

7  
К-48

584



Н.П. Клепиков, В.А. Мешеряков, С.Н. Соколов

Д-584

АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ  
ПО ПОЛНЫМ СЕЧЕНИЯМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
P-МЕЗОНОВ С ПРОТОНАМИ

Дубна 1960 год

Д-584

х/  
Н.П. Клепиков, В.А. Мещеряков, С.Н. Соколов

АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ  
ПО ПОЛНЫМ СЕЧЕНИЯМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
П-МЕЗОНОВ С ПРОТОНАМИ

---

Физический факультет МГУ.

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

## § 1. Экспериментальные данные

Рассеяние  $\pi$ -мезонов протонами является в настоящее время одним из наиболее полно изученных процессов с сильным взаимодействием. Накопленная в этой области экспериментальная информация настолько велика, что дает возможность произвести полный совместный анализ всех имеющихся данных и найти ряд характеристик этого процесса со значительно большей точностью, чем это может быть сделано на основании частичных анализов. В этой работе мы анализируем прежде всего все данные по полным сечениям взаимодействия  $\pi$ -мезонов с протонами, так как, с одной стороны, полные сечения содержат наибольшую часть информации об исследуемом процессе и, с другой стороны, изучены экспериментально, наиболее подробно.

Полная сводка всех сколько-нибудь достоверных экспериментальных результатов по полным сечениям, доступных авторам настоящей статьи к марту 1960 года, дана в таблицах 1 и 2. Следует лишь сделать несколько замечаний относительно расположения материала в таблицах и природе некоторых величин, входящих в нее.

В колонке 1 указаны номера ссылок на перечисленные в прилагаемом к работе списке литературы статьи, в которых опубликованы, упомянуты или исправлены приводимые данные. Экспериментальные работы /1-74/ даны в списке литературы в строго хронологическом порядке, поэтому номер характеризует в известной степени давность работы. Предельные значения для сечений при нулевой кинетической энергии мезонов вычислены на основании результатов анализа /75/, автор которого использовал работы /18,20,24,26,28,37,43,46,50/ нашего списка и ряд других независимых данных. Из списка сознательно исключено несколько работ, содержащих сведения о полных сечениях лишь неявно и притом дающих лишь ничтожную информацию о них. Исключены также все данные по рассеянию отрицательных мезонов из работы /61/, так как известно, что в этой части работы энергии падающих частиц были определены грубо неверно. Авторы настоящей работы надеются, что им удалось избежать пропусков и повторений результатов одних и тех же измерений и заранее извиняются перед авторами экспериментальных работ за возможные неточности в интерпретации данных, которые могли произойти вследствие неполного или, на наш взгляд, неясного изложения опытов.

В колонке 2 приведены оценка средней кинетической энергии пучка  $\pi$ -мезонов и /ниже/ оценка стандартного отклонения этого среднего. Большинство авторов экспериментальных работ не приводит данных по ошибке средней энергии; поэтому приведенные в списке данные были получены частично путем дополнительного анализа условий отдельных опытов. Не все цифры для стандартного отклонения средней энергии вполне достоверны, но большая часть из них не оказывает никакого влияния на результаты анализа /см. обсуждение колонки 4/. В таблице не приведены обычно указываемые авторами значения полуширины энергетического распределения пучка частиц, так как поправки к исходным данным, связанные с кривизной исследуемого сечения в полосе ширины пучка, почти всюду пренебрежимо малы. В некоторых случаях необходимые поправки на энергетическое усреднение были включены в цифры, приведенные в колонке 6.

В колонке 3 даны оценки полных сечений взаимодействия  $\pi$ -мезонов с протонами, опубликованные авторами экспериментальных работ или находимые путем комбинации опубликованных данных, и /ниже/ оценки стандартных отклонений этих сечений.

В колонке 4 приведены стандартные отклонения сечений, вызываемые наличием ошибок в определении средней энергии пучков /конфлюентные ошибки/. Эти стандартные ошибки определялись на основании формул глава 3 /конфлюентный анализ/ работы /76/, причем оказалось возможным пренебречь всюду членами, связанными с кривизной. Тогда просто  $S_c(\epsilon) = S_E \left| \frac{d\epsilon}{dE} \right|$ , где производная находилась на основании результатов предварительного анализа всех данных. Для учета конфлюентной ошибки ее квадрат нужно сложить с квадратом ошибки, приведенной автором. Поэтому конфлюентные ошибки указаны лишь в тех случаях, когда они дают не слишком малый вклад в окончательную ошибку. Для отрицательных мезонов эти ошибки почти всюду малы, мало влияют на окончательные результаты, и на настоящей стадии анализа их учет не представляется целесообразным.

В колонке 5 указаны внесенные авторами настоящего анализа поправки на кулоново рассеяние  $\pi$ -мезонов протонами и интерференцию этого рассеяния с ядерным для опытов по измерению полного сечения взаимодействия

путем наблюдения ослабления прямого пучка вследствие рассеяния. Поправки вычислялись с использованием формул статьи /77/ и предварительных данных по угловым распределениям рассеяния мезонов протонами. Поправки не приведены в тех случаях, когда они уже были внесены авторами экспериментальных работ, когда они оказывались малыми или когда измерения настолько неточны, что их не стоит поправлять.

В колонке 6 даны прочие поправки, внесенные в исходные сечения, а именно, поправки на ядерное рассеяние частиц на малые углы, не вызывающие ослабления пучка в силу конечного размера счетчиков или не могущие быть надежно идентифицированным в фотопластинках, или поправки на уточнение сведений об угловом распределении, используемых при вычислении только что упомянутых поправок, а также поправки на усреднение по энергиям частиц.

В тех случаях, когда полные сечения получены в результате измерения угловых распределений упругого рассеяния  $\pi$ -мезонов и рассеяния с перезарядкой, был проведен заново полный анализ угловых распределений с внесением в каждой точке поправок на кулоново рассеяние и интерференцию, на ошибки в определении углов и на усреднение по углам. В повторении анализа не было необходимости лишь тогда, когда все необходимые поправки были внесены авторами экспериментальной работы. В некоторых случаях анализ нельзя повторить, так как в соответствующих работах не были приведены необходимые для этого сведения. Таблицы коэффициентов угловых распределений и анализ их зависимости от энергии будут даны в другой работе. Там же будут учтены результаты всех относительных измерений угловых распределений, нормированных на некоторые значения полных сечений; такие измерения, разумеется, невозможно было использовать в настоящей работе.

В колонке 7 перечислены окончательно принимаемые оценки сечений и /ниже/ оценки стандартных отклонений этих сечений. Часть данных исключена из дальнейшего анализа, так как либо соответствующие точки выпадают из групп, определяемых новейшими наиболее точными измерениями, либо данные имеют относительно очень большую ошибку и очень малый вес в общей совокупности всех данных, либо известно, что при получении этих экспериментальных результатов использованы предположения или сведения, оказавшиеся позднее неточными, либо, наконец, что чаще всего бывает, имеется сочетание

этих неблагоприятных обстоятельств. Было сочтено целесообразным исключать выпадающие данные из анализа, а не исправлять их путем сдвига или увеличения ошибки, так как последняя процедура совершенно неоднозначна.

Следует отдельно пояснить причины исключения некоторых точек из анализа. При малых энергиях из данных для  $\sigma_t^+$  исключены три точки: точка из работы /43/ уже вошла в определение сечения при  $E=0$ ; точка из работы /16/ не может быть надежно исправлена на кулоново рассеяние и рассеяние на малые углы; точка из работы /57/ выпадает. При малых энергиях из данных для  $\sigma_t^-$  исключены 6 точек, из которых точка из работы /20/ учтена в определении сечения при  $E=0$ , две точки выпадают и три очень слабы. Точка для  $\sigma_t^-$  при 333 Мэв из работы /56/ исключена из анализа, так как она выпадает из группы точек, найденных позднее теми же авторами, и, кроме того, определяется из угловых распределений, которые плохо согласуются с дисперсионными соотношениями /см. /78/ /. Из данных для  $\sigma_t^-$  при больших энергиях исключены все точки из работы /47/, так как большая часть их резко противоречит позднейшим и более точным измерениям в этой области; данные для  $\sigma_t^+$  из той же работы не противоречат другим экспериментам и включены в анализ. Точки доклада /68/ были исключены из окончательного варианта анализа, так как представляется, что они являются предварительными результатами работы /71/. Причины исключения остальных игнорированных точек указаны выше и очевидны из рисунков.

Ввиду недостаточного объема памяти электронной счетной машины, использованной на ранней стадии анализа, некоторые точки при одинаковых или очень близких энергиях были объединены. Такие комбинации точек показаны в списке скобками.

В колонке 8 приведены значения импульса в системе центра инерции  $\eta$  /в единицах  $\mu c$  /, потому что именно эта величина входит как аргумент в интерполирующие выражения.

В колонке 9 даны значения  $A = \frac{\sigma_t}{4\pi}$ ; это отношение входит в дальнейшие формулы и удобно для работы и с угловыми распределениями рассеяния.

Наконец, в колонке 10 проставлены веса, с которыми отдельные точки входят в анализ. Веса вычислялись по формуле  $w = \left(\frac{4\pi}{S_G}\right)^2$ . У всех точек,

исключенных из анализа, проставлен нулевой вес. В процессе анализа предельные сечения при  $E = 0$  принимались в качестве точных.

На рис. 1 изображены все вошедшие в список точки для  $\sigma_t^+$  при энергиях от нуля до 376 Мэв, на рис. 2 - от 335 Мэв до 3,86 Бэв. На рис. 3 нанесены все точки для  $\sigma_t^-$  от нуля до 373 Мэв, на рис. 4 - от 363 Мэв до 6,66 Бэв. Экспериментальные точки, включенные в анализ, изображены зачерненными кружочками, исключенные из него - пустыми. У каждой точки указаны стандартные отклонения  $S_\sigma$  и /для  $\pi^+$  /  $S_E$ , а также номера экспериментальных работ по списку литературы. Стандартные отклонения меньше радиуса кружочка не изображены.

Т а б л и ц а 1  
 Экспериментальные данные по полным сечениям рассеяния  $\pi^+$ -мезонов  
 протонами

Ссылка	$E \pm \Delta E$ MeV	$\sigma \pm \Delta \sigma$ авторское mb	$S_c$ mb	Кулонов- ская по- правка mb	Др. попр. mb	$\sigma \pm \Delta \sigma$ окончат. mb	$\eta$	$A_0$ mb/ster	$W$ (mb/ster) <sup>-2</sup>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
75	0	2,76				2,76	0	0,220	-
		0,53				0,53			
43	21,5	3,0				3,0			0
	2	1,0				1,0			
16	33	6,4				6,4			0
		2,1				2,1			
15	37	11,8			0,75	12,6	0,655	1,0	100
	0,5	1,0			0,75	1,2			
57	37	6,5	angular			6,5			0
		0,5				0,5			
42	38	8,8	angular			7,9	0,664	0,63	83
		0,9				1,4			
11	40	10,9	0,9 angular			13,3	0,683	1,06	29
	3	3				2,3			
16	44	9,8	1,5		2,6	12,4	0,718	0,99	21
	4	1,5			1,7	2,7			
18	45	12	0,9 angular			10	0,727	0,8	34
	3	3				2,2			
7	53	20	angular			19,2	0,794	1,53	12
	10	4				3,6			
4	56	20				20			
	2,7	10				10			
16	56	17,6	2,5 0,34		1,3	19,2	0,830	1,31	54
	4	2,2			1,3	3,6			
20	58	15,8	1,9 angular			15,5			
	3	1,5				2			
2	58	27,8			1	28,8			0
		2,5				2,5			
16	70	19,0	4,5 0,14		2,26	21,4	0,924	1,71	5,2
	5	2,6			1,8	5,5			



I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	75 I,7	41 I5			4	45 I5			0
9	78 3	3I 3	3,I angular			3I 4	0,98I	2,47	9,9
5	79 7,5	48 I0		0,2	0,I	48,3 I0	0,988	3,84	I,6
4	82 I,3	50 I3				50 I3	I,008	3,98	0,9
54	83 5	34 4	5,6 angular			34,5 6,9	I,0I5	2,75	3,3
53	I00 5	62,4 8	angular			59 8	I,I26	4,69	2,4
5	I09 I,5	80 I0	2,8	0,4I	7,6	88 II,4 76,4 7,7	I,I87	6,36	4
6	II0 3	74,5 5	5,7 angular						
30	II3 3	79 5	5,7 angular			80 6,5	I,207	6,37	3,8
5	II5 I	95 I5		I,7	2,I	99 I5	I,2I9	7,88	0,7
4	II8 0,23	9I 6				9I 6	I,237	7,2	3,7
52	I20 5	96,6 8,7	II angular			97,5 I2	I,249	7,75	I,I
5	I27 I,4	I25 I5		0,77	I3	I38 I7,5	I,290	II,0	0,5
29	I28 0	I22 8			-I,7	I20,3 9,3	I,295	9,6I	2,7
5	I33 0,75	I35 I5			23	I57 I9			0
29	I35	I26 4			-0,9	I25,I 4			
6	I35 3	I2I I9	angular			I23 I9	I,336	9,95	I0
4	I36 0,43	I52 I6				I52 I6	I,342	I2,I	0,6

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
38	I40 0,6	I33 8		2		I35 8	I,364	10,75	2,4
29	I42	I50 8				I50 8	I,380	10,54	5
58	I43 2	I40,5 5	4,4			I40,5 7,4			
38	I44 0,7	I51 4	I,5	2		I53 4,3	I,386	12,18	8,7
25	I45 3	I65 23		angular		165 23			0
36	I46 3	I50 7	5,8			I50 9,1	I,397	11,94	1,9
39	I50 2	I64,5 4,6	3,8	I,1		I65,6 5,9	I,419	13,22	8
39	I50 2	I66,6 5,0	3,8	angular		I66,6 6,3			
31	I51 1,3	I51 19	2,4	angular		I61 19	I,424	12,8	0,4
29	I52 0	I75 6			-1	I74 6	I,43	13,85	4,3
29	I56 0	I70 5			-1,2	I68,8 5	I,451	13,44	6,2
36	I57 3	I62 7	5			I62 8,6	I,457	12,9	2,3
58	I62 1	I70,5 3,5	I,4			I70,5 3,8	I,484	13,57	11
38	I64 0,8	I69 5	I,2	0,93		I70 5,1	I,495	13,55	6,1
33	I65 0	I88,2 5,4				I88,2 5,4	I,500	15,08	6,6
33	I65	I99 11		angular		I96 11,5			
29	I66 0	I94 12		0,6		I94,6 12	I,500	15,08	6,6
29	I66	I88 11		0,6		I88,6 11			

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
29	I66 0	I87 7			-2	I85 7	} I,505	I4,58	I2,5
23	I66 3,3	I82 6	2,I			I82 6,4			
36	I66 3,3	I76 7	2,I			I76 7,3			
58	I70 2	I98 3,5	I,2			I98 3,7	} I,526	I5,67	2I
39	I70 2	I94,9 6,0	I,2			I94,9 6,I			
39	I70 2	20I,6 6,0	I,2	angular		I95 6,I			
29	I7I 0	2I0 I2			9	2I9 I2	} I,53I	I6,I6	I3,8
29	I7I 0	I96 6				I96 6			
29	I7I 0	205 6				205 6			
36	I7I 3,4	204 6	2,I			204 6,4			
36	I73 3,4	205 6	I,I			205 6,I	I,542	I6,32	4,2
58	I73,5 2	I93,5 3,5				I93,5 3,5	I,544	I5,4I	I2
39	I74 I	I93 6		0,3		I93,3 6	I,547	I5,39	4,3
45	I76 2	I99,4 4,9		angular		I97,7 7,3	I,557	I5,74	3
58	I77 2	I98 5				I98 5	I,562	I5,76	6
36	I8I 3,6	I87 7				I87 7	I,583	I4,89	3,I
29	I82 0	I66 20			8	I74 20			0
58	I83,5 2	I92 3,5				I92 3,5	} I,597	I5,35	I7
38	I84 0,9	I96 6		-0,28		I95,7 6			

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
29	I85 0	I88 8			-I	I87 8,5	I,603	I4,89	2,2
I7	I88 I	I59 34		angular		I58 34			0
34	I89 0	I94,I 5,2				I94,I 5,2			
34	I89 0	I98,3 8,5		angular		I93,7 8,3	I,623	I5,18	II
36	I89 3,3	I82 7				I82 7			
38	I94 I	200 6		-0,86		I96 6	I,648	I5,85	4,2
58	I95 2	I74 4				I74 4	I,653	I3,85	10
29	I96 I4	202 I4				202 I4	I,658	I6,I	0,8
45	200 2	I77,9 3,7	2,5	angular		I83 6	I,678	I4,55	4,3
58	205 2	I78 4	2,8			I78 4,9	I,702	I4,I7	6,6
38	209 I	I79 6	I,4	-I,64		I77,4 6,2	I,722	I4,I2	4,2
36	210 6	I48 20	9			I48 22			0
36	214 4,3	I4I 7	6,3			I4I 9,4	I,746	II,23	I,8
40	216,5 2	I5I,0 I8,2		angular		I65 I9	I,758	I3,1	0,4
38	219 I,I	I56 7	I,6	-I,9		I54,I 7,2	I,770	I2,27	3,I
49	220 2	I40,9 4,2	3	angular		I40 5,2	I,775	II,29	7,5
36	222 4,4	I48 7	6,7			I48 9,7			
I3	225	I50 I8		angular		I42 I8	I,798	II,3	0,5

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
38	229 I	I32 7	I,7	-2		I30 7,2	I,817	10,34	3
45	240 0,8	I25,6 2,5	I,3	-2,2		123,4 2,8	I,868	9,89	30
45	240 0,8	I27,2 3,6			angular I25,4 3,8				
36	262 5,2	III 7	5,1			III 3,7	I,968	8,84	2,1
36	263 5,3	Io7 7	5,3			Io7 3,8	I,972	3,52	2,0
45	270 0,9	85,2 3,0	0,75	-2,2		83 3,1	2,003	6,46	32
45	270 0,9	81,3 3,1	0,75		angular 79,5 3,1				
36	280 9	88 11				88 11	2,047	7,0	1,3
36	298 6	75 5	3,8			75 6,2	2,124	5,97	4
45	307 1	65,7 2,2		-1,9		63,8 2,2	2,162	5,2	5,1
45	307 1	69 2,6			angular 67,7 2,5				
36	335 6,7	53 5	3,1			53 5,9	2,278	4,22	4,6
12	340 10	48 9				48 9	2,298	3,82	2
73	376 4	40,78 1,62				40,78 1,62	2,440	3,245	60
36	450 14	27,5 6	2			27,5 6,3	2,718	2,03	16
47	450 19	24,8 2,4	2,7			24,8 3,6			

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
73	469 5	23,67 1,08				23,67 1,08	2,786	1,884	135
64	500 5	17,0 3,4				17,0 3,4	2,894	1,35	14
47	550 23	16,1 2,5	0,6			16,1 2,5	2,064	1,28	24
73	567 6	17,37 0,82				17,37 0,82	3,120	1,382	235
73	626 6	15,16 0,72				15,16 0,72	3,309	1,206	300
61	628 6	13,7 1,3				13,7 1,3	3,326	1,09	100
73	664 7	14,77 0,67				14,77 0,67	3,426	1,175	350
47	670 27	14,5 2,0				14,5 2,0	3,445	1,15	39
61	685 7	14,4 1,3				14,4 1,3	3,497	1,15	100
36	700 21	17 3				17 3	3,536	1,35	17
61	734 7	17,1 1,3				17,1 1,3	3,643	1,36	100
73	770 8	19,44 0,80				19,44 0,80	3,741	1,547	250
61	788 8	18,3 1,3				18,3 1,3	3,791	1,46	100
47	790 32	19,5 2,0				19,5 2,0	3,798	1,55	39
61	798 8	16,5 1,3				16,5 1,3	3,822	1,31	100
74	816 8	23,39 0,61				23,39 0,61	3,871	1,861	425
73	818 8	21,36 0,81				21,36 0,81	3,876	1,700	240
73	838 8	22,42 0,83				22,42 0,83	3,932	1,784	230
73	863 9	21,85 0,86				21,85 0,86	4,000	1,739	210
74	866 9	23,34 0,68				23,34 0,68	4,008	1,857	340

