$$\begin{aligned} s &= (K + E_1)^2 = (\omega + E_2)^2 \\ \bar{s} &= m^2 - 2K(E_2 + qx) \\ t &= \mu^2 - 2K(\omega - qx) \end{aligned} \quad /11/$$

Здесь  $K$  и  $q$  - модули трехмерных импульсов фотона и пиона,  $x$  - косинус угла между этими импульсами,  $\omega = (\mu^2 + q^2)^{1/2}$  - энергия пиона,  $E_1 = (m^2 + K^2)^{1/2}$  и  $E_2 = (m^2 + q^2)^{1/2}$  - энергии начального и конечного нуклона.

Спиновая структура  $F$  /3/ в системе центра масс имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \frac{m}{4\pi W} F = \\ &= \chi_p^* \left( i\vec{\sigma}\vec{e} \mathcal{F}_1 + \frac{(\vec{\sigma}\vec{q})(\vec{\sigma}[\vec{k}\vec{e}])}{qK} \mathcal{F}_2 + i \frac{(\vec{\sigma}\vec{k})(\vec{q}\vec{e})}{qK} \mathcal{F}_3 + i \frac{(\vec{\sigma}\vec{q})(\vec{q}\vec{e})}{q^2} \mathcal{F}_4 \right) \chi_i, \end{aligned} \quad /12/$$

где  $\chi$  двухкомпонентные спиноры нуклона.  $\mathcal{F}_i$  зависят от полной энергии  $W$  и  $x$  и следующим образом связаны с инвариантными функциями  $H_i$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_1 &= C \frac{W+m}{2W} \left[ (W+E_2+qx)H_2 + (\omega-qx)H_3 + \frac{4W}{W+m} H_4 \right], \\ \mathcal{F}_2 &= C \frac{q(W-m)}{2W(E_2+m)} \left[ (W+E_2+qx)H_2 + (\omega-qx)H_3 - \frac{4W}{W-m} H_4 \right], \end{aligned} \quad /13/$$

$$\mathcal{F}_3 = -Cq \left( \frac{W-m}{2} H_1 + H_2 - H_3 \right),$$

$$\mathcal{F}_4 = C \frac{q^2}{E_2+m} \left( \frac{W+m}{2} H_1 - H_2 + H_3 \right);$$

/14/

$$C = \frac{W-m}{8\pi W} [(E_1+m)(E_2+m)]^{1/2}$$

Их разложения по парциальным волнам имеют вид:

$$\mathcal{F}_1 = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left\{ [\ell M_{\ell+} + E_{\ell+}] P'_{\ell+1}(x) + [(\ell+1)M_{\ell-} + E_{\ell-}] P'_{\ell-1}(x) \right\},$$

$$\mathcal{F}_2 = \sum_{\ell=1}^{\infty} [(\ell+1)M_{\ell+} + \ell M_{\ell-}] P'_{\ell}(x)$$

/15/

$$\mathcal{F}_3 = \sum_{\ell=1}^{\infty} \left\{ [E_{\ell+} - M_{\ell+}] P''_{\ell+1}(x) + [M_{\ell-} + E_{\ell+}] P''_{\ell-1}(x) \right\}$$

$$\mathcal{F}_4 = \sum_{\ell=2}^{\infty} [M_{\ell+} - M_{\ell-} - E_{\ell+} - E_{\ell-}] P''_{\ell}(x).$$

Здесь  $E_{\ell\pm} (M_{\ell\pm})$  соответствует рождению пиона с моментом  $\ell$  электрическим /магнитным/ фотоном с моментом  $\ell \pm 1$  ( $\ell$ ) в состоянии с полным моментом  $\ell \pm 1/2$  и четностью  $-(-1)^{\ell}$ .

Из условия унитарности следует, что ниже порога рождения двух пионов

$$E_{\ell\pm} = |E_{\ell\pm}| e^{i\delta_{\ell\pm}}$$

/16/

и аналогично для  $M_{\ell\pm}$ , где  $E_{\ell\pm}, M_{\ell\pm}$  - амплитуды переходов с определенным изотоп-спином /10/, а  $\delta_{\ell\pm}$  фаза пион-нуклонного рассеяния в соответствующем состоянии.

