ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

И.М.Гельфанд , А.Ф. Грашин ,
Л.Н. Иванова , И.Я.Померанчук , Я.А.Смородинский

Д - 598

ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ Р-Р-РАССЕЯНИЯ ПРИ 95, 150 и 310 МЭВ

Дубна 1960 год

Д - 598

И.М.Гельфанд[x/], А.Ф. Грашин[xx/],
Л.Н. Иванова[x/], И.Я.Померанчук[xx/], Я.А.Смородинский

ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ Р-Р-РАССЕЯНИЯ ПРИ 95, 150 и 310 МЭВ

/Доклад на X конференции по физике высоких энергий, Рочестер, 1960 год/

---

x/ МИАН СССР

xx/ ИТЭФ АН СССР.

1. Введение

Целью этого сообщения является изложение результатов фазового анализа pp-рассеяния при энергиях 95, 150, 300 Мэв. Анализ производился с помощью нового численного метода /метода "оврагов"/, предложенного И.М.Гельфандом, который позволил существенно продвинуться в выяснении характера приемлемых областей фазового пространства /решений/ и вопроса об однозначности.

При анализе ставились, в основном, три задачи:

1. Выяснить, в какой мере опубликованные в литературе решения /1-3/, выполненные общепринятым градиентным методом, исчерпывают возможные решения. При этом было существенно заново проанализировать допуски для возможных значений фаз, задаваемые обычно матрицей ошибок.

2. Выяснить роль "модифицированного анализа" /2,4/, при котором учитывается полюсной /одномезонный / вклад в амплитуду рассеяния. При этом выяснить, в какой мере модифицированный анализ позволяет уточнить значения фаз без увеличения точности экспериментальных данных, и в какой мере он позволяет уменьшить число необходимых опытов /5/.

3. Выяснить, возможно ли из существующих экспериментальных данных получить "периферийные" фазы, для которых основной вклад должно давать одномезонное приближение, и проверить тем самым правильность оценки точности одномезонного приближения, полученной путем вычисления двухмезонных фаз /6/.

2. Метод "оврагов"

Подбор фаз, наилучшим образом описывающих экспериментальные данные, обычно производится минимизированием квадратичного отклонения

$$\chi^2(\delta) = \sum\left(\frac{Y(\delta) - Y_{эксп}}{\Delta_{эксп}}\right)^2. \qquad /1/$$

Здесь $Y(\delta)$ - значения измеряемых функций /сечения и т.д./ при варьируемых значениях фаз δ, $Y_{эксп}$ - соответствующие измеренные значения; сумма распространена на все выбранные точки измеренных кривых. Формально задача сводится, таким образом, к определению локальных минимумов функции /1/ в многомерном фазовом пространстве параметров δ. Ясно, что обследовать равномерно все пространство при большом числе фаз практически невозможно. Уже при 9 параметрах, выбирая лишь 10-15 значений каждого из них, мы приходим к необходимости обследовать около 10^{10} точек. Поэтому сейчас общепринят метод случайного бросания ряда точек с последующим спуском по градиенту. Найденные конечные пункты таких маршрутов /локальные минимумы/ и называют решениями. Точность решения оценивается матрицей ошибок /см., например, [1-3] /.

Очевидно, что такой метод не дает достаточной гарантии, что найдены все области с низкими значениями χ^2. Кроме того он по существу приспособлен не для выяснения топографии поверхности /1/, что нужно для выяснения неоднозначности решения, а для нахождения отдельных "ямок", которые не обязательно должны отвечать истинным решениям. Метод не удобен и практически, так как маршрут следует за мелкими подробностями рельефа, не имеющими обычно никакого физического смысла, и для него неопреодолимы отдельные "углубления", в которых он и застревает. По этой причине решения, принадлежащие фактически одной области, могут выступать как отдельные решения с небольшими допусками, задаваемыми матрицами ошибок.

Указанные недостатки отсутствуют в методе "оврагов" [x/], характерной особенностью которого являются "скачки" конечной длины вдоль "оврагов" низких значений χ^2. Если сеть "оврагов" не слишком запутана, то этот метод сравнительно быстро позволяет найти все области с низкими значениями χ^2; такое положение имеет место у "хорошо организованных" функций, какими обычно оказываются функции многих переменных, встречающиеся в практических задачах.

