ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна 1965

Д-2075

Н.Н. Боголюбов, Нгуен Ван Хьеу, Д. Стоянов,
Б.В. Струминский, А.Н. Тавхелидзе, В.П. Шелест

РЕЛЯТИВИСТСКИ-ИНВАРИАНТНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ СОСТАВНЫХ ЧАСТИЦ И ФОРМФАКТОРЫ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1965

Д - 2075

Н.Н. Боголюбов, Нгуен Ван Хьеу, Д. Стоянов,
Б.В. Струминский, А.Н. Тавхелидзе, В.П. Шелест

РЕЛЯТИВИСТСКИ-ИНВАРИАНТНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ СОСТАВНЫХ ЧАСТИЦ И ФОРМФАКТОРЫ

§ 1. Введение

В последнее время интенсивно изучается SU (6) симметрия сильных взаимодействий. В нашей предыдущей работе /1/ рассматривался простейший вариант динамического подхода в SU(6) симметрии. Исходя из того, что масса кварка велика, были написаны нерелятивистские SU (6) инвариантные уравнения, которые правильно передавали массовые соотношения, полученные в схеме SU (6), и соотношения между магнитными моментами. На простейшем примере дираковской частицы, находящейся в связанном состоянии во внешнем скалярном поле, был указан механизм возрастания магнитного момента составной частицы. Суть дела заключается в том, что магнитный момент определяется энергией связанного состояния, а не массой частицы, образующей связанное состояние.

Представляет интерес написать релятивистски-инвариантные уравнения для составных частиц, которые описывали бы механизм возрастания магнитного момента и давали бы правильные электромагнитные и слабые формфакторы. Заметим, что мы не будем касаться вопроса о сильных взаимодействиях в силу обстоятельств, которые будут разъяснены ниже.

В последнее время релятивистскому обобщению SU (6) группы был посвящен ряд работ /2/. В частности, в работе /3/ сформулирована теория, основанная на группе $\tilde{U}$ (12), и в рамках этой схемы получен ряд интересных результатов, относящихся к формфакторам. Однако при получении формфакторов вводится неминимальное нелокальное электромагнитное взаимодействие для кварков; причем аномальный магнитный момент одинаков для кварков, образующих мезон, и для кварков, образующих барион.

Отметим также, что в работе /3/ для составных частиц по существу используется метод слияния де-Бройля и полностью игнорируется динамическая природа этих связанных состояний.

Целью настоящей работы является изучение динамической модели составных частиц, которая удовлетворяет требованиям релятивистской инвариантности и $\tilde{U}$ (12) инвариантности, причем электромагнитное взаимодействие для кварков будет вводиться минимальным образом.

В § 2,3 вводится релятивистски-инвариантное уравнение для мезона как составной частицы, движущегося в слабом электромагнитном поле. Обсуждаются соотношения между магнитными моментами и формфакторами псевдоскалярных и векторных мезонов. В § 4 выводится уравнение для барионов. Вычисляются магнитные моменты и формфакторы для барионов октета и декуплета.

§ 2. Релятивистское уравнение для мезонов

Рассмотрим составную модель элементарных частиц, в которой все частицы рассматриваются как связанные состояния трех основных частиц со спином 1/2, преобразующихся по 12-мерному представлению группы $\tilde{U}(12)$. Волновая функция имеет парный индекс $A=(\alpha,p)$, где α –спиновый индекс ($\alpha = 1, \dots, 4$), p – унитарный индекс ($p = 1, 2, 3$). Волновую функцию кварка будем обозначать Ψ_A, антикварка – Ψ^B. Мезон, который является связанным состоянием кварка и антикварка, описывается смешанным спинором второго ранга Ψ_A^B. Задача состоит в том, чтобы найти уравнение для Ψ_A^B.

Для изучения связанных состояний системы можно было бы прибегнуть к методам квантовой теории поля, в частности, к уравнению Бете-Солпитера. Однако хорошо известны большие трудности, связанные с решением этого уравнения в случае сильных взаимодействий.

