ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

С.М. Биленький, Р.М. Рындин

Д - 589

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ МЯГКИХ γ-КВАНТОВ ПРИ РАССЕЯНИИ ЭЛЕКТРОНОВ ПРОТОНАМИ

ЖЭТФ, 1961, т40, в3, с819.

Дубна 1960 год

Д – 589

С.М. Биленький, Р.М. Рындин

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ МЯГКИХ γ-КВАНТОВ ПРИ РАССЕЯНИИ ЭЛЕКТРОНОВ ПРОТОНАМИ

А н н о т а ц и я

Рассматривается излучение мягких γ - квантов при $e - p$ рассеянии. Показано, что первые два члена разложения амплитуды по степеням энергии фотона выражаются через электромагнитные форм-факторы протона. Получено дифференциальное сечение процесса в этом приближении.

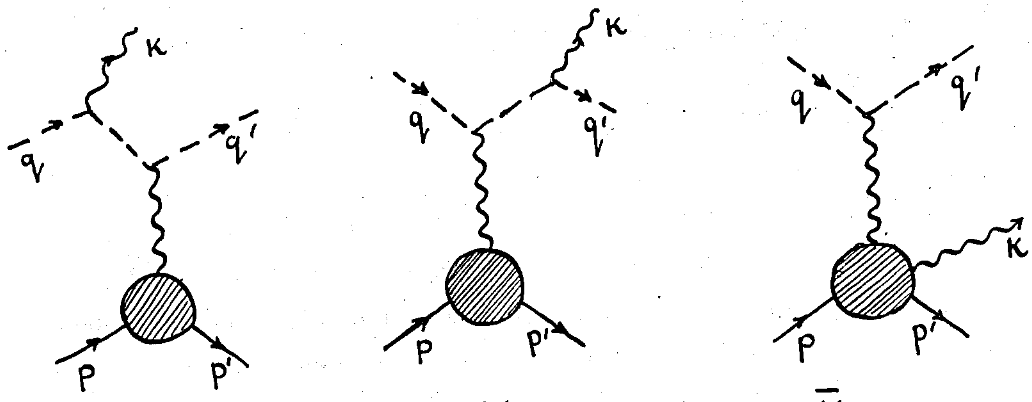
1. Введение

Изучение упругого рассеяния электронов больших энергий протонами и ядрами является в настоящее время основным источником сведений об электромагнитной структуре нуклонов. Выполненные опыты позволили сделать важные заключения о поведении электромагнитных форм-факторов нуклонов $F_1^{p,n}$ и $F_2^{p,n}$ как функций квадрата четырехмерной передачи импульса. Представляют большой интерес и другие процессы, изучение которых дает возможность получить дополнительную информацию о форм-факторах F_1 и F_2 [1,2]. В настоящей работе рассматривается тормозное излучение мягких γ-квантов при $e-p$ -рассеянии. Будет показано, что первые два члена разложения дифференциального сечения этого процесса по степеням энергии фотона выражаются через электромагнитные форм-факторы протона и их производные по передачи импульса.

При получении амплитуды процесса используется общий метод рассмотрения излучения мягких γ-квантов, предложенный Лоу [3,4]. В соответствии с этим методом вначале рассматривается та часть амплитуды, которая имеет полюс при k равном нулю / k – импульс фотона/. При этом показано, что произведение точного перенормированного вершинного оператора, соответствующего излучению реального γ-кванта, на точную перенормированную функцию распространения нуклона выражается вследствие тождества Уорда с точностью до членов порядка $1/k$ и константы через заряд, массу и аномальный магнитный момент физического нуклона. Затем, на основе градиентной инвариантности находится несодержащая полюса часть амплитуды. В заключительной части работы приводится выражение для дифференциального сечения процесса.

2. Амплитуда процесса

Процесс излучения γ-квантов при рассеянии электронов протонами в низшем приближении по e, но с учетом сильных взаимодействий нуклона, описывается диаграммами следующего вида:



1а 1б II

Здесь q и q' обозначают 4-импульсы электрона до и после столкновения, p и p' импульсы протона, а k - импульс γ -кванта. Очевидно, что нуклонная вершинная часть графиков 1а и 1б определяется форм-факторами, описывающими упругое рассеяние электронов протонами с соответствующей передачей импульса.

