

7
Б-70

576



Д.И. Блохинцев, Ван Жун

Д-576

ПП-ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ПИ-СТОЛКНОВЕНИЯХ
ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ П-МЕЗОНОВ

*Intern. Conf. on High Energy Phys.,
Rochester, 1960, p. 357.
Nucl. Phys., 1961, v 22, n 3, p 410.*

Д-576

Д.И.Блохинцев, Ван Жун

ПП-ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ПИ -СТОЛКНОВЕНИЯХ
ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ П-МЕЗОНОВ

до 7/80г.

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

В работе изучается роль $\pi\pi$ - взаимодействия в πN - столкновениях при импульсе первичного пиона около 7 Бэв. Показано, что в упругом πN -рассеянии вклад $\pi\pi$ -взаимодействия невелик и оно маскируется дифракционным рассеянием от ядра нуклона. В случае неупругих πN -столкновений вклад $\pi\pi$ -взаимодействия уже вполне заметен и из экспериментальных данных по множественному рождению пионов можно определить сечение $\pi\pi$ - взаимодействия. Рассчитано распределение поперечного импульса отдачи нуклона при процессах $\pi + N \rightarrow N' + \pi$ и для процесса $\pi + N \rightarrow \Lambda^0 + K + \pi$ и показано, что оно находится в согласии с опытными данными.

§ 1. Упругие столкновения

При высоких энергиях упругое рассеяние пионов на нуклонах, в основном, сводится к дифракционному рассеянию. Поэтому возможность обнаружения $\pi\pi$ -взаимодействия из измерения упругого рассеяния пионов на нуклонах зависит от относительной роли периферических упругих $\pi\pi$ -взаимодействий и дифракционного рассеяния, вызванного центральными непрозрачными частями нуклона (ядра)¹. В этом разделе мы рассмотрим относительную роль этих двух вкладов в упругое рассеяние.

Мы представим волновую функцию системы пион-нуклон $\Phi(x, y)$ (x - координаты нуклона, y - координаты пиона) в виде суммы:

$$\Phi(x, y) = r(x, y) + q(x, y), \quad (1)$$

причем, $q(x, y)$ удовлетворяет уравнению

$$q(x, y) = \Phi^0(x, y) + K_c q(x, y) + K_\pi q(x, y). \quad (2)$$

Здесь $\Phi^0(x, y)$ - первичная волна, $r(x, y)$ есть вклад от перенормированной диаграммы, которая может быть разложена с помощью одного сечения на две части, связанные лишь с одной нуклонной линией (см. рис. 1а), K_c и K_π - перенормированные интегральные операторы. Оператор K_π представляет $\pi\pi$ -взаимодействие (диаграмма рис. 1б); оператор K_c дает вклад всех остальных диаграмм (см., например, рис. 1в)^{х)}.

Если разделить $q(x, y)$ на две части:

$$q(x, y) = q_c(x, y) + q_\pi(x, y), \quad (3)$$

где $q_c(x, y)$ обусловлено рассеянием ядра и удовлетворяет уравнению:

$$q_c(x, y) = \Phi^0(x, y) + K_c q_c(x, y), \quad (4)$$

то волна $q_\pi(x, y)$ обусловлена $\pi\pi$ -взаимодействием и будет удовлетворять уравнению:

$$q_\pi(x, y) = K_\pi q_c(x, y) + K_c q_\pi(x, y) + K_\pi q_\pi(x, y) \quad (5)$$

^{х)} Теория уравнения (2) дана В.Шиммерманом², и мы приводим его в несколько измененных обозначениях.

В этом уравнении второй член дает дифракцию на керна рассеянной пионом волны, а третий член-реакцию рассеянной пионом волны. Поэтому главным членом будет первый и, приближенно, можно положить:

$$q_{\pi}(x,y) \cong K_{\pi} q_c(x,y). \tag{6}$$

При высокой энергии пиона влияние нуклонного керна приближенно можно описать оптической моделью. Поэтому

$$r(x,y) + q_c(x,y) = \phi^o(x,y) + \phi_d(x,y), \tag{7}$$

где $\phi_d(x,y)$ есть волна дифракционного рассеяния. Таким образом, наша задача, поскольку мы интересуемся только влиянием $\pi\pi$ - взаимодействия, сводится к интегрированию выражения:

$$q_{\pi}(x,y) \cong K_{\pi} (\phi_1^o(x) \phi_2^o(y) + \phi_d(x,y) - r(x,y)). \tag{8}$$

Сходство между интегралом (8) и фейнмановским интегралом дает возможность приближенно определить $q_{\pi}(x,y)$ через соответствующий фейнмановский интеграл, если вместо падающей плоской волны использовать искаженную керна волну

$$\phi_1^o(x) \phi_2^o(y) + \phi_d(x,y) - r(x,y)$$

Таким образом мы получим из (1), (3), (7)

$$\phi(x,y) = \phi_1^o(x) \phi_2^o(y) + \phi_d(x,y) + q_{\pi_1}(x,y) + q_{\pi_2}(x,y) + q_{\pi_3}(x,y), \tag{9}$$

где $\phi_1^o(x) \phi_2^o(y) = \phi^o(x,y)$ - плоская падающая волна, а $\phi_d(x,y) + q_{\pi_1}(x,y) + q_{\pi_2}(x,y) + q_{\pi_3}(x,y)$ - рассеянная волна. При этом $q_{\pi_1}(x,y)$, $q_{\pi_2}(x,y)$, $q_{\pi_3}(x,y)$ вызываются членами $\phi^o(x,y)$, $\phi_d(x,y)$, $r(x,y)$, соответственно (см. (8)). Дифракционную волну $\phi_d(x,y)$ в системе центра масс пиона и нуклона, согласно [3], можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \phi_d(x,y) &= \frac{e^{-iE_m x_0 - i k_0 y_0}}{4\pi} \int_0^1 (\vec{y} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - \gamma_4 E_m - m) \gamma_3 \frac{e^{i p |\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \{1 - \Omega(\vec{r}')\} u_{\vec{r}'} d^3 \vec{r}' \\ &\cong \frac{e^{-iE_m x_0 - i k_0 y_0}}{(2\pi)^3} \int_0^1 \int_0^1 (i \vec{p}' \cdot \vec{\gamma} - m) \frac{e^{i \vec{r}' \cdot \vec{r} - i \vec{r}' \cdot \vec{r}''}}{p'^2 + m^2 - E_m^2 - i\epsilon} \gamma_3 u_{\vec{r}'} d^3 \vec{r}' \{1 - \Omega(\vec{r}'')\} d^3 \vec{r}'' \end{aligned} \tag{10}$$

m - масса нуклона, μ - масса пиона, $\vec{r} \equiv \vec{y} - \vec{x}$, $\vec{p}' = (p \sin \theta \cos \varphi, p \sin \theta \sin \varphi, p \cos \theta)$
 - рассеянный импульс в с.ц.м. $\vec{p}_i = (0, 0, p)$ - исходный импульс.
 $E_m = \sqrt{p^2 + m^2}$, $k_0 = \sqrt{p^2 + \mu^2}$, $d\vec{p}' = p' d\varphi' d\theta'$ - интегрирование производится по
 всей плоскости S , перпендикулярной \vec{p}_i и проходящей через центр ядра.

$$\Omega(\varphi') = \begin{cases} 1 & \text{при } p' > R_0 \\ e^{-\kappa \sqrt{R_0^2 - p'^2}} & \text{при } p' \leq R_0 \end{cases} \quad R_0 = \text{радиус ядра.}$$

При $r \gg R_0$:

$$\Phi_d(x, y) = \frac{1}{4\pi} (i\vec{r} \cdot \vec{p}' - \gamma_4 E_m - m) \frac{e^{i\vec{p}' \cdot \vec{r}}}{r} \int_S e^{-i p p' \cos \theta + i \sin \theta} \{1 - \Omega(\varphi')\} \gamma_3 u_{\vec{p}'} d\vec{p}', \quad (10a)$$

θ - угол между направлениями \vec{p}' и \vec{p}_i , он совпадает с направлением \vec{r}

Вычисление первого интеграла в (8) приводит к результату:

$$I_{\pi_1}(x, y) = \frac{e^{i\vec{p}' \cdot \vec{r}}}{r} \sum_{\sigma=\pm \frac{1}{2}} u_{\vec{p}'\sigma} \frac{3}{8\pi^2} \frac{p}{k_0} \frac{1}{r} g_0^2 \lambda_0 (\vec{u}_{\vec{p}'\sigma} \cdot \vec{u}_{\vec{p}'}) I_1(\theta), \quad (11)$$

где σ - индекс спина, v - относительная скорость в с.ц.м., δ имеет
 прежнее значение, а $m I_1(\chi)$ равно:

$$m I_1(\chi) = \int_0^1 \int_0^1 \frac{m^2 x y^2 dx dy}{\mu^2 - xy\mu^2 + x^2 y^2 m^2 + 4(1-x)(y-y^2) \sin^2 \frac{\chi}{2} p^2}. \quad (12)$$

