ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Б.В. Медведев

Д-599

К ФУНКЦИОНАЛЬНОМУ РАЗЛОЖЕНИЮ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ ПО НОРМАЛЬНЫМ ПРОИЗВЕДЕНИЯМ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

ЖЭТФ, 1961, т40, в3, с 826-838.

Дубна 1960 год

Б.В.Медведев[x)]

Д-599

К ФУНКЦИОНАЛЬНОМУ РАЗЛОЖЕНИЮ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ ПО НОРМАЛЬНЫМ ПРОИЗВЕДЕНИЯМ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Направлено в ЖЭТФ.

x) Математический институт им. В.А.Стеклова Академии наук СССР.

А н н о т а ц и я

В рамках аксиоматического метода, без применения теории возмущений, устанавливаются формулы, формально выражающие коэффициентные функции разложения матрицы рассеяния по нормальным произведениям асимптотических полей через хронологические произведения операторов тока и набора некоторых операторов Λ_ν . Устанавливаются также системы уравнений для коэффициентных функций матрицы рассеяния.

1. Введение. Обозначения.

Обычный подход к квантовой теории поля, основанный на применении гамильтонова формализма, связан с рядом известных трудностей, важнейшей из которых является невозможность выйти за пределы теории возмущений. Один из существеннейших элементов теории - правила"устранения расходимостей" - мы не умеем формулировать вне рамок разложения по малому параметру связи.

Это обстоятельство стимулировало попытки подойти к теории, если можно так выразиться, "с другого конца". Вместо того, чтобы записывать лагранжиан или уравнения движения и стараться их разрешить, пытаются сформулировать те физически очевидные требования, которым должны удовлетворять решения и найти все многообразие удовлетворяющих этим требованиям решений. В рамках теории возмущений и гипотезы адиабатического включения и выключения взаимодействия такой путь был последовательно проведен в работах Боголюбова [1] и Боголюбова и Ширкова [2], причем выяснилось, что он приводит тогда к результатам, по существу совпадающим с получаемыми гамильтоновым методом.

Без этих упрощающих предположений такой путь, его часто, хотя и не слишком удачно, называют "аксиоматическим", особенно интенсивно развивается в последние годы в связи с изучением дисперсионных соотношений - единственного точного результата квантовой теории поля.

Основные физические требования аксиоматического метода можно формулировать различным образом. Так, например, можно исходить из существования в каждой точке гайзенберговых операторов поля, коммутирующих на любой пространственно-подобной гиперповерхности; это направление развивается в работах Лемана, Шиманчика, Циммермана и др. /см. [3,4] и многочисленные дальнейшие исследования/. С другой стороны, можно исходить из программы, предложенной в свое время Гайзенбергом[5], и ограничиться рассмотрением матрицы рассеяния. Последний путь был избран Н.Н.Боголюбовым, М.К.Поливановым и и автором [6 x/] в связи с теорией дисперсионных соотношений.

Заметим сразу же, что, говоря о следовании программе Гайзенберга, мы выражаемся не совсем точно. В действительности совокупность изучаемых объектов и система основных физических положений будут у нас более богатыми, а класс рассматриваемых теорий - более узким. Именно, в программе Гайзенберга рассматриваются только матричные элементы S - матрицы, отвечающие переходам между асимптотическими устойчивыми состояниями, в которых сохраняются полные энергия и импульс, и квадраты всех начальных и конечных 4-импульсов равны соответствующим массам, как говорят, матричные элементы на поверхности энергии. Совокупность таких матричных элементов может быть представлена в виде функционального разложения по операторам рождения и уничтожения типа ВТДС /2.14/ или же в виде функционального разложения по нормальным произведениям асимптотических полей /типа ВТДС /2.15/ или ниже /10/ /, удовлетворяющих уравнению:

$$(\Box - m^2)\,\varphi(x) = 0. \qquad /1/$$

Однако, ограничиваясь матрицей рассеяния на поверхности энергии нельзя сформулировать точного условия причинности / это видно уже из того обстоятельства, что из решений уравнения /1/ нельзя сконструировать 4-мерную δ-функцию/- теории с точной и с макроскопической причинностью не будут здесь отличаться. Чтобы иметь возможность сформулировать точное условие причинности, приходится расширять функциональное разложение /10/ и рассматривать его как определенное на классе произвольных $\varphi(x)$, не обязанных удовлетворять уравнению /1/.

Сделанное замечание сближает метод, предложенный в ВТДС, с методами, принимающими существование гайзенберговых полей в каждой точке; однако в последнем случае класс рассматриваемых теорий дополнительно сужается, что не вызвано, по нашему мнению, физикой дела.

---

x/ В дальнейшем цитируется как ВТДС.

Мы будем исходить из системы основных положений, сформулированных в ВТДС §2. Будем, ради простоты, работать с одним самодействующим скалярным полем

$$\varphi(x)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int\frac{d\underline{k}}{\sqrt{2k^0}}\left\{e^{ikx}a^+(\underline{k})+e^{-ikx}a(\underline{k})\right\};\quad k^0=+\sqrt{\underline{k}^2+m^2} \qquad /2/$$

где $a^+(\underline{k})$, $a(\underline{k})$ –операторы рождения /уничтожения/ асимптотических частиц /точнее, аут–частиц/, удовлетворяющие обычным перестановочным соотношениям

$$a(\underline{k})\,a^+(\underline{k}')-a^+(\underline{k}')\,a(\underline{k})=\delta(\underline{k}-\underline{k}'). \qquad /3/$$

Допустим, что связанные состояния отсутствуют. Тогда мы можем принять, что совокупности состояний типа

$$|\underline{k}_1,\dots,\underline{k}_n\rangle=a^+(\underline{k}_1)\dots a^+(\underline{k}_n)|0\rangle \qquad /4/$$

образуют предусмотренную требованием ВТДС 1.(4) полную систему, то есть, что

$$\langle\alpha|AB|\beta\rangle=\sum_{s=0}^{\infty}\frac{1}{s!}\int d\underline{s}_1\dots d\underline{s}_s\langle\alpha|A|\underline{s}_1,\dots,\underline{s}_s\rangle\langle\underline{s}_1,\dots,\underline{s}_s|B|\beta\rangle \qquad /5/$$

для любых двух операторов A и B.

Мы будем пользоваться 4-мерным преобразованием Фурье в форме

$$F(x)=\frac{1}{(2\pi)^4}\int e^{-ikx}\tilde{F}(k)\,dk\;;\quad \tilde{F}(k)=\int e^{ikx}F(x)\,dx \qquad /6/$$

и аналогичными формулами для функций многих аргументов.

