

97269

46

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Д-1968



Н.Н. Боголюбов, Б.В. Струмичский, А.Н. Гаврилович

К ВОПРОСУ О СОСТАВНЫХ МОДЕЛЯХ
В ТЕОРИИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

1965

Д - 1968

Н.Н. Боголюбов, Б.В. Струмянский, А.Н. Тавхелидзе

К ВОПРОСУ О СОСТАВНЫХ МОДЕЛЯХ
В ТЕОРИИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ НАУКИ
ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

В в е д е н и е

В последнее время в исследовании свойств элементарных частиц успешно применяются групповые методы, основанные на синтезе свойств внутренней и пространственной симметрии.

Возможны две точки зрения на применение групповых методов в теории элементарных частиц. Одна из них состоит в том, что все частицы считаются в равной степени элементарными. Другая точка зрения предполагает, что имеются некоторые фундаментальные частицы, несущие все свойства симметрии (кварки, трионы, модель Швингера) и все частицы рассматриваются как их связанные состояния. Составная модель, основанная на $SU(6)$, во многом напоминает модель ядерных оболочек Вигнера, который объединил спиновую независимость и изотопическую инвариантность ядерных сил и классифицировал состояния по представлениям группы $SU(4)$. Отличие состоит в том, что мы не знаем, есть ли вообще частицы, которые реализуют фундаментальное представление $SU(3)$. Однако заманчивость идеи составных моделей элементарных частиц привлекает внимание многих авторов.

Успешное подтверждение соотношений $SU(6)$ симметрии, объединяющей унитарную и спиновую симметрию, говорит о том, что взаимодействие, которое приводит к образованию связанных состояний, слабо зависит от спина, а хорошее согласие с экспериментом массовых формул, возникающих из-за нарушения унитарной симметрии, позволяет думать, что массы фундаментальных частиц велики, а возмущение, нарушающее симметрию, мало. Предполагая, что масса кварка велика ~ 10 Гэв, а эффективный импульс кварка в составной частице порядка ~ 1 Гэв/с, можно считать движение кварка нерелятивистским.

Целью настоящей работы является обсуждение простейшей динамической модели и исследование в рамках этой модели вопроса о магнитных моментах барионов и их факторах. Мы покажем, что малый дираковский момент кварка не мешает получить магнитные моменты известных барионов.

§ 1. М е з о н ы

Рассмотрим составную модель элементарных частиц, в которой все частицы рассматриваются как связанные состояния трех основных частиц со спином $1/2$, -кварков^{1/}.

$$\begin{aligned} \hat{M}_1^2 = & (m_1^2 - \frac{a}{3}) (\rho^+ \rho^+ + \bar{\rho}^- \rho^- + \rho^0 \rho^0) + (m_1^2 + \frac{2a}{3}) (K^+ K^+ + K^- K^- + \\ & + K^0 K^0 + K^0 K^0) + (m_1^2 - \frac{a}{3}) \bar{\omega}^- \omega' + (m_1^2 + \frac{5a}{3}) \bar{\phi}^- \phi' + \\ & + \frac{h_1}{3} (2\bar{\omega}^- \omega' + \bar{\phi}^- \phi' + \sqrt{2} \bar{\omega}^- \phi' + \sqrt{2} \bar{\phi}^- \omega'). \end{aligned} \quad (1.9)$$

Отсюда видно, что

$$m_\rho^2 - m_1^2 - \frac{a}{3}, \quad m_{K^*}^2 = m_1^2 + \frac{2}{3} a. \quad (1.10)$$