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
74	915 9	23,13 0,74				23,13 0,74	4,140	1,841	290
61	947 10	21,3 1,3				21,3 1,3	4,219	1,70	100
74	965 10	23,80 0,78				23,80 0,78	4,270	1,894	260
47	1,00BeV 0,02	23,5 1,4	0,6			23,5 1,55	4,360	1,87	65
74	1,014 0,01	25,80 0,84				25,80 0,84	4,395	2,053	225
74	1,064 0,011	26,78 0,94				26,78 0,94	4,519	2,131	180
47	1,07 0,021	27,3 3,7	0,6			27,3 3,7	4,534	2,17	11
61	1,093 0,02	27,4 1,3				27,4 1,3	4,586	2,18	100
72	1,10 0,033	30,0 1,2				30,0 1,2	4,608	2,387	110
74	1,114 0,011	27,51 1,07				27,51 1,07	4,642	2,189	140
72	1,14 0,034	32,9 1,2				32,9 1,2	4,704	2,618	110
47	1,15 0,023	31,3 1,7	0,7			31,3 1,85	4,728	2,49	46
74	1,164 0,012	30,73 1,19				30,73 1,19	4,761	2,445	110
72	1,19 0,036	34,6 1,2				34,6 1,2	4,822	2,753	110
74	1,213 0,012	35,32 1,37				35,32 1,37	4,875	2,811	84
72	1,23 0,037	37,2 1,2				37,2 1,2	4,915	2,960	110
47	1,25 0,025	38,8 2,5				38,8 2,5	4,961	3,09	25
74	1,263 0,013	36,51 1,56				36,51 1,56	4,990	2,905	65

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
74	1,288 0,013	37,40 1,45				37,40 1,45	5,046	2,976	75
71	1,30 0,039	39,4 0,6				39,4 0,6	5,073	3,136	440
74	1,313 0,013	38,09 1,47				38,09 1,47	5,102	3,031	73
72	1,33 0,04	38,4 1,2				38,4 1,2	5,140	3,056	110
71	1,33 0,04	39,1 0,8				39,1 0,8	5,140	3,111	245
74	1,338 0,013	37,66 1,54				37,66 1,54	5,157	2,997	66
68	1,36 0,03	40,6 0,45				40,6 0,45	5,217	3,23	780
74	1,363 0,014	36,13 1,56				36,13 1,56	5,212	2,875	65
47	1,38 0,028	41,4 3,0				41,4 3,0	5,249	3,30	17
74	1,412 0,014	36,49 1,60				36,49 1,60	5,319	2,904	62
72	1,43 0,043	38,2 1,2				38,2 1,2	5,357	3,040	110
74	1,462 0,014	34,10 1,59				34,10 1,59	5,425	2,714	62
71	1,47 0,044	35,8 0,9				35,8 0,9	5,442	2,849	195
47	1,50 0,03	35,3 2,5				35,3 2,5	5,505	2,81	25
72	1,50 0,045	35,9 1,2				35,9 1,2	5,505	2,857	110
68	1,51 0,03	36,3 0,5				36,3 0,5	5,537	2,89	630
71	1,60 0,048	30,1 0,5				30,1 0,5	5,710	2,395	630
68	1,665 0,03	31,2 0,7				31,2 0,7	5,840	2,48	320
47	1,67 0,033	32,6 1,8				32,6 1,8	5,849	2,60	49



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
71	1,76 0,053	28,4 0,6				28,4 0,6	6,024	2,260	440
47	1,77 0,035	31,7 2,4				31,7 2,4	6,043	2,52	28
68	1,81 0,04	29,4 0,5				29,4 0,5	6,128	2,34	630
71	1,91 0,057	27,8 0,6				27,8 0,6	6,307	2,212	440
68	1,96 0,04	28,3 0,4				28,3 0,4	6,404	2,25	990
71	2,33 0,07	29,0 0,6				29,0 0,6	7,043	2,308	440
68	2,46 0,05	28,2 0,35				28,2 0,35	7,258	2,247	1290
69	2,76 0,06	28 4				28 4	7,74	2,22	10
71	2,83 0,085	29,2 0,5				29,2 0,5	7,837	2,324	630
68	3,11 0,06	29,1 0,48				29,1 0,48	8,260	2,316	690
71	3,44 0,10	29,2 0,4				29,2 0,4	8,706	2,324	980
71	3,86 0,12	29,3 0,4				29,3 0,4	9,251	2,332	980

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

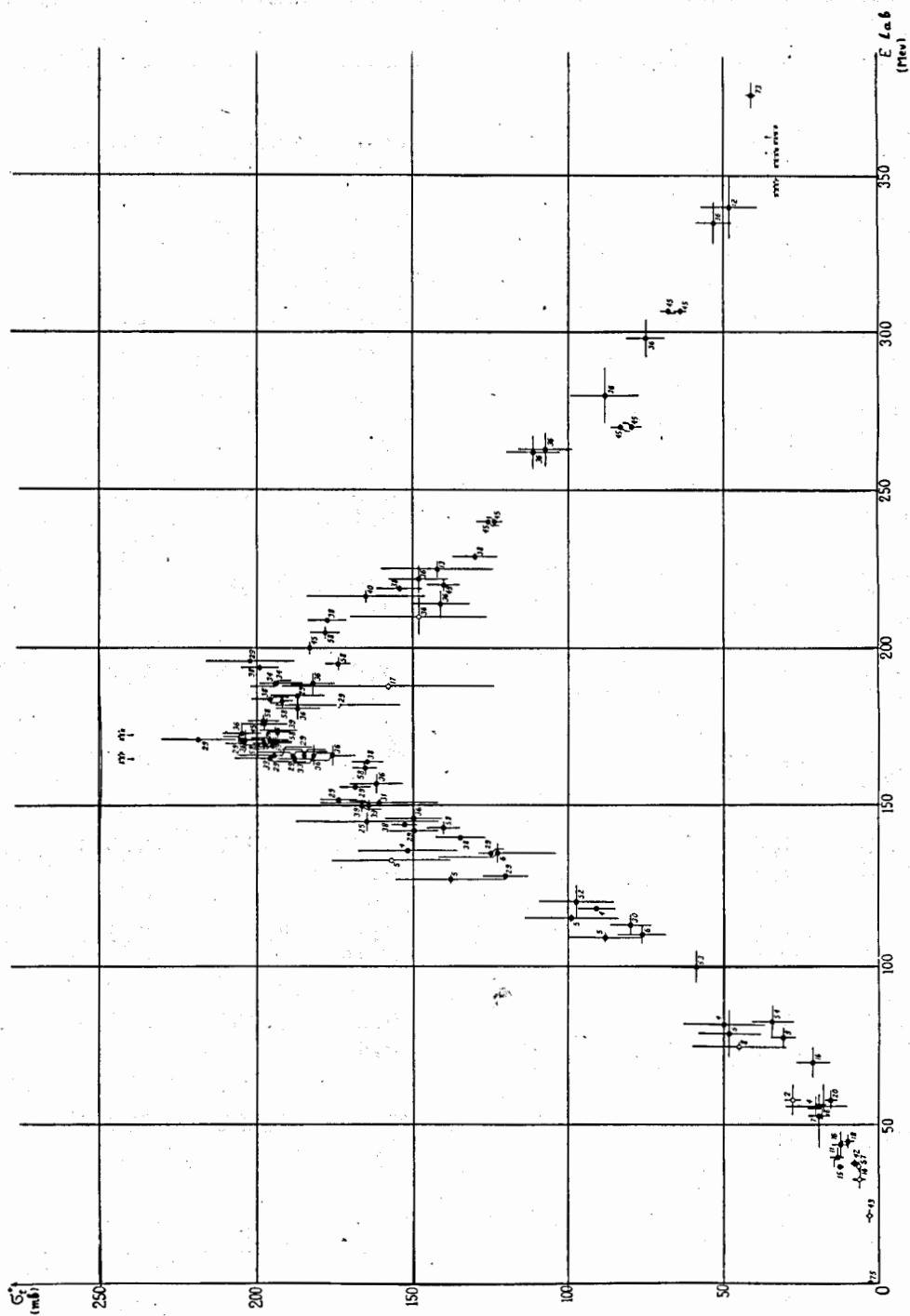


Рис. 1. Полные сечения рассеяния  $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \pi^0$ -мезонов на протонах / на рис. 1, 2, 3, 4 цифры у точек означают номер ссылки; вертикальными стрелками отмечены пороги реакций рождения/.

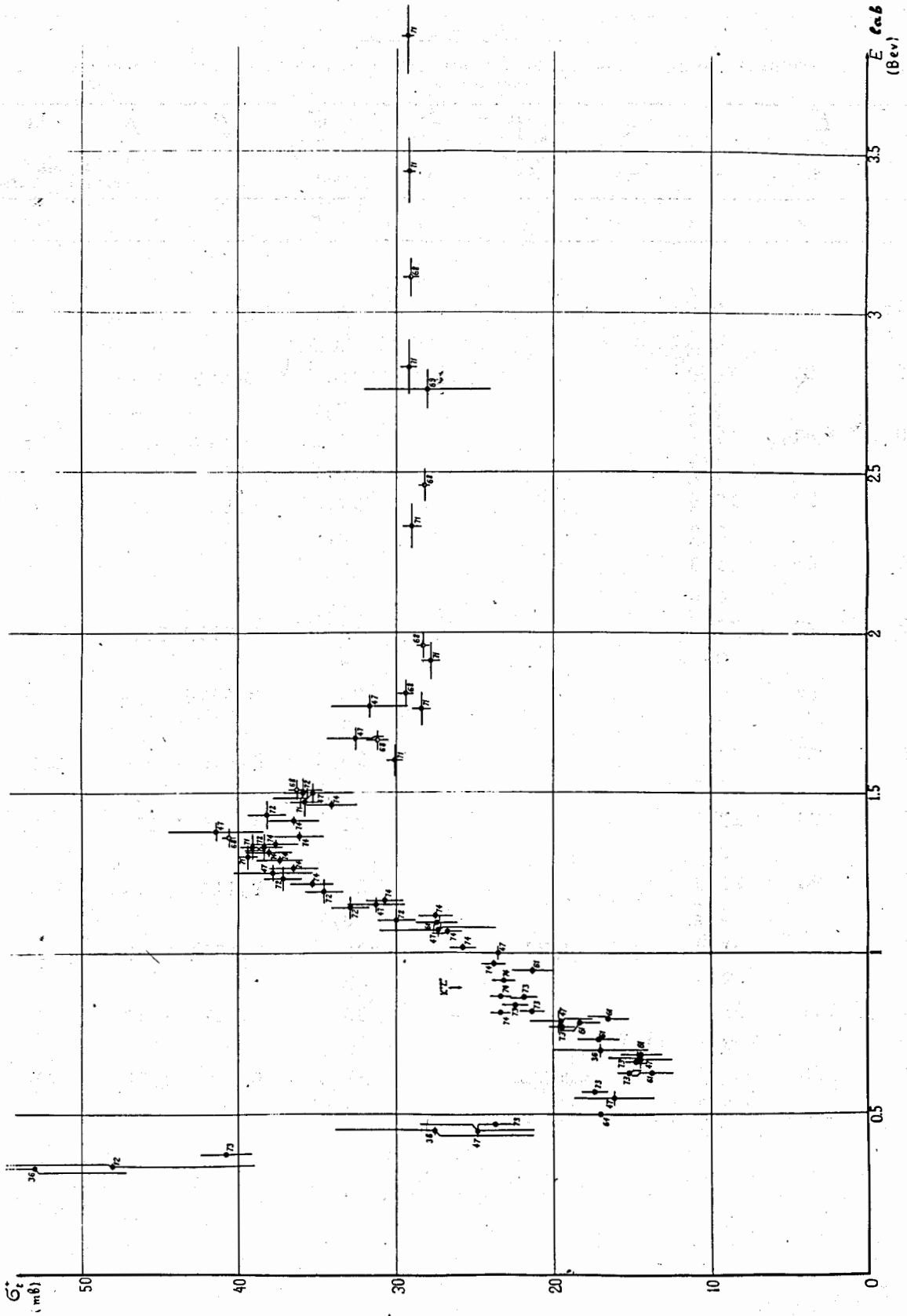


Рис. 2. Полные сечения рассеяния  $\pi^+$ -мезонов на протонах.

Т а б л и ц а 2

экспериментальных данных по полным сечениям рассеяния  $\pi^-$ -мезонов  
протонами

Ссылка	$E$ $\pm S_E$ MeV	$\sigma$ $\pm S_\sigma$ авторское mb	$S_c$ mb	Кулонов- ская по- правка mb	Др. попр. mb	$\sigma$ $\pm S_\sigma$ mb	$\eta$	$A_0$ mb/ster	$W$ (mb/ster) <sup>-2</sup>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
75	0	5,62 0,64				5,62 0,64	0	0,448	-
I5	37	I2,9 I,7				I2, I,7	0,655	I,03	0
60	4I,5	7,8 0,7				7,8 0,7	0,6994	0,62I	320
2	58	I7,6 2,2				I7,6 2,2	0,8337	I,40	0
20	65	I5,3 I,6				I5,3 I,6			0
5	72	I5 8				I5 8	0,9383	I,19	0
5	79	20 8				20 8	0,9876	I,59	0
I	85	I3,3 I,1				I3,3 I,1	I,029	I,06	I24
3	89	2I 8				2I 8	I,056	I,67	0
62	98	2I,9 0,7				2I,9 0,7	I,114	I,744	320
5	I09	3I 9		-0,83		30 9	I,183	2,40	2
3	II2	3I 9			-I	30 9	I,20I	2,40	2
9	I20	33,4 3,2		angular		3I,6 3,2	I,249	2,5I	I5

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	I27	45		-0,73		44	I,290	3,52	0
		10				10			
65	I30	42,6				42,6	I,307	3,40	230
		1,0				1,0			
65	I30	42,7				42,7			
		1,5				1,5			
22	I33	46,9		-I,3		45,6	I,324	3,63	28
		2,4				2,4			
3	I35	52			-1	51	1,336	4,05	4,4
		6				6			
6	I35	56,8				56,8	I,336	4,52	0
		3,2				3,2			
35	I40	44,3		-I,7		42,6	I,364	3,39	22
		2,7				2,7			
9	I44	48,1		angular		46,4	I,386	3,69	8
		4,5				4,5			
39	I50	53,2		angular		54,2	1,419	4,32	23
		2,6				2,6			
29	I52	60,7		-I,1		59,6	I,430	4,755	110
		3,0				3,0			
65	I52	60,0				60,0			
		2,3				2,3			
65	I52	59,6				59,6			
		1,6				1,6			
22	I57	62,9		-I		61,9	I,457	4,92	27
		2,4				2,4			
66	I58,2	56,4				56,4	I,463	4,488	40
		2,0				2,0			
33	I65	69,8		angular		67,7	I,499	5,37	80
		3,8				3,8			
33	I65	67,5				67,5			
		1,5				1,5			
10	I69	63		angular		61	I,521	4,85	10
		4				4			
39	I70	62,7		angular		62,4	I,526	4,96	80
		1,4				1,4			

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
66	I71,7	67,2 1,1				67,2 1,1	I,535	5,348	I30
3	I76	66 6			-2	64 6	I,557	5,10	4,4
66	I78,4	67,2 1,1				67,2 1,1	I,570	5,348	I30
22	I79	65,9 2,5		-0,43		65,5 2,5	I,573	5,21	25
35	I84	65,7 2,4		-0,46	0,36	65,6 2,4	I,598	5,22	27
66	I85,2	67,7 1,0				67,7 1,0	I,604	5,387	I60
27	I87	64,0 2,0		angular		64,0 2,0	I,613	5,07	I00
27	I87	63,5 1,6			63,5 1,6				
66	I89,9	67,8 0,8				67,8 0,8	I,628	5,395	250
22	I94	64,6 2,5		-0,15		64,45 2,5	I,648	5,13	25
10	I94	74 5		angular		72 5	I,648	5,72	6
22	I95	63,1 2,5		-1,3		61,8 2,5	I,653	4,92	25
66	I96,2	64,0 1,1				64,0 1,1	I,659	5,093	I30
35	I97	71,2 2,5		-0,13	0,43	71,5 2,5	I,663	5,69	0
66	201,0	63,8 1,0				63,8 1,0	I,683	5,077	I60
66	205,8	59,3 1,0				59,3 1,0	I,706	4,719	I60
23	209	57,2 2,9				57,2 2,9	I,722	4,55	I9
10	210	64 5		angular		62 5	I,727	4,93	6
66	210,6	58,7 1,1				58,7 1,1	I,730	4,671	I30

T	P	3	4	5	6	7	8	9	10
22	215	55,5 2,2		0,19		55,7 2,2	I,75I	4,435	33
66	215,4	55,6 1,0				55,6 1,0	I,753	4,425	160
35	216	57,3 2,5		0,23	0,37	57,9 2,5	I,756	4,6I	25
3	217	60 6			-2	58 6	I,76I	4,6	4,4
23	217	54,5 6		angular		57,7 6	I,76I	4,5I	4,4
23	220	52,1 2,3				52,1 2,3	I,775	4,24	120
49	220	53,7 1,5				53,7 1,5			
49	220	53,4 2,8				53,4 2,8			
66	220,2	52,2 1,0				52,2 1,0	I,776	4,154	160
66	225,0	50,2 0,9				50,2 0,9	I,798	3,995	200
35	226	53,3 2,0		0,38	0,32	54 2	I,803	4,30	39
66	228,3	48,2 0,9				48,2 0,9	I,814	3,836	200
66	231,6	49,0 0,9				49,0 0,9	I,829	3,899	200
66	234,9	44,5 0,9				44,9 0,9	I,845	<b>3,541</b>	200
22	236	46,1 2,4		0,4		46,5 2,4	I,850	3,70	27
66	238,2	44,9 0,9				44,9 0,9	I,860	<b>3,573</b>	200
59	240	48,3 3,3		angular		48,5 3,3	I,868	3,86	14
22	240	43,5 2,3		0,4		43,9 2,3	I,868	<b>3,495</b>	31

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
66	241,5	42,7 0,9				42,7 0,9	1,875	3,398	200
66	244,8	43,1 0,9				43,1 0,9	1,890	3,430	200
66	248,1	41,0 0,9				41,0 0,9	1,905	3,263	200
66	251,4	39,3 0,9				39,3 0,9	1,920	3,127	200
66	254,7	39,8 0,8				39,8 0,8	1,935	3,167	250
35	256	37,5 1,9		0,58	0,42	38,5 1,9	1,941	3,064	44
29	258	38,2 3,4		0,5		38,7 3,4	1,950	3,087	260
66	258,0	38,8 0,8			38,8 0,8				
66	261,4	36,8 0,8			36,8 0,8	1,965			
36	265	44 6				44 6	1,981	3,5	0
66	266,5	35,6 0,8				35,6 0,8	1,988	2,833	250
59	270	36,5 2,4		angular		36,1 2,4	2,00	2,79	27
66	271,6	33,4 0,8				33,4 0,8	2,010	2,658	250
66	276,7	31,1 0,8				31,1 0,8	2,032	2,475	250
66	281,8	32,4 0,8				32,4 0,8	2,055	2,578	250
66	286,9	31,6 0,8				31,6 0,8	2,077	2,515	250
35	290	33,9 1,1		0,68 0,6	0,22	34,8 1,2	2,090	2,770	109
66	292,0	30,5 0,8				30,5 0,8	2,099	2,427	250
66	297,2	29,3 0,8				29,3 0,8	2,121	2,332	250



