

С3466а

Л-394

Ледницки Р.

1117/76

Б5-2-9573



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Б5-2-9573

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 19 76

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Лаборатория высоких энергий

Б5-2-9573

Р.Ледвицки

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СПИНА χ^0 (958)-МЕЗОНА
В РЕАКЦИИ $\pi^- p \rightarrow \chi^0 \Lambda$.

Дубликат поступил
в библиотечный отдел
27. 6. 1976 г.

Дубна, 1976

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

А Н Н О Т А Ц И Я

Показано, что отсутствие анизотропий в распределениях Эдейра в реакции $K^-p \rightarrow X^0 \Lambda$ при $1.75 \text{ ГэВ/с} / \cos \theta_{\text{см}} > 0.6/$ не противоречит псевдотензорности X^0 (958) - мезона. Показано, что при релятивистском рассмотрении распадов $X^0 \rightarrow \eta \pi^+ \pi^-$ и $X^0 \rightarrow \mu^+ \pi^-$ обе гипотезы 0^- и 2^- для спина-четности X^0 -мезона одинаково хорошо согласуются с экспериментальными данными по этим распадам. Получено совместное распределение по всем распадным характеристикам X^0 -мезона и Λ ; предлагается использование этого распределения для более достоверного разделения гипотез 0^- и 2^- , чем в случае использования одномерных распределений Эдейра. Показано, что с помощью многомерного анализа имеющихся данных по реакции $K^-p \rightarrow X^0 \Lambda$ можно, по-видимому, получить отношение вероятностей гипотез 0^- и 2^- меньше, чем 10^{-5} .

В настоящее время продолжает существовать неоднозначность в спине X^0 -мезона, $J^P(X^0) = 0^-$ или 2^- /1/, хотя этот вопрос возник более 8 лет тому назад /2/. Большинство физиков, однако, предпочитают спин-четность 0^- скорее чем 2^- ; в разных теоретических оценках X^0 -мезон считается девятым псевдоскалярным мезоном, его даже называют η' -мезоном. В то же время, существуют симметричные формулы /3/, предсказывающие массу η' близкой массе другого кандидата на место девятого псевдоскалярного мезона - E (1420)-мезона. Аналогичный вывод получается в схеме Чармония, а именно, E (1420)-мезон (а не $X^0(958)$ -мезон) предпочтительно принадлежит к псевдоскалярному 16-плету: к этому результату приводит анализ массовых формул и распадов $\psi(3095)$ в $SU(4)$ /4/ и $SU_W(8)$ /5/-симметриях. Кроме того, гипотеза 2^- нуждается в особом внимании, поскольку в этом случае, траектория Редже, связанная с X^0 -мезоном должна иметь интерцепт близкий к 1 и может играть большую роль в спиновых силах при высоких энергиях /6/.

Таким образом, более тщательный анализ спина $X^0(958)$ -мезона /а также E(1420)-мезона/ представляется актуальной задачей.

Сейчас хорошо известно /2,7/, что спин X^0 -мезона может быть установлен только изучением корреляций между образованием и распадом X^0 -мезона^{*)}. Такого рода анализ был выполнен для реакции $K^-p \rightarrow X^0 \Lambda$ в нескольких Брукхейвенских экспериментах, в которых жидководородная пузырьковая камера облучалась K^- -мезонами с импульсом 1,75 ГэВ/с /8/, 2,18 ГэВ/с /9/, 2,885 ГэВ/с /10/, 3,9 и 4,5

*) Анализ диаграмм Далица распадов $X^0 \rightarrow \eta \pi \pi$ и $X^0 \rightarrow \mu \pi^+ \pi^-$ не позволяет различить гипотезы 0^- и 2^- /1, 2/.

ГэВ/с /11/ и в более ранних экспериментах в Беркли при импульсах 2.1, 2.47, 2.65 ГэВ/с /12/. Во всех этих данных, после усреднения по углам вылета X^0 -мезона, корреляции между образованием и распадом X^0 -мезона не были обнаружены. В работах /8,9/ проводился отбор событий с малыми углами вылета в с.ц.м. ($X = \cos \theta_{cm} > 0,6 - 0,8$), опять без выявления отклонений от изотропии в распределениях Эдейра. Поскольку частица с нулевым спином должна распадаться изотропно этот факт интерпретировался как сильный аргумент в пользу гипотезы 0^- .