Поэтому мы будем исходить из релятивистски-инвариантного уравнения для двух частиц, допускающего решения вида

$$\Psi_A^B(x_1,x_2)=\phi(x_1-x_2)\,\Phi_A^B(x_1+x_2), \qquad (2.1)$$

где $\Phi_A^B(x_1+x_2)$– смешанный спинор второго ранга, описывающий движения системы как целого, а $\phi(x_1-x_2)$– скалярная функция. Простейшим примером уравнения, инвариантного относительно однородной группы $\tilde{U}(12)$ x/ и описывающего взаимодействие двух частиц, является квадрированное уравнение Дирака с факторизующимся потенциалом:

$$D_A^{A'}(x_1)\bar{D}_{B'}^{B}(x_2)\Psi_{A'}^{B'}(x_1,x_2)=-ig\,W(x_1-x_2)\times$$
$$\times\int dx_1'\,dx_2'\,W(x_1'-x_2')\,\delta(x_1+x_2-x_1'-x_2')\,\Psi_A^B(x_1',x_2'), \qquad (2.2)$$

где $D(\bar{D})$ –квадрированный оператор Дирака для частицы (античастицы):

$$D_{A(B')}^{A'(B)}=\left[\left(M\mp i\Sigma\gamma^n\frac{\partial}{\partial x^n}\right)\right]\left[\left(M\pm i\sum_m\gamma^m\frac{\partial}{\partial x^m}\right)\right]_{A(B')}^{A'(B)}, \qquad (2.3)$$

причем $\gamma^n\gamma^m+\gamma^m\gamma^n=2g^{mn}$; $g^{11}=g^{22}=g^{33}=-g^{00}=-1$.

Потребуем, чтобы фурье-образ $W(q^2)$ скалярной функции $W(x_1-x_2)$ в эвклидовской

x/ $\tilde{U}(12)$ действует только на дискретные индексы и не затрагивает переменных x.

области был вещественным. В частности, $W(q^2)$ может быть взят в виде

$$W(q^2)=\sum_{(N)}\frac{C_N}{(q^2-N^2-i\epsilon)^2}. \qquad (2.4)$$

Пока операторы $D(\bar{D})$ и $W(q^2)$ не содержат спинорных и унитарных индексов, уравнение (2.2) тривиальным образом $\tilde{U}(12)$ инвариантно. Прежде чем включить в уравнение (2.2) члены, нарушающие симметрию, мы рассмотрим его более подробно.

Переходя к преобразованию Фурье

$$\Psi_A^B(x_1,x_2)=\int\Psi_A^B(p_1\,p_2)\,e^{-ip_1x_1-ip_2x_2}dp_1\,dp_2,$$
$$W(x_1-x_2)=\int W(q^2)\,e^{-iq(x_1-x_2)}dq, \qquad (2.5)$$

запишем уравнение (2.2) в виде

$$\prod_{i=1}^{2}(p_i^2-M^2)\Psi_A^B(p_1,p_2)=-ig_0\pi^4W(q^2)\Phi_A^B(P), \qquad (2.6)$$
$$P=p_1+p_2;\quad q=½(p_1-p_2),$$

где

$$\Phi_A^B(P)=\int W(q^2)\,\Psi_A^B\left(\frac{P}{2}+q,\frac{P}{2}-q\right)dq. \qquad (2.7)$$

Считая массу кварка M большой и учитывая лишь члены высшей степени по M, получим в нулевом приближении

$$\Psi_A^B\left(\frac{P}{2}+q,\frac{P}{2}-q\right)=-igW(q^2)\,\Phi_A^B(P), \qquad (2.8)$$
$$g=\frac{g_0\pi^4}{M^4}.$$

Умножая (2.8) на $W(q^2)$ и интегрируя по dq, получим

$$1=-ig\int W^2(q^2)\,dq. \qquad (2.9)$$

Функция $\Phi_A^B(P)$, описывающая движение системы как целого, остается при этом не определенной. Заметим, что при переходе к эвклидовым импульсам $q_0\to iq_0$ с учетом (2.4), для заряда получается ожидаемое вещественное значение:

$$1=g\int W^2(-q_E^2)\,dq_E, \qquad (2.10)$$

q_E –4-импульс в эвклидовом пространстве.

Для того, чтобы получить уравнения для функции $\Phi_A^B(P)$, перепишем (2.6) в виде

$$(\tfrac{1}{2} p^2 + 2q^2)\, \Psi_A^B\left(\frac{P}{2} + q, \frac{P}{2} - q\right) = \frac{1}{M^2}(M^4 + p_1^2 p_2^2)\, \Psi_A^B\left(\frac{P}{2} + q, \frac{P}{2} - q\right) + \frac{i g_0 \pi^4}{M^2} W(q^2)\, \Phi_A^B(P). \tag{2.11}$$

Умножая (2.11) на $W(q^2)$ и интегрируя по dq, с учетом (2.8), (2.9) получаем

$$(p^2 - m^2)\, \Phi_A^B(P) = 0, \tag{2.12}$$

где масса мезона дается выражением

$$m^2 = 4 i g \int q^2 W^2(q^2)\, dq = -4 \frac{\int q^2 W^2(q^2) dq}{\int W^2(q^2) dq} = 4 \frac{\int q_E^2 W^2(q_E^2)\, dq_E}{\int W^2(q_E^2)\, dq_E}. \tag{2.13}$$

Общее решение уравнения (2.12) является суперпозицией решений уравнений Дирака с положительной и отрицательной энергией. Рассмотрим случай $\vec{p} = 0$.