I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
66	302,5	28,9 0,8				28,9 0,8	2,144	2,300	250
66	307,7	28,1 0,8				28,1 0,8	2,165	2,236	250
66	313,0	28,7 0,7				28,7 0,7	2,187	2,284	322
66	318,2	27,0 0,6				27,0 0,6	2,209	2,149	440
66	323,5	26,2 0,6				26,2 0,6	2,231	2,085	440
66	328,2	26,4 0,6				26,4 0,6	2,250	2,101	440
4I	330	24 5	angular			24 5			0
56	333	28,8 1,8				28,8 1,8			0
66	334,2	26,0 0,6				26,0 0,6	2,275	2,069	440
35	335	25,7 1,0	0,67	0,23		26,6 1,0	2,278	2,117	110
36	340	23 11				23 11			0
66	345,0	24,0 1,0				24,9 1,0	2,318	1,98	160
66	361,0	25,2 1,0				25,2 1,0	2,382	2,01	160
35	363	26,5 1,6		0,2		26,7 1,6	2,390	2,13	59
73	373	28,9 1,4				28,9 1,4	2,429	2,30	81
35	393	25,9 2,7		0,3		26,2 2,7	2,506	2,08	22
73	426	29,5 1,4				29,5 1,4	2,630	2,35	81
12	450	25 3				25 3	2,718	1,99	18
47	450	28,8 2,7				28,8 2,7			0

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
73	468	30,0				30,0	2,782	2,39	110
	5	1,2				1,2			
14	470	27				27	2,792	2,25	6
		5				5			
47	500	31,3				31,3	2,894	2,49	0
		4,8				4,8			
36	510	20				20			0
		7				7			
73	518	34,9				34,9	2,956	2,78	93
	5	1,3				1,3			
47	550	37,4				37,4	3,064	2,98	0
		3,0				3,0			
73	567	44,6				44,6	3,120	3,55	44
	6	1,9				1,9			
73	591	45,8				45,8	3,198	3,64	55
	6	1,7				1,7			
36	600	23				23			0
		11				11			
73	604	45,5				45,5	3,240	3,62	49
	6	1,8				1,8			
47	610	37,0				37,0	3,259	2,94	0
		2,1				2,1			
73	616	45,1				45,1	3,278	3,59	55
	6	1,7				1,7			
73	643	44,4				44,4	3,362	3,53	33
	6	2,2				2,2			
73	665	39,2				39,2	3,430	3,12	81
	7	1,4				1,4			
47	670	39,5				39,5	3,445	3,14	0
		3,0				3,0			
36	700	42				42			0
		10				10			
73	719	35,1				35,1	3,592	2,79	70
	7	1,5				1,5			
73	749	37,6				37,6	3,680	2,99	62
	7	1,6				1,6			
73	769	37,4				37,4	3,738	2,98	40
	7	2,0				2,0			

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
47	790	46,I 3,4				46,I 3,4			0
74	797 8	40,00 I,22				40,00 I,22	3,8I8	3,183	105
74	8I6 8	46,20 I,50				46,20 I,50	3,87I	3,676	70
73	8I9 8	47,9 I,9				47,9 I,9	3,879	3,8I	44
74	836 8	48,00 I,50				48,00 I,50	3,926	3,820	70
73	840 8	54,6 2,I				54,6 2,I	3,937	4,34	36
I4	840	47 5				47 5	3,937	3,74	6
74	856 9	53,22 I,72				53,22 I,72	3,98I	4,235	53
47	860	47,7 2,7				47,7 2,7	3,992	2,80	0
74	866 9	54,0I I,84				54,0I I,84	4,008	4,298	49
73	868 9	58,6 2,4				58,6 2,4	4,0I4	4,66	27
74	886 9	56,64 I,84				56,64 I,84	4,062	4,507	46
73	890 9	57,8 2,2				57,8 2,2	4,073	4,60	33
47	900	44,4 2,3				44,4 2,3	4,I00		0
74	9I5 9	55,07 I,79				55,07 I,79	4,I40	4,382	49
73	9I8 9	54,5 2,4				54,5 2,4	4,148	4,34	27
73	943 9	50,4 2,6				50,4 2,6	4,2I4	4,0I	23
74	945 9	48,7 I,63				48,7 I,63	4,2I9	3,875	59
48	950 50	38 3				38 3			0

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
74	965	45,58				45,58	4,270	3,627	60
	10	1,62				1,62			
47	970	45,1				45,1	4,283	3,58	0
		2,7				2,7			
73	972	44,7				44,7	4,288	3,56	33
	10	2,2				2,2			
74	985	41,37				41,37	4,322	3,292	67
	10	1,53				1,53			
21	1,00	48				48	4,360	3,82	0
		4				4			
47	1,00	46,0				46,0	4,360	3,66	0
		3,0				3,0			
73	1,014	39,6				39,6	4,395	3,15	40
	0,010	2,0				2,0			
74	1,064	36,62				36,62	4,519	2,914	93
	0,010	1,30				1,30			
73	1,076	35,9				35,9	4,549	2,86	40
	0,011	2,0				2,0			
47	1,08	36,3				36,3	4,559	2,89	0
		2,6				2,6			
63	1,08	47,2				47,2		3,76	0
	0,03	3,1				3,1			
73	1,150	35,5				35,5	4,728	2,82	40
	0,012	2,0				2,0			
74	1,164	34,27				34,27	4,761	2,727	90
	0,012	1,32				1,32			
47	1,25	29,2				29,2	4,931	2,32	0
		3,7				3,7			
74	1,263	35,28				35,28	4,990	2,807	86
	0,013	1,35				1,35			
47	1,35	30,1				30,1	5,184	2,39	0
		2,8				2,8			
74	1,363	32,99				32,99	5,212	2,625	79
	0,014	1,41				1,41			

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
32	I,37	34,6 2,7				34,6 2,7	5,228	2,75	23
47	I,38	30,8 2,8				30,8 2,8	5,249	2,45	0
74	I,462 0,015	31,40 I,50				31,40 I,50	5,425	2,499	70
47	I,47	31,4 I,8				31,4 I,8	5,442	2,50	0
19	I,50	34 3				34 3	5,505	2,71	18
47	I,50	30,0 2,0				30,0 2,0			0
47	I,67	31,4 3,9				31,4 3,9	5,849	2,50	0
47	I,90	31,3 I,6				31,3 I,6	6,289	2,49	0
51	4,16	28,7 2,6				2,87 2,6	9,65	2,28	23
44	4,5	20,4 3,5				20,4 3,5			0
55	5	22,5 2,4				22,5 2,4			0
70	6,66	30 5				30 5	12,4	2,38	6,4

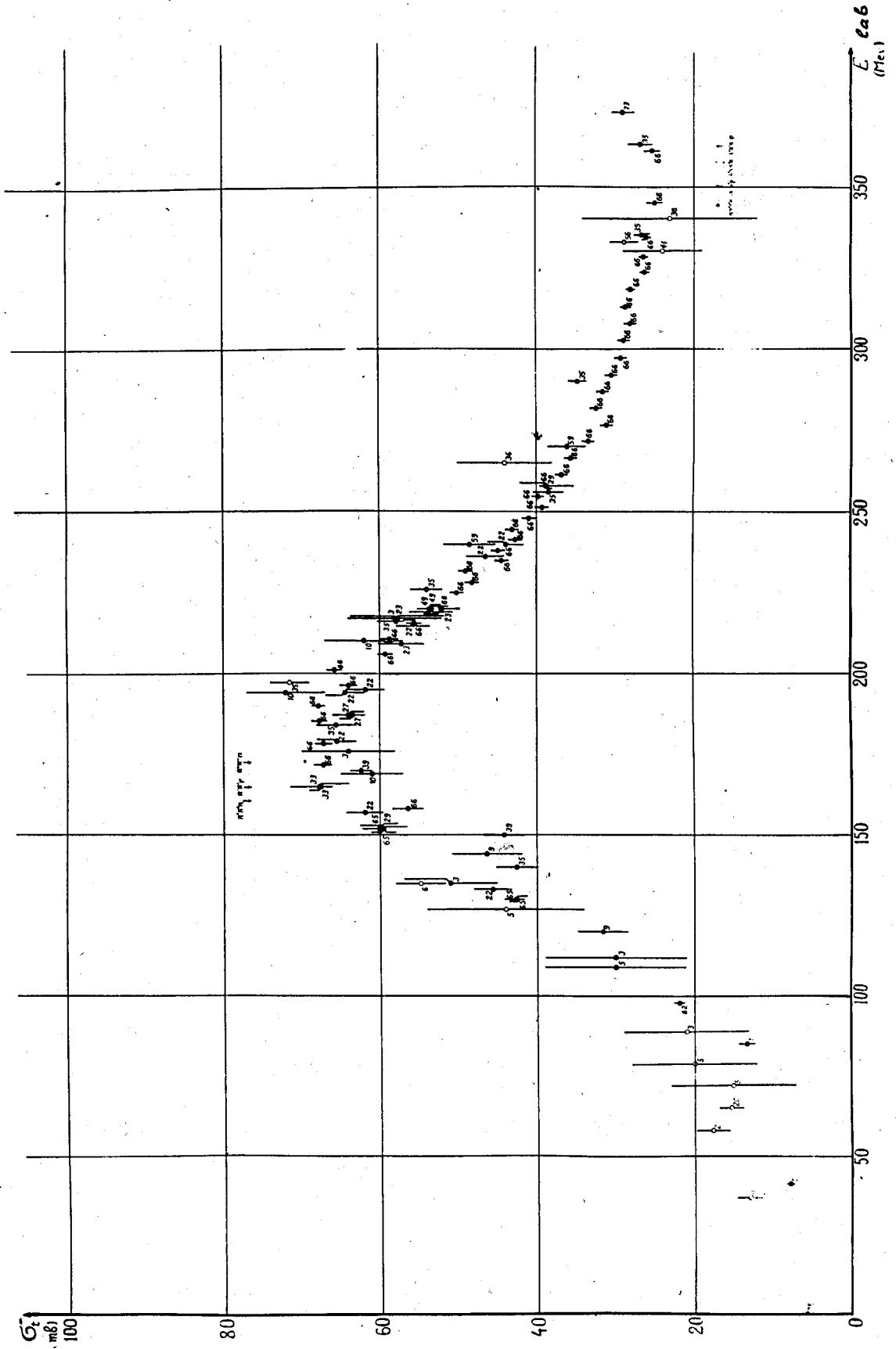


Рис. 3 Полные сечения рассеяния  $\pi^-$ -мезонов на протонах.

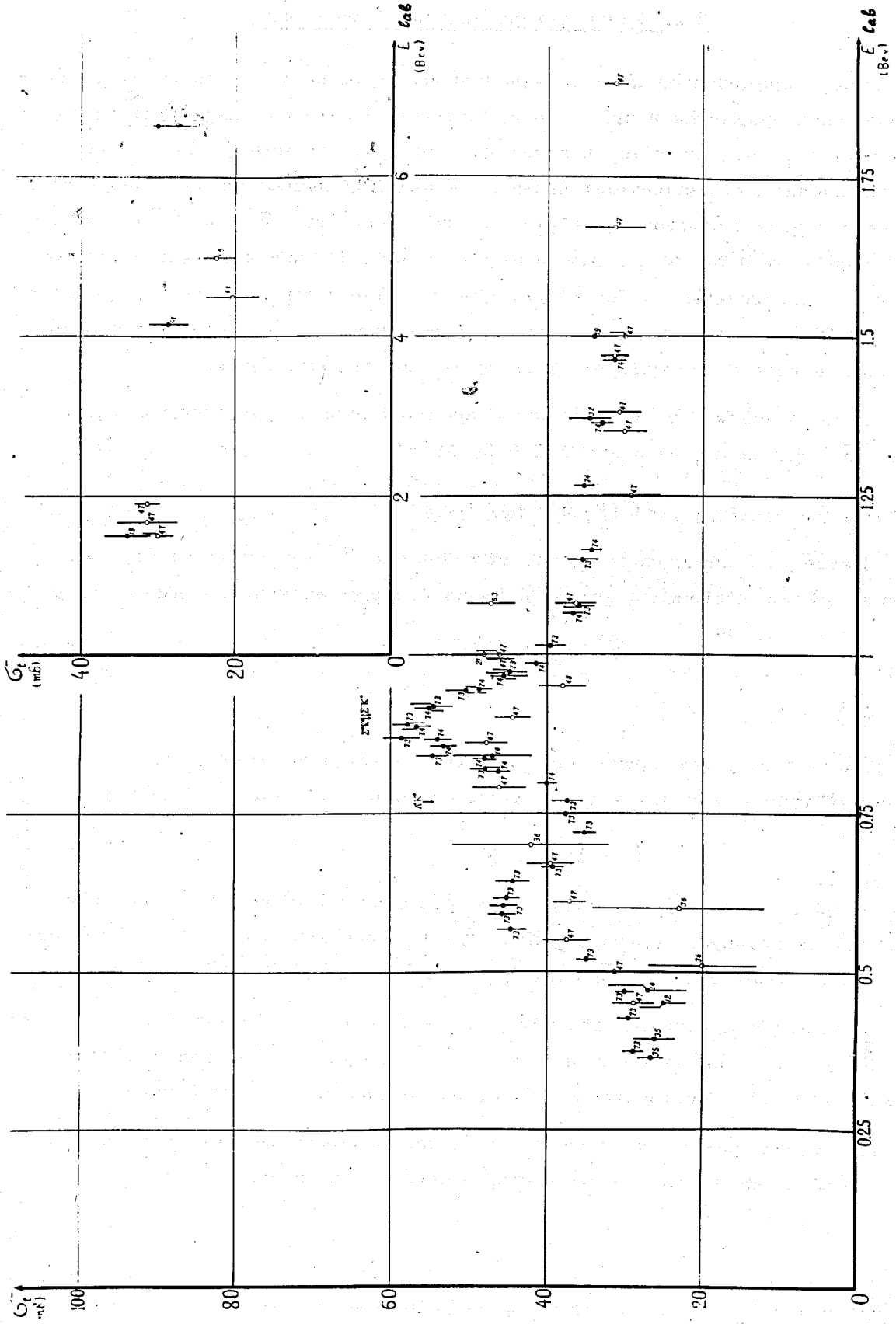


Рис. 4. Полные сечения рассеяния  $\pi^-$ -мезонов на протонах.

## § 2. Выбор интерполяционной формулы

Выбор определенной интерполяционной формулы не является вспомогательной или чисто формальной процедурой. Интерполяционная формула есть физическая гипотеза, выдвигаемая в согласии с уже известными фактами и проверяемая сравнением с экспериментальными данными. В нашем случае требуется формула-гипотеза, описывающая ход сечений рассеяния  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$  в интервале с энергиями от 0 до  $\infty$ . Эта формула по многим причинам как технического, так и принципиального характера, должна содержать немного, самое большее — 10-15 неизвестных параметров, варьированием которых следует добиться согласия более чем с двумя сотнями экспериментальных точек.

Прежде всего мы сделаем обычное предположение о поведении сечений  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$  при малых энергиях /  $E < 50$  Мэв/

$$\sigma(E) \approx \sigma(0) + \alpha E^2 \quad /2.1/$$

Далее, мы предполагаем, что оба сечения  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$  стремятся к одной и той же постоянной при бесконечно больших энергиях, а именно, что

$$\sigma^\pm(E) \approx \sigma(\infty) \quad /2.2/$$

при  $E > 3$  Бэв.

Кроме того, мы принимаем гипотезу о том, что полное сечение взаимодействия может быть представлено в виде суммы двух членов:

$$\sigma = \sigma_{упр} + \bar{\sigma} \quad /2.3/$$

Первое слагаемое  $\sigma_{упр}$  обладает всеми свойствами упругого рассеяния в отсутствие неупругого. Второй член  $\bar{\sigma}$  растет монотонно с энергией всюду, кроме, может быть, небольших окрестностей порогов /79,80/.

При энергиях, меньших порогов рождения одного дополнительного  $\pi^-$ -мезона,  $\bar{\sigma} = 0$ , а при больших энергиях это слагаемое играет главную роль, ибо включает как собственно неупругое рассеяние, так и дифракционное.

Далее, мы примем гипотезу о резонансном характере упругого рассеяния. Это означает, что каждый член в разложении по парциальным волнам



$$\sigma_{j,p} = \sum_{l=0}^{\infty} (2j+1) S_{l,j=l+\frac{1}{2}}^j + \sum_{l=1}^{\infty} (2j+1) S_{l,j=l-\frac{1}{2}}^j, \quad /2.4/$$

ограничен неравенством

$$0 \leq S(E) \leq 2\pi\lambda^2 \quad /2.5/$$

и описывается резонансной формулой  $B(E)$  типа формул Брейта-Вигнера. Исключение было сделано для  $S$ -рассеяния, которое трактовалось как нерезонансное.

Сводку резонансных формул, выведенных на основе нерелятивистских модельных представлений, и обсуждение их структуры можно найти в работе <sup>/81/</sup>. Релятивистские резонансные формулы с одним и многими уровнями, полученные на основе представлений об аналитических свойствах  $S$ -матрицы, приведены в работе Ху Нина <sup>/82/</sup>. Там же детально обсуждается гипотеза  $V$  о резонансном характере рассеяния, как следствия аналитичности и унитарности  $S$ -матрицы.

Для моментов  $\ell \gg 1$  мы отказались от использования резонансных формул работы <sup>/82/</sup> и предпочли формулы работы <sup>/81/</sup>, в которых импульс и энергию заменили на релятивистские, по следующим двум соображениям.

Во-первых, резонансные формулы работы <sup>/81/</sup> имеют при малых энергиях поведение

$$B_{\ell}(E) \sim E^{2\ell} \quad \text{при } E \rightarrow 0, \quad /2.6/$$

которое является неизбежным результатом короткодействующего характера ядерных сил. В то же время простейшие формулы статьи <sup>/82/</sup> дают конечное предельное значение сечения при  $E \rightarrow 0$  для  $\ell > 0$ , что противоречит изотропности рассеяния при малых энергиях.

Во-вторых, в формулы работы <sup>/81/</sup> входит параметр, дающий асимметрию резонансных кривых, введение которой необходимо для достижения согласия с экспериментом в области 0 - 300 Мэв.

Окончательно сечение было записано в виде:

$$\sigma(E) = L(E) + \sum_{j,\ell} B_{j,\ell}(E) + \underline{A(E)}, \quad /2.7/$$

где  $L(E)$  - убывающая функция, описывающая, в основном,  $S$ -рассеяние;  $\sum B(E)$  - сумма резонансов, число которых в интервале энергий 0 - 1,5 Бэв, соответствующие значения  $\ell$  и  $j$ , ширины и резонансные энергии следует определить из экспериментальных данных. Функция  $A(E)$  аппроксимирует сечение  $\bar{\sigma}$ .

Естественно, что вид /2.7/ приписывается сечениям рассеяния в состояниях с определенным изотопическим спином  $\sigma^{3/2}$  и  $\sigma^{1/2}$ , а  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$  связываются с  $\sigma^{3/2}$  и  $\sigma^{1/2}$  обычным образом:

$$\sigma^+ = \sigma^{3/2}, \quad \sigma^- = \frac{1}{3} \sigma^{3/2} + \frac{2}{3} \sigma^{1/2}. \quad /2.8/$$

В дальнейших формулах мы будем использовать натуральную систему единиц, в которой

$$c = m_{\pi^2} = 1. \quad /2.9/$$

Вместо  $E_{\text{м.д.}}$  удобнее использовать импульс в системе центра масс  $\eta$ , который связан с входящей в  $B$  кинетической энергией системы  $\pi p$  равенством

$$E_k = \sqrt{1 + \eta^2} + \sqrt{M^2 + \eta^2} - 1 - M, \quad /2.10/$$

где  $M = 6,719$  - масса протона. Величина  $2\pi\hbar^2$  в миллибарнах равна

$$2\pi\hbar^2 = \frac{125,4}{\eta^2} \text{ мб}. \quad /2.11/$$

Варьируемые параметры мы будем обозначать через  $a$ , не варьируемые - через  $C$ .