В дальнейшем нам потребуется связь парциальных амплитуд с инвариантными функциями  $H_i$ :



$$\begin{aligned}
M_{\ell \pm} = & C \int_{-1}^1 dx \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (\ell+1)^{-1} \\ -\ell^{-1} \end{pmatrix} \left[ \frac{q(W-m)}{2} \frac{(1-x^2) P'_\ell(x)}{\ell(\ell+1)} H_1 + \right. \\
& + \left. \left\{ \frac{W+m}{2W} (W+E_2+qx) \left[ \frac{P_\ell(x)}{\ell} - \frac{q(W-m) P_{\ell \pm 1}(x)}{(E_2+m)(W+m)} \right] - q \frac{(1-x^2) P'_\ell(x)}{\ell(\ell+1)} \right\} H_2 + \right. \\
& + \left. \left\{ \frac{W+m}{2W} (W-qx) \left[ \frac{P_\ell(x)}{\ell} - \frac{q(W-m) P_{\ell \pm 1}(x)}{(E_2+m)(W+m)} \right] - q \frac{(1-x^2) P'_\ell(x)}{\ell(\ell+1)} \right\} H_3 + \right. \\
& \left. + 2 \left\{ P_\ell(x) + \frac{q P_{\ell \pm 1}(x)}{E_2+m} \right\} H_4 \right],
\end{aligned}$$

1371

$$\begin{aligned}
E_{\ell \pm} = & C \int_{-1}^1 dx \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (\ell+1)^{-1} \\ -\ell^{-1} \end{pmatrix} \left[ \frac{q(1-x^2)}{2} \left\{ \frac{q(W+m)}{E_2+m} \begin{pmatrix} (\ell+2)^{-1} \\ (1-\ell)^{-1} \end{pmatrix} P'_{\ell \pm 1}(x) - \right. \right. \\
& - (W-m) \begin{pmatrix} (\ell+1)^{-1} \\ -\ell^{-1} \end{pmatrix} P'_\ell(x) \left. \right\} H_1 + \left\{ \frac{W+m}{2W} (W+E_2+qx) \left[ P_\ell(x) - \right. \right. \\
& - \left. \left. \frac{q(W-m) P_{\ell \pm 1}(x)}{(E_2+m)(W+m)} \right] - q(1-x^2) \left[ \begin{pmatrix} (\ell+1)^{-1} \\ -\ell^{-1} \end{pmatrix} P'_\ell(x) + \begin{pmatrix} (\ell+2)^{-1} \\ (1-\ell)^{-1} \end{pmatrix} \frac{q P'_{\ell \pm 1}(x)}{E_2+m} \right] \right\} H_2 + \\
& + \left\{ \frac{W+m}{2W} (W-qx) \left[ P_\ell(x) - \frac{q(W-m) P_{\ell \pm 1}(x)}{(E_2+m)(W+m)} \right] + q(1-x^2) \left[ \begin{pmatrix} (\ell+1)^{-1} \\ -\ell^{-1} \end{pmatrix} P'_\ell(x) + \right. \right. \\
& \left. \left. \begin{pmatrix} (\ell+2)^{-1} \\ (1-\ell)^{-1} \end{pmatrix} \frac{q P'_{\ell \pm 1}(x)}{E_2+m} \right] \right\} H_3 + 2 \left\{ P_\ell(x) + \frac{q P_{\ell \pm 1}(x)}{E_2+m} \right\} H_4 \right].
\end{aligned}$$

Дифференциальное сечение фоторождения равно

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{g}{k} |F|^2 \quad /18/$$

### В. Реакция 111

Для процессов рождения нуклон-антинуклонных пар /реакция 111/ изотопические функции в /2/ равны

$$|i\rangle = \pi \bar{N}, \quad |f\rangle = N \quad /19/$$

$$\bar{p} = -\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad /20/$$

Амплитуды  $F^{(1)}$  и  $F^{(3)}$  соответствуют изотоп-векторным переходам в состояния с полным изотопическим спином 0 и 1 соответственно,  $F^{(2)}$  соответствует изотоп-скалярному переходу в состояние с изотопическим спином 1.

В системе центра масс 111 реакции

$$s = m^2 - 2\alpha(E - py)$$

$$\bar{s} = m^2 - 2\alpha(E + py)$$

$$t = (\alpha + \omega_\alpha)^2 = 4E^2 \quad /21/$$

Здесь  $\kappa$  и  $\rho$  - модули импульсов фотона и нуклона,  $y = \cos\alpha$  - косинус угла между этими импульсами,  $E$  - энергия нуклона.