Для того, чтобы отобрать решения, соответствующие рассматриваемой ситуации, когда мы имеем систему из кварка и антикварка, естественно наложить дополнительное условие:

$$(\gamma_0)_A^{A'} \Phi_{A'}^B + \Phi_A^{B'} (\gamma_0)_{B'}^B = 0, \tag{2.14}$$

которое отбирает решения, соответствующие разным знакам энергии частицы и античастицы.

Инвариантное обобщение этого условия запишется в следующем виде:

$$\hat{p}_A^{A'} \Phi_{A'}^B + \Phi_A^{B'} \hat{p}_{B'}^B = 0. \tag{2.15}$$

Поскольку $p^2 = m^2$, мы можем потребовать одновременного выполнения уравнений (а) либо (б):

$$\left.\begin{aligned} &(\hat{p} - m)_A^{A'} \Phi_{A'}^B = 0, \\ &(\hat{p} + m)_B^B \Phi_A^{B'} = 0. \end{aligned}\right\} \text{(а)} \qquad \left.\begin{aligned} &(\hat{p} + m)_A^{A'} \Phi_{A'}^B = 0, \\ &(\hat{p} - m)_{B'}^B \Phi_A^{B'} = 0. \end{aligned}\right\} \text{(б)} \tag{2.16}$$

В дальнейшем мы будем пользоваться уравнениями (2.16а). Именно на этом этапе, когда мы ввели дополнительные условия (2.16а), мы нарушили $\tilde{U}(12)$ инвариантность. Действительно, в системе покоя ($\vec{p} = 0$) (2.16а) сводится к (2.14), которое инвариантно относительно группы $SU(6)$.

Заметим, что условие (2.14) отбирает мезоны с отрицательной внутренней четностью.

Исследуем более подробно спинорную и унитарную структуру смешанного спинора второго ранга Φ_A^B. Смешанный спинор второго ранга можно представить в виде

$$\Phi_{\alpha,p}^{\beta,q} = [\phi^i + \gamma^5 \phi_5^i + i \gamma^\mu \gamma^5 \phi_{\mu 5}^i + \gamma^\mu \phi_\mu^i + \tfrac{1}{2} \sigma^{\mu\nu} \phi_{\mu\nu}^i]_\alpha^\beta \times (\lambda^i)_p^q, \tag{2.17}$$

$$i = 0, \ldots\ldots 8, \quad \sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu),$$

где λ^i –матрица Гелл–Манна.

Подставляя (2.17) в (2.16), получим [3]

$$\begin{gathered} \phi^i = 0 \quad \text{(а)} \\ \left.\begin{aligned} p_\mu \phi_5^i &= i m \phi_{\mu 5}^i \\ p_\mu \phi_{\mu 5}^i &= -i m \phi_5^i \end{aligned}\right\} \text{(б)} \qquad \left.\begin{aligned} p_\mu \phi_\nu^i - p_\nu \phi_\mu^i &= i m \phi_{\mu\nu}^i \\ p^\nu \phi_{\nu\mu}^i &= -i m \phi_\mu^i \end{aligned}\right\} \text{(в)} \end{gathered} \tag{2.18}$$

Отсюда следует условие поперечности векторного поля $p_\mu \phi_\mu^i = 0$.