Запишем элемент S -матрицы в виде:

$$S(p',q',k;p,q) = -(2\pi)^4 i \left(\frac{M^2 m^2}{2k_0 p_0' p_0 q_0' q_0}\right)^{1/2} \varepsilon_\mu \left(T_\mu^{I} + T_\mu^{II}\right) \delta\left(p'+q'+k-p-q\right) \qquad /1/$$

где M и m - массы протона и электрона, ε_μ - вектор поляризации фотона, $p_0 = -ip_4$, $q_0 = -iq_4$ и т.д., а и T_μ^{I} и T_μ^{II} представляют собой вклады диаграмм /1а, 1б/ и II, соответственно. Для T_μ^{I} имеем:

$$T_\mu^{I} = \bar{u}(q')\left[ie\gamma_\mu \frac{1}{i\gamma(q'+k)+m} ie\gamma_\nu + ie\gamma_\nu \frac{1}{i\gamma(q-k)+m} ie\gamma_\mu\right] u(q) \times$$

$$\bar{v}(p') ie \left[F_1\left((p'-p)^2\right)\gamma_\nu - \frac{\mu_p}{2M} F_2\left((p'-p)^2\right)\sigma_{\nu\rho}(p'-p)_\rho\right] v(p) \frac{1}{(p'-p)^2} \qquad /2/$$

Здесь μ_p, F_1 и F_2 - аномальный момент /в ядерных магнетонах/ , и электромагнитные форм-факторы протона, $\sigma_{\mu\rho} = \frac{1}{2i}(\gamma_\mu\gamma_\rho - \gamma_\rho\gamma_\mu)$ Спиноры u и v нормированы условием $\bar{u}u = 1$; $\bar{v}v = 1$.

Перейдем к рассмотрению диаграмм вида II. Разобьем эти диаграммы на 2 класса A и B[5]. К классу A отнесем все диаграммы, в которых вершина с излучением реального γ -кванта связана с остальной частью диаграммы нуклонной линией. В класс B включены все остальные диаграммы вида II.

Запишем T_μ^{II} следующим образом:

$$T_\mu^{II} = -\bar{u}(q')ie\gamma_\nu u(q)\left[T_{\nu\mu}^{A} + T_{\nu\mu}^{B}\right]\frac{1}{(q'-q)^2} \qquad /3/$$

где $T_{\nu\mu}^{A}$ и $T_{\nu\mu}^{B}$ описывают вклад диаграмм классов A и B, соответственно. Для $T_{\nu\mu}^{A}$ имеем следующее выражение:

$$\begin{aligned} T_{\nu\mu}^{A} = \bar{v}(p')\big[& ie\Gamma_\mu(p',p'+k)S(p'+k)ie\Gamma_\nu(p'+k,p) + \\ & + ie\Gamma_\nu(p',p-k)S(p-k)ie\Gamma_\mu(p-k,p)\big]v(p) \end{aligned} \qquad /4/$$

Здесь S и Γ - точные перенормированные функции распространения и электромагнитный вершинный оператор протона.

Нас интересует излучение мягких γ -квантов. Поэтому разложим операторы, входящие в /4/, по степеням k и ограничимся двумя первыми членами разложения. Рассмотрим вначале $S(p-k)\Gamma_\mu(p-k,p)v(p)$. Общее выражение для функции распространения может быть записано в виде:

$$S(t) = \left[i\gamma_\mu t_\mu G(t^2) + MF(t^2)\right]^{-1} \qquad /5/$$

Значения функций $G(t^2)$ и $F(t^2)$ и их производных $G'(t^2)$ и $F'(t^2)$ при $t^2 = -M^2$ связаны, как известно[5] следующими соотношениями:

$$F = G \qquad /6/$$

$$F + 2M^2(F' - G') = 1 \qquad /7/$$

Разлагая $S(p-k)$ в ряд по степеням k, используя /6/ и /7/ и удерживая два первых члена разложения получаем:

$$S(p-k)=\frac{1}{-2pkF}\Big\{(-i\gamma p+M)F+i\gamma kF-$$
$$-2pk(-i\gamma p\,G'+MF')+2pkM^2F(-i\gamma p+M)\times$$
$$\times\Big[\frac{2G'}{M^2}+F''-G''+\frac{F'^2-G'^2}{F}\Big]\Big\} \qquad /8/$$

Оператор $\Gamma_\mu(t',t)$ обладает трансформационными свойствами 4-вектора и при зарядовом сопряжении преобразовывается к ак вектор тока.