В приближении $h_1 = 0$ имеем

$$m_\omega^2 = m_\rho^2, \quad m_\phi^2 + m_\rho^2 = 2 m_{K^*}^2. \quad (1.11)$$

Для того, чтобы найти массы ϕ - и ω - мезонов, мы должны диагонализировать квадратичную форму

$$(m_1^2 - \frac{a}{3}) \bar{\omega}^- \omega' + (m_1^2 + \frac{5a}{3}) \bar{\phi}^- \phi' + \frac{h_1}{3} (2\bar{\omega}^- \omega' + \bar{\phi}^- \phi' + \sqrt{2} \bar{\omega}^- \phi' + \sqrt{2} \bar{\phi}^- \omega'). \quad (1.12)$$

Собственные значения определяются из уравнения

$$\begin{vmatrix} m_1^2 - \frac{a}{3} + \frac{2}{3} h_1 - \mu & \frac{\sqrt{2}}{3} h_1 \\ \frac{\sqrt{2}}{3} h_1 & m_1^2 + \frac{5a}{3} + \frac{h_1}{3} - \mu \end{vmatrix} = 0. \quad (1.13)$$

Исключив параметры m_1^2 , a и h_1 , получаем известное соотношение Швингера^{2/}

$$(m_\omega^2 - m_\rho^2)(m_\phi^2 - m_\rho^2) = \frac{4}{3} (m_{K^*}^2 - m_\rho^2)(m_\phi^2 + m_\omega^2 - 2m_{K^*}^2). \quad (1.14)$$

Для девяти псевдоскалярных мезонов получаем аналогичные соотношения, при этом надо сделать замену: $m_1 \rightarrow m_0$, $h_1 \rightarrow h_0$, $\rho \rightarrow \pi$, $K^* \rightarrow K$, $\omega' \rightarrow \eta'$, $\phi' \rightarrow \eta''$. Мы получаем

$$m_\pi^2 = m_0^2 - \frac{a}{3}, \quad m_K^2 = m_0^2 + \frac{2}{3} a. \quad (1.15)$$

Отсюда следует известное соотношение Глэшоу

$$m_{K^*}^2 - m_\rho^2 = m_K^2 - m_\pi^2. \quad (1.16)$$

Аналог соотношения (1.14) для псевдоскалярных мезонов выполняется плохо (мы подставляем η и χ^0 (860 МэВ)). Это связано с тем, что параметр h_0 сильно зависит от значения масс мезонов октета. Из уравнения, аналогичного (1.13), можно получить

$$\frac{m_\chi^2}{m_\eta^2} = \frac{(2m_K^2 - m_\eta^2)(4m_K^2 - m_\eta^2) - 3m_\pi^2(2m_K^2 - m_\eta^2)}{4m_K^2 - m_\pi^2 - 3m_\eta^2}. \quad (1.17)$$

Мы видим, что m_χ^2 обращается в бесконечность, если формула Гелл-Манна-Окубо для октета выполняется точно. Однако, если определить h_0 из экспериментальных значений масс и решить квадратное уравнение, то получается удовлетворительное согласие с экспериментом.

В данной схеме можно избежать смешивания унитарного синглета и октета псевдоскалярных мезонов. Для этой цели выделим из 36 состояний Ψ_{A1}^{B1} 35 состояний, которые удовлетворяют условию

$$\sum_{Ck} \Psi_{Ck}^{Ck} = 0 \quad (1.18)$$

и потребуем, чтобы возмущение не нарушало условия (1.18). Требование (1.18) накладывает на матрицу возмущения $\Gamma_{A1, B1}^{B1, A1'}$ условие

$$\sum_{Ck} \Gamma_{Ck, B1}^{Ck, A1'} = 0. \quad (1.19)$$

Этому условию можно удовлетворить, если записать матрицу возмущения в виде

$$\Gamma_{A1, B1}^{B1, A1'} = \Gamma_{A1, B1}^{B1, A1'} - \frac{1}{h} \delta_{B1}^i \delta_{A1}^j \sum_{Ck} \Gamma_{Ck, B1}^{Ck, A1'} \quad (1.20)$$

Тогда, как легко видеть, псевдоскалярный унитарный синглет не будет смешиваться с псевдоскалярным октетом. Для псевдоскалярного октета получим значение масс (1.15)

$$m_\eta^2 = m_0^2 + a. \quad (1.21)$$

Отсюда следует соотношение Гелл-Манна-Окубо

$$m_\eta^2 = \frac{4}{3} m_k^2 - \frac{1}{3} m_\pi^2. \quad (1.22)$$

Заметим, что эти результаты были получены ранее в рамках группы SU(6).