§ 3. Формфакторы и магнитные моменты мезонов

Для того, чтобы вычислить формфакторы мезонов, рассмотрим уравнение (2.2) в слабом внешнем электромагнитном поле. Для этого сделаем обычную замену

$$i \frac{\partial}{\partial x^m} \rightarrow i \frac{\partial}{\partial x_m} + e A_m(x) \tag{3.1}$$

и запишем уравнение (2.2) в виде

$$D_A^{A'}(x_1, A)\, \bar{D}_{B'}^B(x_2, A)\, \Psi_{A'}^{B'}(x_1 x_2) = -i g_0 W(x_1 - x_2) \int W(x'_1 - x'_2) \times \delta(x_1 + x_2 - x'_1 - x'_2)\, \Psi_A^B(x'_1, x'_2)\, dx'_1\, dx'_2, \tag{3.2}$$

где

$$D_A^{A'}(x,A) = [(M - i\gamma^n \frac{\partial}{\partial x^n} - e\hat{A}(x))(M + i\gamma^n \frac{\partial}{\partial x^n} + e\hat{A}(x))]_A^{A'} ,$$

$$\bar{D}_{B'}^{B}(x,A) = [(M - i\gamma^n \frac{\partial}{\partial x^n} + e\hat{A}(x))(M + i\gamma^n \frac{\partial}{\partial x^n} - e\hat{A}(x))]_{B'}^{B} , \qquad (3.3)$$

где e –матрица электрического заряда, которая известным образом выражается через матрицы λ.

Сохраняя в уравнении (3.3) члены первого порядка по заряду e и используя разложение по большой массе кварка M, получим уравнение, описывающее движение мезона в слабом электромагнитном поле

$$(p^2 - m^2)\Phi_A^B(P) = 2\int dk\, f(k^2)(PA(k))[e_A^{A'}\Phi_{A'}^B + e_{B'}^B\Phi_A^{B'}(P-k)] + \qquad (3.4)$$

$$+ 2\int dk\, f(k^2)[(e\hat{k}\hat{A})_A^{A'}\Phi_{A'}^B(P-k) + (e\hat{A}\hat{k})_{B'}^B\Phi_A^{B'}(P-k)]$$

или в x –представлении:

$$-(\Box_x + m^2)\Phi_A^B(x) = -2i\tilde{A}_\mu(x)[e_A^{A'}\frac{\partial}{\partial x_\mu}\Phi_{A'}^B(x) + e_{B'}^B\frac{\partial}{\partial x_\mu}\Phi_A^{B'}(x)] - \qquad (3.4')$$

$$-2i[(e\gamma^\mu\gamma^\nu\frac{\partial\tilde{A}_\nu}{\partial x_\mu})_A^{A'}\Phi_{A'}^B - (e\gamma^\mu\gamma^\nu\frac{\partial\tilde{A}_\nu}{\partial x_\mu})_{B'}^B\Phi_A^{B'}] ; \quad \tilde{A}_\mu(x) = \int e^{-ikx} f(k) A_\mu(k) dk ,$$

где $f(k^2)$ определяется следующим образом:

$$f(k^2) = \frac{\int dq\, W[(q - \frac{k}{2})^2] W(q^2)}{\int dq\, W^2(q^2)} ; \quad f(0) = 1 . \qquad (3.5)$$

Прежде чем вычислять формфакторы мезонов, мы рассмотрим случай постоянного магнитного поля и, переходя к нерелятивистскому пределу в уравнении (3.4), вычислим магнитный момент векторного мезона. Используя уравнение (2.16), можно видеть, что для больших компонент ϕ_{+-} имеет место соотношение

$$\phi_{+-} = a + \vec{\sigma}\,\vec{\phi} \qquad (3.6)$$

и для векторного поля $\vec{\phi}$ в однородном магнитном поле справедливо уравнение

$$(p^2 - m^2)\vec{\phi} = 2ie[\vec{H}\,\vec{\phi}] , \qquad (3.7)$$

где e –заряд векторного мезона.

Из уравнения (3.7) следует, что магнитный момент векторного мезона равен e/m. Сделаем два существенных замечания: а) в выражение для магнитного момента входит не масса кварка M, а масса мезона m; б) магнитный момент мезона, рассматриваемого как составная частица, в два раза превышает нормальный магнитный момент векторного мезона с зарядом e и массой m. Перейдем к вычислению формфакторов мезонов.

Перепишем уравнение (3.4) в более компактном виде:

$$(p^2 - m^2)\Phi_A^B = \int dk\, f(k^2)[\Gamma_A^{A'}(k,p)\Phi_{A'}^B(p-k) + \bar{\Gamma}_{B'}^B(k,p)\Phi_A^{B'}(p-k)] , \qquad (3.8)$$