Спиновая структура  $F$  в системе центра масс имеет вид:

$$F = \chi_{\mu}^* \left( i \frac{\vec{p} \vec{e}}{\rho} \Phi_1 + \frac{[\vec{p} [\vec{\sigma} \vec{p}]] [\vec{\kappa} \vec{e}]}{\rho^2 \kappa} \Phi_2 + \frac{\vec{\sigma} [\vec{p} \vec{e}]}{\rho} \Phi_3 + \frac{\vec{\sigma} [\vec{\kappa} \vec{e}]}{\kappa} \Phi_4 \right) \chi_{\bar{\nu}} \quad /22/$$

$\Phi_i$  зависят от  $E$  и  $y$  и следующим образом связаны с  $H_i$ :

$$\Phi_1 = -\frac{2\rho\kappa}{m} (E^2 H_1 + m H_2 + H_4)$$

$$\Phi_2 = \frac{2\rho^2\kappa}{m} \left( H_2 + \frac{H_4}{E+m} \right)$$

$$\Phi_3 = \frac{2\rho\kappa E}{m} H_3$$

$$\Phi_4 = -\frac{2\kappa E}{m} H_4$$

Для переходов между состояниями с определенными спиральностями  $\Phi_{\lambda\bar{\lambda}}^j$  из /22/ имеем/верхний индекс - знак спиральности фотона, нижние индексы - знаки спиральностей нуклона и антинуклона/:

$$\Phi_{\pm\pm}^+ = \Phi_{\pm\pm}^- = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} (\Phi_1 \mp \Phi_4) \sin\alpha$$

$$\Phi_{\pm\mp}^+ = -\Phi_{\pm\mp}^- = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Phi_2 \pm \Phi_3 + \Phi_4) (1 \pm y)$$

Из <sup>15</sup> следует, что для амплитуд /24/ справедливы разложения

$$\Phi_{\pm\pm}^+ = -\sum_J \sqrt{2} \Phi_{\pm\pm}^J \sin\alpha P_J'(y)$$

$$\Phi_{\pm\mp}^+ = \sum_J \left[ \frac{2}{J(J+1)} \right]^{1/2} \Phi_{\pm\mp}^J [(1 \mp y) P_J'(y) \pm J(J+1) P_J(y)].$$

Поэтому

$$\Phi_1 = \sum_J (\Phi_{--}^J - \Phi_{++}^J) \rho_J',$$

$$\Phi_2 = \sum_J \{ [J(J+1)]^{-1/2} [(\Phi_{-+}^J + \Phi_{+-}^J)(\rho_J' + \gamma \rho_J'') + (\Phi_{-+}^J - \Phi_{+-}^J) \rho_J''] - (\Phi_{++}^J + \Phi_{--}^J) \rho_J' \}, \quad /26/$$

$$\Phi_3 = - \sum_J [J(J+1)]^{-1/2} [(\Phi_{-+}^J + \Phi_{+-}^J) \rho_J'' + (\Phi_{-+}^J - \Phi_{+-}^J)(\rho_J' + \gamma \rho_J'')],$$

$$\Phi_4 = \sum_J (\Phi_{--}^J + \Phi_{++}^J) \rho_J'.$$

Из /6/ , /23/ следует, что  $\Phi_{\pm\pm}^J$  и  $\Phi_{-+}^J + \Phi_{+-}^J$  для  $\alpha = 1, 2$  отличны от нуля лишь при нечетных  $J$ , для  $\alpha = 3$  - при четных;  $\Phi_{-+}^J - \Phi_{+-}^J$  - наоборот.