§ 2. Бароны

Бароны в данном подходе рассматриваются как связанные S-состояния трех кварков. Как и в случае мезонов, мы будем пользоваться нерелятивистским приближением и считать, что взаимодействие не зависит от спина. Волновую функцию барона обозначим Ψ_{A_1, B_1, C_1} , которая в нулевом приближении удовлетворяет уравнению

$$(E - H_0) \Psi_{A_1, B_1, C_1} = 0. \quad (2.1)$$

Возмущение, зависящее от спина и унитарного спина, будем считать малым и запишем его в виде

$$\begin{aligned} H \Psi_{A_1, B_1, C_1} = & [(\vec{s}_1 + \vec{s}_2 + \vec{s}_3)^2 W_1 + W_1'] \Psi_{A_1, B_1, C_1} + \\ & + [(\lambda_8)_A (\lambda_8)_B + (\lambda_8)_C] W_2 \Psi_{A_1, B_1, C_1} + \\ & + [(\lambda_8)_A P_{BC} + (\lambda_8)_B P_{CA} + (\lambda_8)_C P_{AB}] W_3 \Psi_{A_1, B_1, C_1}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где W зависят только от расстояния между частицами, P_{AB} - оператор перестановки. Третий член представляет обменное взаимодействие и для декуплета, который симметричен относительно перестановок, имеет такую же структуру как и второй член.

Здесь возможны три типа симметрии волновой функция относительно перестановки унитарных и спиновых индексов: полностью симметричная, 56 компонент; антисимметричная, 20 компонент и функция, преобразующаяся по двумерному представлению группы перестановок, 70 компонент.

Как было показано в работе /3/, лучшее соотношение между магнитными моментами получается для функции, симметричной по спину и унитарному спину, 56 компонент. Однако, если считать, что нет дополнительных квантовых чисел, то пространственная функция должна быть полностью антисимметрична, что невозможно, если система находится в S-состоянии.

Выход из этого положения можно найти, если предположить, что кварки подчиня-

ются парастатистике /4/, или ввести дополнительные квантовые числа, которые антисимметризируют полную волновую функцию. Используя дополнительные квантовые числа, можно сделать заряды кварков целыми, не нарушая соотношений между магнитными моментами.

Рассмотрим уравнение (2.1) с возмущением (2.2) для функций, симметричных по спину и унитарному спину. Используя теорию возмущений, нетрудно получить следующее массовое соотношение для баронов со спином S

$$M_n = m_n + a Y + b (\frac{1}{2} Y^2 - T(T+1)), \quad (2.3)$$

где Y - гиперзаряд, T - изоспин.

Для декуплета резонансов S = 3/2, для октета S = 1/2. Нетрудно написать возмущение, которое описывает электромагнитное расщепление масс внутри изотопических мультиплетов:

$$\begin{aligned} H_2 \Psi_{A_1, B_1, C_1} = & \sum_D e_D^2 I_D^2 \Psi_{A_1, B_1, C_1} + \sum_{D < E} e_D e_E I_D I_E \Psi_{A_1, B_1, C_1} + \\ & + \sum_{D < F} e_D e_F P_{DF} I_D I_F \Psi_{A_1, B_1, C_1}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Первый член описывает электромагнитные поправки к собственной эффективной массе кварков, второй член - прямое электромагнитное взаимодействие кварков, третий член - обменное взаимодействие. Заметив, что $e_A^2 = \frac{2}{9} + \frac{e_A}{3}$, запишем электромагнитное возмущение в виде

$$\begin{aligned} H_2 \Psi_{A_1, B_1, C_1} = & \sum_D e_D I_D^2 \Psi_{A_1, B_1, C_1} + \sum_D e_D \sum_F e_F I_D I_F \Psi_{A_1, B_1, C_1} + \\ & + \sum_{D < F} e_D e_F P_{DF} I_D I_F \Psi_{A_1, B_1, C_1}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