Однако, после замечания Заславского, Огиевского и Тьбора (см. тоже работу 7) о том, что недостаточное обрезание угла вылета θ_{cm} могло затушевывать проявления спина X^0 -мезона, Экспериментальные данные /9,12/ были заново проанализированы в работах /13,14/. Распределения Эдейра, критические для решения проблемы спина X^0 -мезона /7/ были получены для очень малых углов вылета ($X > 0,98$). При импульсе 2.18 ГэВ/с были обнаружены анизотропии в угловых ($\cos \theta$) распределениях между импульсом пучка \vec{K}^* в системе покоя X^0 -мезона и анализаторами распада (\vec{V}) X^0 -мезона, выбранными вдоль: а) нормали (\hat{n}) к плоскости распада $X^0 \rightarrow \rho \pi \pi$, б) импульса ρ -мезона (\vec{K}) в распаде $X^0 \rightarrow \rho \pi \pi$, в) импульса фотона (\vec{K}) в распаде $X^0 \rightarrow \gamma \pi^+ \pi^-$. Соответствующие полярно-экваториальные отношения $\frac{P}{E} = \frac{N(|\cos \theta| > 0.5)}{N(|\cos \theta| < 0.5)}$, приведенные в Таблице I, согласуются с изотропным распределением с вероятностью составляющей долю процента /14/.

Таким образом, основываясь лишь на законе сохранения углового момента, эти анизотропии существенно ослабевают указание на возможность гипотезы 0^- , возникающее при анализе диаграмм Далица распадов X^0 -мезона.

В работе /15/ мы отмечали, что отсутствие анизотропий в данных Беркли /12/ возможно связано с увеличением энергии (в данных Беркли при 2,1 ГэВ/с; имеются анизотропии /14/). Мы также подчеркивали /15/ значение изучения реакции $K^- p \rightarrow X^0 \Lambda$ вблизи порога. В этом эксперименте, проекция спина X^0 -мезона на направление пучка в с.ц.и., равные ± 2 , подавлены, т.е. выстроенность спина X^0 -мезона и соответствующие анизотропии должны проявиться при не слишком малых углах вылета. В этой связи, в работе /8/ отмечается, что обрезание $\cos \theta_{cm} > 0.6$ достаточно для обнаружения анизотропий, если только S - и p -волны присутствуют в конечном состоянии реакции $K^- p \rightarrow X^0 \Lambda$. Отсутствие высших волн можно ожидать в близко-пороговом эксперименте при 1,75 ГэВ/с /8/. Однако, в этом эксперименте не обнаружено анизотропий в распределении Эдейра ($\cos \theta_{cm} > 0.6$), подобных анизотропиям, найденным при 2,18 ГэВ/с ($\cos \theta_{cm} > 0.98$) /13/. Более того, из таблицы I видно, что $\frac{P}{E}$ отношения при 1,75 ГэВ/с ($\cos \theta_{cm} > 0.6$) имеют скорее обратный характер, чем соответствующие им отношения при 2,18 ГэВ/с ($X > 0.98$).

В разделе 3 мы более подробно обсудим этот вопрос и покажем, что такое поведение P/E отношений может быть естественным образом понято в случае $J^P(X^0) = 2^-$ и в действительности, является дополнительным аргументом против псевдоскалярности X^0 -мезона, хотя статистически недостаточно обоснованным.

В разделе 2 обсуждаются матричные элементы распадов $X^0 \rightarrow \rho \Pi \Pi$ и $X^0 \rightarrow \mu \Pi^+ \Pi^-$; свободные параметры в матричных элементах определены из анализа существенной доли мировых данных по распадам X^0 -мезона. Характерно, что в релятивистском подходе к распадам обе альтернативы 1^- и 2^- для спина-четности X^0 -мезона одина-

ково хорошо описывают экспериментальные данные ^{*}). Примечательно, что параметры смешивания разных амплитуд оказываются действительными и близкими к предсказаниям, полученным из простейших релятивистских матричных элементов, удовлетворяющих условию самосогласованности Адлера.

В разделе 4 обсуждаются вопросы более достоверного разделения гипотез 0^- и 2^- на основе анализа многомерного распределения (вместо анализа одномерных распределений Эдейра). В частности, показано, что отношения функций правдоподобия $P(0^-/2^-)$ гипотез 0^- и 2^- для 66 событий реакции $K^- p \rightarrow X^0 \Lambda$ при $2.18 \text{ ГэВ/с}^{13,14}$ ($X > 0.98$) ожидается меньше 10^{-3} ; для 58 событий реакции $K^- p \rightarrow X^0 \Lambda$ при 1.75 ГэВ/с^{18} ($X > 0.6$) для этого отношения получена оценка $P(0^-/2^-) \lesssim 10^{-1}$.

Таким образом, с помощью многомерного анализа имеющихся данных по реакции $K^- p \rightarrow X^0 \Lambda$ (включая распад $X^0 \rightarrow \mu \Pi^+ \Pi^-$) можно, по-видимому, получить отношение вероятностей гипотез 0^- и 2^- меньше, чем 10^{-5} .