где введены обозначения

$$\Gamma_A^{A'} = 2[PA(k)e + e\hat{k}\hat{A}]_A^{A'} ,$$

$$\bar{\Gamma}_{B'}^B = 2[PA(k)e + e\hat{A}\hat{k}]_{B'}^B . \qquad (3.9)$$

Мезонная вершина дается выражением:

$$\mathcal{G}(p, p-k) = 2m\, J_\alpha A_\alpha = \bar{\Phi}_B^A(p)\Gamma_A^{A'}(p,k)\Phi_{A'}^B(p-k) +$$

$$+ \bar{\Phi}_B^A(p)\bar{\Gamma}_{B'}^B(p,k)\Phi_A^{B'}(p-k) . \qquad (3.10)$$

Подставляя спинор Φ_B^A в виде (2.17) и используя соотношение (2.18), получаем электромагнитную вершину в виде:

$$J_\alpha = \frac{P_\alpha}{m} f(k^2)\{(1 + \frac{k^2}{4m^2})[\bar{\Phi}_\nu(p)\Phi_\nu(p-k) - \bar{\Phi}_5(p)\Phi_5(p-k)]_F^{\circ} -$$

$$-\frac{k_\mu k_\nu}{2m^2}(\bar{\Phi}_\mu\Phi_\nu)_F^{\circ}\} + \frac{f(k^2)}{m}k_\mu[\bar{\Phi}_\mu(p)\Phi_\alpha(p-k) - \bar{\Phi}_\alpha(p)\Phi_\mu(p-k)]_F^{\circ} + \qquad (3.11)$$

$$+ \frac{\epsilon_{\alpha\rho\sigma\mu}\, p_\sigma\, k_\mu}{m^2}[\bar{\Phi}_\rho(p)\Phi_5(p-k) - \bar{\Phi}_5(p)\Phi_\rho(p-k)]_D^{\circ} f(k^2) ,$$

где

$$(\bar{\Phi}\,\Phi\,)^{e}_{F} = \bar{\Phi}^{p}_{q'}\,\Phi^{q'}_{q}\,e^{q}_{p} - \bar{\Phi}^{p}_{q'}\,e^{q'}_{q}\,\Phi^{q}_{p}\,,$$

$$(\bar{\Phi}\,\Phi\,)^{e}_{D} = \bar{\Phi}^{p}_{q'}\,\Phi^{q'}_{q}\,e^{q}_{p} + \bar{\Phi}^{p}_{q'}\,e^{q'}_{q}\,\Phi^{q}_{p}\,, \qquad (3.12)$$

e^{q}_{p} – матрица электрического заряда.

Из выражения (3.11) легко вычислить электрический и магнитный формфакторы мезонов. Магнитный момент векторных мезонов есть $\frac{e}{m}$, квадрупольный момент векторных мезонов – $\frac{2e}{m^2}$. То обстоятельство, что магнитный момент векторного мезона в два раза больше его нормального момента, можно проиллюстрировать простым квантово-механическим примером. Представим себе, что кварк и антикварк, образующие мезон, находятся в эффективной потенциальной яме. Тогда энергия каждого из них есть $\frac{m}{2}$, а эффективный магнитный момент – $\frac{e_i}{m}$, в векторном мезоне спины кварков параллельны и магнитный момент есть $\frac{e_1+e_2}{m} = \frac{e}{m}$.

§ 4. Релятивистское уравнение для барионов

Применим развитый выше метод для получения уравнения, описывающего барионы. В модели кварков барионы рассматриваются как связанные состояния трех кварков; таким образом, волновая функция бариона является спинором третьего ранга $\Psi_{ABC}\,(x_1, x_2, x_3)$.

Аналогично мезонному случаю мы рассмотрим релятивистки-инвариантное уравнение для Ψ_{ABC}, допускающее решение вида

$$\Psi_{ABC}(x_1 x_2 x_3) = \phi\,(x_1 - x_3,\; x_2 - x_3)\,\Phi_{ABC}\,(x_1 + x_2 + x_3), \qquad (4.1)$$

где Φ_{ABC} –спинор третьего ранга, который описывает движение центра масс связанной системы трех кварков, т.е. бариона как целого, а ϕ – некоторая скалярная функция.