При выполнении фазового анализа необходимо условится о том, какие решения считать приемлемыми. В этой работе мы принимали, что решение приемлемо, если соответствущее χ^2 не превышает удвоенного среднего математического ожидания $\overline{\chi^2}$. Сравнение кривых показывает, что при этом они достаточно хорошо согласуются с экспериментальными. Следует подчеркнуть,

---

x/ Подробное изложение метода будет опубликовано отдельно.

что при существующих экспериментальных данных [x/] было бы разумным даже ослабить критерий приемлемости, допуская, например, решения со значениями $\chi^2 \leqslant 3\bar{\chi}^2$. Очевидно, что это привело бы к некоторому расширению области решений.

3. Учет одномезонного "хвоста"

При составлении квадратичного отклонения /1/ все фазы, соответствующие большим орбитальным моментам, учитывались в одномезонном приближении, как это предложено в работе [/4/]. Выбор значений моментов, начиная с которых фазы "закреплялись" в одномезонном приближении, производился на основании оценок двухмезонных поправок, полученных Галаниным и др.[/6/]. Одномезонный "хвост" вычислялся при значении мезон-нуклонной константы $g^2 = 14{,}5$.

В работах берклиевской группы g^2 также варьировалась, и ее экспериментальное значение, отвечающее минимуму χ^2, принималось за экспериментальное значение этой константы. Такую процедуру нельзя признать последовательной. Действительно, замена истинного "хвоста" одномезонным верна лишь для достаточно больших ℓ, поэтому на каждом этапе вычислений следовало бы искать и малые поправки к вычисленным фазам, варьируя χ^2 по отношению к ним. Так как в действительности вычисленные фазы не варьируются, то необходимые поправки к некоторой степени автоматически учитываются изменением параметра g^2. В результате найденное значение должно отличаться от истинного и стремиться к нему по мере увеличения числа варьируемых фаз, если точность экспериментальных данных допускает это. Точность существующих данных невелика, и уточнение анализа за счет варьирования g^2 выходит за пределы экспериментальных ошибок.

В качестве независимых варьируемых параметров использовались собственные фазы с учетом кулоновского взаимодействия δ_ℓ^J /BB- shifts в обозначениях Стэппа и др.[/1/]/. Однако, для удобства введения одномезонного "хвоста"

[x/] Отметим, что вновь опубликованные данные для 98 Мэв отличаются от использованных нами на несколько статистических ошибок при некоторых углах рассеяния. Аналогичное положение имеет место, как известно, для деполяризации при 150 Мэв.

и сравнения с одномезонным приближением использовались также действительные части матрицы рассеяния $(2i)^{-1} S^{J}_{\ell,\ell'}$

$$\xi_2 = \mathcal{R}e\left(\frac{1}{2i} S^{2}_{1,3}\right) \qquad \eta^2_3 = \mathcal{R}e\,\frac{1}{2i}\left[S^{2}_{3,3} - e^{i\varphi_3}\right]$$

$$\eta^4_3 = \mathcal{R}e\,\frac{1}{2i}\left[S^{4}_{3,3} - e^{i\varphi_3}\right]$$

/ φ_3 – кулоновская фаза/, совпадающие с точностью до квадратичных поправок с ядерными фазами / NB в обозначениях Стэппа/,

4. Анализ для 95 Мэв

К началу нашей работы для этой энергии имелись лишь данные о сечении σ и поляризации P, которые были обработаны с пятью варьируемыми параметрами[x]

$$\delta_0({}^1S_0),\ \delta_2({}^1D_2),\ \delta^0_1({}^3P_0),\ \delta^1_1({}^3P_1),\ \delta^2_1({}^3P_2).$$

Начиная с F фаз и параметра ξ_2 вводилось одномезонное приближение. При таком анализе была найдена очень большая и сложная область решений. Добавление недавно опубликованных данных по деполяризации D /7/ не привело к существенному уменьшению области решений.