Функция  $L$ , роль которой сводилась к аппроксимации сечений вблизи нуля, была выбрана в форме

$$L = \frac{\sigma(0)}{1 + |a|\eta^2}. \quad /2.12/$$

Для  $\sigma(0)$  использовались значения /75/

$$\sigma^{3/2}(0) = 2.76 \pm 0.53 \text{ мв} \quad ; \quad \sigma^{1/2}(0) = 7.05 \pm 1.01 \text{ мв} . \quad /2.13/$$

Резонансные функции /совпадающие с точностью до обозначений с функцией, использованной в работе /83/ / имели вид

$$B = (2j+1) \cdot 2\pi \lambda^2 \frac{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}{(E_k - a_1)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} , \quad /2.14/$$

где

$$\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 = \alpha_2 \left(\frac{\eta}{c}\right)^6 \left(\frac{1 + \alpha_3 c^2}{1 + \alpha_3 \eta^2}\right)^2 . \quad /2.15/$$

Константа  $c$  вводится в /2.15/ для того, чтобы параметр  $\alpha_3$ , дающий асимметрию, не влиял одновременно на ширину резонансной кривой.

Строго говоря, резонансные формулы должны иметь различную зависимость  $\Gamma$  от  $\eta^2$  при разных значениях  $\ell$ . В расчетах использовалась одна и та же формула, соответствующая  $\ell=1$ , так как, с одной стороны, вклад дальних резонансов /1300 Мэв для  $\sigma^{3/2}$  и 900 Мэв для  $\sigma^{1/2}$  / очень мал при малых энергиях, где проявляется различие этих формул, а, с другой стороны, значения  $\ell$  для этих резонансов еще не вполне определены.

Несколько более сложным был выбор функции  $A(E)$ , так как об этой функции имеются довольно скудные сведения. Было испробовано несколько вариантов этой функции, причем выяснилось, что получаемая кривая  $\sigma(E)$  и качество аппроксимации слабо зависят от того, какой именно вариант используется. Окончательно была принята простейшая формула

$$A = \begin{cases} \sigma(\infty) \frac{2}{\pi} \arctg \{(\eta - \eta_0)^2 |\alpha|\} , & \eta > \eta_0 = 1.497 . \\ 0 & , \quad \eta < \eta_0 . \end{cases} \quad /2.16/$$

В качестве  $\sigma^{3/2}(\infty) = \sigma^{1/2}(\infty)$  использовалось значение

$$\sigma(\infty) = 29,2 \text{ мб} , \quad /2.17/$$

найденное путем усреднения последних трех точек для  $\sigma^+$  /работа /71/ и двух точек для  $\sigma^-$  /работы /51/, /70/. К 10% -ным изменениям  $\sigma(\infty)$  кривая  $\sigma(E)$  при  $E < 3$  Бэв оказалась нечувствительной. Была сделана попытка включить  $\sigma(\infty)$  в число варьируемых параметров, но оказалось, что по существующим данным  $\sigma(\infty)$  определяется неустойчиво. /Имеется тенденция к неограниченному возрастанию предельного сечения/. Для устойчивого определения  $\sigma(\infty)$  нужны хорошие экспериментальные данные по крайней мере до энергий 10-12 Бэв, где число неупругих каналов реакции становится большим.

### § 3. Отождествление резонансных состояний

Работа по аппроксимации сечений формулой /2.7/ была начата в конце 1958 г., когда второй максимум в сечении  $\sigma^+$  был едва нащупан экспериментально, а сечение  $\sigma^-$  в области 0,5 - 2 Бэв было представлено, в основном, измерениями Кула, Пиччони и Кларка /47/, оказавшимися неверными и полностью смазывавшими истинную картину в этой области.

Было испробовано много вариантов кривых с разными числом резонансов и с различными  $l$  и  $j$ . Каждый раз проводился полный статистический анализ, описанный в § 4. В частности, все резонансы проверялись на асимметричность, которая оказалась заметной только у главного резонанса  $P_{3/2}$ ,  $T = 3/2$  и равной нулю - у всех остальных.

Сначала нужно было получить кривую  $\sigma^+(E)$ . Из первых вариантов расчета выяснилось, что для второго резонанса в сечении  $\sigma^+$ , расположенного в области 1300 Мэв, эксперимент не противоречит ни моменту  $j = 5/2$ , ни моменту  $j = 3/2$ , так как кривые  $\sigma^+(E)$ , аппроксимирующие сечение, в этих двух случаях различаются не сильно.

Заметим, что если верен вариант  $j = 3/2$ , второй резонанс может принадлежать только  $D$ -волне,  $l = 2$ , так как в противном случае, при

$\ell = 1$ , в силу ограничения /2.5/, второй и третий резонанс стали бы интерферировать, и сечение получилось бы гораздо меньше экспериментального.

Отбросить вариант  $j = 5/2$  оказалось возможным только после опубликования результатов измерений, проведенных в Сакле /73, 74/ и в Беркли /71/, которые жестко определили ширину второго резонанса. Если эту ширину приписать кривой Брейта с  $j = 5/2$ , то мы получили значительно более острый и высоко расположенный максимум, чем это совместно с экспериментальными данными. В то же время резонанс  $D_{3/2}$  хорошо согласуется с экспериментом.

После первой же успешной аппроксимации сечения  $\sigma^+$ , были подсчитаны "экспериментальные" точки для

$$\sigma_{\text{эксп}}^{1/2} = \frac{3}{2} \sigma_{\text{эксп}}^- - \frac{1}{2} \sigma_{\text{аппр}}^+ \quad /3.1/$$

Через эти точки, среди которых важную роль играли точки из работы /47/, оказалось невозможным провести ни кривую типа /2.7/ с одним резонансом, ни, тем более, совсем без резонансов.

В сотни раз более вероятной, хотя и качественно противоречащей экспериментальным данным, оказалась кривая с двумя резонансами с моментами

$j = \frac{3}{2}$  и  $j = \frac{5}{2}$  соответственно. Любопытно, что из неверных данных Кула, Пиччони и Кларка /47/ как резонансные энергии, так и ширины этих резонансов определились довольно четко и в согласии с современными значениями. Это говорит за то, что сечения, найденные этими авторами, являются на самом деле сечениями, усредненными по очень большим интервалам энергии.

Буквально через неделю в Объединенный институт ядерных исследований пришел *Phys. Rev. Letters* 2, № 3, в котором были опубликованы измерения /61/. Точки из этой работы лежали на двугорбой кривой, очень похожей на только что полученную нами. Тем более неожиданным оказался результат, что эти точки находятся в грубом противоречии с формулой /2.7/, причем противоречие не может быть снято, даже если предположить сильную интерференцию  $\sigma_{\text{уцр}}$  с  $\sigma_{\text{несуцр}}$ . В этом легко убедиться, если посмотреть на рисунок, представленный на Киевской конференции /см. /84/ /. На этих рисунках пунктирная кривая получена аппроксимацией данных /61/ резонансными формулами  $\sigma$  с  $j = \frac{3}{2}$  и  $j = \frac{5}{2}$ .

На Киевской конференции 1959 года были представлены прецизионные данные Понтекорво /66/, а также предварительные результаты групп, работающих

в Сакле и в Беркли. Кроме того, выяснилось, что в части старых экспериментов по измерению сечения  $\sigma^-$  в области 0-50 Мэв использовалось неверное значение отношения Панофского, и следует учитывать только новейшие измерения. Возросшая точность знания сечения  $\sigma^-$  сделала невыгодной отдельную аппроксимацию сечений  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$ , так как процедура /3.1/ стала проводить к заметной потере информации. Поэтому для электронной счетной машины была составлена программа одновременного нахождения всех параметров кривых  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$ , которые в дальнейшем искались только совместно.

Предварительные данные группы, работающей в Сакле, переданные нам профессором А.Бертело, позволили взяться за уточнение области 0,5-1,5 Бэв всерьез. Нашу работу значительно облегчило и ускорило то, что профессор П.Фольк-Веран дважды любезно присылал нам уточненные и дополненные данные до их опубликования, за что мы ему лично и всем экспериментаторам этой группы глубоко благодарны.

Французские данные сразу полностью подтвердили сделанную ранее гипотезу о том, что резонанс в сечении  $\sigma^{1/2}$  в районе 900 Мэв соответствует моменту  $j = 5/2$ . Совместно с американскими измерениями  $\sigma^+$  при более высоких энергиях /71/, французские данные /73, 74/ позволили окончательно установить картину сечения  $\sigma^+$  в области 0,7 - 4 Бэв.

Значительно более сложной, чем это предполагалось ранее на основании более грубых измерений, оказалась область 500 - 800 Мэв, в которой ни сечение  $\sigma^+$ , ни сечение  $\sigma^{1/2}$  не удалось пока хорошо аппроксимировать.

В этой области в сечении  $\sigma^+$  наблюдается глубокий минимум, причем экспериментальные точки не лежат на гладкой кривой, а дают отчетливый излом, возможно, ошибочный, а, возможно, и порогового происхождения <sup>x/</sup> /см. на стр.53 рис.9/. В последнем случае формулу /2.7/ следует, в принципе, усложнить, добавив пороговые члены

<sup>x/</sup> Мы имеем в виду пороги реакций

$\pi^+ p \rightarrow K^+ \Sigma^+$ ,  $\pi^- p \rightarrow \Lambda^0 K^0$ ,  $\pi^- p \rightarrow \Sigma^0 K^0$ ,  $\pi^- p \rightarrow \Sigma^- K^+$ ,  
лежащие при энергиях 891,2; 767,5; 899,1 и 903,6 Мэв соответственно.

$$\sigma(E) = L + \sum_{\ell, j} B_{\ell, j} + A + \sum_{\ell} P_{\ell}(E), \quad /3.2/$$

где пороговые добавки  $P_{\ell}$  отличны от нуля только в небольших окрестностях пороговых энергий  $E_{\ell}$ . К счастью, варьировать одновременно все параметры формулы /3.2/ не обязательно, так как, в силу местного характера пороговых добавок, их параметры не должны быть связаны с параметрами функций  $L$ ,  $B$ ,  $A$  /см. также § 4/. Поэтому функцию  $\sigma(E)$  можно искать в два этапа: сначала найти  $L$ ,  $B$ ,  $A$ , положив  $\sum P = 0$ , затем найти  $P_{\ell}(E)$ , считая  $L$ ,  $B$ ,  $A$  фиксированными функциями, что авторы надеются сделать в дальнейшем.

В этой же области энергий лежит и первый максимум в сечении  $\sigma^{1/2}$ . Этот максимум может быть обязан своим происхождением только резонансу в состоянии  $P_{1/2}$ , так как моменты  $j = 3/2$  и выше грубо противоречат эксперименту. Однако, при этом кривая, аппроксимирующая  $\sigma^{-}$ , идет в районе 600 Мэв на 4-5 мб ниже экспериментальных точек. Так как природа этого расхождения пока остается неясной, то для получения кривой, согласующейся с экспериментом и годной для подсчета дисперсионных интегралов, систематическое расхождение в этой области было ликвидировано искусственно формальной заменой множителя  $2j+1=2$  на множитель 2,8.

При отождествлении резонансных состояний использовалось только знание полных сечений и не привлекалась никакая дополнительная информация, например, содержащаяся в угловых распределениях и в данных по фоторождению  $\pi$ -мезонов. Дополнительная информация может помочь снять двусмысленность в определении  $\ell = j \pm 1/2$  в тех случаях, когда такая двусмысленность имеется.

Несмотря на то, что хорошее согласие интерполирующей кривой и экспериментальных данных достигнуто еще не везде, надо отметить полный успех процедуры выделения резонансной части в сечениях  $\sigma^{+}(E)$  и  $\sigma^{-}(E)$  и целесообразность дальнейшей работы в этом направлении. В частности, можно надеяться получить сведения о неупругих процессах в  $\pi$ -p рассеянии, если детализировать вид функции  $A(E)$ , применив соответствующие резонансные формулы для описания процессов рождения  $\pi$ -мезонов и других частиц.

Особенно интересных результатов следует ожидать в тех областях, где полноценное описание зависимости сечений  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$  от энергий еще не найдено.

#### § 4. Метод обработки

Наилучшие значения параметров  $\alpha$  и их ошибки находились методом наименьших квадратов, приспособленным для решения задач с многими нелинейными параметрами.

Минимизируемая квадратичная форма имела вид

$$M = \sum_{i=1}^{n^+} [\sigma_i^+ - y^+(\eta_i, \alpha)]^2 w_i + \sum_{i=n^++1}^{n^++n^-} [\sigma_i^- - y^-(\eta_i, \alpha) \cdot N_i]^2 w_i + (N_0 - N)^2 w_{N_0}, \quad /4.1/$$

где  $\sigma_i^+$ ,  $\sigma_i^-$  - экспериментальные значения сечений /см. табл. 1, 2/,  $y^+ = y^{3/2}$ ,  $y^- = \frac{1}{3} y^{3/2} + \frac{2}{3} y^{1/2}$  - аппроксимирующие кривые,  $w_i$  - веса, равные обратным дисперсиям измерений /см. табл. 1, 2/. Нормы  $N_i$ ,  $N$ ,  $N_0$  вводятся в формулу /4.1/ для учета того факта, что данные работы /66/ /39 точек/ содержат общий нормировочный множитель /систематическую ошибку/

$N_0 = 1 \pm 0,016$ , которую следует учесть отдельно от относительно малых независимых ошибок этих точек. Поэтому в /4.1/  $N_i = N$  для точек работы /66/,

$N_i = 1$  для всех остальных точек,  $w_{N_0} = \frac{1}{(0,016)^2}$  - вес измерения  $N_0$ .

В других опытах серии измерений не так велики, относительная точность меньше, и поэтому нормировка их не вводилась.

При расчете последнего варианта было использовано  $n^+ + n^- = 138 + 126 = 264$  экспериментальных значений полных сечений. Выражения для  $y^{3/2}$  и  $y^{1/2}$  имели вид

$$y^{3/2} = L^+(\alpha) + B_{j=3/2}^+(a_1, a_2, a_3) + B_{j=3/2}^+(a_1, a_2) + A^+(\alpha), \quad /4.2/$$

$$y^{1/2} = L^-(\alpha) + B_{j=1/2}^-(a_1, a_2) + B_{j=1/2}^-(a_1, a_2) + A^-(\alpha). \quad /4.3/$$



Таким образом, вместе с нормой  $N$  в формулу  $M$  входят  $m = 14$  одновременно варьируемых параметров.

Расчеты велись на электронной счетной машине. Для минимизации формы  $M$  применялся метод линеаризации<sup>/85/</sup>, идея которого состоит в следующем. Точные уравнения минимума формы  $M = \sum_i M_i x^i$

$$\frac{\partial M}{\partial a_k} = \sum_i \frac{\partial M_i}{\partial y_i} \frac{\partial y_i}{\partial a_k} = 0 \quad /4.4/$$

заменяются линейной системой уравнений

$$\lambda \sum_i \frac{\partial M_i}{\partial y_i} \frac{\partial y_i}{\partial a_k} + \sum_i \left| \frac{\partial^2 M_i}{\partial y_i^2} \right| \frac{\partial y_i}{\partial a_k} \sum_{\ell=1}^m \Delta a_\ell \frac{\partial y_i}{\partial a_\ell} = 0, \quad /4.5/$$

решением которых находится шаг  $\Delta a_\ell$ .

В уравнении /4.5/ число  $\lambda$  является нормировкой шага. Оно выбиралось электронной счетной машинной так, чтобы шаг ни в одном из направлений не превышал заданных величин. При достаточно малых  $\lambda$  процесс итераций  $\alpha_k^{(n+1)} = \alpha_k^{(n)} + \Delta a_k$  всегда сходится к минимуму  $M$ <sup>/85/</sup>.

При решении уравнений /4.5/ находится матрица  $Z_{k\ell}^{-1}$ , обратная к матрице  $Z_{k\ell}$ , равной

$$Z_{k\ell} = \sum_i w_i \frac{\partial y_i}{\partial a_k} \frac{\partial y_i}{\partial a_\ell} \quad /4.6/$$

Матрица  $Z^{-1}$  является оценкой матрицы ошибок параметров  $\alpha$  и участвует в подсчете оценок коридоров ошибок кривых  $y$

$$S_y^2(\eta) = \sum_{k=1}^m \sum_{\ell=1}^m \frac{\partial y(\eta)}{\partial a_k} \frac{\partial y(\eta)}{\partial a_\ell} Z_{k\ell}^{-1} \quad /4.7/$$

и оценки коридора ошибок дисперсионных интегралов  $Y$

$$S_Y^2(\omega) = \sum_{k=1}^m \sum_{\ell=1}^m \frac{\partial Y(\omega)}{\partial a_k} \frac{\partial Y(\omega)}{\partial a_\ell} Z_{k\ell}^{-1} \quad /4.8/$$

<sup>x/</sup> Суммирование по  $i$  в дальнейшем включает все члены в выражении /4.1/, в том числе и последний  $(N_0 - N)^2 w_N$ .

Из недиагональных членов матрицы ошибок  $Z^{-1}$  обычным образом находят оценки коэффициентов корреляции  $r_{kl}$  параметров  $a$

$$r_{kl} = \frac{Z_{kl}^{-1}}{\sqrt{Z_{kk}^{-1} Z_{ll}^{-1}}}, \quad /4.9/$$

отражающие попарную связь этих параметров. Кроме того, подсчитывались факторы корреляции  $R_k$  /85/, отражающие связь данного параметра  $a_k$  со всеми остальными вместе. Фактор корреляции  $R_k$ , по определению, равен отношению дисперсии  $D_k$  параметра  $a_k$  к его дисперсии  $\bar{D}_k$  в случае, если бы все остальные параметры были бы фиксированы /известны точно/

$$R_k = \frac{D_k}{\bar{D}_k} = Z_{kk}^{-1} Z_{kk}. \quad /4.10/$$

Очевидно,

$$R_k \geq 1. \quad /4.11/$$

Кроме того, при больших корреляциях  $r_{kl}$  имеем

$$R_k \rightarrow \infty \quad \text{при} \quad |r_{kl}| \rightarrow 1. \quad /4.12/$$

Большие корреляции параметров могут возникнуть только в том случае, если области, в которых производные аппроксимирующей функции по этим параметрам отличны от нуля, перекрываются сильно. Наоборот, если для некоторой пары параметров пересечение таких областей мало по сравнению с наибольшей из них, эти параметры будут связаны мало. Поэтому параметры пороговых добавок  $\Pi_k$  в силу их местного характера должны быть настолько слабо связаны с остальными параметрами, что этой связью можно пренебречь, и искать их отдельно.

Большие корреляции параметров со всех точек зрения крайне нежелательны. В некоторых случаях их удается уменьшить искусственно, не меняя интерполяционной формулы, а изменив только способ введения параметров. Так, например,

в формуле для  $\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2$  /2.15/ была введена константа  $C$ , которая была выбрана так, чтобы параметр  $\alpha_3$  не влиял заметно на ширину резонансной кривой. Эта процедура в сотни раз уменьшила соответствующие факторы корреляции  $R_{a_2}$  и  $R_{a_3}$ .