Полагая по определению

$$\langle 0|\varphi(x)\varphi(y)|0\rangle = -i\,\mathcal{D}^{(-)}(x-y)\,; \quad -\langle 0|\varphi(y)\varphi(x)|0\rangle = -i\,\mathcal{D}^{(+)}(x-y) \qquad /7/$$

мы должны положить, в согласии с /2/, /3/, /6/,

$$\tilde{\mathcal{D}}^{(-)}(k) = 2\pi i\,\vartheta(k^0)\,\delta(k^2-m^2)\,; \quad \tilde{\mathcal{D}}^{(+)}(k) = -2\pi i\,\vartheta(-k^0)\,\delta(k^2-m^2)\,. \qquad /8/$$

Аналогично в нашей нормировке будет

$$[\varphi(x),\varphi(y)]_- = -i\,\mathcal{D}(x-y)\,; \quad \tilde{\mathcal{D}}(k) = 2\pi i\,\epsilon(k^0)\,\delta(k^2-m^2)\,. \qquad /9/$$

2. Некоторые свойства матрицы рассеяния

Основной величиной, с которой мы будем работать, будет расширенная за поверхность энергии матрица рассеяния. Мы будем представлять ее записанной в виде функционального разложения по нормальным произведениям асимптотических полей

$$S = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-i)^\nu}{\nu!} \int dx_1 \dots dx_\nu \;\; \Phi^\nu(x_1,\dots,x_\nu) \; :\varphi(x_1)\dots\varphi(x_\nu), \qquad /10/$$

где коэффициентные функции $\Phi^n(x_1,\dots,x_n)$ – это классические функции, симметричные во всех своих аргументах. Подчеркнем, что $\varphi(x)$ не считаются здесь ограниченными условием /1/. Вариационным дифференцированием можно получить из матрицы рассеяния операторы, зависящие от простанственно-временных точек. При этом удобнее действовать не с самими вариационными производными , а с радиационными операторами

$$S^{(n)}(x_1,\dots,x_n) = \frac{\delta^n S}{\delta\varphi(x_1)\dots\delta\varphi(x_n)}\; S^+. \qquad /11/$$

Мы докажем сейчас несколько лемм, устанавливающих связи между вакуумными средними этих радиационных операторов, коэффициентными функциями матрицы рассеяния и ее матричными элементами.

Лемма 1. Коэффициентные функции матрицы рассеяния совпадают /с точностью до множителя/ с вакуумными средними радиационных операторов /11/.

$$\Phi^n(x_1,\dots,x_n) = i^n \langle 0 | \frac{\delta^n S}{\delta\varphi(x_1)\dots\delta\varphi(x_n)} S^+ | 0 \rangle = i^n \langle 0 | S^{(n)}(x_1,\dots,x_n) | 0 \rangle \quad /12/$$

Доказательство: Вычисляя n -ую вариационную производную от разложения /10/, получим

$$\frac{\delta^n S}{\delta\varphi(x_1)\dots\delta\varphi(x_n)} = \sum_{\nu=n}^{\infty} \frac{(-i)^\nu}{\nu!} \int dz_1\dots dz_\nu \, \Phi^\nu(z_1,\dots,z_\nu) \frac{\nu!}{(\nu-n)!} \delta(z_1-x_1)\dots\delta(z_n-x_n) :\varphi(z_{n+1})\dots\varphi(z_\nu):$$

или, после перенумерации переменных,

$$\frac{\delta^n S}{\delta\varphi(x_1)\dots\delta\varphi(x_n)} = (-i)^n \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-i)^\nu}{\nu!} \int dz_1\dots dz_\nu \, \Phi^{n+\nu}(x_1,\dots,x_n,z_1,\dots,z_\nu) :\varphi(z_1)\dots\varphi(z_\nu): \; .$$

При взятии вакуумного среднего в правой части сохранится лишь член без нормальных произведений

$$i^n \langle 0 | \frac{\delta^n S}{\delta\varphi(x_1)\dots\delta\varphi(x_n)} | 0 \rangle = i^n (-i)^n \, \Phi^n(x_1,\dots,x_n)$$

и для доказательства равенства /12/ нам остается лишь внести S^+ под знак вакуумного среднего в левой части, что можно сделать в силу стабильности вакуума ВТДС 1.(6).

Следствие. Матрица рассеяния представляется в виде:

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int dx_1 \ldots dx_n \left\langle 0 \left| \frac{\delta^n S}{\delta\varphi(x_1)\ldots\delta\varphi(x_n)} S^+ \right| 0 \right\rangle :\varphi(x_1)\ldots\varphi(x_n): . \quad /13/$$

Лемма 1 выражает коэффициентные функции матрицы рассеяния через вакуумные средние операторов /11/. Выразим теперь через те же средние матричные элементы S-матрицы /на поверхности энергии/, установив для этого

Лемму 2:

$$\langle \underline{\ell}_1,\ldots,\underline{\ell}_n | S | \underline{k}_1,\ldots,\underline{k}_m \rangle = \sum_{s=0}^{\min(n,m)} P\left(\frac{\underline{\ell}_1,\ldots,\underline{\ell}_{n-s}}{\underline{\ell}_{n-s+1},\ldots,\underline{\ell}_n}\right) P\left(\frac{\underline{k}_1,\ldots,\underline{k}_{m-s}}{\underline{k}_{m-s+1},\ldots,\underline{k}_m}\right) P(\underline{k}_{m-s+1},\ldots,\underline{k}_m)\cdot$$

$$\cdot\,\delta(\underline{\ell}_{n-s+1}-\underline{k}_{m-s+1})\ldots\delta(\underline{\ell}_n-\underline{k}_m)\cdot$$

$$\cdot\int \frac{dx_1\ldots dx_{n-s}\, dy_1\ldots dy_{m-s}\, e^{i\left(\sum_1^{n-s}\ell x-\sum_1^{m-s}ky\right)}}{(2\pi)^{\frac{3(n+m)}{2}-3s}\sqrt{2\ell_1^0\ldots 2\ell_{n-s}^0\cdot 2k_1^0\ldots 2k_{m-s}^0}} \left\langle 0 \left| \frac{\delta^{n+m-2s} S}{\delta\varphi(x_1)\ldots\delta\varphi(x_{n-s})\,\delta\varphi(y_1)\ldots\delta\varphi(y_{m-s})} S^+ \right| 0 \right\rangle; \quad /14/$$

$$k_j^0 = +\sqrt{\underline{k}_j^2+m^2}\;; \quad \ell_j^0 = +\sqrt{\underline{\ell}_j^2+m^2}\,.$$

Доказательство: Рассмотрим матричный элемент $\langle \underline{\ell}_1,\ldots,\underline{\ell}_n | S | \underline{k}_1,\ldots,\underline{k}_m \rangle$, который согласно /4/, можно переписать в виде

$$\langle 0 | a(\underline{\ell}_1)\ldots a(\underline{\ell}_n)\, S\, a^+(\underline{k}_1)\ldots a^+(\underline{k}_m) | 0 \rangle .$$

Будь здесь все импульсы $\underline{k}_i$ и $\underline{\ell}_j$ разных групп различными, мы могли бы немедленно прокоммутировать их с S-матрицей с помощью формул ВТДС /2.20/ и пришли бы к выражению ВТДС /2.21/. Однако ограничиться таким случаем нельзя, так как при возможных интегрированиях матричных элементов случаи совпадения некоторых $\underline{\ell}$ с некоторыми $\underline{k}$ дадут, из-за сингулярности перестановок /3/, неисчезающие вклады в интеграл.