Подобным же образом:

$$I_{\pi_2}(x, y) = \frac{e^{i\vec{p}' \cdot \vec{r}}}{r} \sum_{\sigma=\pm \frac{1}{2}} u_{\vec{p}'\sigma} \frac{3}{8\pi^2} \frac{p}{k_0} \frac{1}{r} g_0^2 \lambda_0 (\vec{u}_{\vec{p}'\sigma} \cdot \vec{I}_2(\theta) u_{\vec{p}'}), \quad (13)$$

где

$$m I_2(\theta) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_{-1}^1 d(\cos \theta') \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi' \int_0^{R_0} [p' d\varphi' m I_1(\chi) p e^{i p p' \sin \theta' \cos \varphi} \times \\ \times \frac{(-p \cos \theta' - p \gamma_3) \sin \theta' \sin \varphi' - p \gamma_3 \sin \theta' \cos \varphi' - p}{2(2\pi)^2} \{1 - \Omega(\varphi')\}] \quad (14)$$

Здесь χ - угол между направлениями \vec{r} и (θ', φ') . Временные фазы одинаковы для $\Phi_A(x, y)$, $q_{\pi_1}(x, y)$, $q_{\pi_2}(x, y)$, и мы их опускаем.

Пренебрегая $q_{\pi_2}(x, y)$ и $q_{\pi_3}(x, y)$, получим выражения для рассеянной волны (spinor)

$$\frac{e^{i\gamma}}{r} \left[A_0 (i\vec{\gamma} \cdot \vec{p} - \gamma_4 E_m - m) \gamma_3 u_{\vec{p}_i} + \sum_{\sigma=\pm 1} B I_1(\theta) (\vec{u}_{\vec{p}'\sigma} \cdot u_{\vec{p}_i}) u_{\vec{p}'\sigma} \right]$$

$$A_0 = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi e^{i p r' \cos \psi \sin \theta} d\psi' \{ 1 - \Omega(\psi') \} \quad (15)$$

$$B = \frac{f}{k_0} \frac{1}{r} g_0^2 \lambda_0 = \frac{3}{8\pi^2}.$$

Отсюда, для дифференциального сечения рассеяния, находим

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{упр}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{диффа}} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\pi_1}, \quad (16)$$

причем интерференционные члены полностью отсутствуют. Величина $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\pi_1}$ после усреднения по начальным и суммирования по конечным поляризациям оказывается равной:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\pi_1} = \frac{1}{2E_m^2} B^2 (I_1(\theta))^2 [(1 - \cos \theta) p^2 + 2m^2]. \quad (17)$$

В следующей таблице приведены значения $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\pi_1}$ в с.ц.м. для импульса падающего мезона $p_{\pi_0} = 6,8$ Бэв/с:

θ°	0°	12°	24°	36°
$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\pi_1} \frac{m\delta}{\text{степ}}$	2,96	1,74	1,02	0,62

При этом было принято, что перенормированная константа взаимодействия $\frac{g_0^2}{4\pi} = 15$, а константа пионного взаимодействия $|\lambda_0| = 4\pi \times 0,3^x$.

На рис. 2 приведено сопоставление вычисленного сечения экспериментальным.

x) Это значение приводится Манделъштамом и Чу для малых энергий. Если импульс падающего пиона в лабораторной системе равен 6,8 Бэв/с, то в системе покоя падающего и виртуального пионов этот импульс составляет только 680 Мэв/с, и поэтому приведенное значение λ_0 , видимо, можно использовать без большой ошибки (см. § 2.4).

Как видно, $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\pi_1}$ растет для рассеяния вперед, но совсем не так резко, как экспериментальная кривая. Далее при $p_{lab} = 6,8$ Бэв/с, $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\pi_1}$ много меньше экспериментального. Вообще при $p \rightarrow \infty$, $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\pi_1}$ убывает как $\frac{1}{p^2}$ при $\theta = 0$ и как $\frac{1}{p^4}$ при $\theta \neq 0$.

Следовательно, в случае высоких энергий ($\gtrsim 5 - 6$ Бэв лаб.сист.) вклад $\pi\pi$ - взаимодействия в упругое πN - столкновение невелик и будет находиться в пределах экспериментальных ошибок [4].

Дело обстоит иначе в случае меньших импульсов пионов $p_{lab} \leq 1 - 2$ Бэв/с. Например, при $p_{lab} = 1.1$ Бэв/с, $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\pi, \theta=0} \sim 10 \frac{\mu\delta}{\text{стер}}$. При этой же энергии экспериментальное значение $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\pi, \theta=0}$ меньше 10 мб/стер. Отсюда следует заключить, что роль $\pi\pi$ - взаимодействия в упругом πN - рассеянии при $p_{lab} < 1 - 2$ Бэв/с очень значительна.

Рассмотрим теперь значение некоторых сделанных нами упрощений. Во-первых, отметим, что если бы наряду с поглощением в ядре имелось бы преломление, то величина $\{1 - \Omega(p')\}$ имела бы мнимую часть; при этом условии интерференционный член в (16) не исчезал бы. Оценка показала, что если мнимая часть $\{1 - \Omega(p')\}$ составляет $< 5\%$ от действительной, то $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{интерф}} < 0,5$ мб/стер. (при $\theta = 0$), что также очень мало по сравнению с рассеянием от ядра.

Далее, мы пренебрегли волнами $\psi_{\pi_2}(x, y)$ и $\psi(x, y)$. Если сохранить член $\psi_{\pi_2}(x, y)$, то рассеянная волна имеет вид:

$$\frac{2i^{\frac{1}{2}} p r}{r} \left[A_0 (\vec{\gamma} \cdot \vec{p} - \gamma_4 E_m - m) \gamma_3 u_{\vec{p}} + \sum_{\sigma=\pm\frac{1}{2}} B (\bar{u}_{\vec{p}'\sigma} | I_1(\theta) + I_2(\theta) | u_{\vec{p}\sigma}) u_{\vec{p}'\sigma} \right]. \quad (18)$$

Для оценки влияния $I_2(\theta)$ положим $\Omega = 0$, $p' \leq R_0$ и $\Omega = 1$, $p' > R_0$, тогда:

$$I_2(\theta) = \int_0^{\pi} d(-\cos\theta') \int_0^{2\pi} d\varphi' I_1(\chi) \frac{R_0 J_1(p R_0 \sin\theta')}{\sin\theta'} \times \\ \times \frac{(-p \cos\theta' - p \gamma_3 \gamma_3 \sin\theta' \sin\varphi' - p \gamma_3 \gamma_3 \sin\theta' \cos\varphi' - p)}{8\pi}. \quad (19)$$

(χ - угол между направлениями (θ, φ) и (θ', φ')).

Так как:

а) $I_1(\chi)$ имеет максимум при $\chi = 0$ и быстро уменьшается когда $\chi \neq 0$;

б) $\frac{|J_1(pR_0 \sin \theta')|}{\sin \theta'}$ имеет максимум при $\theta' = 0$ и быстро уменьшается когда $\theta' \neq 0$, то легко видеть, что $|I_2(\theta)|_{\max} = |I_1(\theta)|$ (если $\theta = 0$, то $\chi = \theta'$) и быстро уменьшается, когда θ отклоняется от $\theta = 0$.

Значение $|I_2(\theta)|$ в (19) составляет $\sim 0,4 I_1(\theta)$ (для $R_0 = 0,7 \frac{\hbar}{\mu c}$ и $\mu \Delta \delta = 6,8$ Бэв/с) и знак $I_2(\theta)$ обратный $I_1(\theta)$, т.е.

$$\mu I_2(\theta) = \int_0^\pi d\theta' \frac{-p(\cos \theta' + 1)}{4} \mu I_1(\theta') R_0 J_1(p R_0 \sin \theta') \approx -0,5$$

$$\mu I_1(\theta) + \mu I_2(\theta) = 0,7 \quad (\langle |\lambda_0| \rangle = 4\pi \times 0,3, R_0 = 0,7 \frac{\hbar}{\mu c}).$$

В этом случае вклад $\pi\pi$ - взаимодействия в упругое πN - рассеяние будет

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\pi, \pi, \theta=0} = \frac{1}{2 E_m^2} v^2 (I_1(\theta) + I_2(\theta)) [(1 - \cos \theta) p^2 + 2 m^2] \approx 1 \frac{\mu \delta}{\text{стер}}$$

т.е. с учетом $q_{\pi_1}(x, y)$ упомянутые выше выводы не изменяются.

Для изотопического состояния $T = \frac{3}{2}$, $p(x, y) = 0$; а для $T = \frac{1}{2}$, $p(x, y) \neq 0$. Модуль $p(x, y)$ несколько меньше, чем $q_d(x, y)$, следовательно, упомянутые выше выводы в упругом столкновении также не изменяются при учете влияния $q_{\pi_1}(x, y)$ и $q_{\pi_2}(x, y)$.