Качество аппроксимации контролировалось как непосредственным сравнением кривых  $y(\eta)$  с экспериментальными значениями  $\bar{b}_i$ , так и подсчетом величины

$$v^2 = \frac{M_{min}}{n-m} = \frac{M_{min}}{n^2+n-1-14} = \frac{M_{min}}{251} \quad /4.13/$$

/единица учитывает нормировочный опыт работы /68/, которая должна быть близка к 1, если разброс точек относительно кривой имеет ту же природу, что и ошибки самих точек.

## § 5. Результаты

На рисунках 5 - 8 изображены сечения  $\sigma^+(E)$  и  $\sigma^-(E)$ , наилучшим образом согласующиеся с экспериментом. Сплошная кривая относится к последнему варианту, причем ее толщина соответствует коридору ошибок  $S(E)$ . Коридор ошибок имеет тот же смысл, что и обычно изображаемые стандартные ошибки измерений: при каждой фиксированной энергии  $E$  истинное сечение с вероятностью 68% лежит внутри коридора ошибок. Естественно, что коридор ошибок имеет смысл только в тех областях энергий, где кривые  $\sigma^+(E)$  и  $\sigma^-(E)$  согласуются с экспериментом. Пунктирными линиями нанесены кривые, полученные для иных значений  $j$  у одного из резонансов.

Так как кривые  $\sigma^+(E)$ ,  $\sigma^-(E)$  в значительной своей части могут быть использованы для нормировки относительных измерений, для чего точность рисунков 5-8 недостаточна, наименее вероятные значения полных сечений приведены также в таблице 3. В первой колонке этой таблицы записана лабораторная кинетическая энергия  $\eta$ -мезона  $E$  в Мэв, во второй - сечения  $\sigma(E)$  с коридором ошибок  $S(E)$ . В тех областях, где согласие с экспериментом не достигнуто, а также при энергиях, больших 3 Бэв, куда сечение экстраполировалось, коридор ошибок не приведен, а значения сечений взяты в скобки.

В таблице 4 собраны сведения о параметрах интерполирующей функции  $\sigma(E)$ . В первой колонке этой таблицы дано значение преекции изотопического спина  $T$ . Вторая колонка указывает вид функции, индексы + и - означают принадлежность к состояниям  $T=3/2$  и  $T=1/2$  соответственно. В колонке 3 указаны значения входящих в формулу констант; указанные для резонансных кривых  $E_{max}$ ,  $E_{res}$  означают, соответственно, лабораторные кинетические энергии  $\pi$ -мезонов, при которых резонансные кривые достигают максимального значения  $\sigma_{max}$  и значения  $2\pi\lambda^2(2j+1)$ . Четвертая колонка содержит значения параметров и их стандартные отклонения. В пятой колонке указаны факторы корреляции  $R$ ; введенная в шестой колонке сквозная нумерация варьируемых параметров соответствует нумерации параметров в матрице ошибок.

В приводимом последнем варианте А у первого резонанса в сечении  $\sigma^{1/2}$  моменту  $j$  было придано не имеющее физического смысла значение 0,9. Если у этого момента оставить его правильное значение  $j=1/2$  /вариант Б/, то согласие с экспериментом получается хуже, но соответствующие  $a_1$  и  $a_2$  приобретают некоторый физический интерес. Остальные параметры варианта Б близки к параметрам варианта А и не приведены.

Таблица 5 содержит матрицу ошибок и корреляций. На диагонали и выше нее стоят элементы матрицы ошибок  $Z_{kl}^{-1}$ . Ниже диагонали вместо элементов  $Z_{kl}^{-1} = Z_{lk}^{-1}$  записаны коэффициенты корреляции  $r_{kl}$ . Корреляции, меньшие 10%, опущены, как не имеющие практического значения.

Т а б л и ц а 3

Интерполированные значения сечений

E MeV	$\sigma^+$ mb	$\pm \Delta \sigma^+$ mb	E BeV	$\sigma^+$ mb	$\pm \Delta \sigma^+$ mb
0	2.76		1	23.24	0.18
20	4.65		1.05	25.50	0.24
30	6.93		1.10	28.58	0.33
40	10.16		1.15	(32.49)	
50	14.41		1.19	(35.93)	
60	19.87	0.73	1.25	(40.07)	
70	26.79	0.84	1.275	40.90	0.28
85	40.58	0.97	1.30	41.13	0.26
100	59.29	1.08	1.33	40.68	0.26
110	75.5	1.1	1.338	40.47	0.26
120	94.5	1.2	1.36	39.51	0.27
135	127.5	1.2	1.38	38.91	0.27
150	161.02	1.04	1.42	37.19	0.29
157	174.56	0.92	1.46	35.54	0.30
165	186.47	0.81	1.50	34.15	0.30
170	191.31	0.76	1.55	32.76	0.29
174	193.71	0.74	1.60	31.69	0.27
179	194.74	0.74	1.65	30.89	0.25
181	194.56	0.74	1.70	30.29	0.23
185	193.29	0.75	1.76	29.76	0.21
189	190.87	0.75	1.81	29.41	0.19
195	185.35	0.74	1.85	29.23	0.18
200	179.32	0.72	1.91	29.00	0.17
209	166.56	0.69	1.96	28.85	0.16
220	149.39	0.67	2.00	28.77	0.15
240	119.93	0.73	2.15	28.57	0.13
255	101.11	0.78	2.33	28.51	0.12
270	86.06	0.79	2.46	28.52	0.11
290	70.23	0.78	2.60	28.60	0.10
305	61.01	0.75	2.76	28.62	0.10
320	53.66	0.71	3.00	(28.78)	(0.09)
335	47.57	0.67	3.44	(28.90)	(0.09)
340	45.84	0.66	3.86	(29.06)	(0.08)
360	39.84	0.61	5.00	(29.42)	
380	35.18	0.56	6.66	(29.62)	
400	31.49	0.52	10	(29.81)	
450	25.26	0.43	50	(29.48)	
470	23.59	0.40			
500	21.66	0.36			
550	19.58	0.30			
590	18.62	0.26			
630	(18.09)				
670	(17.88)				
700	(17.88)				
740	(18.02)				
770	(18.30)				
800	(18.62)				
840	(19.17)				
880	(19.88)				
915	20.64	0.16			
965	22.01	0.16			

E MeV	$\bar{\sigma}$ mb	$\pm S_{\bar{\sigma}}$ mb	E MeV	$\bar{\sigma}$ mb	$\pm S_{\bar{\sigma}}$ mb
0	(5.62)		700	(36.46)	
10	(5.5)		750	36.25	0.44
20	(5.8)		770	37.38	0.40
30	(6.4)		790	39.46	0.45
40	(7.3)		815	43.87	0.61
50	(8.5)		835	49.09	0.69
70	12.37	0.29	850	53.49	0.65
85	16.76	0.32	865	57.14	0.52
100	22.82	0.34	873	58.77	0.46
110	28.12	0.36	880	59.47	0.43
120	34.32	0.38	890	59.49	0.42
130	41.36	0.40	900	58.44	0.46
140	48.95	0.41	915	55.51	0.55
150	56.23	0.40	940	49.63	0.67
157	60.69	0.39	965	44.82	0.65
165	64.52	0.39	985	41.94	0.59
170	66.18	0.39			
175	67.10	0.39	BeV		
179	67.35	0.39	1.00	40.35	0.54
185	66.92	0.39	1.04	37.64	0.42
190	65.92	0.39	1.08	36.38	0.33
195	64.42	0.39	1.10	36.05	0.29
200	62.52	0.38	1.15	36.16	0.26
210	58.02	0.36	1.20	36.76	0.23
220	53.17	0.33	1.25	37.29	0.19
230	48.48	0.31	1.29	37.31	0.18
240	44.24	0.29	1.32	37.10	0.18
250	40.48	0.27	1.35	36.57	0.17
265	35.94	0.26	1.37	36.21	0.17
285	33.55	0.25	1.38	36.03	0.17
290	30.75	0.24	1.43	35.10	0.17
300	29.32	0.24	1.46	34.59	0.17
315	27.67	0.25	1.50	34.01	0.17
330	26.61	0.26	1.60	32.95	0.16
340	26.09	0.27	1.70	32.32	0.14
350	27.70	0.27	1.80	31.92	0.13
360	25.42	0.27	1.90	31.67	0.12
375	25.20	0.27	2.00	31.51	0.12
390	25.16	0.27	2.50	31.21	0.10
425	25.75	0.29	3.00	(31.17)	(0.08)
450	26.85	0.39	4.00	(31.06)	(0.06)
465	27.89	0.49	5.00	(31.18)	
485	29.80	0.66	6.00	(31.16)	
500	31.61	0.83	6.66	(31.15)	
525	36.56	1.07	10	(30.98)	
550	42.23	1.05	50	(29.84)	
570	45.79	0.71			
590	46.87	0.26			
600	(46.42)				
605	(46.00)				
610	(45.24)				
620	(44.31)				
640	(41.67)				
665	(38.85)				
680	(37.59)				

Т а б л и ц а 4

Вариант А

1	2	3	4	5	6
T	F	Дополнительные сведения	Параметры	R	№
$\frac{3}{2}$	L	$\sigma^+(0) = 2.76 \pm 0.53$ mb		$a = 0.17 \pm 0.20$	29 I
	B	$j=3/2$	$E_{\max} = 179$ MeV	$a_1 = 1.1342 \pm 0.0024$	2 2
		$l=1$	$E_{\text{res}} = 195.4$ MeV	$a_2 = 0.0706 \pm 0.0018$	6 4
		$c=1.249$	$\sigma_{\max} = 192.7$ mb	$a_3 = 0.947 \pm 0.070$	7 3
	B	$j=3/2$	$E_{\max} = 1.29$ BeV	$a_1 = 5.901 \pm 0.018$	1.1 5
		$l=2$	$E_{\text{res}} = 1.31$ BeV	$a_2 = 0.229 \pm 0.019$	3 6
		$c=4.36$	$\sigma_{\max} = 19.5$ mb	$a_3 = 0$	
A	$\sigma^+(\infty) = 29.2$ mb	$\eta_0 = 1.497$	$a = 0.1255 \pm 0.0090$	20 7	
$\frac{1}{2}$	L	$\sigma^{1/2}(0) = 7.05 \pm 1.0$ mb		$a = 0.42 \pm 0.13$	8 8
	B	$j=0.9$	$E_{\max} = 587$ MeV	$a_1 = 3.082 \pm 0.021$	1.2 9
		$(l=1)$	$E_{\text{res}} = 593$ MeV	$a_2 = 0.152 \pm 0.022$	3 10
		$c=3.23$	$\sigma_{\max} = 34.4$ mb	$a_3 = 0$	
	B	$j=5/2$	$E_{\max} = 886$ MeV	$a_1 = 4.3279 \pm 0.0084$	1.1 11
		$l=2(3)$	$E_{\text{res}} = 889$ MeV	$a_2 = 0.0573 \pm 0.0057$	2.6 12
		$c=3.8$	$\sigma_{\max} = 45.5$ mb	$a_3 = 0$	
A	$\sigma^{1/2}(\infty) = 29.2$ mb	$\eta_0 = 1.497$	$a = 1.320 \pm 0.093$	5.5 13	
			$N = 0.9988 \pm 0.0064$	4 14	

Вариант Б

$\frac{1}{2}$	B	$j=1/2$	$E_{\max} = 585$ MeV	$a_1 = 3.112 \pm 0.043$	1.9
		$l=1$	$E_{\text{res}} = 600$ MeV	$a_2 = 0.325 \pm 0.071$	5
		$c=3.23$	$\sigma_{\max} = 24.4$ mb	$a_3 = 0$	

Т а б л и ц а 5

$$(42^{-1}=0.42 \cdot 10^{-1}; \dots)$$

	I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
I	42 <sup>-1</sup>	78 <sup>-4</sup>	-66 <sup>-2</sup>	20 <sup>-3</sup>	29 <sup>-3</sup>	-46 <sup>-3</sup>	16 <sup>-2</sup>	-53 <sup>-2</sup>	-11 <sup>-3</sup>	46 <sup>-3</sup>	-14 <sup>-4</sup>	-97 <sup>-4</sup>	-54 <sup>-2</sup>	28 <sup>-3</sup>
2	16%	58 <sup>-5</sup>	29 <sup>-4</sup>	26 <sup>-5</sup>	83 <sup>-6</sup>	10 <sup>-5</sup>	24 <sup>-5</sup>	15 <sup>-4</sup>	-20 <sup>-6</sup>	75 <sup>-5</sup>	12 <sup>-6</sup>	-50 <sup>-6</sup>	-67 <sup>-4</sup>	-88 <sup>-6</sup>
3	-46%	18%	50 <sup>-2</sup>	18 <sup>-4</sup>	-12 <sup>-3</sup>	-24 <sup>-3</sup>	-98 <sup>-4</sup>	26 <sup>-2</sup>	92 <sup>-5</sup>	-94 <sup>-4</sup>	39 <sup>-5</sup>	13 <sup>-4</sup>	34 <sup>-2</sup>	23 <sup>-4</sup>
4	52%	58%	14%	33 <sup>-5</sup>	15 <sup>-5</sup>	-13 <sup>-5</sup>	74 <sup>-5</sup>	69 <sup>-4</sup>	27 <sup>-7</sup>	80 <sup>-5</sup>	16 <sup>-6</sup>	-40 <sup>-6</sup>	-28 <sup>-4</sup>	34 <sup>-5</sup>
5					33 <sup>-3</sup>	-66 <sup>-4</sup>	60 <sup>-5</sup>	-32 <sup>-4</sup>	-18 <sup>-5</sup>	56 <sup>-5</sup>	34 <sup>-5</sup>	26 <sup>-5</sup>	-10 <sup>-3</sup>	12 <sup>-5</sup>
6	-12%		-18%		-19%	38 <sup>-3</sup>	-83 <sup>-4</sup>	11 <sup>-3</sup>	30 <sup>-4</sup>	33 <sup>-4</sup>	-96 <sup>-5</sup>	-19 <sup>-5</sup>	-23 <sup>-3</sup>	-62 <sup>-5</sup>
7		11%	-15%	45%		-48%	80 <sup>-4</sup>	-21 <sup>-3</sup>	-74 <sup>-5</sup>	44 <sup>-5</sup>	12 <sup>-7</sup>	-38 <sup>-5</sup>	-66 <sup>-4</sup>	12 <sup>-4</sup>
8	-20%		28%	29%		-18%		17 <sup>-1</sup>	12 <sup>-3</sup>	49 <sup>-3</sup>	34 <sup>-4</sup>	52 <sup>-4</sup>	-55 <sup>-2</sup>	55 <sup>-3</sup>
9									46 <sup>-3</sup>	12 <sup>-3</sup>	18 <sup>-4</sup>	-46 <sup>-4</sup>	59 <sup>-4</sup>	16 <sup>-5</sup>
10	10%	14%		20%				17%	25%	49 <sup>-3</sup>	19 <sup>-4</sup>	-87 <sup>-4</sup>	-63 <sup>-3</sup>	32 <sup>-4</sup>
11									10%	10%	70 <sup>-4</sup>	41 <sup>-5</sup>	-57 <sup>-5</sup>	12 <sup>-5</sup>
12									-38%	-64%		32 <sup>-4</sup>	89 <sup>-4</sup>	-18 <sup>-7</sup>
13	-29%	-30%	52%	-16%	-13%			-46%		-30%		17%	87 <sup>-2</sup>	50 <sup>-4</sup>
14	21%			29%		21%	66%			23%				41 <sup>-4</sup>



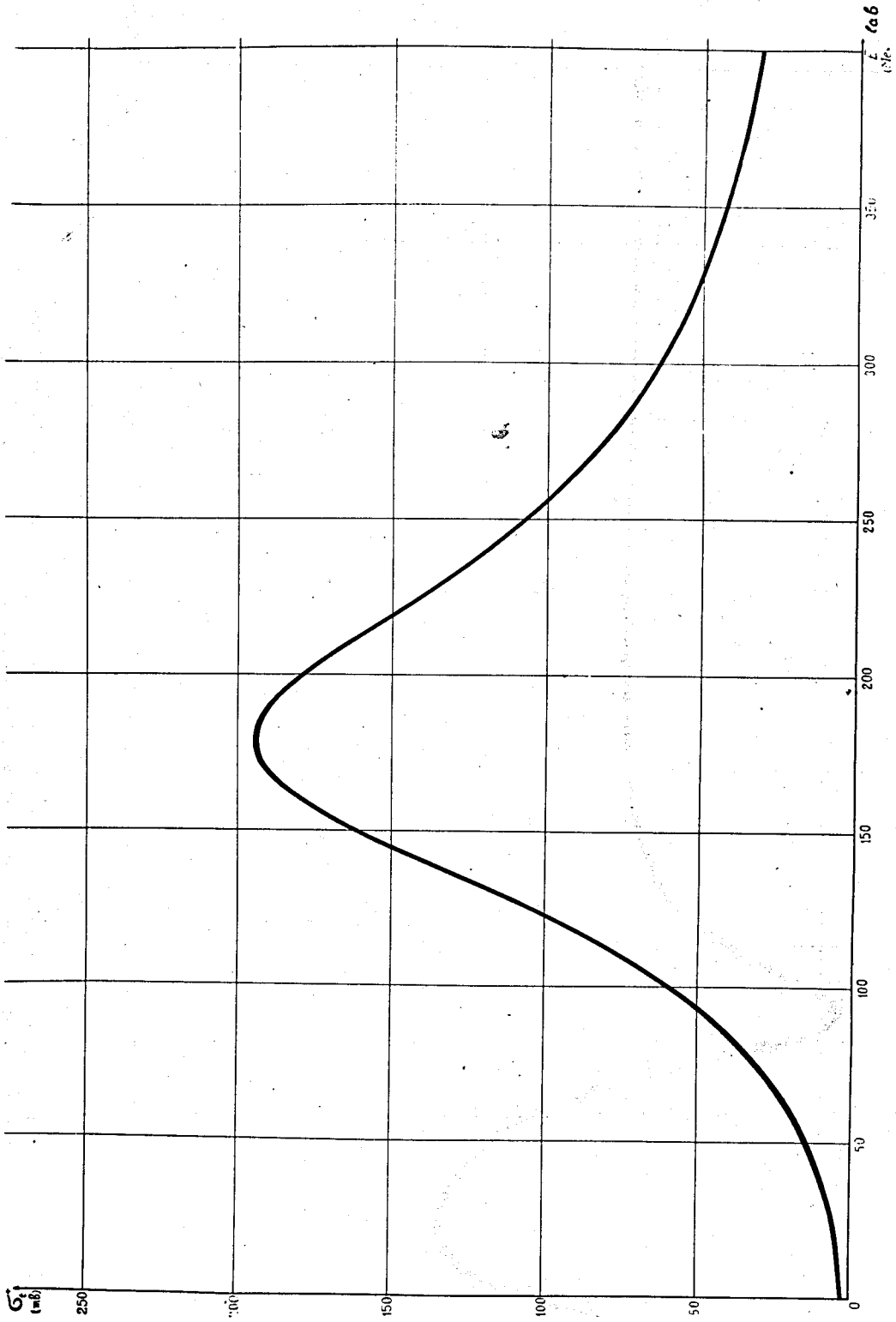


Рис. 5 Интерполированное полное сечение рассеяния  $\sigma_t$  - мезонов на протонах. Толщина линии соответствует коридору ошибок.