При совпадении некоторых $\underline{\ell}$ с некоторыми $\underline{k}$ возникнут дополнительные члены - любой из операторов $a^+(\underline{k})$ сможет "свернуться" не с S-матрицей, а с любым из операторов $a(\underline{\ell})$. Поэтому ясно, что полное выражение для рассматриваемого матричного элемента должно состоять из суммы членов типа ВТДС /2.21/ с уменьшающимся на 2 при переходе от члена к члену порядком вариационного дифференцирования, "восполняющимся" появлением множителей вида $\delta(\underline{\ell}-\underline{k})$. Легко сообразить, что с помощью введенных в [2] операторов симметризации : $P\left(\frac{x_1,\dots,x_s}{x_{s+1},\dots x_n}\right)$, означающего сумму по всем возможным $\frac{n!}{s!(n-s)!}$ разбиениям совокупности аргументов $\{x_1,\dots,x_n\}$ на две группы из s и из $(n-s)$ аргументов, причем из разбиений, отличающихся лишь перестановками внутри группы, берется лишь одно , и $P(x_1,\dots,x_2)$, означающего сумму по всем $z!$ [x/] перестановкам внутри группы $\{x_1,\dots,x_z\}$; такая сумма как раз приведется к виду правой части равенства /14/ (множитель S^+ можно довести под знак вакуумного среднего в силу стабильности вакуума). Верхний предел в сумме по s в правой части /14/ определяется "исчерпанием запаса" операторов рождения или уничтожения; первое суммирование по перестановкам соответствует всем возможным разбиениям операторов уничтожения на группы, свертывающиеся с операторами рождения и свертывающиеся с S-матрицей; вторая сумма по перестановкам - таким же разбиениям операторов рождения; наконец, последнее суммирование $P(k_{m-s+1},\dots,k_m)$ - это суммирование по всем возможным различным объединениям в пары свертывающихся друг с другом операторов $a(\underline{\ell})$ и $a^+(k)$.

Ясно, что формула, совершенно аналогичная лемме 2, будет справедлива и для матричных элементов от вариационных производных S-матрицы любого порядка. Дополнительные дифференцирования перейдут в неизменном виде под знак вакуумного среднего.Иначе будет обстоять дело для радиационных операторов /11/. Присутствие множителя S^+ потребует дополнительного разложения по полной системе функций и формулы, вообще говоря, значительно усложнятся. Исключение составят лишь случаи, когда правая обкладка будет вакуумом или одночастичным состоянием, тогда, пользуясь условием стабильности ВТДС I,(6), можно будет втянуть в нее S^+ и вывод пройдет так же, как и для леммы 2. Итак, можно сформулировать еще две леммы:

[x/] Ср. технику, развитую в [8], применение которой позволило бы заменить здесь рассуждение вычислением (правда, громоздким).

Лемма 3:

$$\langle \underline{\ell}_1,\dots\underline{\ell}_n | S^{(2)}(z_1,\dots,z_2)|0\rangle = \int \frac{dx_1\dots dx_n\, e^{i\sum_1^n \ell x}}{(2\pi)^{\frac{3n}{2}}\sqrt{2\ell_1^0\dots 2\ell_n^0}} \langle 0| S^{(2+n)}(z_1,\dots,z_2,x_1,\dots,x_n)|0\rangle . \qquad /15/$$

Комплексным сопряжением получаем отсюда

Следствие:

$$\langle 0| \overset{+}{S}{}^{(2)}(z_1,\dots,z_2)|\underline{K}_1,\dots,\underline{K}_m\rangle =$$
$$= \int \frac{dy_1\dots dy_m\, e^{-i\sum_1^m K Y}}{(2\pi)^{\frac{3m}{2}}\sqrt{2K_1^0\dots 2K_m^0}} \langle 0| \overset{+}{S}{}^{(2+m)}(z_1,\dots,z_2,y_1,\dots,y_m)|0\rangle . \qquad /16/$$

Лемма 4:

$$\langle \underline{\ell}_1,\dots\underline{\ell}_n | S^{(2)}(z_1,\dots,z_2)|\underline{K}\rangle = (-i)^{2+n+1}\int \frac{dx_1\dots dx_n\, dy\, e^{i\sum_1^n \ell x - iKY}}{(2\pi)^{\frac{3(n+1)}{2}}\sqrt{2\ell_1^0\dots 2\ell_n^0\, 2K^0}} \Phi^{2+n+1}(z_1,\dots,z_2,x_1,\dots,x_n,Y) +$$
$$+ P\left(\frac{\ell_1,\dots,\ell_{n-1}}{\ell_n}\right)(-i)^{2+n-1}\int \frac{dx_1\dots dx_{n-1}\, e^{i\sum_1^{n-1}\ell x}}{(2\pi)^{\frac{3(n-1)}{2}}\sqrt{2\ell_1^0\dots 2\ell_{n-1}^0}} \Phi^{2+n-1}(z_1,\dots,z_2,x_1,\dots,x_{n-1})\,\delta(\underline{\ell}_n-\underline{K}). \qquad /17/$$

Комплексным сопряжением можно получить отсюда формулу типа /16/.

До сих пор мы не касались условия причинности. В системе основных положений ВТДС оно имело форму

$$\frac{\delta}{\delta\varphi(x)}\left(\frac{\delta S}{\delta\varphi(Y)}\overset{+}{S}\right) = \frac{\delta S^{(1)}(Y)}{\delta\varphi(x)} = 0 \quad \text{для} \quad x \lesssim Y. \qquad /18/$$

(Знак неравенства определяется здесь тем, что мы считаем асимптотические поля $\varphi(x)$ аут-полями; для ин-полей он заменился бы на противоположный). Докажем несколько новых, вытекающих из него соотношений.

<u>Лемма 5:</u> Из условия причинности /18/ следует, что

$$\frac{\delta}{\delta\varphi(x)} S^{(n)}(y_1,\dots,y_n) = 0 , \qquad /19/$$

коль скоро $x \lesssim \{y_1,\dots,y_n\}$. /19а/

(Запись /19а/ означает, что точка x лежит раньше /или пространственно подобно/ относительно <u>всех</u> точек $y_1, \dots, y_n$).