$$C^{-1}\Gamma_\mu(t',t)\,C=-\Gamma_\mu^{T}(-t,-t') \qquad /9/$$

Отсюда получаем следующее разложение $\Gamma_\mu(p-k,\,p)$ в ряд по степеням k /5,4/

$$\Gamma_\mu(p-k,p)=\Gamma_\mu(p,p)-\frac{1}{2}k_\rho\frac{\partial\Gamma_\mu(p,p)}{\partial p_\rho}+(pk)\frac{G_1(p^2)}{M^3}\sigma_{\mu\rho}p_\rho+$$
$$+\frac{G_2(p^2)}{2M}\sigma_{\mu\rho}k_\rho+\frac{G_3(p^2)}{M^3}\sigma_{\lambda\rho}k_\lambda p_\rho p_\mu+ \qquad /10/$$
$$+\varepsilon_{\mu\lambda\rho\delta}\,p_\lambda k_\rho\gamma_\delta\gamma_5\frac{G_4(p^2)}{2M^2}$$

Первые два члена этого разложения выражаются через функции F и G и их производные с помощью тождества Уорда:

$$\Gamma_\mu(p,p) = \frac{1}{i}\,\frac{\partial S^{-1}}{\partial p_\mu} \qquad /11/$$

Члены в /10/, содержащие G_1 и G_3, не дают в требуемом порядке вклада в $S(p-k)\Gamma_\mu(p-k,p)\,v(p)$, так как $(-i\gamma\cdot p+M)\sigma_{\mu\lambda}p_\lambda v(p)=0$.
Используя также соотношение

$$(-i\gamma\cdot p+M)\,\varepsilon_{\mu\lambda\rho\delta}\,p_\lambda k_\rho \gamma_\delta\gamma_5 v(p) = (-i\gamma\cdot p+M)(-M)\,\sigma_{\mu\rho}k_\rho v(p) \qquad /12/$$

и отбрасывая в силу условия Лоренца члены, пропорциональные k_μ, получаем с точностью до членов порядка $1/k$ и константы следующее выражение:

$$S(p-k)\Gamma_\mu(p-k,p)\,v(p) = \\ = \frac{1}{-2p\cdot k}\left[-2ip_\mu + (-i\gamma\cdot p+M)\sigma_{\mu\rho}k_\rho\,\frac{F-1+G_2-G_4}{2M} + i\gamma\cdot k\,\gamma_\mu\right]v(p) \qquad /13/$$

Если рассмотреть рассеяние протона внешним постоянным магнитным полем, то можно показать с помощью /10/ [5], что величина $F-1+G_2-G_4$ равна аномальному магнитному моменту протона μ_p. Очевидно, что выражение /13/ можно также записать в следующем виде:

$$ie\,S(p-k)\Gamma_\mu(p-k,p)\,v(p) = \frac{1}{i\gamma\cdot(p-k)+M}\left(ie\gamma_\mu + \frac{ie}{2M}\mu_p\sigma_{\mu\rho}k_\rho\right)v(p) \qquad /14/$$

Таким образом $ie\,S(p-k)\Gamma_\mu(p-k,p)\,v(p)$ выражается, если ограничиться членами порядка $1/k$ и константы, через заряд, магнитный момент и массу физического протона. Отметим, что полученное нами точное выражение /14/ совпадает по виду с соответствующим выражением, получаемым в низшем приближении теории возмущений для точечного протона с паулевским аномальным магнитным моментом. Аналогично можно показать, что в рассматриваемом нами приближении

$$ie\bar{v}(p')\Gamma_\mu(p',p'+k)S(p'+k)=\bar{v}(p')\left(ie\gamma_\mu+i\mu_p\frac{e}{2M}\sigma_{\mu\varsigma}k_\varsigma\right)\frac{1}{i\gamma\cdot(p'+k)+M} \qquad /15/$$

Для дальнейшего удобно ввести инварианты

$$M_1^2=-(p-k)^2=M^2+2p\cdot k$$
$$M_2^2=-(p'+k)^2=M^2-2p'\cdot k \qquad /16/$$

С точностью до членов порядка $1/k$ и константы имеем соотношения:

$$\frac{-i\gamma\cdot(p-k)+M}{-2p\cdot k}=\frac{-i\gamma\cdot(p-k)+M_1}{-2p\cdot k}+\frac{1}{2M}$$
$$\frac{-i\gamma\cdot(p'+k)+M}{2p'\cdot k}=\frac{-i\gamma\cdot(p'+k)+M_2}{2p'\cdot k}+\frac{1}{2M} \qquad /17/$$