Для того, чтобы получить уравнение, описывающее движение барионов в слабом внешнем электромагнитном поле, мы будем исходить из квадрированного уравнения Дирака следующего вида:

$$D^{A'}_{A}(x_1)\,D^{B'}_{B}(x_2)\,D^{C'}_{C}(x_3)\;\Psi_{A'B'C'}(x_1 x_2 x_3) = g_0 W(x_1 x_2 x_3)\,\times \qquad (4.2)$$

$$\times \int W(x'_1 x'_2 x'_3)\,\delta\,(x_1 + x_2 + x_3 - x'_1 - x'_2 - x'_3)\,\Psi_{ABC}(x'_1 x'_2 x'_3)\,dx'_1\,dx'_2\,dx'_3\,,$$

где операторы D даются выражением (3.3), $W\,(x_1 x_2 x_3)$ является скалярной функцией, удовлетворяющей условиям:

$$W(x_1 x_2 x_3) = W(x_1 + a\,,\, x_2 + a\,,\, x_3 + a\,)\,, \qquad (4.3)$$

$$W(x_1 x_2 x_3) = W\,(-x_1,\,-x_2,\,-x_3).$$

Фурье-образ $W(q_1 q_2 q_3)$ скалярной функции $W(x_1 x_2 x_3)$ может быть, например, взят в виде:

$$W(q_1 q_2 q_3) = \sum_{(N)} \frac{C_N}{[N^2 - (q_1 - q_2)^2 - i\epsilon][N^2 - (q_2 - q_3)^2 - i\epsilon][N^2 - (q_1 - q_3)^2 - i\epsilon]} \qquad (4.4)$$

Для того, чтобы получить уравнение для функции

$$\Phi_{ABC}\,(x_1 + x_2 + x_3) \equiv \int W\,(x'_1 x'_2 x'_3)\,\Psi_{ABC}\,(x'_1 x'_2 x'_3)\,\times \qquad (4.5)$$

$$\times\,\delta\,(x_1 + x_2 + x_3 - x'_1 - x'_2 - x'_3)\,dx'_1\,dx'_2\,dx'_3\,,$$

мы снова, аналогично мезонному случаю, используем разложение по большой массе кварка M и сохраним члены первого порядка по заряду e. В результате для фурье-образа функции (4.5) получим следующее уравнение:

$$(p^2 - m_N^2)\,\Phi_{ABC}(P) = 2\int dk\,f(k^2)(A\,p\,)[e_A + e_B + e_C]\,\Phi_{ABC}(P - K) + \qquad (4.6)$$

$$+\,3\int dk\,f\,(k^2)\,[(e\,\hat{K}\,\hat{A}\,)_A + (e\,\hat{K}\,\hat{A}\,)_B + (e\,\hat{K}\,\hat{A}\,)_C]\,\Phi_{ABC}\,(P - K),$$

где масса нуклона m_N определяется из уравнения, аналогичного (2.13), а функция $f(k^2)$ дается выражением

$$f(k^2) = \frac{\int W\,(p_1 p_2 p_3)\,W(p_1 + K,\,p_2,\,p_3)\,\delta(p_1 + p_2 + p_3)\,dp_1\,dp_2\,dp_3}{\int W^2(p_1\,p_2\,p_3)\,\delta\,(p_1 + p_2 + p_3)\,dp_1\,dp_2\,dp_3}\,, \qquad (4.7)$$

откуда, в частности, видно, что $f(0) = 1$.

В отсутствие электромагнитного поля уравнение (4.2) $\tilde{U}$ (12) инвариантно, так как операторы W не имеют спиновой и унитарной структуры; $\tilde{U}$ (12) инвариантно также свободное уравнение

$$(P^2 - m^2)\,\Phi_{ABC}\,(P) = 0. \qquad (4.8)$$

Для того, чтобы в свободном случае решения с положительными и отрицательными энергиями не перепутывались, мы используем дополнительное условие вида

$$(\hat{P})_A^{A'} \Phi_{A'BC} = (\hat{P})_B^{B'} \Phi_{AB'C} = (\hat{P})_C^{C'} \Phi_{ABC} \qquad (4.9)$$

и будем требовать, чтобы Φ_{ABC} одновременно удовлетворяло следующим уравнениям:

$$(\hat{P} - m)_A \Phi_{ABC} = (\hat{P} - m)_B \Phi_{ABC} = (0 - m)_C \Phi_{ABC} = 0 . \qquad (4.10)$$

Условия (4.9) и (4.10) нарушают инвариантность относительно группы $\tilde{U}$ (12), сохраняя при этом инвариантность относительно группы SU (6).

Рассмотрим решение (4.8)-(4.10), отвечающее симметричному спинору третьего ранга. Симметричный спинор Φ_{ABC} является релятивистским обобщением 56-плета нерелятивистской SU (6) схемы.