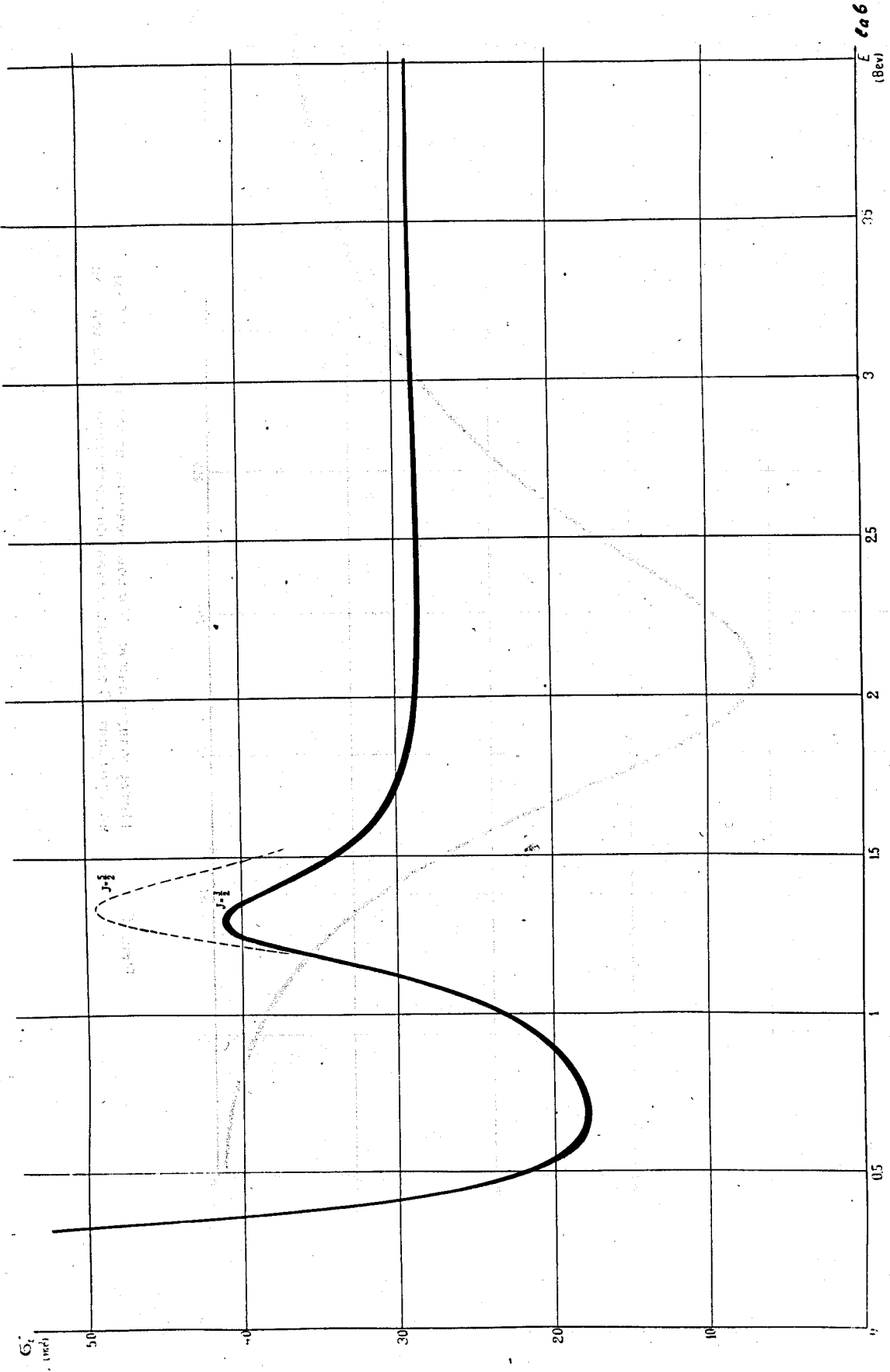


Рис. 6. Интерполированное полное сечение рассеяния  $\pi^+$ -мезонов на протонах. Толщина линии соответствует коридору ошибок.

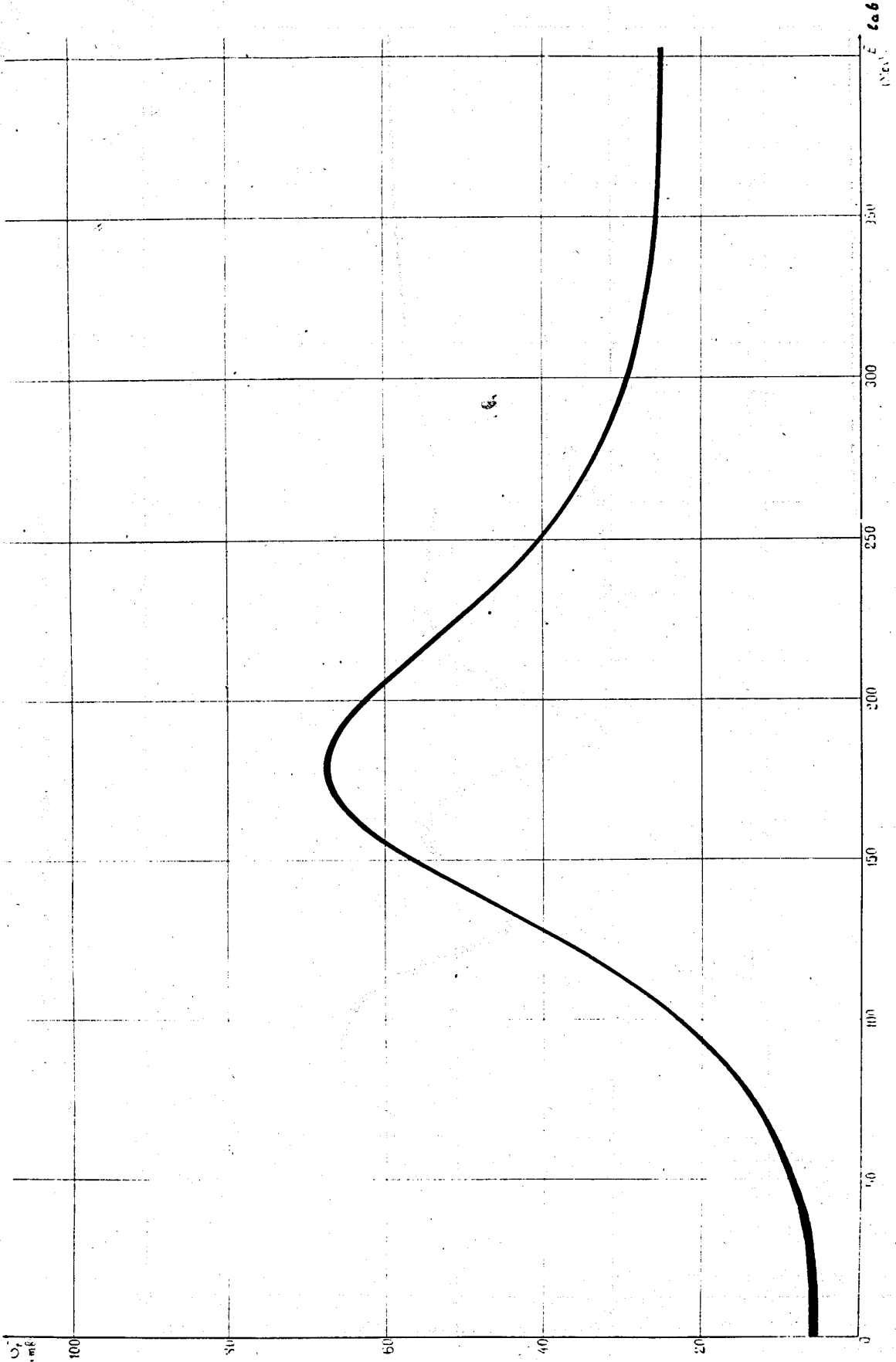


Рис. 7 Интерполированное полное сечение рассеяния  $\pi^-$ -мезонов на протонах. Толщина линии соответствует коридору ошибок.

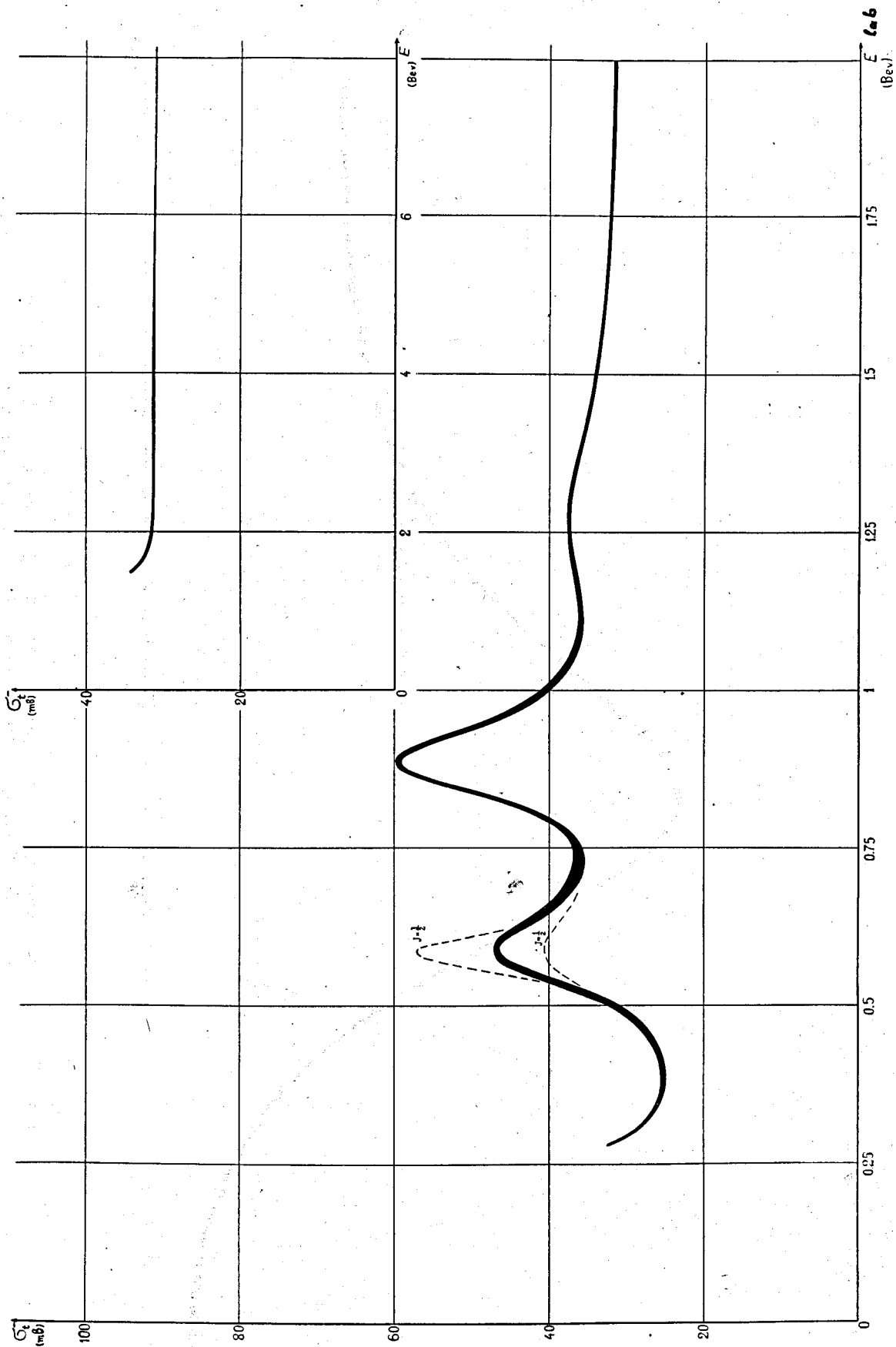


Рис. 8. Интерполированное полное сечение рассеяния  $\pi^-$ -мезонов на протонах.  
Толщина линии соответствует коридору ошибок.

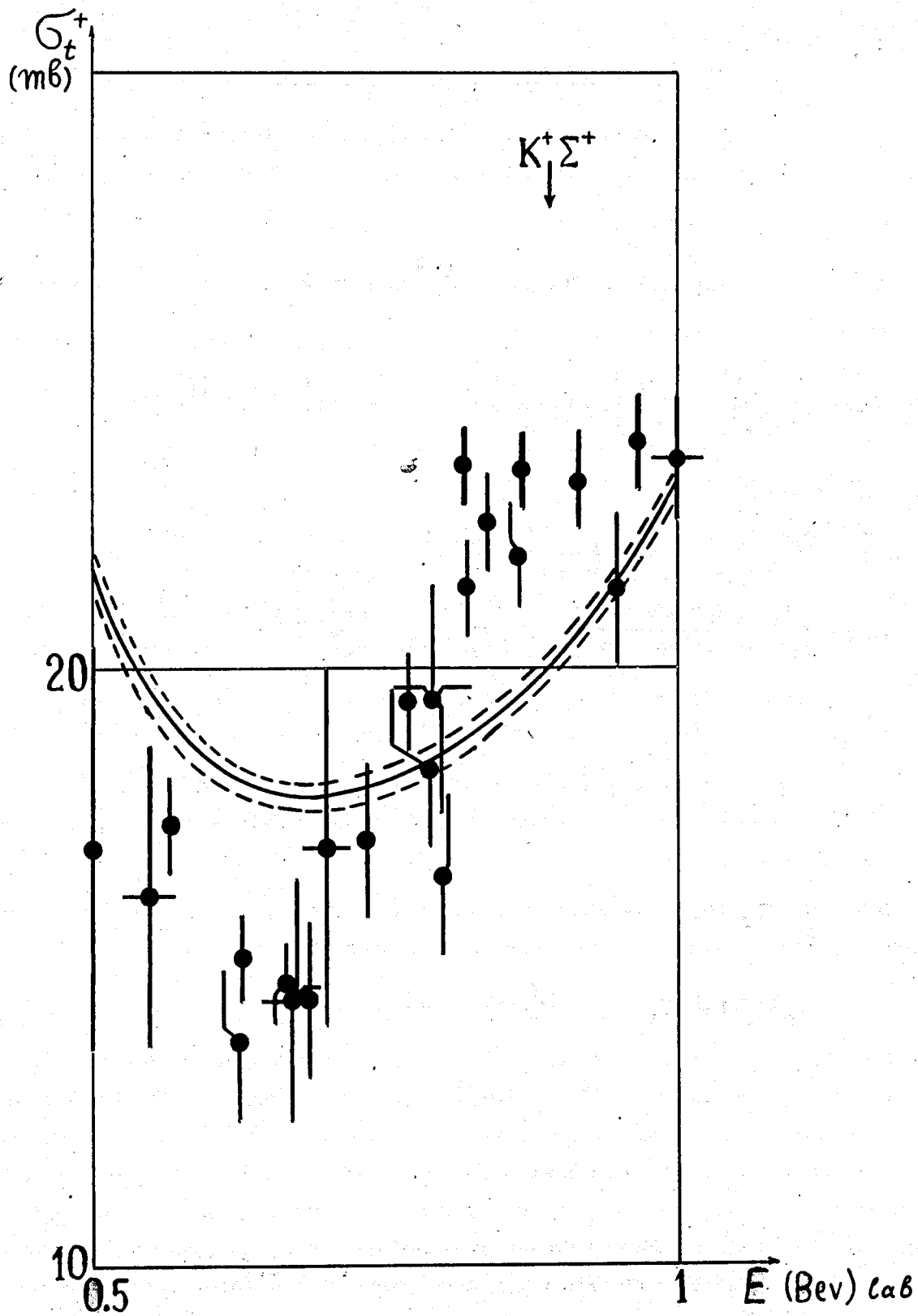


Рис. 9. Излом в полном сечении рассеяния  $\pi^+$ -мезонов на протонах в области 600–900 Мэв.

Пунктиром показан коридор ошибок интерполирующей кривой.

§ 6. Дисперсионные интегралы

Полученные выше аналитические выражения для  $b^{\pm}(E)$  можно использовать для проверки дисперсионных соотношений для  $\pi$ -p рассеяния вперед.

Запишем их в следующем виде

$$D_{\pm}^b(\omega) = \pi_{\pm}(\omega) + F_1^{\pm}(\omega) + F_2^{\pm}(\omega), \quad /7.1/$$

где

$$\pi_{\pm}(\omega) = \frac{1}{2} \left( \frac{\kappa}{\kappa_0} \right)_{\omega=1} \cdot \frac{\kappa_0}{\kappa} \left\{ (\omega+1) D_{\pm}^b(1) + (\omega-1) [-D_{\mp}^b(1)] \right\} + \frac{\kappa \kappa_0}{\omega \mp \frac{1}{2M}} f^2, \quad /7.2/$$

$$F_1^{\pm}(\omega) = \frac{\kappa \kappa_0}{4\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{b^{\pm}(\omega')}{\omega' - \omega} \frac{d\omega'}{\kappa'}; \quad F_2^{\pm}(\omega) = \frac{\kappa \kappa_0}{4\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{b^{\pm}(\omega')}{\omega' + \omega} \frac{d\omega'}{\kappa'} \quad /7.3/$$

Здесь  $\kappa$  - импульс мезона в лабораторной системе,  $\omega = \sqrt{\kappa^2 + 1}$ ,  $M$  - масса нуклона в единицах  $m_{\pi}$ , индекс "b" означает, что величина рассматривается в системе ц.м.

Функция  $\pi_{\pm}(\omega)$  зависит от константы связи  $f^2$  и параметров вычитания  $D_{\pm}^b(1)$ , которые определяются длинами рассеяния

$$D_+^b(1) = a_3, \quad D_-^b(1) = \frac{2}{3} a_1 + \frac{1}{3} a_3. \quad /7.4/$$

Формула /7.1/ содержит интеграл  $F_1(\omega)$  в смысле главного значения и регулярный интеграл  $F_2(\omega)$ . Вычисление их проводилось численно одним и тем же методом, который мы поясним на примере  $F_1(\omega)$ . Подынтегральное выражение  $F_1(\omega)$  содержит знаменную функцию  $\frac{1}{\omega' - \omega}$  с полюсом в точке  $\omega' = \omega$ . Поэтому интегралы по интервалам  $(0, \omega)$  и  $(\omega, \infty)$ , входящие в  $F_1(\omega)$ , имеют большую величину и разные знаки. Величина  $F_1(\omega)$  определяется разностью больших чисел, и для того, чтобы избежать потери точности при вычислении,  $F_1(\omega)$  представляется в виде

$$\frac{4\pi^2}{\kappa\kappa_0} F_1^\pm(\omega) = \int_{2\omega}^{\infty} \frac{f(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' + \int_0^{\omega} \frac{f(\omega') - f(2\omega - \omega')}{\omega' - \omega} d\omega', \quad /7.5/$$

где  $f(\omega') = \frac{\sigma^\pm(\omega')}{\kappa'}$

Первый из интегралов особенности не содержит, второй в точке  $\omega = \omega'$  содержит неопределенность типа  $\frac{0}{0}$ . При вычислении его интегрирование проводилось до точки  $\omega - \varepsilon$ , а затем добавлялась величина  $f(\omega + \varepsilon) - f(\omega - \varepsilon)$ , зависящая от производной функции  $f(\omega)$  в точке  $\omega$ . Здесь проявляется тот факт, что интеграл в смысле главного значения чувствителен к форме кривой <sup>/86/</sup>  $f(\omega)$ .

Поскольку для параметров, входящих в формулу /7.1/, известна матрица ошибок, вычисление среднеквадратичной ошибки функций  $f_1(\omega)$  и  $f_2(\omega)$  не представляет труда и проводится по формулам /4.8/. Производные, входящие в /4.8/, вычислялись аналогично самим  $F(\omega)$ .

Значения функций  $F_1^\pm(\omega), F_2^\pm(\omega); D_\pm(\omega)$  приведены в таблицах 6, 7<sup>x/</sup>. Функции  $F_2^\pm$  монотонно меняются с энергией и слабо зависят от деталей поведения  $\sigma^\pm(\omega)$ . Функции  $F_1^\pm(\omega)$ , в противоположность  $F_2^\pm(\omega)$ , в районе максимумов полных сечений претерпевают резкие изменения, что наиболее ясно видно на примере  $F_1^+(\omega)$  в области резонанса  $P_{3/2}, T = \frac{3}{2}$ . Резкое падение  $F_1^+(\omega)$  целиком определяет поведение  $D_\pm^6(\omega)$  в области  $2 \leq \omega \leq 2,5$ .