Замечая, что

$$\gamma\cdot(p-k)\left[-i\gamma\cdot(p-k)+M_1\right]=iM_1\left[-i\gamma\cdot(p-k)+M_1\right]$$
$$\left[-i\gamma\cdot(p'+k)+M_2\right]\gamma\cdot(p'+k)=iM_2\left[-i\gamma\cdot(p'+k)+M_2\right] \qquad /18/$$

получаем следующее выражение для $T^A_{\nu\mu}$:

$$T^A_{\nu\mu}=\bar{v}(p')\Big[ie\Gamma^0_\nu(p',p-k)\frac{1}{i\gamma\cdot(p-k)+M}\left(ie\gamma_\mu+\frac{ie}{2M}\mu_p\sigma_{\mu\varsigma}k_\varsigma\right)+$$
$$+\left(ie\gamma_\mu+\frac{ie}{2M}\mu_p\sigma_{\mu\varsigma}k_\varsigma\right)\frac{1}{i\gamma\cdot(p'+k)+M}ie\Gamma^0_\nu(p'+k,p)\Big]v(p)$$
$$+\bar{v}(p')\left\{\left[ie\Gamma_\nu(p',p-k)-ie\Gamma^0_\nu(p',p-k)\right]\frac{ie\gamma_\mu}{2M}\right\}v(p) \qquad /19/$$
$$+\bar{v}(p')\left\{\frac{ie\gamma_\mu}{2M}\left[ie\Gamma_\nu(p'+k,p)-ie\Gamma^0_\nu(p'+k,p)\right]\right\}v(p)$$

где

$$\Gamma_\nu^{\circ}(t',t) = a\gamma_\nu + b\,\sigma_{\nu\rho}(t'-t)_\rho + c\,\sigma_{\nu\rho}(t'+t)_\rho \qquad /20/$$

Этот оператор получается из общего выражения для вершинной части $\Gamma_\nu(t',t)$ заменой оператора γt, стоящего справа на $i\sqrt{-t^2}$, а оператора $\gamma t'$, стоящего слева на $i\sqrt{-t'^2}$. В формуле /20/ a, b и c являются функциями $-t^2, -t'^2$ и $(t-t')^2$, причем a и b не меняются при замене t на t', а c меняет знак. Отметим, что при $t^2 = t'^2 = -M^2$ функции a и b равны $F_1((t-t')^2)$ и $-\frac{\mu_p}{2M}F_2((t-t')^2)$ соответственно, а функция c обращается в нуль.

Перейдем теперь к рассмотрению вклада в амплитуду от диаграмм класса B. Вклад $T^{B}_{\nu\mu}$ этих диаграмм при $k \to 0$ стремится к постоянной причем предел не зависит от способа стремления k к нулю[3]. Два последних члена в формуле /19/ также обладают указанными свойствами. Мы обозначим сумму этих членов и $T^{B}_{\nu\mu}$ через $M^{(2)}_{\nu\mu}$, а под $M^{(1)}_{\nu\mu}$ будем понимать сумму первых двух членов:

$$M^{(1)}_{\nu\mu} = \bar{v}(p')\Big[ie\Gamma_\nu^{\circ}(p',p-k)\frac{1}{i\gamma\cdot(p-k)+M}\Big(ie\gamma_\mu + \frac{ie}{2M}\mu_p\sigma_{\mu\rho}k_\rho\Big)$$

$$+\Big(ie\gamma_\mu + \frac{ie}{2M}\mu_p\sigma_{\mu\rho}k_\rho\Big)\frac{1}{i\gamma\cdot(p'+k)+M}\Gamma_\nu^{\circ}(p'+k,p)\Big]v(p) \qquad /21/$$

Вследствие градиентной инвариантности

$$k_\mu\left(T_\mu^{\mathrm{I}} + T_\mu^{\mathrm{II}}\right) = 0 \qquad /22/$$

Легко видеть из формулы /2/, что $k_\mu T_\mu^{\mathrm{I}} = 0$. Поэтому из /21/ и /22/ следует:

$$k_\mu M^{(2)}_{\nu\mu} = -k_\mu M^{(1)}_{\nu\mu} = e\bar{v}(p')\left[ie\Gamma_\nu^{\circ}(p',p-k) - ie\Gamma_\nu^{\circ}(p'+k,p)\right]v(p) \qquad /23/$$