Симметричный спинор Φ_{ABC} может быть представлен в виде[3]:

$$\Phi_{ABC} = \Phi_{(\alpha p)(\beta q)(\gamma r)} = \sqrt{\frac{1}{8}}\, D_{\alpha\beta\gamma}\, d_{pqr} + \frac{1}{6\sqrt{2}} [N_{[\alpha\beta]\gamma}\, \epsilon_{pqs}\, B_r^s + N_{[\beta\gamma]\alpha}\, \epsilon_{qrs}\, B_p^s + N_{[\gamma\alpha]\beta}\, \epsilon_{rps}\, B_q^s] , \qquad (4.11)$$

где $D_{\alpha\beta\gamma}$ -симметричный спинор третьего ранга, $N_{[\alpha\beta]\gamma}$ - спинор антисимметричный относительно индексов α, β, d_{pqr} - унитарный декуплет, B_r^s -унитарный октет.

Используя соотношения (2.17), можно получить[3]

$$D_{\alpha\beta\gamma} = \Psi_{\alpha\mu} (\gamma_\mu C)_{\beta\gamma} - \frac{i}{2m} (p_\mu \psi_\nu - P_\nu \psi_\mu)_\alpha (\sigma_{\mu\nu} C)_{\beta\gamma} , \qquad (4.12а)$$

$$N_{[\alpha\beta]\gamma} = \frac{[(\hat{P} + m)\gamma_5 C]_{\alpha\beta}}{m} \psi_\gamma , \qquad (4.12б)$$

где C определяется соотношением $(\gamma_\mu C)_{\alpha\beta} = (\gamma_\mu C)_{\beta\alpha}$. $C^T = - C$.

Спиноры ψ и ψ_μ удовлетворяют уравнениям

$$(\hat{P} - m)\psi_\mu = 0 ; \quad \gamma_\mu \psi_\mu = 0 , \qquad (4.13а)$$

$$(\hat{P} - m)\psi = 0 . \qquad (4.13б)$$

Рассмотрим барион в постоянном магнитном поле. Сохраняя лишь большие компоненты спинора Φ_{ABC}, получим из (4.8)

$$(P^2 - m_N^2)\Phi_{ABC} = 3[(e\vec{\sigma})_A + (e\vec{\sigma})_B + (e\vec{\sigma})_C]\, \vec{H}\, \Phi_{ABC} , \qquad (4.14)$$

в данном случае спинорные индексы пробегают значения 1,2. Из выражения (4.14) видно, что эффективный магнитный момент кварка с зарядом e в барионе есть $\frac{3e}{2m}$, а оператор магнитного момента бариона

$$\vec{\mu} = \frac{3}{2m} [(e\vec{\sigma})_1 + (e\vec{\sigma})_2 + (e\vec{\sigma})_3] . \qquad (4.15)$$

Усредняя (4.14) по функциям, отвечающим частицам со спином 3/2 и 1/2 , мы получаем известные соотношения между магнитными моментами, следующие из SU (6) симметрии[4].

Любопытно заметить, что магнитный момент протона, вычисленный на основе (4.14), оказывается равным трем ядерным магнетонам. Таким образом, аналогично мезонному случаю, в составной модели магнитный момент определяется массой связанного состояния и составная частица обладает аномальным магнитным моментом.

Перейдем теперь к изучению электромагнитных формфакторов барионов. Для этого рассмотрим вершину

$$3\bar{\Phi}^{ABC}(P)\, \Gamma_A^{A'}(k)\, \Phi_{A'BC} = 2m\, J_\mu A_\mu (k) , \qquad (4.16)$$

где

$$\Gamma_A^{A'}(k) = [2 e_p^{p'} A_\mu P_\mu + \frac{3}{2} (\sigma_{\mu\nu})_\alpha^{\alpha'} e_p^{p'} F_{\mu\nu}(k)]\, f(k^2) ,$$

а $e_p^{p'}$ -матрица электрического заряда.

Подставив (4.11), (4.12), получим

$$J_\alpha = -3\{ \frac{P_\alpha}{m} (\bar{\psi}_\rho \psi_\rho)(1 + \frac{k^2}{2m^2}) - \frac{P_\alpha K_\mu K_\nu}{2m^3} (\bar{\psi}_\mu \psi_\nu) + \frac{3}{2m} [\bar{\psi}_\alpha \psi_\mu - \bar{\psi}_\mu \psi_\alpha] K_\mu \}\, d^{pqr}\, e_p^{p'}\, d_{p'qr}\, f(k^2) +$$

$$+ [\frac{P_\alpha}{m} (1 - \frac{k^2}{4m^2}) (\bar{B} B)_F^e + \frac{k^2 P_\alpha}{4m^3} (\bar{B} B)_{F-3D}^e]\, \bar{\psi}\psi\, f(k^2) +$$