<u>Доказательство</u> : Пусть лемма справедлива вплоть до некоторого N. Тогда

$$\frac{\delta}{\delta\varphi(x)}\left(\frac{\delta^N S}{\delta\varphi(y_1)\dots\delta\varphi(y_N)} S^+\right) = 0 , \qquad \text{если } x \lesssim \{y_1,\dots,y_N\} . \qquad /*/$$

Дифференцируя это равенство по $\varphi(y_{N+1})$, получим

$$\frac{\delta}{\delta\varphi(x)}\left(\frac{\delta^{N+1} S}{\delta\varphi(y_1)\dots\delta\varphi(y_{N+1})} S^+\right) + \frac{\delta}{\delta\varphi(x)}\left(\frac{\delta^N S}{\delta\varphi(y_1)\dots\delta\varphi(y_N)} S^+ \cdot S \frac{\delta S^+}{\delta\varphi(y_{N+1})}\right) = 0 ,$$

откуда, пользуясь унитарностью ВТДС I /5/ и раскрывая дифференцирование по $\varphi(x)$, найдем, что

$$\frac{\delta}{\delta\varphi(x)}\left(\frac{\delta^{N+1} S}{\delta\varphi(y_1)\dots\delta\varphi(y_{N+1})} S^+\right) = \frac{\delta}{\delta\varphi(x)}\left(\frac{\delta^N S}{\delta\varphi(y_1)\dots\delta\varphi(y_N)} S^+\right) \cdot \frac{\delta S}{\delta\varphi(y_{N+1})} S^+ +$$

$$+ \frac{\delta^N S}{\delta\varphi(y_1)\dots\delta\varphi(y_N)} S^+ \cdot \frac{\delta}{\delta\varphi(x)}\left(\frac{\delta S}{\delta\varphi(y_{N+1})} S^+\right) .$$

Первый член обращается здесь в нуль в силу /*/ , а второй – в силу /18/, если потребовать, чтобы $x \lesssim y_{N+1}$. Итак, из выполнения /*/ для $n = N$ следует выполнение /*/ для $n = N + 1$. Поскольку для $n = 1$ /*/ выполняется, то лемма 5 доказана.

Лемма 5 разрешает произвольно увеличивать число внутренних аргументов в условии причинности /18/. Можно увеличить и число внешних аргументов, тогда имеет место

Лемма 6. Из условия причинности следует выполнение равенства

$$\frac{\delta^m}{\delta\varphi(x_1)\dots\delta\varphi(x_m)} S^{(n)}(y_1,\dots,y_n) = 0, \qquad /20/$$

если хотя бы для одного $1 \le j \le m$

$$x_j \lesssim \{y_1,\dots,y_n\}. \qquad /20a/$$

Доказательство очевидно.

И в первоначальной форме /18/ условия причинности и в вытекающих из нее соотношениях /19/ и /20/ фигурируют не только радиационные операторы /11/, но и их вариационные производные. В некоторых отношениях удобнее такая форма условия причинности, которая включает только сами операторы /11/, аналогичная "интегральному" условию причинности в теории возмущений [7]. Ее устанавливает

Лемма 7. Из условия причинности /18/ следует, что радиационные операторы $S^{(n)}(x_1,\dots,x_n)$ представляются при любом $n \le N$ в виде

$$S^{(n)}(x_1,\dots,x_n) = S^{(1)}(x_{j_1},\dots,x_{j_l})\, S^{(n-1)}(x_{j_{l+1}},\dots,x_{j_n}), \qquad /21/$$

коль скоро

$$\{x_{j_1},\dots,x_{j_l}\} \gtrsim \{x_{j_{l+1}},\dots,x_{j_n}\}. \qquad /21a/$$

<u>Доказательство:</u> Допустим, что лемма верна для $n \leq N$ и пусть аргументы $\{x_1, \dots, x_{N+1}\}$ таковы, что

$$\{x_{j_1}, \dots, x_{j_s}\} \gtrsim \{x_{j_{s+1}}, \dots, x_{j_{N+1}}\}. \qquad /*/$$

Выражая, как обычно, $S^{(n)}$ через вариационные производные, напишем тождество

$$\frac{\delta^{N+1} S}{\delta\varphi(x_1)\dots\delta\varphi(x_{N+1})} S^+ = \frac{\delta}{\delta\varphi(x_{j_{N+1}})}\left(\frac{\delta^N S}{\delta\varphi(x_{j_1})\dots\delta\varphi(x_{j_s})\delta\varphi(x_{j_{s+1}})\dots\delta\varphi(x_{j_N})} S^+\right) -$$

$$-\frac{\delta^N S}{\delta\varphi(x_{j_1})\dots\delta\varphi(x_{j_s})\delta\varphi(x_{j_{s+1}})\dots\delta\varphi(x_{j_N})} S^+ \cdot S \frac{\delta S^+}{\delta\varphi(x_{j_{N+1}})}.$$

Для радиационных операторов N-го порядка справедлива, по допущению, лемма 7, поэтому можем продолжить равенство, применяя лемму и раскрывая затем дифференцирование по $\varphi(x_{j_{N+1}})$ в первом члене:

$$= \frac{\delta}{\delta\varphi(x_{j_{N+1}})}\left(\frac{\delta^s S}{\delta\varphi(x_{j_1})\dots\delta\varphi(x_{j_s})} S^+\right) \cdot \frac{\delta^{N-s} S}{\delta\varphi(x_{j_{s+1}})\dots\delta\varphi(x_{j_N})} S^+ +$$

$$+\frac{\delta^s S}{\delta\varphi(x_{j_1})\dots\delta\varphi(x_{j_s})} S^+ \cdot \frac{\delta^{N-s+1} S}{\delta\varphi(x_{j_{s+1}})\dots\delta\varphi(x_{j_{N+1}})} S^+ + \frac{\delta^s S}{\delta\varphi(x_{j_1})\dots\delta\varphi(x_{j_s})} S^+ \cdot \frac{\delta^{N-s} S}{\delta\varphi(x_{j_{s+1}})\dots\delta\varphi(x_{j_N})} \cdot \frac{\delta S^+}{\delta\varphi(x_{j_{N+1}})} -$$

$$-\frac{\delta^s S}{\delta\varphi(x_{j_1})\dots\delta\varphi(x_{j_s})} S^+ \cdot \frac{\delta^{N-s} S}{\delta\varphi(x_{j_{s+1}})\dots\delta\varphi(x_{j_N})} S^+ \cdot S \frac{\delta S^+}{\delta\varphi(x_{j_{N+1}})}.$$

Здесь первый член равен нулю в силу леммы 5, так как точка $x_{j_{N+1}}$ входит во вторую группу в /*/, два же последние члена уничтожаются. Возвращаясь к операторам $S^{(n)}$, видим, что лемма верна и для $n = N + 1$. Поскольку для $n = 1$ она тривиальна, то лемма 7 доказана по индукции.