Амплитуды  $\Phi_{\lambda\lambda}^J$  следующим образом выражаются через амплитуды переходов с определенной четностью:

$$\Phi_{--}^J - \Phi_{++}^J = \epsilon_{J-},$$

$$\Phi_{--}^J + \Phi_{++}^J = J M_{J-1,+} - (J-1) M_{J+1,-}$$

$$\Phi_{-+}^J - \Phi_{+-}^J = [J(J+1)]^{1/2} \epsilon_{J+} \quad /27/$$

$$\Phi_{-+}^J + \Phi_{+-}^J = [J(J+1)]^{1/2} (M_{J-1,+} + M_{J+1,-})$$

где  $\epsilon_{\ell\pm}$  ( $M_{\ell\pm}$ ) соответствует рождению электрическим /магнитным/ фотоном нуклон-антинуклонной пары с орбитальным моментом  $\ell$ , спином  $\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}$  /1/ и полным моментом  $\ell$  ( $\ell \pm 1$ ). При этом разложения /26/ имеют вид:

$$\Phi_1 = \sum_l \epsilon_{l-} P_l'$$

$$\Phi_2 = \sum_l [\mathcal{M}_{l+} + \mathcal{M}_{l-} + \epsilon_{l+}] P_l''$$

/28/

$$\Phi_3 = \sum_l [\mathcal{M}_{l+} P_{l+1}'' + \mathcal{M}_{l-} P_{l-1}'' + \epsilon_{l+} (P_l' + \gamma P_l'')]$$

$$\Phi_4 = \sum_l [(l+1) \mathcal{M}_{l+} P_{l+1}' - l \mathcal{M}_{l-} P_{l-1}']$$

Для  $\alpha = 1, 2$   $\mathcal{M}_{l\pm}$ ,  $\epsilon_{l\pm}$  имеют четные  $l$ ,  $\epsilon_{l-}$  - нечетные, для  $\alpha = 3$  наоборот.

Рассмотрим условие унитарности для реакции 111 с учетом лишь двухпионного промежуточного состояния. Для изотоп-скалярных амплитуд с нечетным полным моментом  $J$  получаем

$$\text{Im} \Phi_{\lambda\bar{\lambda}}^{(2)J} = \frac{q_1 \mathcal{E}}{16\pi} T_{\lambda\bar{\lambda}}^{(-)J} f_J^* \quad /29/$$

где  $q_1 = (E^2 - \mu^2)^{1/2}$  импульс пиона в промежуточном состоянии,

$$T_{\pm\pm}^{(-)J} = T_{\pm}^{(-)J}, \quad T_{\pm\mp}^{(-)J} = T_{\mp}^{(-)J} \quad /30/$$

амплитуды процесса  $\pi\pi \rightarrow \mathcal{N}\bar{\mathcal{N}}$ , определяемые формулами /26/ /3.13 - 17/ работы<sup>14</sup>.  $f_J$  - амплитуда процесса  $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ , определяемая формулой /6/ работы<sup>13</sup>. В /13/ получено явное выражение для  $f_J$ .

Для изотоп-векторных амплитуд  $\Phi^{(1,3)}$  двухпионный вклад равен 0. Из /27/, /29/, /30/ следует, что двухпионное промежуточное состояние дает вклад лишь в амплитуды изотоп-скалярных магнитных переходов реакции 111:

$$\text{Im} (\Phi_{-\mp}^{(2)J} + \Phi_{\pm\pm}^{(2)J}) = \frac{q_1 \mathcal{E}}{8\pi} T_{\pm}^{(-)J} f_J^* \quad /31/$$

### 3. Спектральные представления и уравнения для фоторождения

Как отмечено в п.1, мы будем считать, что спектральные представления для инвариантных амплитуд фоторождения справедливы без вычитаний. Представление Мандельстама<sup>1</sup> имеет вид:

$$H_i^{(\alpha)}(s, \bar{s}, t) = (B_i^{(\alpha)} - \frac{2eg\delta_{ii}}{t - \mu^2}) \left( \frac{1}{s - m^2} \pm \frac{1}{\bar{s} - m^2} \right) + \quad /32/$$

$$+ \frac{1}{\pi^2} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} dx \int_{4\mu^2}^{\infty} dy \left( \frac{1}{x-s} \pm \frac{1}{x-\bar{s}} \right) \frac{h_{i1}^{(\alpha)}(x, y)}{y-t} + \frac{1}{\pi^2} \iint_{(m+\mu)^2}^{\infty} dx dy \frac{h_{i2}^{(\alpha)}(x, y)}{(x-s)(y-\bar{s})}, \quad /33/$$

$$h_{i2}^{(\alpha)}(x, y) = \pm h_{i2}^{(\alpha)}(y, x),$$

/знаки соответствуют знакам в формуле /8/

$$B_1^{(\alpha)} = 0, \quad B_2^{(\alpha)} - B_3^{(\alpha)} = \frac{g}{2} \begin{pmatrix} \mu_p' - \mu_n \\ \mu_p' + \mu_n \\ \mu_p' - \mu_n \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \alpha=1 \\ \alpha=2 \\ \alpha=3 \end{matrix} \quad /34/$$

$$B_4^{(\alpha)} = -\frac{eg}{4} - m B_2^{(\alpha)}$$

/единицы рациональные/.