В более ранних работах для  $F_1^-(\omega)$  получались качественно такие же результаты. Однако, крутизна в области резонанса значительно менялась. Это связано с тем, что сечение  $\sigma^-$  было известно недостаточно точно, а поэтому форма максимума при  $\sim 200$  Мэв выбиралась по-разному. Этот произвол сильно влиял на окончательное выражение. Работа группы Б.М.Понтекорво <sup>/66/</sup> восполнила пробел в наших знаниях о  $\sigma^{1/2}$ .

В рамках принятой нами гипотезы об аналитическом виде  $\sigma^\pm(\omega)$  была найдена наилучшая кривая, т.е. устранен произвол в выборе вида  $\sigma^-(\omega)$ .

x/ В последних 4-х колонках таблицы 7 приведены интегралы от  $\sigma^{1/2}$  и их ошибки /см. /2.8//.

Использование новых экспериментальных данных, а также аккуратное вычисление  $F_{1,2}^{\pm}(\omega)$  приводит к тому, что, как это видно на рис. 10, 11, вычисленные значения  $D_{\pm}^b(\omega)$  согласуются с экспериментальными. Разница между экспериментальными точками для  $D_{\pm}^b(\omega)$  и кривой имеет тот же порядок, что и поправки в к дисперсионным соотношениям /87-91/ /на мезоатомы и др/., которые следует аккуратно ввести, прежде чем обсуждать вопрос о соблюдении причинности. Лучшего согласия трудно ожидать на данной стадии сравнения. Предположение о постоянстве и величине сечений на бесконечности мало влияет на поведение  $D_{\pm}^b(\omega)$  при низких энергиях, что было установлено прямым вычислением.

Обсуждение всех следствий, которые можно извлечь из изложенных в данной работе результатов, будет дано в другой статье.

Авторы пользуются случаем, чтобы поблагодарить И.Н.Силина за участие в разработке метода и программы анализа и большую вычислительную работу, проведенную им, а также профессора Я.А.Смородинского и член-корреспондента Б.М.Понтекорво за постоянный интерес к этой работе.

Рукопись поступила в издательский отдел  
12 августа 1960 года.



Т а б л и ц а 6

$\omega$	$D_+^b(\omega)$	$D_-^b(\omega)$	$\omega$	$D_+^b(\omega)$	$D_-^b(\omega)$
1	-0.105	0.07500	2.25	0.1373	0.1064
1.05	-0.09155		2.30	-0.0092	0.06983
1.10	-0.05211	0.07656	2.35		
1.15	-0.02357	0.07943	2.40	-0.2411	+0.00097
1.20	0.006420	0.08358	2.45	-0.3411	-0.02779
1.25	0.03790	0.08893	2.50	0.4257	-0.05158
1.30	0.07093	0.09548	2.55	0.4975	-0.07032
1.35	0.1056	0.1031	2.60	0.5542	-0.08430
1.40	0.1418	0.1119	2.65	0.5984	-0.09383
1.45	0.1796	0.1216	2.70	0.6318	-0.09980
1.50	0.2189	0.1324	2.75	0.6550	-0.1025
1.55	0.2596	0.1440	2.80	0.6728	-0.01023
1.60	0.3012	0.1563	2.85	0.6834	-0.09957
1.65	0.3429	0.1691	2.90	0.6899	-0.09807
1.70	0.3840	0.1821	2.95	0.6923	-0.09373
1.75	0.4231	0.1948	3.00	0.6916	-0.08856
1.80	0.4581	0.2064	3.20	0.6710	-0.06231
1.85	0.4866	0.2162	3.40	0.6365	-0.03286
1.90	0.5051	0.2230	3.60	0.5993	-0.002780
1.95	0.5099	0.2256	3.80	0.5602	+0.02797
2.00	0.4972	0.2226	4.00	0.5235	+0.06036
2.05	0.4633	0.2130	4.20	0.4887	+0.09571
2.10	0.4061	0.1959			
2.15	0.3259	0.1716			
2.20	0.2259	0.1412			

$\omega$	$F_2^+$	$\Delta F_2^+$	$F_1^+$	$\Delta F_1^+$	$F_2^-$	$\Delta F_2^-$	$F_1^-$	$\Delta F_1^-$	$F_2^{1/2}$	$\Delta F_2^{1/2}$	$F_1^{1/2}$	$\Delta F_1^{1/2}$
1.05	0,00019	0,00020	0,002591	0,000014	0,004084	0,000094	0,001614	0,000026	-0,00012	0,00016	0,00012	0,00016
1.10	0,009128	0,000059	0,02721	0,00042	0,005213	0,000029	0,00900	0,00017	0,003256	0,000052	-0,00010	0,00028
1.15	0,01375	0,000089	0,04404	0,00063	0,007866	0,000043	0,01472	0,00024	0,004924	0,000078	+0,00006	0,00038
1.20	0,01841	0,00012	0,06293	0,00082	0,01055	0,000058	0,02123	0,00029	0,00662	0,00010	0,00038	0,00045
1.25	0,02310	0,00015	0,08385	0,00098	0,01326	0,000073	0,02852	0,00032	0,00833	0,00013	0,00086	0,00049
1.30	0,02783	0,00018	0,1068	0,0011	0,01599	0,000087	0,03660	0,00035	0,01007	0,00016	0,00149	0,00051
1.35	0,03258	0,00021	0,1318	0,0012	0,01875	0,00010	0,04545	0,00037	0,01183	0,00016	0,00228	0,00052
1.40	0,03735	0,00024	0,1587	0,0013	0,02153	0,00012	0,05507	0,00040	0,01362	0,00021	0,00323	0,00051
1.45	0,04214	0,00027	0,1876	0,0015	0,02432	0,00013	0,06543	0,00044	0,01542	0,00023	0,00435	0,00048
1.50	0,04695	0,00030	0,2182	0,0017	0,02715	0,00015	0,07652	0,00049	0,01724	0,00026	0,00563	0,00045
1.55	0,05178	0,00032	0,2505	0,0019	0,02998	0,00016	0,08823	0,00057	0,01908	0,00028	0,00709	0,00041
1.60	0,05662	0,00036	0,2839	0,0022	0,03283	0,00018	0,1004	0,00066	0,02094	0,00031	0,00873	0,00038
1.65	0,06148	0,00038	0,3177	0,0026	0,03571	0,00019	0,1129	0,00080	0,02282	0,00034	0,01055	0,00036
1.70	0,06635	0,00041	0,3511	0,0030	0,03859	0,00021	0,1254	0,00093	0,02471	0,00036	0,01255	0,00037
1.75	0,07123	0,00044	0,3826	0,0034	0,04149	0,00022	0,1374	0,00106	0,02662	0,00039	0,01476	0,00042
1.80	0,07612	0,00047	0,4103	0,0038	0,04441	0,00023	0,1482	0,0012	0,02855	0,00044	0,01717	0,00045
1.85	0,08103	0,00050	0,4315	0,0043	0,04733	0,00025	0,1570	0,0013	0,03049	0,00044	0,01980	0,00058
1.90	0,08593	0,00053	0,4429	0,0047	0,05027	0,00026	0,1627	0,0015	0,03244	0,00047	0,02266	0,00070
1.95	0,09085	0,00056	0,4408	0,0051	0,05322	0,00028	0,1641	0,0016	0,03441	0,00050	0,02577	0,00084
2.00	0,09577	0,00059	0,4212	0,0056	0,05618	0,00029	0,1598	0,0018	0,03639	0,00053	0,02915	0,00098
2.05	0,1007	0,00062	0,3805	0,0062	0,05915	0,00031	0,1487	0,0020	0,03838	0,00055	0,03279	0,00114
2.10	0,1056	0,00064	0,3167	0,0067	0,06213	0,00032	0,1301	0,0021	0,04038	0,00058	0,03639	0,00131
2.15	0,1106	0,00068	0,2300	0,0070	0,06512	0,00034	0,1041	0,0023	0,04240	0,00061	0,0412	0,0015
2.20	0,1155	0,00071	0,1234	0,0071	0,06811	0,00035	0,0719	0,0023	0,04442	0,00063	0,0462	0,0017
2.25	0,1204	0,00073	0,0286	0,0070	0,07112	0,00037	0,0354	0,0023	0,04646	0,00066	0,0517	0,0019
2.30	0,1253	0,00076	-0,1242	0,0067	0,07413	0,00038	0,0030	0,0022	0,04851	0,00068	0,0575	0,0022
2.35	0,1303	0,00079	-0,2501	0,0065					0,05057	0,00071	0,0638	0,0024
2.40	0,1352	0,00082	-0,3684	0,0063	0,08016	0,00041	-0,0759	0,0021	0,05264	0,00073	0,0704	0,0027
2.45	0,1402	0,00084	-0,4745	0,0063	0,08319	0,00043	-0,1068	0,0021	0,05472	0,00076	0,0771	0,0030
2.50	0,1451	0,00088	-0,5661	0,0064	0,08623	0,00044	-0,1327	0,0021	0,05680	0,00079	0,0840	0,0032
2.55	0,1500	0,00090	-0,6428	0,0065	0,08927	0,00046	-0,1536	0,0022	0,05890	0,00082	0,0910	0,0035
2.60	0,1549	0,00093	-0,7054	0,0065	0,09231	0,00047	-0,1698	0,0022	0,06100	0,00084	0,0981	0,0037
2.65	0,1598	0,00096	-0,7554	0,0063	0,09535	0,00049	-0,1816	0,0023	0,06311	0,00087	0,1052	0,0039
2.70	0,1647	0,00099	-0,7945	0,0062	0,09840	0,00050	-0,1899	0,0024	0,06522	0,00089	0,1124	0,0041
2.75	0,1697	0,00101	-0,8244	0,0059	0,1014	0,00051	-0,1951	0,0024	0,06735	0,00092	0,1196	0,0043

$\omega$	$F_2^+$	$\Delta F_2^+$	$F_1^+$	$\Delta F_1^+$	$F_2^-$	$\Delta F_2^-$	$F_1^-$	$\Delta F_1^-$	$F_2^{1/2}$	$\Delta F_2^{1/2}$	$F_1^{1/2}$	$\Delta F_1^{1/2}$	$F_1^{1/2}$	$\Delta F_1^{1/2}$
2.80	0,1746	0,00104	-0,8469	0,0057	0,1045	0,00053	-0,1979	0,0025	0,06948	0,00095	0,1266	0,00045	0,1266	0,00045
2.85	0,1795	0,00107	-0,8634	0,0054	0,1076	0,00054	-0,1988	0,0026	0,07162	0,00097	0,1336	0,00046	0,1336	0,00046
2.90	0,1844	0,0011	-0,8752	0,0052	0,1106	0,00056	-0,1980	0,0027	0,07376	0,00100	0,1405	0,00047	0,1405	0,00047
2.95	0,1893	0,0011	-0,8831	0,0050	0,1137	0,00057	-0,1962	0,0027	0,07591	0,00102	0,1471	0,00048	0,1471	0,00048
3.00	0,1941	0,0011	-0,8880	0,0048	0,1168	0,00059	-0,1935	0,0028	0,07807	0,00105	0,1537	0,00049	0,1537	0,00049
3.20	0,2136	0,0013	-0,8889	0,0046	0,1290	0,00065	-0,1778	0,0030	0,0867	0,0011	0,1778	0,00050	0,1778	0,00050
3.40	0,2329	0,0014	-0,8755	0,0048	0,1413	0,00070	-0,1592	0,0032	0,0955	0,0012	0,1989	0,00052	0,1989	0,00052
3.50	0,2427	0,0014	-0,8669	0,0049	0,1475	0,00073	-0,1497	0,0033	0,0909	0,0013	0,2088	0,00055	0,2088	0,00055
3.60	0,2521	0,0015	-0,8579	0,0051	0,1536	0,00076	-0,1403	0,0036	0,1043	0,0014	0,2184	0,00059	0,2184	0,00059
3.70	0,2617	0,0015	-0,8488	0,0052	0,1597	0,00079	-0,1308	0,0039	0,1087	0,0014	0,2282	0,00065	0,2282	0,00065
3.80	0,2712	0,0016	-0,8399	0,0054	0,1659	0,00081	-0,1210	0,0042	0,1132	0,0014	0,2384	0,00070	0,2384	0,00070
3.90	0,2807	0,0016	-0,8313	0,0055	0,1720	0,00084	-0,1109	0,0046	0,1176	0,0015	0,2494	0,00077	0,2494	0,00077
4.00	0,2901	0,0017	-0,8230	0,0057	0,1781	0,00087	-0,1002	0,0050	0,1221	0,0015	0,2613	0,00083	0,2613	0,00083
4.10	0,2996	0,0017	-0,8151	0,0058	0,1842	0,00090	-0,0888	0,0055	0,1265	0,0016	0,2744	0,00090	0,2744	0,00090
4.20	0,3089	0,0018	-0,8076	0,0060	0,1903	0,00092	-0,0766	0,0058	0,1310	0,0016	0,2889	0,00095	0,2889	0,00095
4.30	0,3183	0,0018	-0,8005	0,0061	0,1964	0,00095	-0,0638	0,0060	0,1355	0,0017	0,3046	0,00098	0,3046	0,00098
4.40	0,3275	0,0019	-0,7938	0,0062	0,2025	0,00098	-0,0505	0,0060	0,1400	0,0017	0,3212	0,00098	0,3212	0,00098
4.50	0,3368	0,0019	-0,7875	0,0063	0,2086	0,0010	-0,0374	0,0056	0,1445	0,0018	0,3377	0,00093	0,3377	0,00093
4.60	0,3460	0,0020	-0,7815	0,0064	0,2150	0,0010	-0,0258	0,0046	0,1490	0,0018	0,3521	0,00080	0,3521	0,00080
4.70	0,3552	0,0020	-0,7759	0,0065	0,2208	0,0011	-0,0181	0,0036	0,1535	0,0019	0,3607	0,00062	0,3607	0,00062
4.80	0,3643	0,0021	-0,7705	0,0066	0,2268	0,0011	-0,0179	0,0038	0,1580	0,0019	0,3584	0,00063	0,3584	0,00063
4.90	0,3734	0,0021	-0,7657	0,0067	0,2328	0,0011	-0,0294	0,0068	0,1626	0,0020	0,3389	0,010	0,3389	0,010
5.00	0,3825	0,0021	-0,7609	0,0068	0,2389	0,0011	-0,055	0,011	0,1671	0,0020	0,298	0,016	0,298	0,016
5.10	0,3915	0,0022	-0,7563	0,0069	0,2449	0,0012	-0,095	0,014	0,1716	0,0021	0,236	0,022	0,236	0,022
5.20	0,4006	0,0022	-0,7519	0,0070	0,2509	0,0012	-0,141	0,015	0,1761	0,0021	0,165	0,024	0,165	0,024
5.30	0,4096	0,0023	-0,7477	0,0071	0,2569	0,0012	-0,185	0,015	0,1806	0,0022	0,096	0,022	0,096	0,022
5.40														
5.50	0,4274	0,0024	-0,7401	0,0072	0,2689	0,0012	-0,245	0,010	0,1897	0,0022	0,002	0,016	0,002	0,016
5.60					0,2749	0,0013	-0,2598	0,0077	0,1942	0,0023	-0,021	0,012	-0,021	0,012
5.70	0,4451	0,0025	-0,7333	0,0073	0,2808	0,0013	-0,2660	0,0057	0,1987	0,0023	-0,0324	0,010	-0,0324	0,010
5.80	0,4539	0,0025	-0,7301	0,0073	0,2868	0,0013	-0,2661	0,0049	0,2032	0,0024	-0,0342	0,0084	-0,0342	0,0084
5.90	0,4626	0,0026	-0,7271	0,0073	0,2927	0,0014	-0,2619	0,0051	0,2077	0,0024	-0,0292	0,0086	-0,0292	0,0086
6.00	0,4713	0,0026	-0,7243	0,0074	0,2986	0,0014	-0,2543	0,0059	0,2123	0,0025	-0,0193	0,0097	-0,0193	0,0097
6.10	0,4799	0,0026	-0,7215	0,0074	0,3045	0,0014	-0,2441	0,0068	0,2168	0,0025	+0,0054	0,011	+0,0054	0,011
6.20	0,4886	0,0027	-0,7188	0,0074	0,3104	0,0014	-0,2318	0,0077	0,2213	0,0026	+0,012	0,012	+0,012	0,012
6.30	0,4971	0,0027	-0,7162	0,0074	0,3162	0,0015	-0,2176	0,0085	0,2256	0,0026	+0,032	0,013	+0,032	0,013

$\omega$	$F_2^+$	$\Delta F_2^+$	$F_1^+$	$\Delta F_1^+$	$F_2^-$	$\Delta F_2^-$	$F_1^-$	$\Delta F_1^-$	$F_2^{1/2}$	$\Delta F_2^{1/2}$	$F_1^{1/2}$	$\Delta F_1^{1/2}$
6.40	0,5057	0,0028	-0,7137	0,0074	0,3221	0,0015	-0,2018	0,0091	0,2303	0,0026	0,054	0,014
6.50	0,5142	0,0028	-0,7112	0,0074	0,3279	0,0015	-0,1846	0,0093	0,2348	0,0027	0,079	0,014
6.60	0,5227	0,0029	-0,7087	0,0074	0,3377	0,0015	-0,1670	0,0091	0,2393	0,0027	0,104	0,014
6.70	0,5311	0,0029	-0,7063	0,0074	0,3396	0,0016	-0,1502	0,0084	0,2438	0,0028	0,128	0,012
6.80	0,5395	0,0029	-0,7039	0,0074	0,3454	0,0016	-0,1370	0,0068	0,2483	0,0028	0,146	0,011
6.90	0,5479	0,0030	-0,7014	0,0074	0,3512	0,0016	-0,1323	0,0047	0,2528	0,0028	0,1523	0,0075
7.00	0,5563	0,0030	-0,6990	0,0074	0,3569	0,0016	-0,1431	0,0040	0,2572	0,0029	0,1348	0,0065
7.10	0,5646	0,0031	-0,6964	0,0074	0,3627	0,0017	-0,1781	0,0072	0,2617	0,0029	0,081	0,011
7.20	0,5729	0,0031	-0,6939	0,0074	0,3684	0,0017	-0,242	0,011	0,2662	0,0030	-0,016	0,016
7.40	0,5893	0,0032	-0,6885	0,0075	0,3799	0,0017	-0,424	0,016	0,2752	0,0031	-0,292	0,022
7.60												
7.80												
8.00	0,6380	0,0037	-0,6703	0,0076	0,4139	0,0018	-0,6312	0,0052	0,3019	0,0033	-0,6116	0,0083
8.20	0,6540	0,0035	-0,6637	0,0076	0,4251	0,0019	-0,6238	0,0046	0,3107	0,0034	-0,6038	0,0072
8.40	0,6698	0,0035	-0,6574	0,0076	0,4363	0,0020	-0,6123	0,0047	0,3196	0,0034	-0,5897	0,0074
8.60	0,6855	0,0036	-0,6520	0,0074	0,4474	0,0020	-0,6013	0,0048	0,3284	0,0035	-0,5758	0,0077
8.80	0,7012	0,0037	-0,6494	0,0072	0,4585	0,0020	-0,5924	0,0050	0,3372	0,0036	-0,5640	0,0079
9.00	0,7167	0,0039	-0,6509	0,0069	0,4695	0,0021	-0,5868	0,0050	0,3459	0,0037	-0,5548	0,0080
9.20	0,7321	0,0039	-0,6595	0,0070	0,4805	0,0021	-0,5851	0,0049	0,3547	0,0037	-0,5479	0,0080
9.40	0,7474	0,0039	-0,6783	0,0077	0,4914	0,0022	-0,5881	0,0050	0,3634	0,0038	-0,5431	0,0081
9.60	0,7626	0,0040	-0,7100	0,0089	0,5023	0,0022	-0,5967	0,0051	0,3721	0,0039	-0,5401	0,0081
9.80	0,7777	0,0041	-0,7554	0,0100	0,5131	0,0023	-0,6108	0,0054	0,3808	0,0040	-0,5385	0,0081
10.0	0,7927	0,0041	-0,812	0,011	0,5238	0,0023	-0,6295	0,0056	0,3894	0,0040	-0,5381	0,0081
10.2	0,8076	0,0042	-0,875	0,011	0,5346	0,0023	-0,6509	0,0057	0,3980	0,0041	-0,5387	0,0081
10.4	0,8224	0,0043	-0,938	0,011	0,5452	0,0024	-0,6727	0,0057	0,4066	0,0041	-0,5403	0,0081
10.6	0,8371	0,0043	-0,994	0,011	0,5558	0,0024	-0,6933	0,0057	0,4152	0,0043	-0,5426	0,0082
10.8	0,8517	0,0044	-1,043	0,010	0,5664	0,0025	-0,7114	0,0056	0,4238	0,0043	-0,5456	0,0082
11.0	0,8662	0,0045	-1,0825	0,0097	0,5769	0,0025	-0,7269	0,0055	0,4323	0,0044	-0,5496	0,0082