Таким образом подтверждается то обстоятельство, что вклад $\pi\pi$ - взаимодействия в упругое πN - рассеяние при энергии $> 5-6$ Бэв невелик; поэтому из данных по упругому рассеянию πN , при высокой энергии пионов, трудно определить $\pi\pi$ - взаимодействие.

§ 2. Неупругое столкновение типа $\pi + N \rightarrow N' + \pi$

Мы покажем теперь, что вклад $\pi\pi$ - взаимодействия в неупругое πN - рассеяние не мал и может быть использован для получения данных о $\pi\pi$ - взаимодействии.

Для того, чтобы учесть вклады от различных факторов при произвольных импульсах конечных пионов q_1 и q_2 , мы примем представление, подобно мандельштамовскому (см. рис. 3):

$$\begin{aligned}
 s &= -(p+q)^2 \\
 t &= -(p-p')^2 \\
 \bar{s} &= -(q-p')^2 \\
 m^2 &= -(q_1+q_2)^2 = -Q^2,
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

т.е. рассматриваем два конечных мезона как единичную частицу с массой m ^{x)}. Для каждого значения m^2 , могут быть возможны различные q_1, q_2 ($q_1+q_2 = Q$). Ниже рассмотрены матричные элементы, как функции переменных s, t, \bar{s} , при любых фиксированных значениях остальных параметров.

Здесь

$$s + t + \bar{s} = 2m^2 + \mu^2 + m^2 = M^2; \tag{21}$$

когда m^2 фиксировано, то только две из s, \bar{s}, t свободны. Из дисперсионных соотношений для $A(s, \bar{s}, t)$ (одна из инвариантных частей амплитуды процесса, показанного на рис. 3) при $s = \text{const}$, $t = \text{const}$ и $\bar{s} = \text{const}$, мы знаем, что $A(s, \bar{s}, t)$ имеет три полюса: $t = \mu^2$, $s = m^2$, $\bar{s} = m^2$, и разрезы $t \geq 4\mu^2$, $s \geq (m+\mu)^2$ и $\bar{s} \geq (m+\mu)^2$.

Таким образом, мы предположим, следуя Мандельштаму, что $A(s, \bar{s}, t)$ представимо в виде ¹⁵⁾:

$$\begin{aligned}
 A(s, \bar{s}, t) &= \frac{\alpha}{\mu^2 - t} + \frac{\beta}{m^2 - s} + \frac{\gamma}{m^2 - \bar{s}} + \\
 &+ \frac{1}{\pi^2} \int_{4\mu^2}^{\infty} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \frac{A_{23}(\bar{s}', t') d\bar{s}' dt'}{(t'-t)(\bar{s}'-\bar{s})} + \\
 &+ \frac{1}{\pi^2} \int_{4\mu^2}^{\infty} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \frac{A_{31}(t', s') dt' ds'}{(t'-t)(s'-s)} +
 \end{aligned}$$

^{x)} Здесь мы пренебрегаем диаграммой, по которой сначала нуклон испускает один пион, потом поглощает падающий пион, и потом испускает другой пион. Но вклад этой диаграммы такого же порядка как вклады полюса $s = m^2$ и $\bar{s} = m^2$ (см. ниже), и поэтому мал.

$$+ \frac{1}{\pi^2} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \frac{A_{12}(s', \bar{s}') ds d\bar{s}'}{(s'-s)(\bar{s}'-\bar{s})}, \quad (22)$$

где спектральные функции $A_{12}(\bar{s}', t')$, $A_{31}(t', s')$, $A_{12}(s', \bar{s}')$ не исчезают только в областях $(t' > 9\mu^2, \bar{s}' > (m+\mu)^2)$, $(t' > 9\mu^2, s' > (m+\mu)^2)$, $(\bar{s}' > (m+\mu)^2, s' > (m+\mu)^2)$ соответственно.

Из (22) (когда \mathcal{M}^2 фиксировано):

$$A_{\mathcal{M}^2}(s, \bar{s}, t) = \frac{\alpha}{\mathcal{M}^2 - t} + \frac{\gamma}{\mathcal{M}^2 - \bar{s}} + \frac{1}{\pi} \int_{9\mu^2}^{\infty} dt' \frac{\mathcal{O}_3(t', s)}{t' - t} + \frac{1}{\pi} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} d\bar{s}' \frac{\mathcal{O}_2(\bar{s}', s)}{\bar{s}' - \bar{s}}, \quad (23)$$

где

$$\mathcal{O}_3(t', s) = \frac{1}{\pi} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \frac{A_{31}(s', t')}{s' - s} - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\mathcal{M}^2 - (m+\mu)^2 - t'} ds' \frac{A_{23}(\bar{s}', t')}{s' - s}$$

(t' - fixed, $\bar{s}' = \bar{s}'(s')$)

$$\mathcal{O}_2(\bar{s}', s) = \frac{1}{\pi} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \frac{A_{12}(s', \bar{s}')}{s' - s} - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\mathcal{M}^2 - 9\mu^2 - \bar{s}'} ds' \frac{A_{23}(\bar{s}', t')}{s' - s}$$

(\bar{s}' - fixed, $t' = t'(s')$)

уравнение (23) - как раз дисперсионное соотношение для $A(s, \bar{s}, t)$ при определенном s .

В с.ц.м. кинематическое рассмотрение дает [6]:

$$p^2 = \frac{[s - (m+\mu)^2][s - (m-\mu)^2]}{4s} \quad p = |\vec{p}| = |\vec{q}|$$

$$p'^2 = \frac{[s - (m+\mathcal{M})^2][s - (m-\mathcal{M})^2]}{4s} \quad p' = |\vec{p}'| = |\vec{q}'|$$

(24)

$$\begin{aligned} 2t &= M^2 - s + 4pp'z - \frac{(m^2 - \pi^2)(m^2 - \mu^2)}{s} \\ 2\bar{s} &= M^2 - s - 4pp'z + \frac{(m^2 - \pi^2)(m^2 - \mu^2)}{s} \end{aligned} \quad (25)$$

$$z = \cos \theta, \quad \theta - \text{угол между } \vec{p} \text{ и } \vec{p}',$$

откуда видно, что возможные значения π^2 лежат в пределах

$$4\mu^2 \leq \pi^2 \leq (\sqrt{s} - m)^2 = (E - m)^2 \quad (E - \text{общая энергия}), \quad z \text{ лежит в } -1 \leq z \leq 1.$$

Из (24) видно, что $p' = 0$, когда $\pi^2 = (E - m)^2$. Кроме того, при определенных значениях s и π^2 физически возможные t лежат в пределах:

$$t_1 = \frac{1}{2} \left(M^2 - s + 4pp' - \frac{(m^2 - \pi^2)(m^2 - \mu^2)}{s} \right) \quad (z=1),$$

$$t_2 = \frac{1}{2} \left(M^2 - s - 4pp' - \frac{(m^2 - \pi^2)(m^2 - \mu^2)}{s} \right) \quad (z=-1).$$

На рис. 4 показаны два крайних случая с $\pi^2 = (E - m)^2$ и $\pi^2 = 4\mu^2$.

При $s = (26,6)^2 \mu^2 = 707,6 \mu^2$ (импульс пиона в лабор.сист. $\approx 6,8$ Бэв/с).

Видно, что при увеличении от $4\mu^2$ до $(E - m)^2$

а) линии $\bar{s} = m^2 = 46,3 \mu^2$ и $\bar{s} = (m + \mu)^2 = 61 \mu^2$ постепенно двигаются направо,

б) физически возможный отрезок (t_1, t_2) на линии $s = 707,6 \mu^2$ постепенно уменьшается от $(t_1 \approx -0,26 \mu^2, t_2 \approx -612,4 \mu^2)$ до $(t_1 \approx -100,1 \mu^2, t_2 \approx -100,1 \mu^2)$.

в) расстояния отрезка (t_1, t_2) на линии $s = \text{const}$ от полюсов и разрезов постепенно увеличиваются.

Отсюда можно сделать следующие качественные выводы:

а) главный вклад находится в области значения π^2 , не очень далекого от $4\mu^2$, и значения t , недалекого от $t = \mu^2$. Действительно, близость от полюса $t = \mu^2$ дает подавляющую вероятность того, что p' имеет направление назад ($z=1$);

б) следующий важный вклад дает разрез $t > 9\mu^2$, который в основном дает вклад в рассеяние назад ($z=1$);

в) вклады полюса $\bar{s} = m^2$ и разреза $\bar{s} \geq (m+\mu)^2$ очень малы, т.е. вероятность того, что p' направлено вперед ($z = -1$), очень мала.