В отличие от пион-нуклонного рассеяния в случае фоторождения имеется однопионный вклад, который связан с однонуклонным вкладом условием градиентной инвариантности.

Мы ограничимся областью низких энергий и будем рассматривать приближенное представление Чини-Фубини<sup>2,3</sup>. Если пренебречь  $F, H$  и т.д. амплитудами фоторождения пионов на пионах, то это представление имеет вид:

$$H_i^{(\alpha)}(s, \bar{s}, t) = (\text{Борн. элем}) +$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} dx \left( \frac{1}{x-s} \pm \frac{1}{x-\bar{s}} \right) a_i^{(\alpha)}(x, t) + \delta_{\alpha 2} \frac{1 \pm 1}{2\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{b_i(x) dx}{x-t} \quad /35/$$

где

$$a_i^{(\alpha)} = \text{Im } H_i^{(\alpha)} \quad \text{для 1 реакции}$$

$$\delta_{\alpha 2} b_i = \text{Im } H_i^{(\alpha)} \quad \text{для 111 реакции.} \quad /36/$$

$a_i^{(\alpha)}(s, t)$  соответствует лишь двухпионным промежуточным состояниям в условии унитарности. Поэтому ее особенности по  $t$  начинаются с  $16\mu^2$  и она может быть расположена в ряд Тейлора. Если пренебречь  $\mathcal{D}$ ,  $F$  и т.д. фазами пион-нуклонного рассеяния, то это разложение имеет вид:

$$a_i^{(\alpha)}(s, t) = a_{i_0}^{(\alpha)}(s) + (t - t_0) a_{i_1}^{(\alpha)}(s). \quad /37/$$

Для того, чтобы функции  $a_i^{(\alpha)}(s, t)$  не содержали ненаблюдаемых углов, в качестве  $t_0$  нужно взять пороговое значение  $t$ :

$$t_0 = \mu^2 - 2\mu K_{\text{пор}}, \quad K_{\text{пор}} = \frac{\mu(2m+\mu)}{2(m+\mu)} \quad /38/$$

С помощью формул /36/, /11/, /13/, /15/ функции  $a_{i_0}^{(\alpha)}$  и  $a_{i_1}^{(\alpha)}$  нетрудно выразить через мнимые части парциальных амплитуд фоторождения. Подставляя затем /35/ в /17/, получаем интегральные уравнения для фоторождения.

### А. Изотоп-векторные амплитуды

Для изотоп-векторных амплитуд ( $\alpha = 1, 3$ ) в /35/ отсутствует последний интеграл и мы имеем соотношения, рассмотренные в /7-9/. В 7-9 проделано разложение по  $\omega/m$ ,  $\omega'/m$  и учтены лишь главные члены. Для резонансной магнитно-дипольной амплитуды отдачу нуклона нужно учитывать более точно, что нетрудно сделать с помощью формул /17/, /35/.

### В. Изотоп-скалярные амплитуды

Для изотоп-скалярных амплитуд ( $\alpha = 2$ ) в /35/ входит вклад 111 реакции. Из /36/, /23/, /26/ и /31/ для  $b_i(t)$  получаем следующие выражения

$$b_1(t) = \frac{m g_1}{16\pi E p^2} \left[ T_+^{(-)1} - \frac{m}{\sqrt{2}E} T_-^{(-)1} \right] f_1^*$$

$$b_2(t) = \frac{m g_1}{16\pi p^2} \left[ -\frac{m}{E} T_+^{(-)1} + \frac{1}{\sqrt{2}} T_-^{(-)1} \right] f_1^* \quad /39/$$

$$b_3(t) = 0$$

$$b_4(t) = -\frac{m g_1}{16\pi E} T_+^{(-)1} f_1^*$$

где, как отмечено выше, амплитуды  $T_{\pm}^{(-)1}$  и  $f_1$  рассмотрены соответственно в <sup>14</sup>, <sup>13</sup>. Для амплитуды фоторождения пионов на пионах из <sup>13</sup> имеем

$$f_1(t) = \Lambda e^{i\delta(t)} \varphi(t) \quad /40/$$

где  $\delta \equiv \delta_1^1$  - пион-пионная фаза для  $J=I=1$ ,  $\varphi(t)$  - известный интеграл, содержащий эту фазу /формулы /26/, /38/ работы <sup>13</sup>/. Параметр  $\Lambda$  равен /формула /16/ из <sup>13</sup>/:



$$\Lambda = \frac{2}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{(\text{Im } F(s', \cos \theta = 1))_{N\bar{N}}}{s'} ds', \quad /41/$$