В силу закона сохранения энергии-импульса $p' - p + k = q - q'$ и операторы Γ^{o}_{ν}, входящие в /21/ и /23/ могут быть записаны в виде":

$$\Gamma^{o}_{\nu}(p', p-k) = a(M^2, M^2+2pk, \varkappa^2)\gamma_\nu + b(M^2, M^2+2pk, \varkappa^2)\sigma_{\nu\rho}\varkappa_\rho +$$

$$+ c(M^2, M^2+2pk, \varkappa^2)\sigma_{\nu\rho}(p'+p-k)_\rho \; ; \qquad /24/$$

$$\Gamma^{o}_{\nu}(p'+k, p) = a(M^2-2p'k, M^2, \varkappa^2)\gamma_\nu + b(M^2-2p'k, M^2, \varkappa^2)\sigma_{\nu\rho}\varkappa_\rho$$

$$+ c(M^2-2p'k, M^2, \varkappa^2)\sigma_{\nu\rho}(p'+p+k)_\rho$$

где $\varkappa = q - q'$

Отсутствие полюса в $M^{(2)}_{\nu\mu}$ при $k \to 0$ позволяет использовать /23/ для однозначного определения $M^{(2)}_{\nu\mu}$ с точностью до членов порядка константы. Действительно, разлагая $M^{(2)}_{\nu\mu}$ в ряд по k и ограничиваясь первым членом разложения, получаем:

$$M^{(2)}_{\nu\mu} = -e\bar{v}(p')\left[ie\frac{\partial\Gamma^{o}_{\nu}(p', p-k)}{\partial k_\mu} + ie\frac{\partial\Gamma^{o}_{\nu}(p'+k, p)}{\partial k_\mu}\right]_{k=0} v(p) \qquad /25/$$

Сохраняя в разложении $M^{(1)}_{\nu\mu}$ по k соответствующие члены, находим с помощью соотношения /24/, что производные по массам в сумме $M^{(1)}_{\nu\mu} + M^{(2)}_{\nu\mu}$ сокращаются и окончательно получаем следующее выражение для T^{II}_{μ}

$$T^{II}_{\mu} = -\frac{1}{\varkappa^2}\bar{u}(q')ie\gamma_\nu u(q)\cdot\bar{v}(p')\left\{\left[ieF_1(\varkappa^2)\gamma_\nu - \frac{ie}{2M}\mu_p F_2(\varkappa^2)\sigma_{\nu\rho}\varkappa_\rho\right]\right.$$

$$\times \frac{1}{i\gamma(p-k)+M}\left(ie\gamma_\mu + i\frac{e}{2M}\mu_p\sigma_{\mu\rho}k_\rho\right) +$$

$$+\left(ie\gamma_\mu+\frac{ie}{2M}\mu_p\sigma_{\mu\rho}k_\rho\right)\frac{1}{i\gamma\cdot(p'+k)+M}\Big[ieF_1(\varkappa^2)\gamma_\nu-$$

$$-\frac{ie}{2M}\mu_p\sigma_{\nu\rho}\varkappa_\rho F_2(\varkappa^2)\Big]\Big\}\,v(p) \qquad /26/$$

При получении этой формулы мы использовали указанные выше свойства функций a, b и c. Таким образом, амплитуда процесса излучения мягких γ-квантов при $e-p$ рассеянии с точностью до членов порядка $1/k$ и константы полностью выражается через электромагнитные форм-факторы протона.

Отметим, что формула /26/ совпадает с выражением, полученным дисперсионным методом в однонуклонном приближении/6/.

3. Заключение

В заключение приведем выражение для дифференциального сечения тормозного излучения мягких γ-квантов, полученное с помощью найденной нами амплитуды формулы //1/, /2/ и /26//. В качестве независимых переменных выберем энергию падающего электрона q_0, энергию γ-кванта ω и три угла: угол θ между направлениями импульсов $\vec{k}$ и $\vec{q}$, угол θ' между $\vec{k}$ и $\vec{q}\,'$ и угол φ между направлениями нормалей к плоскостям $/\vec{k},\vec{q}/$ и $/\vec{k},\vec{q}\,'/$ /лабораторная система/. Все остальные переменные должны быть выражены через независимые и затем следует произвести разложение сечения в ряд по ω. Поскольку полученная нами амплитуда верна только с точностью до членов порядка $1/k$ и константы, мы должны удержать в этом разложении лишь первые два члена.
Имеем:

$$d\sigma=\frac{d\sigma_0}{\omega}+d\sigma_1 \qquad /27/$$

Для $d\sigma_0$ получаем следующее выражение

$$d\sigma_0 = d\sigma\cdot\omega\Big|_{\omega=0} = \frac{\alpha}{(2\pi)^2}\omega^2\left[\left(\frac{q'}{q'k}-\frac{q}{q\cdot k}\right)-\left(\frac{p'}{p'k}-\frac{p}{p\cdot k}\right)\right]^2\Bigg|_{\omega=0} d\Omega_k\, d\omega\, d\sigma_{pac} \qquad /28/$$

Здесь $d\sigma_{pac}$ –сечение упругого рассеяния электронов с энергией q_0 на протонах, а $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}$. Множитель, стоящий перед $d\sigma_{pac}$ в формуле /37/ представляет собой вероятность излучения фотона при рассеянии электронов и переходит для нерелятивистских частиц в обычное выражение для вероятности дипольного излучения:

$$\frac{\alpha}{(2\pi)^2}\left[\frac{1}{m}(\vec{q}\,'-\vec{q})\times\vec{n} - \frac{1}{M}(\vec{p}\,'-\vec{p})\times\vec{n}\right]^2\frac{d\omega}{\omega}\, d\Omega_k$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор в направлении вылета фотона.

В интересующем нас случае ультрарелятивистских электронов имеем следующее известное выражение для $d\sigma_{pac}$ /7/

$$d\sigma_{pac} = \left\{F_1^2 + \left(\frac{\mu_p F_2}{2M}\right)^2\varkappa_1^2 + \frac{\varkappa_1^2}{2M^2}\left(F_1+\mu_p F_2\right)^2 tg^2\frac{\theta_1}{2}\right\}d\sigma_0 \qquad /29/$$

Здесь

$$d\sigma_0 = \frac{\alpha^2\cos^2\frac{\theta_1}{2}}{4q_0^2\left(1+\frac{2q_0}{M}\sin^2\frac{\theta_1}{2}\right)\sin^4\frac{\theta_1}{2}}\, d\Omega_{q'}$$

θ_1 – угол между $\vec{q}$ и $\vec{q}\,'$, а $\varkappa = q - q'$

$$\varkappa_1^2\Big|_{\omega=0} = \varkappa^2 = \frac{4q_0^2\sin^2\frac{\theta_1}{2}}{1+\frac{2q_0}{M}\sin^2\frac{\theta_1}{2}}$$

Выражение /28/ для $d\sigma_0$ вполне очевидно, оно определяется полюсным членом амплитуды. Использованный нами метод позволяет фактически найти следующий член разложения $d\sigma_1$. В результате довольно длинных выкладок

$$d\sigma_1 = \frac{\alpha^3}{(2\pi)^2}\Big\{ A_q^2\, \varkappa\cdot k \Big[f_1\big(2M^2 + \tfrac{1}{2}\varkappa^2\big) - 2f^2\varkappa^2 \Big] - \tfrac{1}{2} A_p^2\, \varkappa\cdot k\, f_1\, \varkappa^2$$

$$- 2A_pA_q\, \varkappa\cdot k\big(f_1M^2 - f^2\varkappa^2\big) + f_1\big(pq + p\cdot q'\big)\big(A_q - A_p\big)\cdot\Big[\Big(\frac{q'}{q'\cdot k} + \frac{q}{q\cdot k}\Big)\big(p'k +$$

$$+ p\cdot k\big) - \Big(\frac{p'}{p'\cdot k} + \frac{p}{p\cdot k}\Big)\big(q\cdot k + q'\cdot k\big) - 4\big(p - q'\big)\Big] - 2f_1\big(A_q - A_p\big)^2\Big[(p\cdot q)(k\cdot q') +$$

$$+ (p\cdot q')(kq) + \tfrac{1}{2}\, p\cdot k\, \varkappa^2\Big] - 2\varkappa\cdot k\,\big(A_q - A_p\big)\cdot A_q\Big[4\Big(2F_1F_1' + 2\Big(\frac{\mu_p}{2M}\Big)^2 F_2F_2'\varkappa^2$$

$$+ \Big(\frac{\mu_p}{2M}F_2\Big)^2\Big)(p\cdot q)(p\cdot q')\cos^2\frac{\theta_1}{2} - ff'\varkappa^4\Big] + \big(A_q - A_p\big)^2 \times$$