Полученную область можно очень грубо охарактеризовать, задавая границы изменения фаз, что отвечает примерному заданию 5 мерного описанного параллелепипеда вокруг области решений. При этом мы, естественно, теряем возможность показать некоторые корреляции /не очень существенные/ между границами по разным фазам. В таблице 1 показаны полученные таким способом границы.

Для выяснения возможности определения периферийный фаз анализ был повторен с варьированием 9 параметров /дополнительно ξ_2 и F фазы/.

---

[x] Расчеты для 95 Мэв по сечению и поляризации выполнены совместно с В.А.Боровиковым.

При этом размеры области несколько расширились и в минимумах получены значения $\chi^2 = 10$ /при $\overline{\chi^2} = 24$/. Это позволяет думать, что из существующих данных невозможно сколько-нибудь надежно получить параметр смешивания ξ_2 и F фазы и позволяет сделать лишь вывод о том, что одномезонные значения для этих фаз не противоречат эксперименту.

При рассмотрении топографии полученной области видно, что она имеет тенденцию разделиться на две, так как в местах предполагаемого раздела проходит невысокий "хребет" с $\chi^2 \approx 3\overline{\chi^2}$. Включение данных нового опыта приведет, по-видимому, к более отчетливому разделению на две области, которые мы назовем областями № 1 и №2. Аналогично анализу для 150 Мэв /см.ниже/ эффективным в этом смысле должно быть измерение вращения поляризации R. В качестве примера в таблице 1 приведены решения из области № 1 и № 2.

5. Анализ для 150 Мэв

Был приведен 9-параметрический анализ данных σ, P, D, R /деполяризация взята из работы Гарвардской лаборатории/. В отличие от анализа при 95 Мэв были обнаружены две резко разделенные области, границы которых указаны в таблице 2. Основную роль в получении сравнительно узких областей сыграло включение данных по вращению поляризации R. На меньшую роль деполяризации указывает также то, что при замене данных Гарварда на заметно отличающиеся данные Харуэлла мы получили, в основном, лишь некоторое смещение областей.

Решение, найденное Стэблером и Ломоном [3], лежит в области № 1, однако подчеркнем, что указанные ими допуски занижены в несколько раз.

Интересным результатом оказались узкие допуски для D и F фаз. Для выяснения роли F фаз были проведены также вычисления, при которых параметр смешивания ξ_2 и все более высокие фазы полагались равными нулю. В другом варианте эти фазы аналогично анализу при 95 Мэв заменялись на теоретические /одномезонные $\xi_2 = -0{,}075$, $\eta_3^2 = 0{,}03$, $\delta_3^3 = -0{,}02$ одно + двухмезонное значение [6] $\eta_3^4 = 0{,}015$/. В обоих вариантах не удалось получить решений с $\chi^2 < 150$. Это подтверждает правильность узких допусков для этих фаз и указывает на важность не только самих фаз, но и отклонений от одномезонных значений.

6. Анализ для 310 Мэв

Был проведен 9 параметрический анализ данных по σ, P, D, R, A. Метод оврагов обнаружил все 8 известных решений /точнее соответствующие им области/. Других областей с низкими χ^2 не найдено. Однако, полученные ранее допуски /1,2/ оказались в несколько раз заниженными. Решения 1 и 3 лежат в одной области /область № 1/, аналогично решениям 2 и 4 /область № 2/ и решениям 5 и 8. Решение 7 четко изолировано от этих трех областей, а решение 6 близко примыкает к области № 1 и отделено от нее "хребтом" с $\chi^2 \approx 130$. В таблице 3 указаны границы областей № 1 и № 2 по удвоенным и утроенным средним значениям $\overline{\chi^2} = 26$, а также несколько решений, лежащих за пределами указанных ранее ошибок.

7. Выводы

1. Фазовый анализ, по крайней мере при недостаточно полном наборе экспериментальных данных, дает в качестве решения довольно большие сложные области, которые нельзя описать с помощью указания локальных минимумов и матриц ошибок. Полученные ранее общепринятой методикой допуски для возможных значений фаз существенно занижены.