где подынтегральная функция следующим образом связана с амплитудами процессов  $\pi\pi \rightarrow N\bar{N}$  и  $\pi\pi \rightarrow N\bar{N}$  :

$$(\text{Im } F(s', \cos \theta))_{N\bar{N}} = \sum_{J_{\text{неч.}}} (\text{Im } f_J(s'))_{N\bar{N}} P_J'(\cos \theta) \quad /42/$$

$$(\text{Im } f_J)_{N\bar{N}} = \frac{m^2 \rho'}{\pi s'^2 q_1'} \left[ T_+^{*(-)J} (\Phi_{++}^{(2)J} + \Phi_{--}^{(2)J}) + T_-^{*(-)J} (\Phi_{-+}^{(2)J} + \Phi_{+-}^{(2)J}) \right] \quad /43/$$

$$s' = 4(\rho'^2 + m^2) = 4(q_1'^2 + m^2).$$

Входящие сюда амплитуды соответствуют большим энергиям и не могут быть вычислены в настоящее время. Поэтому параметр  $\Lambda$  нужно брать из опыта.

Если предположить, что фаза  $\delta_i'$  имеет резонанс, то функция  $\varphi$  в /40/ также имеет резонансный характер<sup>13</sup>. Пренебрегая при этом нерезонансными пион-нуклонными фазами, из /35/ имеем следующие выражения для изотоп-скалярных амплитуд фоторождения:

$$H_i^{(\omega)}(s, \bar{s}, t) = (B_i^{(2)} - \frac{2eg\delta_{ii}}{t - \mu^2}) \left( \frac{1}{s - m^2} \pm \frac{1}{\bar{s} - m^2} \right) + \frac{1}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{v_i(t') dt'}{t' - t}, \quad /44/$$

где  $v_i$  даются формулами /39/. Отношение сечений фоторождения  $\pi^+$  и  $\pi^-$  мезонов у порога должно быть чувствительно к величине выражения /44/.

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 августа 1960 года.

Л и т е р а т у р а

1. S. Mandelstam, Phys.Rev. 112, 1344 (1958).
2. M.Cini and S.Fubini, Ann.Phys. (в печати).
3. J.Bowcock, W.N.Cottingham and D.Lurié, Nuovo Cimento, 16, 918 (1960).
4. А.В.Ефремов, В.А.Мещеряков, Д.В.Ширков. ЖЭТФ. (в печати).
5. S.C.Frautschi and J.D.Walecka, Phys.Rev. (в печати).
6. J.Hamilton and T.D.Spearman, препринт.
7. G.F.Chew, M.L.Goldberger, F.E.Low and Y.Nambu, Phys.Rev. 106, 1345 (1957).
8. А.А.Логунов, А.Н.Тавхелидзе, Л.Д.Соловьев, Nucl.Phys. 4, 427 (1957).  
Л.Д.Соловьев. ЖЭТФ, 33, 801/1957/.  
Nucl.Phys. 5, 256 (1958).
9. Л.Д.Соловьев, Г.Н.Тентюкова. ЖЭТФ, 37, 889 (1959).
10. R.E.Taylor and R.F.Morzley, Phys.Rev. 117, 835 (1960).
11. Goldwasser. Koester, Доклад на 7 Рочестерской конференции /1957/.
12. J.L.Uretsky, R.W.Kenney, E.A.Knapp and V.Perez-Mendez, Phys.Rev. Lett., 1, 12; 1958.
13. Л.Д.Соловьев. ЖЭТФ. (в печати).
14. W.R.Frazer and J.R.Fulco, Phys.Rev. 117, 1603, 1609 (1960).
15. M.Jacob and G.C.Wick, Ann.Phys. 7, 404 (1959).