Интегральное условие причинности /21/ не только необходимо, но и достаточно для выполнения дифференциального условия /18/. Оказывается, что для получения последнего достаточно даже только выполнения /21/ для $n = 2$. В самом деле, раскроем вариационное дифференцирование по $\varphi(x)$ в левой части /18/

$$\frac{\delta}{\delta\varphi(x)}\left(\frac{\delta S}{\delta\varphi(y)}S^{+}\right)=\frac{\delta^{2}S}{\delta\varphi(x)\delta\varphi(y)}S^{+}+\frac{\delta S}{\delta\varphi(y)}S^{+}\cdot S\,\frac{\delta S^{+}}{\delta\varphi(y)}\,.$$

Первый член, в силу /21/, будет равен

$$\frac{\delta S}{\delta\varphi(y)}S^{+}\cdot\frac{\delta S}{\delta\varphi(x)}\overset{+}{S}\quad\text{для}\quad x\lesssim y\qquad\text{и}\qquad\frac{\delta S}{\delta\varphi(x)}S^{+}\cdot\frac{\delta S}{\delta\varphi(y)}S^{+}\quad\text{для}\quad y\lesssim x\,,$$

а второй – в силу унитарности – всегда даст $-\frac{\delta S}{\delta\varphi(y)}S^{+}\cdot\frac{\delta S}{\delta\varphi(x)}S^{+}$. Итак, мы получили, что при выполнении /21/

$$\frac{\delta}{\delta\varphi(x)}\left(\frac{\delta S}{\delta\varphi(y)}S^{+}\right)=\begin{cases}=\left[\frac{\delta S}{\delta\varphi(x)}S^{+},\ \frac{\delta S}{\delta\varphi(y)}S^{+}\right]_{-} & ;\quad x\gtrsim y\\[2ex] =0 & ;\quad x\lesssim y\,.\end{cases}\qquad /22/$$

Тем самым мы доказали

<u>Лемму 8:</u> Для выполнения дифференциального условия причинности достаточно, чтобы выполнялось интегральное условие причинности в форме

$$S^{(2)}(x_1,x_2)=S^{(1)}(x_{j_1})\,S^{(1)}(x_{j_2})\ \text{если}\quad x_{j_1}\gtrsim x_{j_2}\,.\qquad /23/$$

Почему же условия /23/ оказывается достаточно для вывода /18/, в то время как в теории возмущений для получения дифференциального условия причинности надо было требовать [7] выполнения интегрального условия для всех n ? Причина этого лежит в том, что теперь наши радиационные операторы $S^{(n)}$ зависят не только от явно выписанных аргументов $x_1,\dots,x_n$, но еще и функционально от $\varphi(x)$, причем эта последняя зависимость связывает друг с другом $S^{(n)}$ с разными номерами.

Результаты проведенного исследования условия причинности можно сформулировать в виде

$$\frac{\delta}{\delta\varphi(x)}\left(\frac{\delta S}{\delta\varphi(y)}S^{+}\right)=\frac{\delta^2 S}{\delta\varphi(x)\delta\varphi(y)}S^{+}+\frac{\delta S}{\delta\varphi(y)}S^{+}\cdot S\,\frac{\delta S^{+}}{\delta\varphi(y)}\,.$$

Первый член, в силу /21/, будет равен

$$\frac{\delta S}{\delta\varphi(y)}S^{+}\cdot\frac{\delta S}{\delta\varphi(x)}\overset{+}{S}\quad\text{для}\quad x\lesssim y\qquad\text{и}\qquad\frac{\delta S}{\delta\varphi(x)}S^{+}\cdot\frac{\delta S}{\delta\varphi(y)}S^{+}\quad\text{для}\quad y\lesssim x\,,$$

а второй – в силу унитарности – всегда даст $-\frac{\delta S}{\delta\varphi(y)}S^{+}\cdot\frac{\delta S}{\delta\varphi(x)}S^{+}$. Итак, мы получили, что при выполнении /21/

$$\frac{\delta}{\delta\varphi(x)}\left(\frac{\delta S}{\delta\varphi(y)}S^{+}\right)=\begin{cases}=\left[\frac{\delta S}{\delta\varphi(x)}S^{+},\ \frac{\delta S}{\delta\varphi(y)}S^{+}\right]_{-} & ;\quad x\gtrsim y\\[2ex] =0 & ;\quad x\lesssim y\,.\end{cases}\qquad /22/$$

Тем самым мы доказали

<u>Лемму 8:</u> Для выполнения дифференциального условия причинности достаточно, чтобы выполнялось интегральное условие причинности в форме

$$S^{(2)}(x_1,x_2)=S^{(1)}(x_{j_1})\,S^{(1)}(x_{j_2})\ \text{если}\quad x_{j_1}\gtrsim x_{j_2}\,.\qquad /23/$$

Почему же условия /23/ оказывается достаточно для вывода /18/, в то время как в теории возмущений для получения дифференциального условия причинности надо было требовать [7] выполнения интегрального условия для всех n ? Причина этого лежит в том, что теперь наши радиационные операторы $S^{(n)}$ зависят не только от явно выписанных аргументов $x_1,\dots,x_n$, но еще и функционально от $\varphi(x)$, причем эта последняя зависимость связывает друг с другом $S^{(n)}$ с разными номерами.

Результаты проведенного исследования условия причинности можно сформулировать в виде

Теоремы 1: Условия причинности в форме /18/ и в форме /23/ эквивалентны. Из любого из них следуют системы связей между операторами $S^{(K)}$, выражающиеся формулами /19/, /20/ и /21/ .

3. Системы уравнений для коэффициентных функций

Многообразные формы условия причинности, полученные в предыдущем разделе, представляли собой операторные уравнения. Во многих отношениях соблазнительнее иметь дело не с операторами, а с классическими функциями - коэффициентными функциями или матричными элементами. Доказанные выше соотношения позволяют вывести ряд систем уравнений для таких функций.

Заметим для этого, что условие причинности в форме /21/ можно записать /пренебрегая возможными совпадениями аргументов, ср. ниже/ в виде равенства

$$\frac{\delta^n S}{\delta\varphi(z_1)\dots\delta\varphi(z_n)} = P\begin{pmatrix} z_1,\dots,z_s \\ z_{s+1},\dots,z_n \end{pmatrix} \Theta(z_1,\dots,z_s;\, z_{s+1},\dots,z_n)\cdot \qquad /24/$$

$$\cdot\frac{\delta^s S}{\delta\varphi(z_1)\dots\delta\varphi(z_s)}\, S^+ \cdot \frac{\delta^{n-s} S}{\delta\varphi(z_{s+1})\dots\delta\varphi(z_n)}\, S^+,$$

где $\Theta(z_1,\dots,z_s;\, z_{s+1},\dots,z_n)$ равна 1, если все $z_1^0,\dots,z_s^0$ больше всех $z_{s+1}^0,\dots,z_n^0$ и равна нулю в противоположном случае. Если взять от этого равенства вакуумное среднее, то слева возникнет, согласно лемме, функция $(-i)^n\,\phi^n(z_1,\dots,z_n)$. Что же касается правой части, то ее надо будет , пользуясь /4/, разложить по полной системе состояний. При этом мы столкнемся с двумя возможностями.