Из рис. 4 мы тоже видим, что наименьшие значения знаменателей членов полюса $t = \mu^2$, разреза $t \geq 9\mu^2$, полюса $\bar{s} = m^2$ и т.д. в уравнение (23) равны $|t - \mu^2| \sim 1$, $|t - 9\mu^2| \sim 10$, $|\bar{s} - m^2| \sim 50$ и т.д. соответственно. Следовательно, для первого приближения достаточно учесть вклад только полюса $t = \mu^2$, т.е.

$$\langle f | s | i \rangle = \frac{(2\pi)^4}{2^{3/2}} \delta^4(p+q'-p'-q_1-q_2) \frac{g_0 (\bar{u}_f \gamma_5 u_i)}{(p'-p)^2 + \mu^2} \frac{(\pi, \pi_2 | \pi \pi')}{\sqrt{\omega_1 \omega_2 \omega}}$$

После суммирования по конечным и усреднения по начальным поляризациям нуклона мы получим для сечения $\sigma_{\pi+N \rightarrow N'+\pi_1+\pi_2}$:

$$\begin{aligned} \sigma_{\pi+N \rightarrow N'+\pi_1+\pi_2} &= \frac{g_0^2}{(2\pi)^5} \frac{1}{16 v_{\pi N}} \int \delta^4(p+q'-p'-q_1-q_2) |(\pi, \pi_2 | \pi \pi')|^2 \times \\ &\times \frac{1}{p_0 p'_0} \frac{p_0 p'_0 - p p' \cos \theta - m^2}{[2 p_0 p'_0 - 2 p p' \cos \theta - 2 m^2 + \mu^2]^2} \frac{d^3 p' d^3 q_1 d^3 q_2}{\omega_1 \omega_2 \omega} \end{aligned} \quad (26)$$

p, p_0 - импульс и энергия падающего нуклона,

p', p'_0 - импульс и энергия нуклона отдачи

$v_{\pi N}$ - относительная скорость между исходными пионом и нуклоном

$q_1, \omega_1; q_2, \omega_2$ - импульсы и энергии окончательных пионов π_1, π_2 ,

$\omega = \sqrt{p^2 + \mu^2}$ - энергия падающего пиона

m, μ - массы нуклона и пиона

θ - угол между \vec{p} и \vec{p}' .

(B π N
с.ч.м)

$(\pi, \pi_2 | \pi \pi')$ - похож на инвариантный фактор в матричном элементе:

$$\langle \pi, \pi_2 | s | \pi \pi' \rangle = \frac{(2\pi)^4}{4} \frac{(\pi, \pi_2 | \pi \pi')}{\sqrt{\omega_1 \omega_2 \omega \omega'}} \delta^4(q+q'-q_1-q_2). \quad (27)$$

Мы будем считать амплитуду $(\pi, \pi_2 | \pi \pi')$ постоянной и позднее обсудим это предположение. При этом предположении имеем:

$$\sigma_{\pi+N \rightarrow N'+\pi_1+\pi_2} \approx \frac{g_0^2}{(2\pi)^3 16 v_{\pi N}} \frac{1}{P_0 \omega} \int \frac{1}{P_0'} \frac{(P_0 P_0' - P P' \cos \theta - m^2)}{(2 P_0 P_0' - 2 P P' \cos \theta - 2m^2 + \mu^2)^2} f(p') d^3 p' \quad (28)$$

$$f(p') = \frac{1}{2\pi} \int \delta^4(p+q-p'-q_1-q_2) \frac{d^3 q_1 d^3 q_2}{\omega_1 \omega_2}$$

$$= |(\pi, \pi_2 | \pi \pi')|^2 \sqrt{1 - \frac{4\mu^2}{(E - P_0')^2 - p'^2}} \quad (E = \omega + P_0), \quad (29)$$

где $\frac{f(p')}{f(0)} = \sqrt{1 - \frac{4\mu^2}{(E - P_0')^2 - p'^2}} \approx 1 \quad (0 < p' < P'_{\max})$

и внезапно падает до нуля при $p' \approx P'_{\max}$:

$$P'_{\max} = \frac{1}{2E} \sqrt{(E+m+2\mu)(E+m-2\mu)(E-m+2\mu)(E-m-2\mu)}.$$

Из (28) можно показать, что:

$$1) \frac{\partial \sigma_{\pi+N \rightarrow N'+\pi_1+\pi_2}}{\partial P_{p'}} = \frac{g_0^2 |(\pi, \pi_2 | \pi \pi')|^2}{(2\pi)^3 16 v_{\pi N}} \frac{1}{P_0 \omega} \int \frac{P'^2}{P_0'} \frac{(P_0 P_0' - P P' \cos \theta - m^2)}{(2 P_0 P_0' - 2 P P' \cos \theta - 2m^2 + \mu^2)^2} \times$$

$$\times \int \sqrt{1 - \frac{4\mu^2}{(E - P_0')^2 - p'^2}} d p' \quad (30)$$

имеет резкий максимум при $\theta = 0$, т.е. нуклоны отдачи резко направлены назад.

Далее,

2) распределение полного p' в с.ц.м. πN :

$$\frac{\partial \sigma_{\pi+N \rightarrow N'+\pi_1+\pi_2}}{\partial P_{p'}} = \frac{g_0^2 |(\pi, \pi_2 | \pi \pi')|^2}{(2\pi)^3 16 v_{\pi N}} \frac{1}{P_0 \omega} \frac{P'^2}{P_0'} \times$$

$$\times \left[\frac{1}{4P_0'} \log \left(1 + \frac{4PP'}{(2P_0 P_0' - 2P P' \cos \theta - 2m^2 + \mu^2)} \right) - \frac{\mu^2}{(2P_0 P_0' - 2m^2 + \mu^2)^2 - 4P^2 P'^2} \right] \quad (31)$$

имеет максимум около $p' = p'_{\max}$ (см. рис. 5). (Если учитывать вклад разреза за $t \geq 9\mu^2$, то максимум распределения на рис. 5 несколько сместится влево).

3) Распределение поперечного импульса нуклона отдачи p'_\perp выражается формулой:

$$\frac{\partial \sigma_{\pi+N \rightarrow N'+\pi, \pi_2}}{\partial p'_\perp} = \frac{g_0^2 |\langle \pi, \pi_2 | \pi \pi' \rangle|^2}{(2\pi)^3 16 v_{\pi N}} \cdot \frac{1}{p_0 \omega} \times \quad (32)$$

$$\times \int_{-\sqrt{p'^2_{\max} - p'^2_\perp}}^{\sqrt{p'^2_{\max} - p'^2_\perp}} \frac{p'_\perp}{p'_0} \frac{(2p_0 p'_0 - p p'_2 - m^2)}{(2p_0 p'_0 - 2p p'_2 - 2m^2 + \mu^2)^2} \sqrt{1 - \frac{4\mu^2}{(E - p'_0)^2 - p'^2}} dp'_2$$

($p'^2 = p'^2_\perp + p'^2_\parallel$)

Поперечный импульс нуклона отдачи p'_\perp , соответствующий максимуму распределения p'_\perp , почти не меняется с энергией пиона:

$$p'_{\perp \text{opt}} \approx 330 - 350 \frac{\text{МэВ}}{c}$$

(см. кривые распределения на рис. 6).

4) Полное сечение реакции $\pi + N \rightarrow N' + \pi_1 + \pi_2$, согласно (28) равно:

$$\begin{aligned} \sigma_{\pi+N \rightarrow N'+\pi, \pi_2} &= \frac{g_0^2 |\langle \pi, \pi_2 | \pi \pi' \rangle|^2}{(2\pi)^3 16 v_{\pi N}} \cdot \frac{1}{p_0 \omega} \int_0^{p'_{\max}} \frac{p'^2}{p'_0} \sqrt{1 - \frac{4\mu^2}{(E - p'_0)^2 - p'^2}} \times \\ &\times \left[\frac{1}{4pp'} \log \left(\dots + \frac{4pp'}{(2p_0 p'_0 - 2pp' - 2m^2 + \mu^2)} \right) - \frac{\mu^2}{(2p_0 p'_0 - 2m^2 + \mu^2)^2 - 4p^2 p'^2} \right] dp' \\ &= \frac{g_0^2 |\langle \pi, \pi_2 | \pi \pi' \rangle|^2}{(2\pi)^3 16 v_{\pi N}} \cdot \frac{1}{p_0 \omega} \times 0.5. \end{aligned} \quad (33)$$

В этом интеграле главный вклад приходится от области p' около p'_{max} , поэтому будет правильным в формуле (33) подразумевать под $|(p_1, p_2 | p p')|^2$ значение этой величины в точке $p' = p'_{max}$. Это соответствует $\pi\pi$ -рассеянию при $|q| = 12,4 \mu c$, $|q'| \cong 0$ в лабораторной системе и $|q| = |q'| = 680$ Мэв/с в системе центра масс π и π' . Далее

$$\sigma_{\pi+\pi' \rightarrow \pi_1+\pi_2} = \frac{1}{v_{\pi\pi}} \frac{1}{16} \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{|(p_1, p_2 | p p')|^2}{\omega^4} q^2 d\Omega \quad (\text{в с.ц.м.})$$

$$\cong \frac{1}{64\pi} \frac{1}{\omega^2} |(p_1, p_2 | p p')|^2 \quad (34)$$

(считая $|(p_1, p_2 | p p')|^2$ независимо от угла).