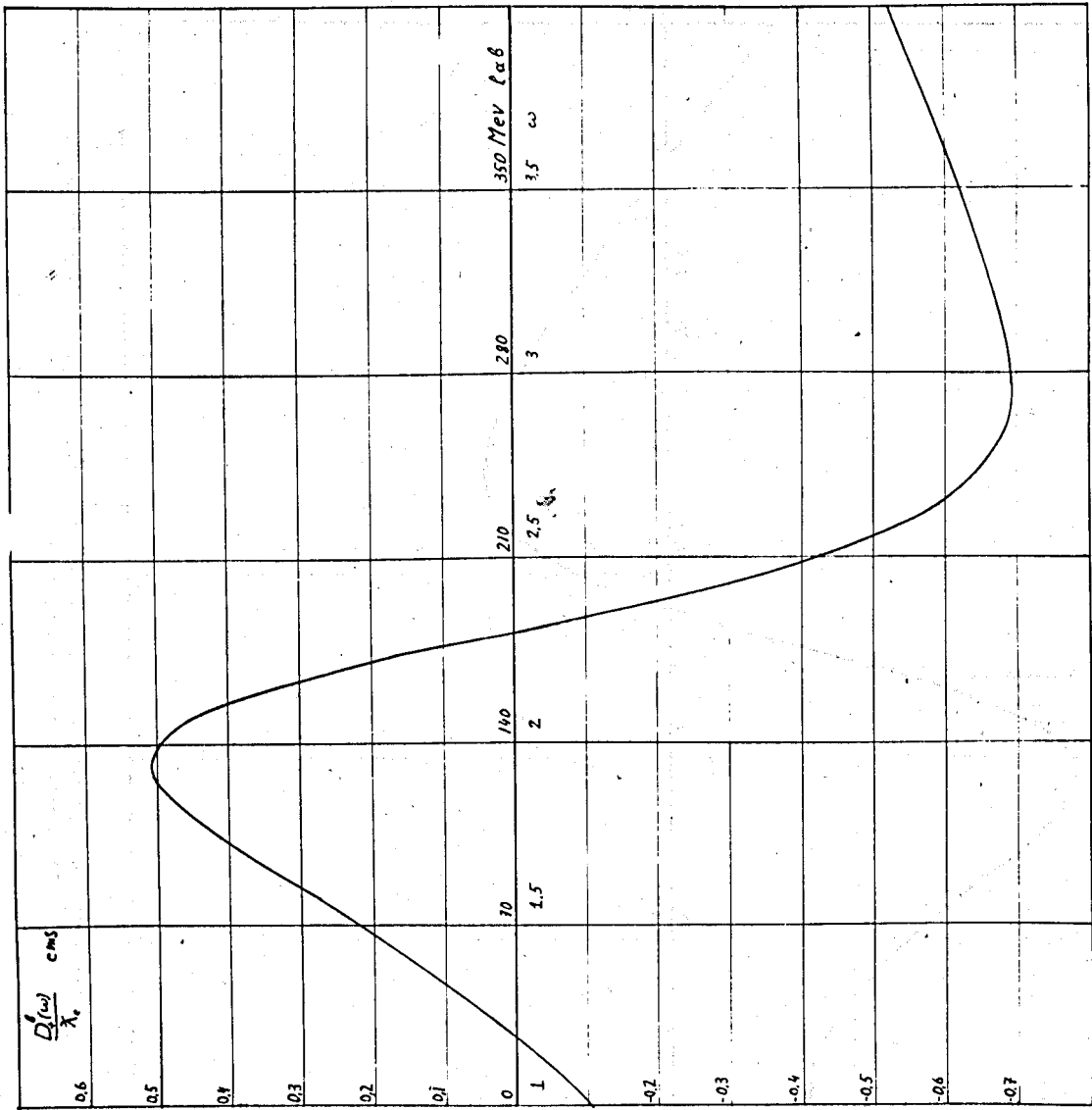


Рис. 10. Действительная часть амплитуды  $T^+$ -р рассеяния вперед.

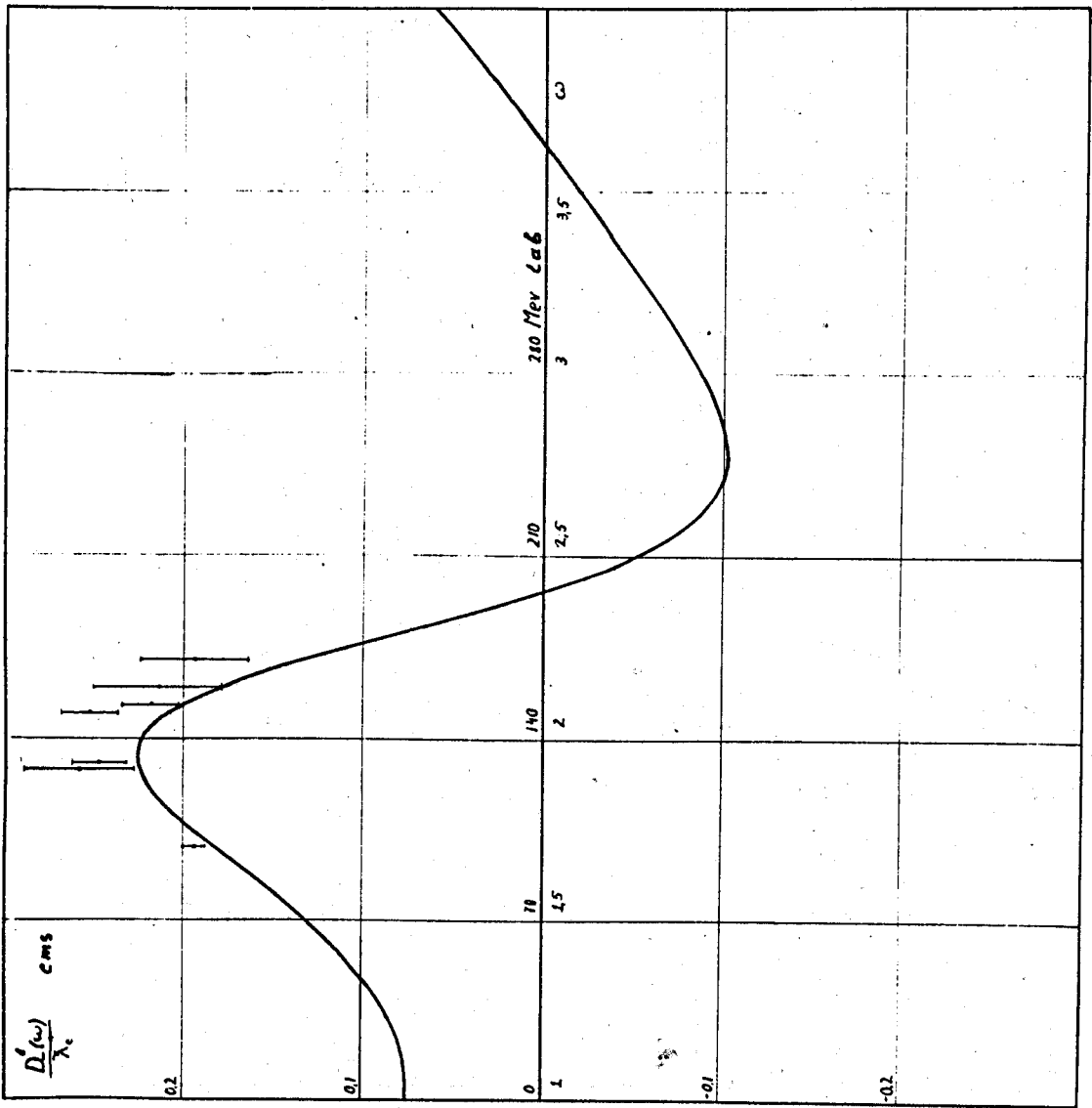


Рис. 11. Действительная часть амплитуды  $\pi^-p$  рассеяния вперед — сравнение с экспериментом.

## ИМТЕРАТУРА

1. C.Chedester, P.Isaacs, A.Sacks, J.Steinberger. Phys.Rev.82,958 (1951).
2. P.J.Isaacs, A.M.Sacks, J.Steinberger. Phys.Rev.85,803 (1952).
3. H.L.Anderson, E.Fermi, E.A.Long, R.Martin, D.E.Nagle, Phys.Rev. 85,934 (1952).
4. H.L.Anderson, E.Fermi, E.A.Long, D.E.Nagle. Phys.Rev.85,936 (1952).
5. H.L.Anderson, E.Fermi, D.A.Nagle, G.B.Yodh. Phys.Rev.86,413 (1952).
6. H.L.Anderson, E.Fermi, D.E.Nagle, G.B.Yodh. Phys.Rev.86,793 (1952).
7. E.C.Fowler, W.B.Fowler, R.P.Shutt, A.M.Thorndike, W.L.Whittemore. Phys.Rev. 86,1053 (1952).
8. G.Goldhaber. Phys.Rev.89, 1187 (1953).
9. H.L.Anderson, E.Fermi, R.Martin, D.E.Nagle. Phys.Rev.91,155 (1953).
10. E.Fermi, M.Glicksman, R.Martin, D.E.Nagle. Phys.Rev.92,161 (1953).
11. J.P.Perry, C.A.Angel. Phys.Rev.91,1289 (1953).
12. S.J.Lindenbaum, L.C.L.Yuan, Phys.Rev.92,1578 (1953).
13. W.B.Fowler, R.M.Lea, W.D.Shephard, R.P.Shutt, A.M.Thorndike, W.L.Whittemore, Phys.Rev.92,832 (1953); 95,1587 (1954).
14. A.Shapiro, C.Leavitt, F.Chen. Phys.Rev.92,1073 (1953).
15. C.E.Angell, J.P.Perry. Phys.Rev.92,835 (1953).
16. S.L.Leonard, D.H.Stork. Phys.Rev.93,568 (1954).
17. G.Homa, G.Goldhaber, L.M.Lederman. Phys.Rev.93, 554 (1954).
18. J.Orear, J.J.Lord, A.B.Weaver. Phys.Rev.93,575 (1954).
19. R.L.Cool, L.Madansky, O.Piccioni. Phys.Rev.93,249 (1954).
20. D.Bodansky, A.M.Sachs, J.Steinberger. Phys.Rev.93,1367 (1954).
21. R.L.Cool, L.Madansky, O.Piccioni, Phys.Rev.93,637 (1954).
22. J.Ashkin, J.P.Blaser, F.Feiner, J.Gorman, M.O.Stern. Phys.Rev.93,1129 (1954).
23. M.Glicksman. Phys.Rev.94,1335 (1954).
24. J.Tinlot, A.Roberts. Phys.Rev.95, 137 (1954).
25. J.Orear, C.H.Tsao, J.J.Lord, A.B.Weaver. Phys.Rev.95,624 (1954).
26. W.J.Spry. Phys.Rev.95,1295 (1954).
27. M.Glicksman. Phys.Rev.95,1045 (1954).
28. J.Orear, W.Slater, J.J.Lord, S.L.Ellenberg, A.B.Waver. Phys.Rev.96,174 (1954).
29. J.Ashkin, J.P.Blaser, F.Feiner, J.G.Gorman, M.O.Stern. Phys.Rev.96,1104 (1954).
30. J.Orear. Phys.Rev.96,1417 (1954).

31. R.A.Grandley, A.F.Clark. Phys.Rev.97,791 (1955).
32. W.B.Fowler, R.M.Lea, W.D.Shephard, R.P.Shutt; A.M.Thorndike, W.L.Whittemcre. Phys.Rev.97,797 (1955).
33. H.L.Anderson, M.Glicksman. Phys.Rev.100,268 (1955).
34. H.L.Anderson, W.C.Davidon, M.Glicksman, U.E.Kruse. Phys.Rev.100,279 (1955).
35. А.Е.Игнатенко, А.И.Мухин, Е.Б.Озеров, Б.М.Понтекорво, ДАН СССР,103,45/1955/.
36. S.J.Lindenbaum, C.L.Yuan. Phys.Rev.100,306 (1955).
37. M.C.Rinehart, R.C.Rogers, L.M.Lederman. Phys.Rev. 100,883 (1955).
38. А.Е.Игнатенко, А.И.Мухин, Е.Б.Озеров, Б.М.Понтекорво, ЖЭТФ,30;7 /1956/.
39. J.Ashkin, J.P.Blaser, F.Feiner, M.O.Stern. Phys.Rev.101,1149 (1956).
40. H.D.Taft. Phys.Rev.101,1116 (1956).
41. М.Козодаев, Р.Суляев, А.Филиппов, К.Шербаков. ДАН СССР,107,236 /1956/.
42. A.M.Sachs, H.Winick, B.A.Wooten. Phys.Rev.100,1255 (1955).
43. S.L.Whetstone, Jr., D.H.Stork. Phys.Rev.102,251 (1956).
44. Fowler Proc. VI Rochester Conf., (1956).
45. А.И.Мухин, Е.Б.Озеров, Б.М.Понтекорво, ЖЭТФ,31,371 /1956/.
46. M.H.Alston, M.Fidecaro, G.von Gierke, W.H.Evans, R.Newport, P.R.Williams. Proc. CERN Symposium, 2,236 (1956).
47. R.Cool, O.Piccioni, D.Clark. Phys.Rev.103,1082 (1956).
48. W.D.Walker, F.Hushfar, W.D.Shephard. Phys.Rev.104,526 (1956).
49. J.Ashkin, J.P.Blaser, F.Feiner, M.O.Stern. Phys.Rev.105,724 (1957).
50. D.E.Nagle, R.H.Hildebrandt, R.J.Plano.Phys.Rev.105,718 (1957).
51. N.F.Wikner. cf. 55 p.851.
52. G.Ferrari, E.Manaresi, G.Quareni. Nuovo Cimento, 5,1651 (1957).
53. R.Cessaroli, G.Quareni, G.Dascola, S.Mora, G.Tedesoo. Nuovo Cimento,5,1658 (1957).
54. L.Ferretti, G.Quareni, M.Della Corte, T.Fazzini. Nuovo Cimento,5,1660 (1957).
55. G.Maenchen, W.B.Fowler, W.M.Powell, R.W.Wright. Phys.Rev.108,850 (1957).
56. В.Г.Зинов, С.М.Коренченко, ЖЭТФ,33,1307 /1957/.
57. A.M.Sachs, H.Winick, B.A.Wooten. Phys.Rev.109,1750 (1958).
58. S.J.Lidenbaum, L.C.L.Yuan. Phys.Rev.111,1380 (1958).
59. В.Г.Зинов, С.М.Коренченко, ЖЭТФ,36,618 /1959/.



60. S.Barnes, R.Rose, G.Giacomelli, J.King, K.Miyake cf. L.Bertocchi, L.Lendinara. Nuovo Cimento, 10, 734 (1958).
61. H.C.Burrowes, D.O.Caldwell, D.H.Frisch, D.A.Hill, D.M.Ritson, R.A.Schluter, M.A.Wahling. Phys.Rev.Lett. 2, 119 (1959).
62. D.N.Edwards, S.G.F.Frank, J.R.Holt. Proc.Phys.Soc. 73, 856 (1959).
63. I.Derado, G.Lutjens, N.Schmitz. Ann.Physik, 4, 103 (1959).
64. W.J.Willis. Phys.Rev. 116, 753 (1959).
65. U.E.Krusb, R.C.Arnold. Phys.Rev. 116, 1008 (1959).
66. В.Г.Эинов, А.Д.Конин, С.М.Коренченко, Б.М.Понтекорво  
Б.М.Понтекорво. Доклад на конференции. Киев, 1959 год.  
См. также препринт ОИЯИ Д-455.
67. В.И.Векслер. Доклад на конференции. Киев, 1959 год.
68. В.Мayer. Доклад на конференции. Киев, 1959 год. См. 67.
69. Лихачев и др. Доклад на конференции. Киев, 1959 год. См. 67.
70. Ван Ган-чан, Ван Цзу-цзен, Дин Да-цао, В.Г.Иванов, Ю.В.Катышев,  
Е.Н.Кладницкая, Л.А.Кулжикина, Нгуен Дин Ты, А.В.Никитин, С.З.Отвиновский,  
М.И.Соловьев, Р.Сосновский. М. Д. Шафранов. ЖЭТФ, 38, 486 /1960/.
71. M.J.Longo, J.A.Helland, W.H.Hess, B.J.Moyer, V.Perez-Mendez. Phys.Rev.Lett. 3, 568 (1959).
72. Devlin, Perez-Mendez, Hess, Barion, Solomon. cf. 71.
73. J.C.Brisson, J.Detoeuf, P.Falk-Vairant, L.van Rossum, G.Valladas, L.C.L.Yuan. Phys.Rev.Lett. 3, 561 (1959).
74. J.C.Brisson, J.Detoeuf, P.Falk-Vairant, L.van Rossum, Valladas, L.C.L.Yuan. Lettre privée de 31 Janvier, 1960.
75. J.Orear. Nuovo Cimento , 4, 856 (1956).
76. Н.П.Клепиков, С.Н.Соколов. Анализ экспериментальных данных методом максиму-  
ма правдоподобия. Препринт ОИЯИ, Р-235, 1958 год.
77. F.T.Solnitz. Phys.Rev. 94, 1799 (1954).
78. H.J.Schitzer, G.Salzmen. Phys.Rev. 113, 1153 (1959).
- ✓ 79. А.И.Базь. ЖЭТФ, 33, 923 /1957/.
- ✓ 80. А.И.Базь. ЖЭТФ, 36, 1762 /1959/.
81. E.P.Wigner, L.Eisenbud. Phys.Rev. 72, 29 (1947).
82. Ning Hu. Phys.Rev. 74, 131 (1948).

83. M.Gell-Mann, K.M.Watson. Ann.Rev.Nucl.Sci.4, Stanford, 1959.
84. Доклады 9-ой /Киевской/ конференции по физике частиц высоких энергий.  
/ в печати/.
85. С.Н.Соколов, И.Н.Силин /будет опубликовано/.
86. M.H.Zaidi, E.L.Lomon. Phys.Rev.108,1352 (1958).
87. A.Agodí, M.Cini. Nuovo Cimento, 2, 1257 (1957); 6, 686 (1957).
88. A.Agodí, M.Cini, E.Vitale. Phys.Rev.107, 630 (1957).
89. В.К.Федянин. ЖЭТФ, 33, 1601 /1957/.
90. J.Chew, H.Noyes. Phys.Rev.109, 566 (1957).
91. В.А.Мещеряков. ЖЭТФ, 35, 290 /1958/.