Если в первую группу в /24/ входит только один аргумент , $s = 1$, то можно будет, пользуясь унитарностью S-матрицы, представить первый множитель правой части в виде

$$\frac{\delta S}{\delta\varphi(z_1)}\, S^+ = -S\,\frac{\delta S^+}{\delta\varphi(z_1)} \quad ,$$

после чего он выразится с помощью следствия леммы 3 через функции $\overset{*}{\Phi}{}^{\nu}(z_1,\dots,z_\nu)$.

Второй же множитель будет как раз иметь форму, сводящуюся к коэффициентным функциям Φ^{ν} с помощью леммы 3, и мы получим

$$\Phi^{n}(z_1,\dots,z_n) = P\left(\frac{z_1}{z_2,\dots,z_n}\right)\Theta(z_1;z_2,\dots,z_n)\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{m!}\int dx_1\dots dx_m\,dy_1\dots dy_m\,\cdot$$

$$\cdot\int\frac{dk_1\dots dk_m}{(2\pi)^{3m}\,2k_1^0\dots 2k_m^0}\, e^{-i\sum_1^m k(y-x)}\,\overset{*}{\Phi}{}^{m+1}(z_1,y_1,\dots,y_m)\,\Phi^{m+n-1}(x_1,\dots,x_m,z_2,\dots,z_n)\ .$$

Замечая теперь, что в силу принятой нормировки /6/, /8/ интегралы по каждому из $\underline{k}$:

$$\frac{1}{(2\pi)^3}\int\frac{d\underline{k}_j}{2k_j^0}\, e^{-ik_j(y_j-x_j)} = -i\,\mathcal{D}^{(-)}(y_j-x_j)$$

свертываются в функции $D^{(-)}(y-x)$, приходим к бесконечной системе уравнений для функций Φ^{ν} :

$$\Phi^{n}(z_1,\dots,z_n) = P\left(\frac{z_1}{z_2,\dots,z_n}\right)\Theta(z_1;z_2,\dots,z_n)\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-i)^m}{m!}\int dx_1\dots dx_m\,dy_1\dots dy_m\,\cdot \tag{25}$$

$$\cdot\,\overset{*}{\Phi}{}^{1+m}(z_1;y_1,\dots,y_m)\,D^{(-)}(y_1-x_1)\dots D^{(-)}(y_m-x_m)\,\Phi^{n-1+m}(x_1,\dots,x_m,z_2,\dots,z_n)\,.$$

Полученная система уравнений аналогична "системе А", которую вывели, исходя из других основных положений, Леман , Шиманчик и Циммерман [4] .

Другая возможность или, точнее, другая серия возможностей, реализуется, если выбрать в /24/ $1 < s < n-1$. Тогда условие унитарности уже не позволит нам преобразовать первый множитель в правой части /24/ к форме, разрешающей применение следствия леммы 3, и чтобы свести правую часть к функциям Φ^{ν}, нам останется только прибегнуть к разбиению на три множителя, то есть дважды воспользоваться разложением по полной системе состояний. Мы придем тогда к системе

$$\Phi^{n}(x_1,\dots,x_n) = P\left(\frac{x_1,\dots,x_s}{x_{s+1},\dots,x_n}\right) \Theta(x_1,\dots,x_s;x_{s+1},\dots,x_n) \sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty}\sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{i^{\ell+\nu+\mu}}{\ell!\,\nu!\,\mu!}\cdot$$

$$\cdot\int dz_1\dots dz_\ell\, du_1\dots du_\nu \int du_1'\dots du_\nu'\, dv_1\dots dv_\mu \int dz_1'\dots dz_\ell'\, dv_1'\dots dv_\mu' \cdot$$

$$\cdot\, \Phi^{s+\ell+\nu}(x_1,\dots,x_s,z_1,\dots,z_\ell,u_1,\dots,u_\nu)\, D^{(-)}(z_1-z_1')\dots D^{(-)}(z_\ell-z_\ell')\, D^{(-)}(u_1-u_1')\dots D^{(-)}(u_\nu-u_\nu')\cdot \qquad /26/$$

$$\cdot\, \overset{*}{\Phi}{}^{\nu+\mu}(u_1',\dots,u_\nu',v_1,\dots,v_\mu)\, D^{(-)}(v_1-v_1')\dots D^{(-)}(v_\mu-v_\mu')\cdot$$

$$\cdot\, \Phi^{n-s+\ell+\mu}(z_1',\dots,z_\ell',v_1',\dots,v_\mu',x_{s+1},\dots,x_n)$$

/точнее к набору систем, соответственно выбору значения s /. Структуру полученной системы уравнений полезно пояснить графической схемой:

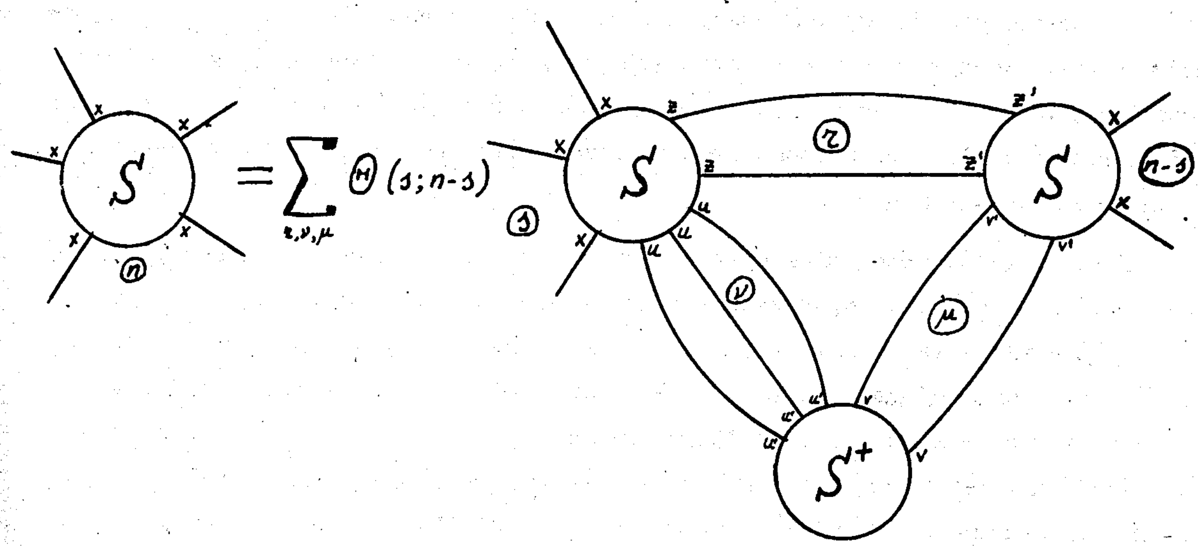

Рис. 1

Бесконечная система зацепляющихся уравнений /25/ ощутимо проще системы /26/. Однако ограничиться для нахождения функций только ею одной нельзя. Причина этого лежит в следующем, весьма существенном, обстоятельстве. Когда мы выписывали в предыдущем разделе различные формы /18/ – /23/ условия причинности, то всюду в них участвовали строгие неравенства между координатами – например, равенство /23/ справедливо только для $x_1 \lesssim x_2$ или для $x_2 \lesssim x_1$, но не для $x_1 = x_2$. Поэтому выражения /21/ или /23/ определяют функции $\varphi^\nu(x_1,\dots,x_\nu)$ не для всех значений аргументов: если какие-либо две точки, входящие в разные группы в условии /21а/ /или две точки в условии /23// совпадут, то соответствующее значение φ^ν останется неопределенным. Поэтому в правые части /25/ или /26/ надо ввести еще дополнительные /"контрчлены"/, отвечающие таким совпадениям аргументов[x)]. Последовательный учет этих контрчленов привел бы, по-видимому, к очень большим комбинаторным трудностям. Если, однако, мы разрешим себе использовать системы /26/ для всех значений ν, то легко заметить, что совокупность точек $x_1, \dots, x_n$ не допустит ни одного разбиения /21а/, если только все они совпадут. Иными словами, для каждой функции φ^n надо будет вводить только один контрчлен – остальные учтутся автоматически одной из формул /26/. Однако при этом придется прибегать к своеобразной "эквилибристике" – использовать для нахождения одной функции различные уравнения в зависимости от значения ее аргументов.

Еще одну систему уравнений можно получить из достаточного, по доказанному, для выполнения причинности условия /23/. Крупным преимуществом этой системы будет то, что в ней участвует только одна ϑ -функция; поэтому можно надеяться, что комбинаторные трудности отпадут. Однако здесь для получения замкнутой системы уже нельзя будет ограничиться вакуумным средним от операторного условия, а надо будет рассматривать матричные элементы между всеми состояниями. Такая система изучалась М.К.Поливановым и автором в другом месте, поэтому мы не будем ее здесь выписывать.

---

x) Формальное обращение с системами /25/, /26/ без учета этого обстоятельства приведет к известным расходимостям. Они возникают из-за умножения θ -функций на функции, недостаточно регулярные в нуле, что как показано в ВТДС §§ 4,5, эквивалентно незаконному применению интегральной формулы Коши к фурье-образам, не убывающим на бесконечности.

4. Функциональное разложение для матрицы рассеяния.

В предыдущем разделе мы установили несколько бесконечных систем зацепляющихся уравнений для нахождения коэффициентных функций Φ^{ν} функционального разложения /10/ матрицы рассеяния по нормальным произведениям асимптотических полей. Решение этих систем /даже приближенное/ представляет значительные трудности. Оказывается, что ряд сведений о функциональном разложении /10/ можно получить, если пойти другим путем. Именно, мы покажем, что все коэффициентные функции можно выразить через вакуумные средние Т-произведений некоторого набора операторов. При этом замечательным образом окажется, что структура функционального разложения /10/ близко напоминает структуру развитого в [1,2] функционального разложения по степеням "функции включения взаимодействия" или, грубо говоря, обычного разложения теории возмущений.

Обратимся опять к радиационным операторам $S^{(n)}$ /11/. Условие причинности выражается через них формулой /21/. С другой стороны, если выполнить n вариационных дифференцирований условия унитарности ВТДС I (5), то на операторы $S^{(n)}$ наложатся требования

$$\sum_{m=0}^{\infty} P\left(\frac{x_1,\dots,x_{n-m}}{x_{n-m+1},\dots,x_n}\right) S^{(n-m)}(x_1,\dots,x_{n-m}) \overset{+}{S}{}^{(m)}(x_{n-m+1},\dots,x_n) = \delta_{n0} . \qquad /27/$$

Мы можем забыть теперь о способе образования /11/ радиационных операторов $S^{(n)}$ и поставить перед собой чисто алгебраическую задачу: найти общий вид операторов, удовлетворяющих условиям /21/ и /27/. Но условия /21/ и /27/ - это в точности те условия, которым должны удовлетворять операторные коэффициентные функции разложения S-матрицы в ряд по степеням "функции включения взаимодействия $g(x)$ (См. [2], формула /18.1/ ; [7], формула /1/): условие /21/ алгебраически совпадает с "интегральным условием причинности" /7/ из [7], а условие /27/ - с условием унитарности /18.9/ из [2].

Таким образом оказывается, что задача отыскания общего вида радиа - ционных операторов $S^{(n)}$ тождественна с задачей нахождения общего вида коэффициентных функций матрицы рассеяния в теории возмущений. Последняя задача была разрешена в [2] и, специально с аналогичным /21/ видом условия причинности, - в [7]. Именно, было показано, что все условия /21/ и /27/ совместны друг с другом и что каждая из операторных функций $S^{(n)}(x_1,\dots,x_n)$ выражается через операторные функции низших номеров с точностью до антиэрмитовой части ее значения при всех совпадающих аргументах. Эти последние значения могут быть заданы произвольно.

Поэтому и в нашем случае общее выражение для $S^{(n)}$ будет иметь форму:

$$S^{(n)}(x_1,\dots,x_n) = (-i)^n\, T\left[\Lambda_1(x_1)\dots\Lambda_1(x_n)\right] +$$

$$+\sum_{\substack{1\le m\le n-1\\ \nu_1+\dots+\nu_m=n\\ \nu_j\ge 1}} \frac{(-i)^m}{m!} P\left(x_1,\dots,x_{\nu_1}\,\middle|\,x_{\nu_1+1},\dots,x_{\nu_1+\nu_2}\,\middle|\dots\middle|\,x_{\nu_1+\dots+\nu_{m-1}+1},\dots,x_n\right)\cdot$$

$$\cdot T\left[\Lambda_{\nu_1}(x_1,\dots,x_{\nu_1})\dots\Lambda_{\nu_m}(x_{\nu_1+\dots+\nu_{m-1}+1},\dots,x_n)\right], \qquad /28/$$

где

$$P(x_1,\dots,x_{\nu_1}|\dots|\dots,x_n) -$$

введенный в [2] оператор суммирования по всем возможным $\frac{n!}{\nu_1!\,\nu_2!\dots\nu_m!}$ разбиениям совокупности n точек на m групп по ν_1, ν_2, ..., ν_m точек в каждой.