Поэтому отношение сечений $\sigma_{\pi+\pi' \rightarrow \pi_1+\pi_2} / \sigma_{\pi+\pi \rightarrow \pi'+\pi_1+\pi_2}$ при импульсе первичного пиона $\approx 6,8$ Бэв/с оказывается равным 3.

С другой стороны, сечение для $p_1 \leq 1 \mu c$ ($= 140 \frac{m^2 c^2}{\epsilon}$) оказывается $\sigma_{\pi+\pi \rightarrow \pi'+\pi_1+\pi_2}^{(p_1 \leq \mu c)} \approx \frac{1}{20} \sigma_{\pi+\pi \rightarrow \pi'+\pi_1+\pi_2}$, при импульсе первичного пиона $\approx 6,8$ Бэв/с, т.е. $\sigma_{\pi+\pi' \rightarrow \pi_1+\pi_2} / \sigma_{\pi+\pi \rightarrow \pi'+\pi_1+\pi_2}^{(p_1 \leq \mu c)} \approx 60$.

По предварительным данным сечение неупругого рассеяния $\pi^- p$ для всех конечных каналов составляет $\sigma_{\pi^- p (v \leq c)} \approx 25 \mu b$ ^{x)} $\sigma_{\pi^- p (v \leq c)} \approx 2,6 \mu b$ ^{xx)}.
 Если $\sigma_{\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-}$ и $\sigma_{\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^-} \approx 20\% \times \sigma_{\pi^- p (v \leq c)}$,
 т.е. если $\sigma_{\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-}$ и $\sigma_{\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^-} \approx 5 \mu b$, и $\sigma_{\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-}^{(p_1 \leq \mu c)} \approx 0,5 \mu b$, то сечение упругого рассеяния пионов $\sigma_{\pi^+ \pi^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-}$
 или $\sigma_{\pi^+ \pi^0 \rightarrow \pi^+ \pi^0}$ составит 15-30 мб. (Взяв $\lambda_0 = 4\pi \times 0,3$ и используя метод теории возмущения, мы тоже получим $\sigma_{\pi+\pi \rightarrow \pi'+\pi_1+\pi_2}$ в том же порядке, как $\sigma_{\pi^- p (v \leq c)}$. Это значит, что $\lambda_0 = 4\pi \times 0,3$ правильно в порядке для данного случая в § 1).

Заметим, что если фактор $|(p_1, p_2 | p p')|^2$ не считать постоянным, то вместо (28) имеем

$$\sigma_{\pi+\pi \rightarrow \pi'+\pi_1+\pi_2} \approx \frac{g_0^2}{(2\pi)^4 16 v_{\pi\pi}} \frac{1}{P_0 \omega} \int \frac{1}{P_0'} \frac{(P_0')^2 - P P' \cos \theta - m^2}{[2 P_0 P_0' - 2 P P' \cos \theta - 2 m^2 + \mu^2]^2} F'(p', \theta) d^3 p', \quad (35)$$

x) По измерениям в пропановой камере, в пучке мезонов с импульсом 6,8 Бэв/с. Частное сообщение Ван Ган-чана ЛВЭ, ОИЯИ.

xx) По измерениям в эмульсии в пучке мезонов с импульсом 6,8 Бэв/с. Частное сообщение Р.М.Лебедева, ЛВЭ, ОИЯИ.

где

$$F'(\rho'; \theta) = \frac{1}{2\pi} \int |(\rho, m_\pi | \pi \pi')|^2 \delta^4(p+q-p'-q_1-q_2) \frac{d^3q_1 d^3q_2}{\omega_1 \omega_2} \quad (36)$$

В этом случае выводы 1), 2), 3) остаются правильными. Действительно, $f(\rho')$ в (29) есть первое приближение для $F'(\rho'; \theta)$ в (36), выводы 1), 2) и 3) в основном определяются фактором $\frac{1 - \cos(\rho_0 \rho'_0 - \rho \rho' \cos \theta - m^2)}{\rho_0 [2 \rho_0^2 - 2 \rho \rho' \cos \theta - 2m^2 + \mu^2]}$ и не очень чувствительны к $f(\rho')$ и $F'(\rho'; \theta)$.

Из этого соображения следует, что если мы тоже рассмотрим процессы множественного рождения пионов в пион-пионном взаимодействии, соответствующие диаграмме рис. 7, то выводы 1) и 3) о распределении импульса отдачи останутся в силе, так как они не чувствительны к узлу $\pi \pi$ - взаимодействия (узел λ_0); кроме того, максимум распределения на рис. 5 сместится еще налево из-за сохранения энергии.

Мы произвели также вычисление поперечного импульса отдачи Λ° - частицы для процесса, показанного на рис. 8. Эта диаграмма дает импульс Λ° резко назад. При этом оказалось, что для псевдоскалярной вершины ($\Lambda^\circ N K$) получается слишком большой, а для скалярной - слишком малый поперечный импульс. Для смеси псевдоскалярного и скалярного типа ($1 \pm \gamma_5$) при импульсе первичного пиона 6,8 Бэв/с получается $p_{\perp, \text{opt}} \simeq 413$ Мэв/с, а экспериментальное значение $p_{\perp, \text{opt}} \simeq 410 \pm 42$ Мэв/с^{x)}.

$$\frac{\partial \sigma}{\partial p_{\perp \Lambda}} \propto \int_{p_{\perp \Lambda}^{\text{min}} - p_{\perp \Lambda}^{\text{max}}}^{p_{\perp \Lambda}^{\text{max}} - p_{\perp \Lambda}^{\text{min}}} \frac{1}{\sqrt{p_{\perp \Lambda 1}^2 + p_{\perp \Lambda 2}^2 + m_\Lambda^2}} \sqrt{1 - \frac{2(m_\pi^2 + \mu^2)}{(E - \sqrt{p_{\perp \Lambda 1}^2 + p_{\perp \Lambda 2}^2 + m_\Lambda^2})^2 - (p_{\perp \Lambda 1}^2 + p_{\perp \Lambda 2}^2)}} \times \times \frac{\rho_0 \sqrt{p_{\perp \Lambda 1}^2 + p_{\perp \Lambda 2}^2 + m_\Lambda^2} - p_{\perp \Lambda 2}}{(2\rho_0 \sqrt{p_{\perp \Lambda 1}^2 + p_{\perp \Lambda 2}^2 + m_\Lambda^2} - 2\rho_{\perp \Lambda 2} - m^2 - m_\pi^2 + m_K^2)^2} p_{\perp \Lambda 1} dp_{\perp \Lambda 2}, \quad (37)$$

где m, m_Λ, m_π, μ - массы нуклона, Λ° - частицы, K - мезона и π - мезона).

x) Дин Да-цао. Частное сообщение.

$$P'_{\max} = \frac{1^*}{2E} \sqrt{[(E+m_\Lambda)^2 - (2\mu^2 + 2m_\pi^2)][(E-m_\Lambda)^2 - (2\mu^2 + 2m_\pi^2)]} \quad (38)$$

P_0 и E определены как раньше.

На рис. 9 приведено распределение P_{Λ^0} при генерации частиц Λ^0 и K^- . Заметим, что взаимодействия типа $|\pm Y$ будет приводить к поляризации Λ^0 - частиц.

Резюме

1. Вклад $\pi\pi$ - взаимодействия в упругое рассеяние пионов на нуклоне при энергии пионов $> 5-6$ Бэв невелик: он существенен при энергии $\leq 1-2$ Бэв.

2. В той же области энергий пиона ($> 5-6$ Бэв) вклад $\pi\pi$ - взаимодействия в неупругое рассеяние пионов вполне заметен. Из предварительных данных по $\pi + N \rightarrow N' + \pi + \pi_1$ процессу можно оценить сечение упругого $\pi\pi$ - взаимодействия $\simeq 15-30$ мб. (в случае с импульсом в с.д.м. $\pi\pi \sim 680 \frac{Мэв}{c}$)

3. Поперечный импульс отдачи нуклона при πN - столкновении слабо зависит от энергии пиона. В интервале $7-1000$ Бэв/с, $P_{\perp \pi N} \simeq 330-350$ Мэв/с.

4. Для генерации Λ^0 - частиц поперечный импульс $P_{\Lambda^0 \text{ opt}}$ согласуется с опытом в предположении, что вершина ($\Lambda^0 N K$) взаимодействия имеет структуру $|\pm Y$. В этом случае следует ожидать поляризации генерируемых Λ^0 - частиц.