$$\times\Big[4\Big(2F_1F_1'\varkappa^2 + 2\Big(\frac{\mu_p}{2M}\Big)^2 F_2F_2'\varkappa^4 + \Big(\frac{\mu_p}{2M}\Big)^2 F_2^2\varkappa^2 + f_1\Big)(p\cdot q)(p\cdot q')\cos^2\frac{\theta_1}{2}$$

$$+ f\varkappa^4\big(f'\varkappa^2 + f\big)\Big]\frac{dq_0'}{d\omega}\,\frac{1}{q_0'}\,\omega\Big\}\frac{q_0'\omega}{\varkappa^4 q_0 M\Big(1 + \frac{2q_0}{M}\sin^2\frac{\theta_1}{2}\Big)}\Bigg]_{\omega=0} d\Omega_k\, d\omega\, d\Omega_{q'}$$

$$+ \frac{\alpha}{(2\pi)^2}\Big[\frac{4\varkappa\cdot k}{\varkappa^2}\big(A_q - A_p\big)\cdot A_q\,\omega + \big(A_q - A_p\big)^2\frac{1}{q_0}\Big(1 + \frac{2q_0}{M}\sin^2\frac{\theta}{2}\Big)\omega^2 +$$ [30]

$$+ \frac{2}{p'\cdot k}\,\omega\Big]_{\omega=0} d\omega\, d\Omega_k\, d\sigma_{pac} +$$

$$+ 2\frac{\alpha}{(2\pi)^2}\Big[\Big(1 + \frac{m^2\omega}{q_0'\, q'\cdot k}\cos\theta'\Big)\Big(\frac{m^2}{(q'\cdot k)^2} - \frac{p'\cdot q'}{(p'\cdot k)^2} - \frac{(p'\cdot q)(q'\cdot k)}{(p'\cdot k)^2\, q\cdot k}\Big)$$

$$+ \frac{m^2\omega\cos\theta'}{(q'\cdot k)^2 q_0}\Big(\frac{q\cdot q'}{q\cdot k} + \frac{p'\cdot q'}{p'\cdot k} - \frac{p\cdot q'}{p\cdot k}\Big) - \frac{M^2\, q'\cdot k}{(p'\cdot k)^3} + \frac{p\cdot q'}{(p\cdot k)(p'\cdot k)} -$$

$$- \frac{(p\cdot p')(q'\cdot k)}{(p\cdot k)(p'\cdot k)^2} + \frac{m^2}{(q'\cdot k)(p'\cdot k)} - \frac{q\cdot q'}{(p'\cdot k)(q\cdot k)}\Big]\frac{dq_0'}{d\omega}\,\frac{1}{q_0'}\,\omega^2\Big|_{\omega=0} d\omega\, d\Omega_k\, d\sigma_{pac}$$

Здесь

$$A_q = \left(\frac{q'}{q'\cdot k} - \frac{q}{q\cdot k} \right); \qquad A_p = \left(\frac{p'}{p'\cdot k} - \frac{p}{p\cdot k} \right)$$

$$f = F_1 + \mu_p F_2$$

$$f_1 = F_1^2 + \left(\frac{\mu_p}{2M} F_2 \right)^2 \varkappa^2$$

$$\frac{dq_0'}{d\omega} \frac{1}{q_0'} \bigg|_{\omega=0} = \frac{2 \sin^2 \frac{\theta'}{2}}{M \left(1 + \frac{2q_0}{M} \sin^2 \frac{\theta_1}{2} \right)} - \frac{1}{q_0} \left(1 + \frac{2q_0}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$F_1' = \frac{dF_1}{d\varkappa^2}$$

и т.д.

Все величины в формуле /30/ берутся при $\omega = 0$.

Таким образом, дифференциальное сечение излучения γ -квантов при $e-p$ рассеянии полностью определяется в рассматриваемом нами приближении электромагнитными форм-факторами протона F_1 и F_2 и их производными по передаче 4-импульса. Тем самым экспериментальное исследование излучения мягких γ -квантов позволило бы получить дополнительную информацию о поведении этих важных величин.

Авторы благодарны С.С.Герштейну, П.С.Исаеву, А.А.Логунову и Я.А.Смородинскому за полезные обсуждения рассматриваемых здесь вопросов.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 августа 1960 года.