Операторы $\Lambda_\nu(x_1,\dots,x_\nu)$ - это произвольные операторы со свойствами:

/1/ локальности:

$$\Lambda_\nu(x_1,\dots,x_\nu)=0 \quad \text{исключая случай} \quad x_1=x_2=\dots=x_\nu, \qquad /29/$$

/2/ эрмитовости:

$$\Lambda_\nu^+(x_1,\dots,x_\nu) = \Lambda_\nu(x_1,\dots,x_\nu), \qquad /30/$$

/31/ симметрии:

$$\Lambda_\nu(x_{\alpha_1},\dots,x_{\alpha_\nu}) = \Lambda_\nu(x_1,\dots,x_\nu) , \qquad /31/$$

и /4/ коммутативности в пространственно-подобных точках,

$$\text{если} \quad \left[\Lambda_\nu(x_1,\dots,x_\nu),\ \Lambda_\mu(y_1,\dots,y_\mu)\right]_- = 0 , \qquad /32/$$

$$(x_1 = \dots = x_\nu) \sim (y_1 = \dots = y_\mu) .$$

Они отражают отмеченную свободу в выборе значений радиационных операторов $S^{(\nu)}$ при совпадающих аргументах. Первый из них совпадает с оператором тока:

$$\Lambda_1(x) = j(x) = i\, S^{(1)}(x) . \qquad /33/$$

Подчеркнем, что в формуле /28/ имеется в виду, что мы как-то фиксируем имеющийся для каждого ν произвол в определении Т-произведения для совпадающих аргументов /правила интегрирования вблизи нуля/, притом таким образом, чтобы при этом не нарушалась унитарность, и после этого добавляем оператор Λ_ν. Поэтому можно сказать, что в операторы Λ_ν выделены неоднозначности Т-произведений; они играют роль контрчленов, о которых говорилось выше в связи с бесконечными системами уравнений. Если бы мы не хотели выделять контрчлены, то в формуле /28/ было бы достаточно ограничиться Т-произведением токов, но при любом совпадении аргументов возникал бы произвол[x].

---

[x] Заметим, что в нашем подходе контрчлены играют более заметную роль, чем в теории возмущений. Если там они были существенны практически только для вопросов, связанных с бесконечностями и перенормировками, то здесь, как легко убедиться, воспользовавшись для тока выражением из теории возмущений, операторы Λ_ν с $\nu>1$ будут давать вклад и в процессы, не содержащие расходимостей - например, в комптон-эффект в низшем порядке. Причина состоит в том, что "основной" член в /28/ или /34/-это Т-произведение токов, а не лагранжианов.

Поскольку /Лемма 1/ коэффициентные функции Φ^n разложения /10/ получаются усреднением радиационных операторов $S^{(n)}$ по вакууму, то с помощью /28/ они тоже выразятся через последовательность операторов $\Lambda_1, \dots, \Lambda_\nu, \dots$:

$$\Phi^n(x_1,\dots,x_n) = \langle 0|T[j(x_1)\dots j(x_n)]|0\rangle +$$
$$+\sum_{\left(\substack{2\le m\le n-1\\ \Sigma\nu=n}\right)} \frac{i^{n-m}}{m!} P(x_1,\dots,x_{\nu_1}|\dots|\dots,x_n)\langle 0|T[\Lambda_{\nu_1}(x_1,\dots,x_{\nu_1})\dots\Lambda_{\nu_m}(\dots,x_n)]|0\rangle + \qquad /34/$$
$$+ i^{n-1}\langle 0|\Lambda_n(x_1,\dots,x_n)|0\rangle.$$

5. Дискуссия

Полученные выражения /28/ и /34/ для радиационных операторов и коэффициентных функций S-матрицы значительно проясняют структуру функционального разложения /10/ матрицы рассеяния. В частности они могут оказаться ценным орудием при попытках приближенного решения бесконечных систем уравнений для функций Φ^n. Однако они, конечно, ни в коей мере не могут претендовать на роль решения основной задачи нахождения матрицы рассеяния без теории возмущений.

В самом деле, прежде всего и в теории возмущений формула, внешне тождественная формуле /28/, решает вопрос только о формальном построении матрицы рассеяния. Формальном потому, что непосредственное ее применение приводит при совпадении аргументов Т-произведений к расходящимся выражениям. Как известно, дальнейший шаг состоит в том, что на всю сумму, аналогичную сумме /28/, налагается условие отсутствия расходимостей, причем удается показать /см. [2], § 26/, что такому условию всегда можно удовлетворить за счет выбора произвольных операторов Λ_ν. В нашем случае такую работу предстоит еще провести.

Главное отличие наших формул от разложения теории возмущений состоит, однако, в другом. В теории возмущений квазилокальные операторы Λ_ν зависят только от координат $x_1, \dots, x_\nu$ /точнее, от операторов свободных полей в этих, совпадающих, точках/. В нашем случае операторы Λ_ν зависят не только от координат $x_1,\dots,x_\nu$, но и функционально от $\varphi(y)$:

$$\Lambda_\nu(x_1,\dots,x_\nu) = \Lambda_\nu(x_1,\dots,x_\nu\,|\,\varphi(y)). \qquad /35/$$

То же справедливо, конечно, и для операторов $S^{(n)}$. Про эту зависимость нам пока ничего не известно в деталях; ясно только, что она будет связывать операторы разных номеров.

С учетом этого обстоятельства формула /28/ выражает операторы $S^{(n)}$ при некотором "фиксированном" $\varphi(y)$ через относящиеся к тому же "значению" $\varphi(y)$ произведения операторов Λ_ν - следовательно, через $\Lambda_\nu(\dots|\varphi(y))$ с любыми $\varphi(y)$ / сумма по полной системе!/. Поэтому, чтобы формулы /28/, /34/ смогли бы послужить основой для решения вопроса о нахождении матрицы рассеяния без теории возмущений, надо еще выяснить характер функциональной зависимости операторов Λ_ν от $\varphi(y)$. Эта задача составляет предмет самостоятельного исследования, которое будет выполнено в другом месте.

В заключение я хочу поблагодарить Н.Н.Боголюбова и М.К.Поливанова за постоянный интерес к работе и ценную дискуссию.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 августа 1960г.

Литература

1. Н.Н.Боголюбов, Изв. АН СССР, сер.физ. 19 , 237 /1955/.
2. Н.Н.Боголюбов и Д.В.Ширков, Введение в теорию квантованных полей. М.Гостехиздат /1957/.
3. H. Lehmann, Nuovo Cimento, 11, 342 , (1954).
4. H.Lehmann, K.Symanzik and W.Zimmermann, Nuovo Cimento, 1, 205 (1955).
5. W.Heisenberg, Zs.f.Phys. 120, 513, 673 (1943).
6. Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев и М.К.Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений. М. Физматгиз /1958/.
7. Б.В.Медведев, ЖЭТФ 31 , 791 /1956/.
8. В.Л.Бонч-Бруевич и Б.В.Медведев, ЖЭТФ 25, 410 /1953/.