Авторы выражают благодарность Ким Зе-пхену за численные расчеты. Один из авторов (Ван Жун) благодарит А.В.Ефремова, Чжу Хун-юань, Чжоу Гуан-чжао, Хэ Цзо-сю за полезные обсуждения и ценные советы.

708/7 мр.

Л и т е р а т у р а

1. Д.И.Блохинцев, В.С.Барашенков, Б.М.Барбашов. УФН, т.68, 417-447 (1959).
2. W.Zimmermann. Nuovo Cim., 11, Supl., 1, 106-117 (1954).
3. А.И.Ахиезер, И.Я.Померанчук. УФН, т.55, 593-630 (1958).
4. Ван Ган-чан и др. ЖЭТФ, т.38, 426-431 (1960).
5. S.Mandelstam, Phys.Rev. vol. 112, 1344-1360 (1958).
6. T.W.B.Kibble, Phys.Rev.vol., 1159-1162 (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел
15 июля 1960 года.

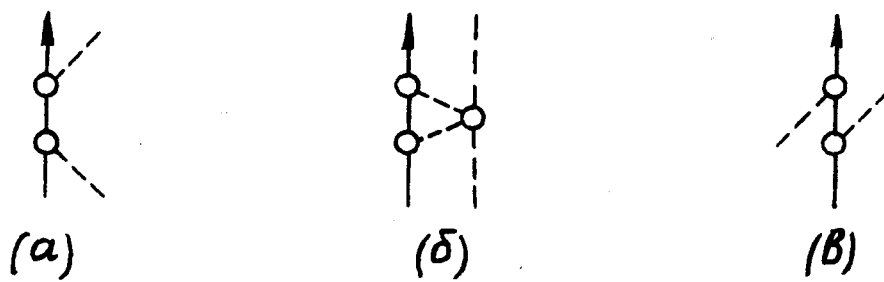


Рис. 1.

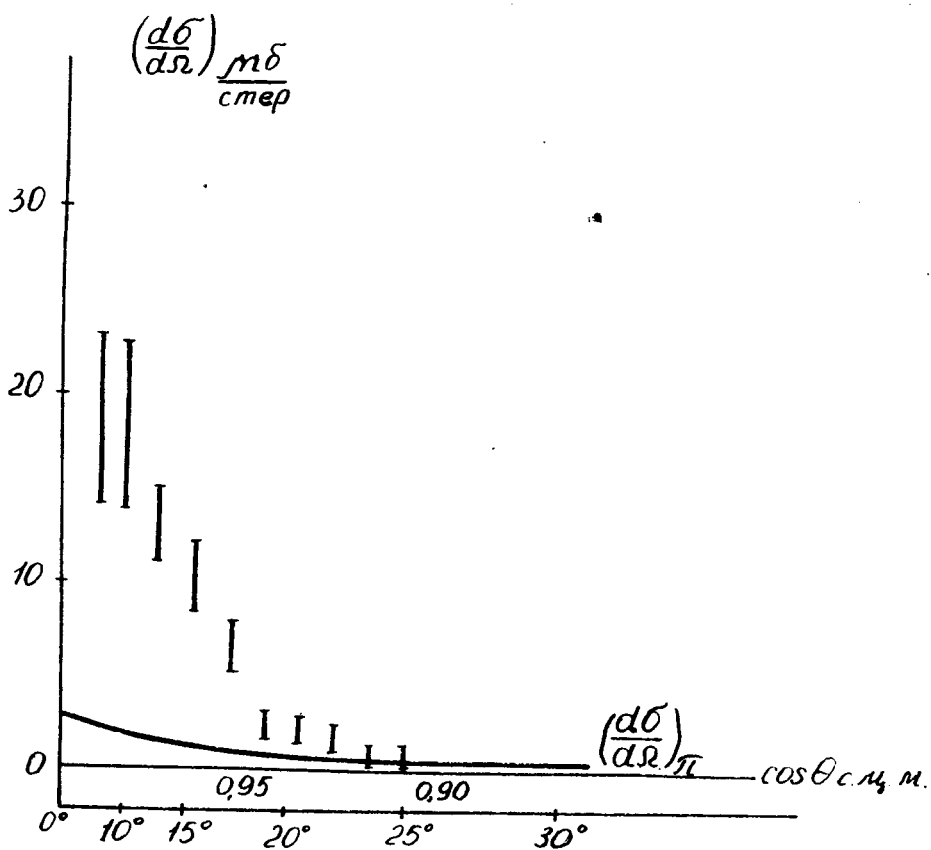


Рис. 2.

1 экспериментальные данные π^-p - столкновений

при $P_{\text{лаб.}} = 6,8 \frac{\text{БэВ}}{\text{с}}$ (см. [4])

— кривая $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\pi}$, с $\lambda_0 = 4\pi \times 0,3$

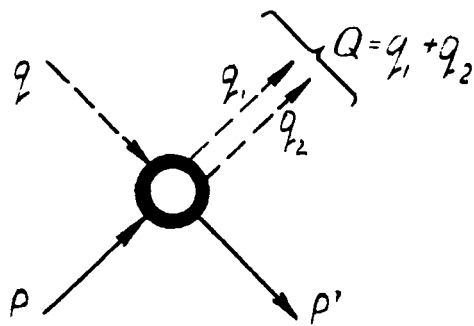


Рис. 3.

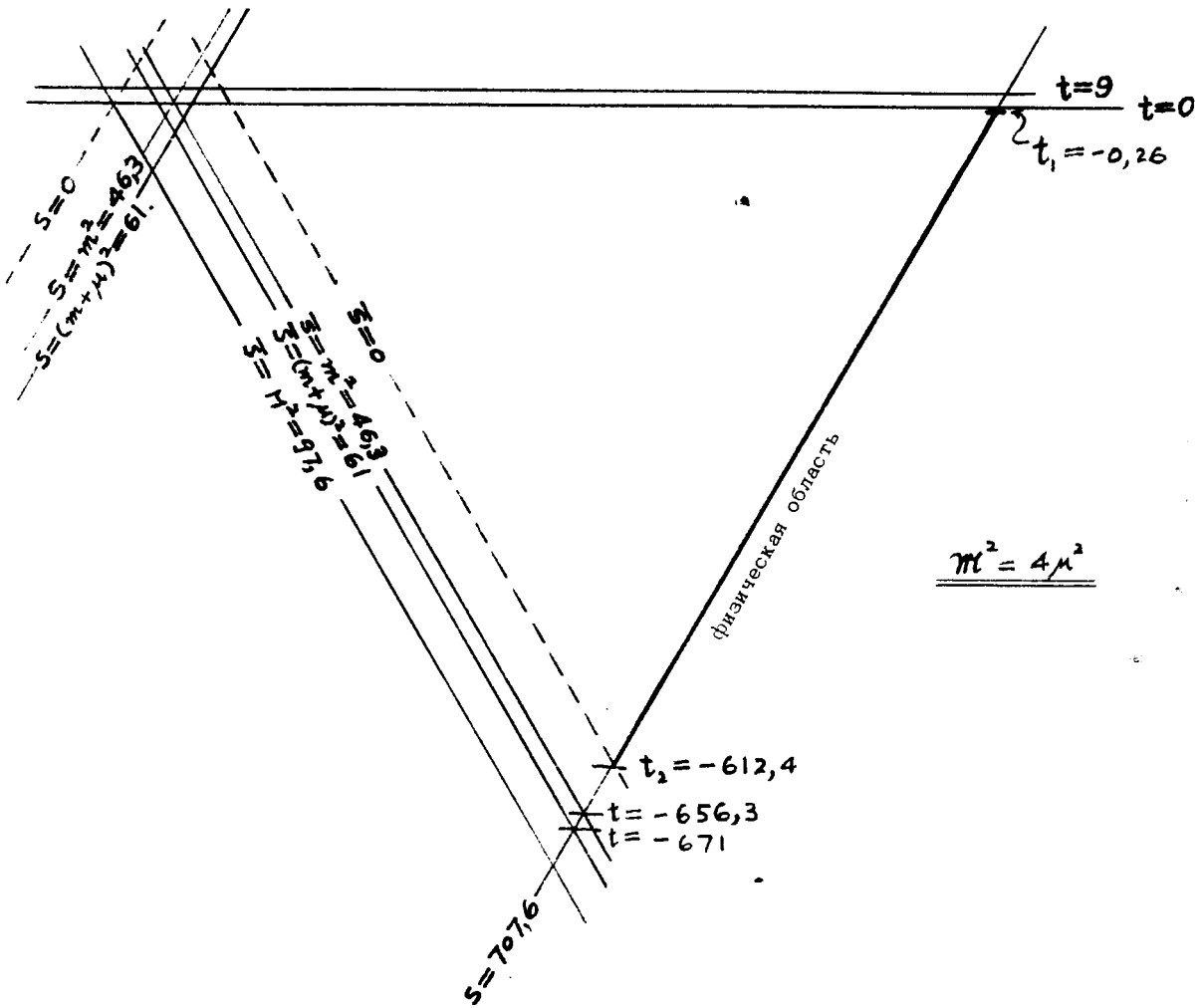


Рис. 4 (А).