$$+\frac{i}{2m}\left(1-\frac{k^2}{4m^2}\right)k_\mu\,\bar{\psi}\,\sigma_{\mu\alpha}\,\psi\,(\bar{B}B)^{e}_{3D+2F}\,f(k^2)+$$

$$+f(k^2)\,\frac{\epsilon_{\alpha\beta\mu\nu}\,k_\beta\,P_\nu}{m^2}\left[(\bar{\psi}\,\psi_\mu)\,\epsilon^{pqs}\,\bar{B}^r_s\,e^p_{p'}\,d_{p'qr}+(\bar{\psi}_\mu\psi)\,d^{pqr}\,e^{p'}_p\,\epsilon_{p'qs}\,B^s_r\right]. \tag{4.17}$$

Из этого выражения для вершины следуют известные соотношения между магнитными моментами; кроме того, из него можно получить электрические и магнитные формфакторы барионов.

В частности, для $k^2 \ll m^2$ получаем

$$\frac{g_p^M(k)}{\mu_p}=\frac{g_p^M(k)}{\mu_n}=g_p^E(k) \tag{4.20}$$

хорошо согласующееся с экспериментом.

В заключение отметим, что идея составных моделей в квантовой теории поля не нова. Это направление особо интенсивно развивалось после работ Ферми-Янга [5]; известны большие трудности, которые возникают на пути создания непротиворечивой теории элементарных частиц в рамках такого подхода [6].

Привнесение идей обобщенной симметрии и кварков в модели составных частиц, как мы видели выше, дает обнадеживающий результат при изучении магнитных моментов и электромагнитных формфакторов. Отметим здесь роль концепции кварков, не касаясь вопроса их наблюдаемости [7]. Дело в том, что кварк в теории унитарной симметрии отождествляется с низшим представлением группы и может быть рассмотрен как вспомогательный инструмент для построения высших представлений, имеющих физический смысл.

Аналогичная ситуация возникает и в динамической модели, рассмотренной нами, где мы пользовались разложением по большой массе кварка с целью получения уравнения движения для составной частицы в целом.

Мы видели, что взаимодействие составной частицы с внешним электромагнитным полем нелокально. Чтобы избежать существенных трудностей, связанных с нарушением унитарности [8] и причинности в высших порядках теории возмущений в квантовой теории поля, обусловленных нелокальным взаимодействием, мы вынуждены ограничиться первым порядком по электромагнитному или слабому взаимодействиям. Строго говоря, разработанный нами метод и не претендует на большее.

Заметим, что в этой схеме можно известным образом [1] ввести члены, нарушающие SU (3) симметрию и получить массовые соотношения; тогда магнитный момент будет определяться истинной массой бариона или мезона.

При выводе уравнений для составных частиц мы пользовались квадрированным уравнением Дирака, что обеспечивало $\tilde{U}$ (12) инвариантность. Если бы мы исходили из неквадрированного уравнения Дирака, то в нулевом приближении мы получили бы лишь SU (6) инвариантное уравнение и для получения аномального магнитного момента пришлось бы вводить неминимальное электромагнитное взаимодействие для кварка.

Развитый нами метод получения электромагнитных формфакторов легко обобщается для вычисления слабых формфакторов.

В заключение мы выражаем глубокую благодарность В.Г. Кадышевскому, А.А.Логунову и И.Т. Тодорову за плодотворные дискуссии.

Литература

1. Н.Н. Боголюбов, Б.В.Струминский, А.Н. Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ, Д-1968, Дубна, 1965.

2. В.Г. Кадышевский, Р.М. Мурадян, А.Н. Тавхелидзе, И.Т. Тодоров. Препринт ОИЯИ, Д-1929, Дубна, 1965;
T.Fulton, J.Wess. Vienna preprint, 1964;
M.A.B.Beg, A.Pais. New-York preprint, 1964.

3. R.Delbourgo, A.Salam, J.Strathdee. Proc. of Roy Soc. A. vol. 284, No. 1396 (146), 1965.

4. Б.В. Струминский. Препринт ОИЯИ, Р-1939, Дубна, 1965.

5. E.Fermi, C.N.Yang. Phys. Rev., 76, 1739 (1949).

6. М.А. Марков. Гипероны и K-мезоны. Физматгиз, 1958.

7. M.Gell-Mann. Phys. Lett., 8, 214 (1964) ;
G.Zweig. Preprint CERN.

8. M.A.B.Beg, A.Pais. New-York preprint, 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 марта 1965 г.