С учетом обменного взаимодействия получаем одно соотношение:

$$m_n - m_p + m_{\Sigma^+} - m_{\Sigma^0} = m_{\Xi^0} - m_{\Xi^-}. \quad (2.6)$$

Если бы мы не учитывали обменное взаимодействие, то получили бы два приближенных соотношения:

$$m_n - m_p = m_{\Sigma^0} - m_{\Sigma^+}, \quad m_{\Sigma^+} - m_{\Sigma^0} = m_{\Xi^-} - m_{\Xi^0}.$$

Следует подчеркнуть, что здесь фактически мы учитываем члены второго порядка по электромагнитному взаимодействию.

§ 3. Магнитные моменты и форм-факторы барионов

Если понимать результаты работы /3/ буквально, то оказывается, что магнитный момент кварка равен одному ядерному магнетону. Возникает естественный вопрос: чем обусловлен большой аномальный магнитный момент кварка. Для понимания ситуации рассмотрим дираковскую частицу в сильном скалярном поле и вычислим ее магнитный момент.

Уравнение Дирака имеет вид

$$[M + V(r) + \beta \vec{\alpha} (\vec{p} - e \vec{A})] \cdot u = E \beta u. \quad (3.1)$$

Мы рассмотрим случай

$$V(r) = \begin{cases} 0, & r > r_0 \\ -M + \alpha, & r < r_0. \end{cases} \quad (3.2)$$

Представим спинор u в виде

$$u = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

и получим уравнение для ϕ

$$(M + V(r) - E) \phi + \vec{\sigma} (\vec{p} - e \vec{A}) \frac{1}{M + E + V(r)} \vec{\sigma} (\vec{p} - e \vec{A}) \phi = 0. \quad (3.4)$$

Учитывая электромагнитное поле в низшем приближении, получаем поправку к оператору энергии

$$\Delta \hat{E} = e (\vec{\sigma} \cdot \vec{A}) \frac{1}{M + E + V} (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) + e (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) \frac{1}{M + E + V} (\vec{\sigma} \cdot \vec{A}). \quad (3.5)$$

Усредняя (3.5) по радиально-симметричному решению $\phi(r)$, находим значение магнитного момента

$$\mu = \frac{2e\hbar}{3c} \int_0^\infty \frac{g(r)}{M + E + V(r)} \frac{dg}{dr} r^3 dr. \quad (3.6)$$

Функция $g(r)$ удовлетворяет известной системе уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dg}{dr} - (E + M + V(r)) f &= 0 \\ \frac{df}{dr} + \frac{2}{r} f + (E - M - V(r)) g &= 0. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Подставляя решение (3.7) в (3.6) и пренебрегая вкладом f в условие нормировки, получим

$$\mu = \frac{e\hbar c}{E + \alpha} \times \left\{ 1 - \frac{M - \alpha}{3(M + E)} \frac{(3 + 2r_0 \sqrt{M^2 - E^2}) \sin^2 r_0 \sqrt{E^2 - \alpha^2}}{\sin^2 r_0 \sqrt{E^2 - \alpha^2} + 2r_0 \sqrt{M^2 - E^2} + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{M^2 - E^2}}{E^2 - \alpha^2} \sin 2r_0 \sqrt{E^2 - \alpha^2}} \right\}, \quad (3.8)$$

где энергия определяется из уравнения

$$\operatorname{ctg} r_0 \sqrt{E^2 - \alpha^2} = -\sqrt{\frac{M^2 - E^2}{E^2 - \alpha^2}}. \quad (3.9)$$

Для глубокой и широкой ямы

$$\mu = \frac{e\hbar c}{E + \alpha}. \quad (3.10)$$

Таким образом мы показали, что эффективный магнитный момент дираковской частицы, находящейся в связанном состоянии во внешнем скалярном поле, может принимать любые значения в зависимости от ширины и глубины потенциальной ямы и, в частности, может быть много больше ее нормального дираковского момента χ .