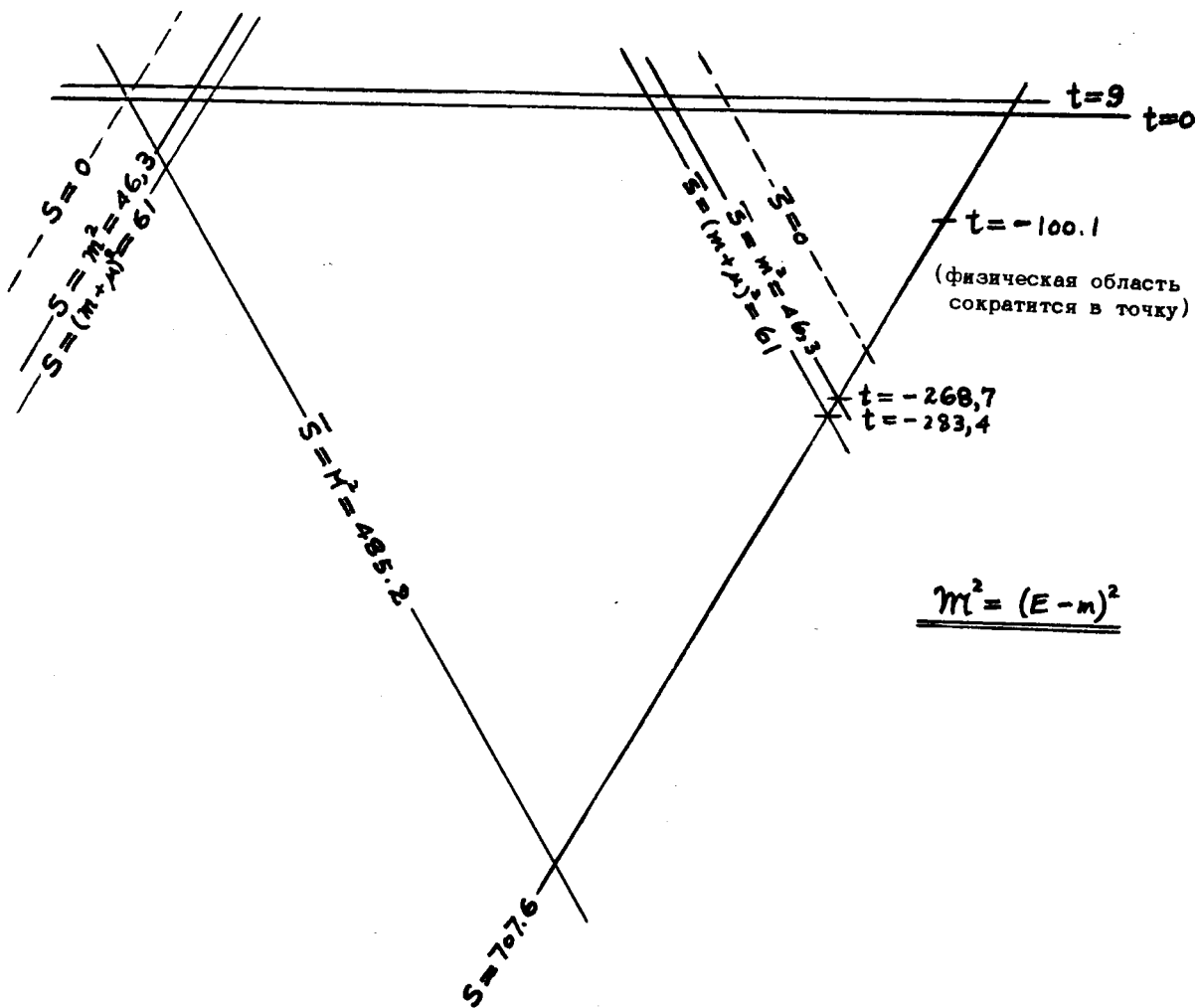
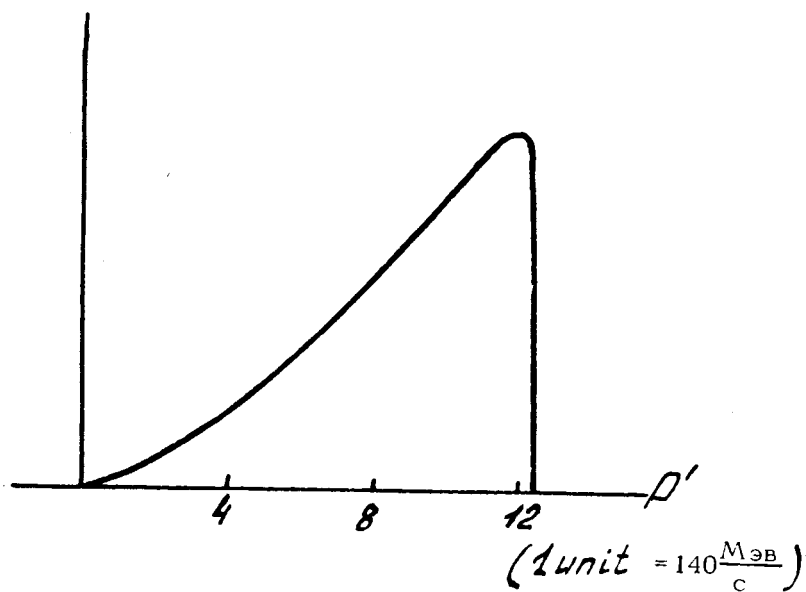


Рис. 4(Б).

$\frac{\partial \sigma}{\partial p'}$ (6,8 Бэв) относительное
распределение



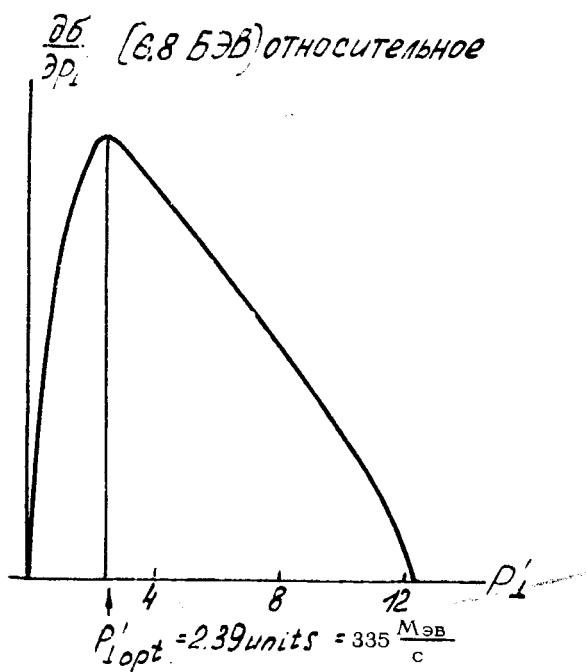
$$E = 26,6 \mu$$

$$P_{\text{max}} = 12,34 \mu\text{с}$$

$$P = 12,4 \mu\text{с}$$

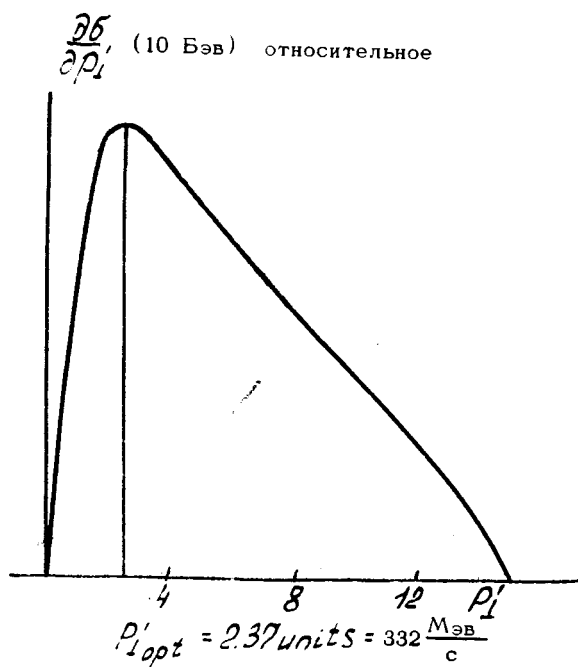
(С.И.М)

Рис. 5.



Импульс пиона $\approx 6,8 \frac{\text{БэВ}}{c}$ (л.сист.)