2. "Модифицированный" анализ не уменьшает кратности решения и не дает возможности уменьшить число необходимых опытов, но приводит к некоторому уменьшению допустимых областей, ослабляя тем самым требования к точности экспериментальных кривых. Сглаживая подгоночные кривые, он позволяет ограничиться также измерениями на небольшом числе углов рассеяния.

3. Области № 1 при разных энергиях являются продолжением одна другой. То же можно сказать об областях № 2. Решения 5-8 и 7 для 310 Мэв при их продолжении к меньшим энергиям исчезают и не дают новых областей, что может служить указанием на их непригодность. Решение № 1 при 95 Мэв дает значения ^3P фаз, близкие к одномезонным, и положительную ^1S фазу, что соответствует знаку ^1S фазы в области приближения длины рассеяния. Решение № 2 этими свойствами не обладает.

4. Существующие данные позволяют с удовлетворительной точностью выделить "слабо периферийные" фазы, соответствующие прицельным параметрам $r_0 \approx \mu^{-1}$ /D и F фазы при 150 Мэв/. Эти фазы качественно согласуются с теоретическими [6], однако количественное сравнение в настоящее время провести невозможно.

5. Для получения однозначного и достаточно точного анализа необходимо проведение дополнительных опытов и дальнейшее повышение точности эксперимента.

Авторы благодарны М.А.Евграфову и И.И.Пятецкому-Шапиро за помощь в разработке методики, С.Л.Гинзбург за неоценимую помощь в расчетах, а также В.А.Боровикову, принимавшему участие в начальной стадии работы.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 августа 1960 года.

Т а б л и ц а 1

Границы области решений для 95 Мэв и некоторые решения

Фазы	Общие границы обл. № I и № 2	Два решения из обл. № I		Решение из обл. № 2
		$X^2=20$	$X^2=24$	$X^2=34$
$^1S_0$	-0,45 ↔ 0,45	0,17 —	0,35	-0,25
$^1D_2$	-0,07 ↔ 0,16	-0,06 —	0,105	0,13
$^3P_0$	-0,35 ↔ 0,6	0,45 —	0,25	-0,23
$^3P_1$	-0,23 ↔ 0.16	-0,046 —	-0,20	0,13
$^3P_2$	0,15 ↔ 0,32	0,27	0,28	0,28

Т а б л и ц а 2

Границы областей решений для I50 Мэв и некоторые решения

Фазы	Границы обл.№ I $\chi^2 \leqslant 2\overline{\chi^2}$	Границы обл. № I $\chi^2 \leqslant 3\overline{\chi^2}$	Решение из обл.№I $\chi^2 = 37$	Границы обл.№2 $\chi^2 \leqslant 3\overline{\chi^2}$		Решение из обл.№2 $\chi^2 = 58$
$^1S_0$	0,2 → 0,4	0,2 ↔ 0,45	0,296	-0,6	0,I	-0,I55
$^1D_2$	0,09 ↔ 0,I6	0,08 ↔ 0,I6	0,I34	0,05	0,I7	0,I39
$^3P_0$	0,02 ↔ 0,2	0 ↔ 0,25	0,I32	-0,5	-0,35	-0,4I5
$^3P_1$	-0,35 ↔ -0,27	-0,35 ↔ -0,27	-0,295	0,04	0,I3	0,090
$^3P_2$	0,25 ↔ 0,3	0,24 ↔ 0,3	0,280	0,3	0,36	0,32I
ξ_2	-0,06 ↔ -0,02	-0,06 ↔ -0,02	-0,034	-0,I	-0,06	-0,079
η_3^2	-0,04 ↔ 0,02		-0,024			0,007
$^3F_3$	-0,02 ↔ 0,07					
η_3^1	-0,0I → 0,03		0,0I6			-0,034
			-0,00I			-0,007