Последнее обстоятельство позволяет думать, что при сложении магнитных моментов мы складываем не дираковские магнитные моменты кварков, которые чрезвычайно малы из-за их большой массы, а некоторые эффективные магнитные моменты кварков, находящихся в сильном компенсирующем массу поле.

Аддитивность эффективных магнитных моментов является, по-видимому, следствием малости внешнего электромагнитного поля и пренебрежением замкнутыми петлями. Это означает, что мы рассматриваем диаграммы вида (рис. 1) и не рассматриваем диаграммы вида (рис. 2). Эти соображения, основанные на аддитивности, могут быть обобщены и на случай формфакторов и тогда получим

$$\frac{g_p^M(q)}{\mu_p} = \frac{g_n^M(q)}{\mu_n}; \quad g_n(q) = 0, \quad (3.11)$$

где g^M — магнитный форм-фактор, g^E — электрический форм-фактор. Если предположить, что эффективный электрический форм-фактор кварка равен магнитному форм-фактору (то есть форм-фактор кварка, находящегося в сильном скалярном поле), мы получим

χ / Величина $E + \alpha = 2m_{ef}$ для кварка, находящегося в сильном скалярном поле, где m_{ef} — эффективная масса кварка.

$$\frac{g_p^M(q)}{\mu_p} = \frac{g_n^M(q)}{\mu_n} = g_p^F(q). \quad (3.12)$$

Формулы (3.11), (3.12) хорошо согласуются с экспериментом^{/5/}. Аналогичные соображения применимы и к форм-факторам барионов в слабых взаимодействиях.

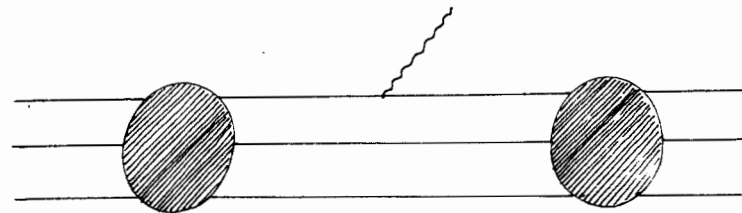
Нам представляется чрезвычайно важным измерение магнитных моментов и форм-факторов нестабильных частиц, поскольку это может явиться важной проверкой получающихся соотношений.

Авторы выражают глубокую благодарность участникам семинара Лаборатории теоретической физики за обсуждение работы.

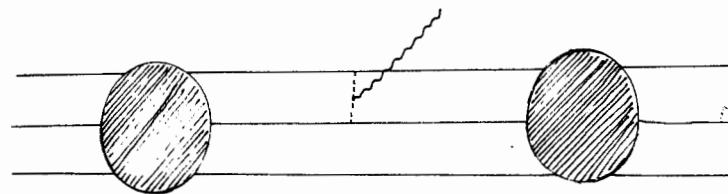
Л и т е р а т у р а

1. G. Zweig, preprint CERN; (1567)
2. M. Gell-Mann, Phys. Lett., 8 214, (1964).
3. J. Schwinger, Phys. Rev. Lett., 12, 237 (1964)
4. Б.В. Струминский, Препринт ОИЯИ. Р - 1899 (1965).
5. O.W. Greenberg, Phys. Rev. Lett., 13, 598 (1964).
6. Н. Рамзей. Доклад на конференции по физике высоких энергий, Дубна 1964 г.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 января 1965 г.



Р и с. 1.



Р и с. 2.