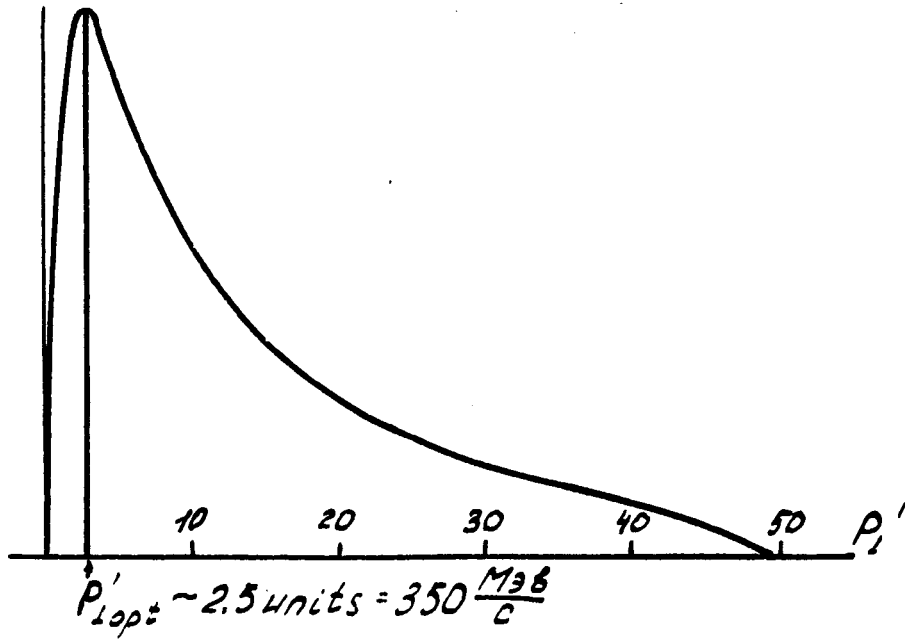
Рис. 6 (А)



Импульс пиона $\approx 10 \frac{\text{БэВ}}{c}$ (л.сист.)

Рис. 6 (Б).

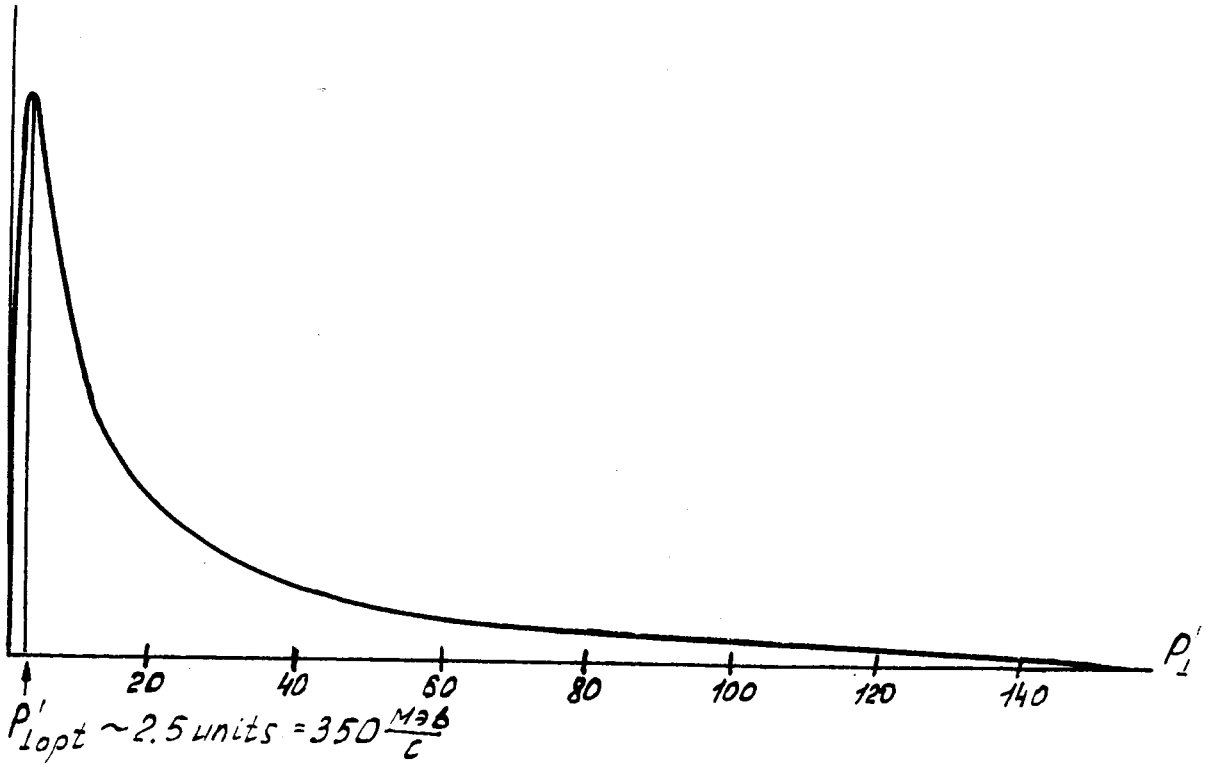
$\frac{\partial \sigma}{\partial p'_1}$ (100 Бэв) относительное



импульс пиона $\approx 100 \frac{\text{Бэв}}{c}$ (л.сист.).

Рис. 6 (в)

$\frac{\partial \sigma}{\partial p'_1}$ (1000 Бэв) относительное



Импульс пиона $\approx 1000 \frac{\text{БэВ}}{c}$ (л.сист.).

Рис. 6 (Г).

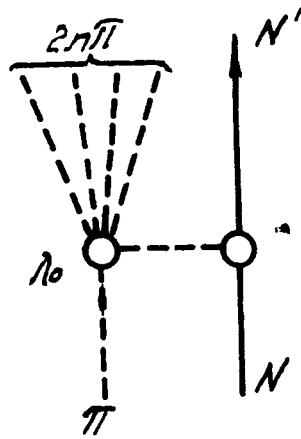


Рис. 7.

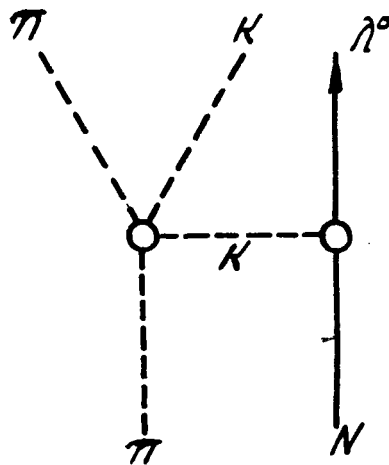


Рис. 8.

$\frac{\partial \delta}{\partial p'_{\perp 1}}$ (6,8 Бэв) Относительное распределение

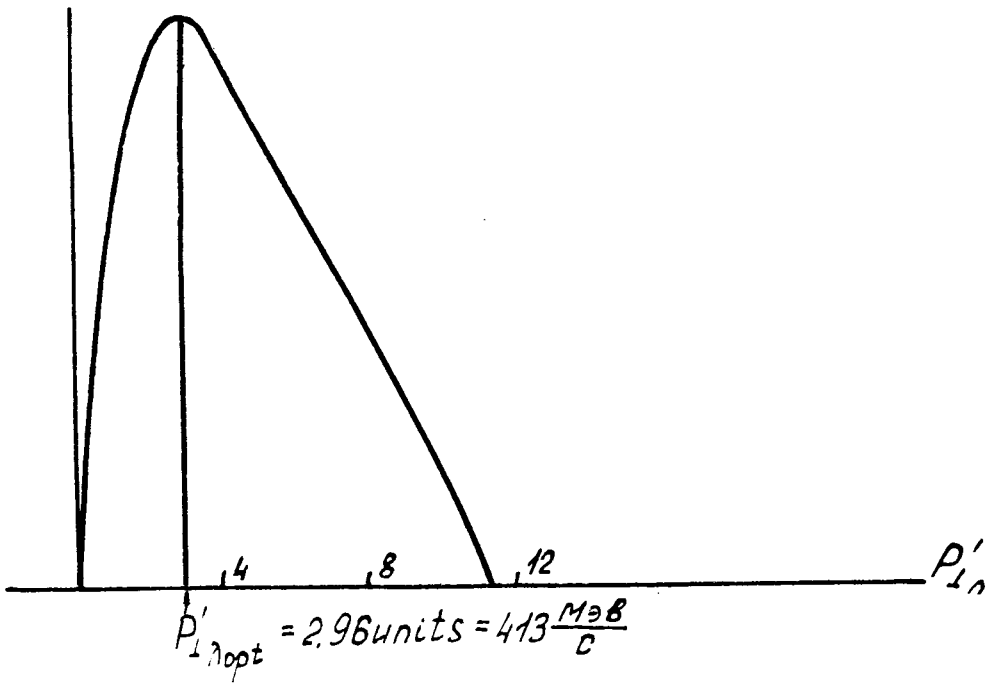


Рис. 9.