Т а б л и ц а   3

Границы областей решений для 3I0 Мэв и некоторые решения

Фазы	Границы обл. № I $\chi^2 \le 2\overline{\chi^2}$	Границы обл. № I $\chi^2 \le 3\overline{\chi^2}$	Пять решений из области I $\chi^2 = 30$	43	45	49	50
$^1S_0$	-0,4 ↔ 0	-0,45 ↔ 0,05	-0,204	-0,267	-0,387	-0,I4	-0,I58
$^1D_2$	0,I8 ↔ 0,27	0,I6 ↔ 0,28	0,240	0,228	0,248	0,25	0,200
$^3P_0$	-0,45 ↔ 0	-0,5 ↔ 0,I	-0,2I7	-0,324	-0,245	-0,0I3	-0,223
$^3P_1$	-0,55 ↔ -0,35	-0,55 ↔ -0,35	-0,427	-0,43I	-0,365	-0,384	-0,5I7
$^3P_2$	0,26 ↔ 0,4	0,25 ↔ 0,45	0,309	0,27I	0,304	0,374	0,273
ξ_2	-0,07 ↔ 0,02	-0,07 ↔ 0,02	-0,0I8	-0,009	0,00I	-0,0I4	-0,027
η_3^2	-0,05 ↔ 0,07		0,029	0,030	0,030	-0,040	0,0I7
$^3F_3$	-0,II ↔ -0,00		-0,045	-0,077	-0,076	-0,027	-0,036
η_3^4	0,0I ↔ 0,08		0,067	0,064	0,077	0,0I6	0,055

Фазы	Границы обл. № 2 $\chi^2 \le 2\overline{\chi^2}$	Границы обл. № 2 $\chi^2 \le 3\overline{\chi^2}$	Пять решений из области 2 $\chi^2 = 36$	43	45	48	49
$^1S_0$	-0,65 ↔ -0,2	-0,7 ↔ -0,I	-0,5I5	-0,5I5	-0,4I7	-0,4I3	-0,250
$^1D_2$	0,05 ↔ 0,I5	0,03 ↔ 0,I6	0,I02	0,I42	0,I02	0,096	0,034
$^3P_0$	-0,85 ↔ -0,25	-I ↔ -0,I5	-0,46I	-0,48I	-0,697	-0,33	-0,805
$^3P_1$	-0,23 ↔ -0,05	-0,25 ↔ -0,04	-0,I22	-0,II9	-0,I87	-0,I93	-0,I75
$^3P_2$	0,35 ↔ 0;45	0,34 ↔ 0,46	0,430	0,406	0,364	0,45	0,37I
ξ_2	-0,I5 ↔ -0,I	-0,I5 ↔ -0,I	-0,I08	-0,II7	-0,I33	-0,I32	-0,I34
η_3^2	-0,03 ↔ 0,07		0,004	-0,008	0,009	0,008	0,036
$^3F_3$	0 ↔ 0,04		0,023	0,0I5	0, 0I5	0,028	0,0II
η_3^4	0,03 ↔ 0,I		0,063	0,007	0,069	0,076	0,068

Литература

1. N.P.Stapp, T.J.Ypsilantis, N.Metropolis, Phys.Rev. 105, 302(1957).

2. P.Gziffka , M.H. Macgregor, M.J.Moravcsik, N.P.Stapp, Phys.Rev. 114, 880 (1959).
M.H.Macgregor, M.J.Moravcsik, N.P.Stapp, Phys.Rev. 116, 1248 (1960).

3. R.C.Stabler E.L.Lomon, Nuovo Cimento, 15, 150 (1960).

4. А.Ф.Грашин. ЖЭТФ, 36, 1717 /1959/.

5. Л.Д.Пузиков, Р.М.Рындин, Я.А.Смородинский. ЖЭТФ. 32, 592/1957/.

6. А.Д.Галанин, А.Ф.Грашин, Б.Л.Иоффе, И.Я.Померанчук. ЖЭТФ, 37, 1663 /1959/; ЖЭТФ, 38, 475 /1960/; Nucl.Phys. 17, 181, (1960).
А.Ф.Грашин, Ю.И.Кобзарев. ЖЭТФ, 38, 863 /1960/.

7. E.H.Thorndike, T.R.Ophel, Phys.Rev. Lett., 4, 486 (1960).