В Приложении получено совместное распределение по всем распадным характеристикам псевдотензорного X^0 -мезона и Λ , нужное для многомерного анализа методом максимального правдоподобия. Обычно подобные расчеты требуют много времени и внимания, особенно для более высоких спинов, смотри, например, работу ¹⁷. Совмещение мультипольного разложения (см., например, ¹⁸) с описанием распадов в терминах картезианских тензоров ¹⁹ делает такие расчеты простой задачей.

^{*}) Сравни, например, с работой ¹⁹, в которой на основании анализа диаграмм Далица распадов $X^0 \rightarrow \eta \Pi \Pi$ и $X^0 \rightarrow \mu \Pi^+ \Pi^-$ предпочтение дается псевдоскалярному X^0 -мезону.

II. Трехчастичные распады X^0 -мезона.

Распад $X^0 \rightarrow \eta \Pi^+ \Pi^-$. Матричный элемент этого распада можно построить из 4-импульса η -мезона и 4-импульсов Π^\pm -мезонов p_{μ}^\pm . Для амплитуды распада псевдоскалярного X^0 -мезона, при учете квадратичных по импульсам членов, тогда получим амплитуду:

$$A = 1 + a_1 \frac{m^2}{m_X^2} + a_2 \frac{m^4}{m_X^4} + a_3 \frac{K^2 q^2}{m^2 m_X^2} \cos^2 \delta, \quad (I)$$

где m - эффективная масса пионов, m_X - масса X^0 -мезона, K - модуль ^(импульса) η -мезона в системе покоя X^0 -мезона, q - модуль импульса Π^\pm -мезона в системе покоя дипиона и δ - угол между векторами \vec{K} и \vec{q} ; a_i - свободные параметры *).

Как видно из Таблицы 2, РИТ 1-3, для хорошего описания мировых данных (без вычитания фона) по распаду $X^0 \rightarrow \eta \Pi \Pi$, достаточно иметь билинейный по импульсам матричный элемент (соответствующее значение параметра наклона * $\alpha = -0,09 \pm 0,03$ близко к значению полученному в работе /20/).

Матричный элемент распада псевдотензорного X^0 -мезона, при учете квадратичных по импульсам членов, записывается в виде (сохранение С-четности требует симметрию относительно замены пионов)

$$A_{ij} = W_0 \hat{k}_i \hat{k}_j + W_2 \hat{q}_i \hat{q}_j + W_4 \hat{q}_i \hat{k}_j \cos \delta, \quad (2)$$

где \hat{k}_i , \hat{q}_i - единичные векторы вдоль импульсов \vec{K} , \vec{q} и

* При учете только билинейных по импульсам членов имеем $a_2 = a_3 = 0$ и (I) переходит в обычно используемый линейный матричный элемент /12/ $A = I + \alpha Y$, где Y является y -координатой на треугольной фигуре Далица-Фабри, $\alpha \approx -a_1 / (3a_1 + 22)$

$$\begin{aligned}
 W_0 &= K^2 \left\{ 1 + a_1 \frac{m^2}{m_\pi^2} + \frac{K^2 q^2 \cos^2 \theta}{m^2 (\omega + m)^2} \left(a_2 + a_3 \frac{m^2}{m_\pi^2} + 2a_4 \frac{\omega + m}{m_\pi} \right) \right\} \\
 W_2 &= q^2 \left(a_2 + a_3 \frac{m^2}{m_\pi^2} \right) \\
 W_4 &= \frac{2K^2 q^2}{m(\omega + m)} \left(a_2 + a_3 \frac{m^2}{m_\pi^2} + a_4 \frac{\omega + m}{m_\pi} \right), \quad (3)
 \end{aligned}$$

где ω - энергия пиона в системе покоя X^0 -мезона, a_i - свободные параметры^{ж)}. Величины $W_0 \approx K^2 \left(1 + a_1 \frac{m^2}{m_\pi^2} \right)$, W_2 , W_4 представляют собой существенные части вкладов амплитуд с $l_\eta \cdot l_{\pi\pi} = 2, 0; 0, 2; 2, 2$.

В Приложении, в первой формуле В (А.18) приводится плотность распределения на диаграмме Далица, пропорциональная (усредненному по проекциям спина X^0 -мезона) квадрату матричного элемента (2). Результаты подгонки мировых данных этим распределением приведены в Таблице 2, FIT 4-7.

Можно сделать следующие выводы:

1. Билинейный по импульсам матричный элемент ($a_1 = a_3 = a_4 = 0$) не описывает экспериментальные данные (даже с комплексным параметром смешивания (a_2), см. FIT 7 в Табл. 2).

2. Существенным оказывается вклад квадратулинейных по импульсам членов в амплитуду W_4 . Величина амплитуды W_4 кажется разумной, если учесть, что естественный в неё вклад, возникающий уже в случае билинейного матричного элемента, как следствие преобразования Лоренца в систему покоя пиона (в выражение (3) для W_4 входит параметр a_2) составляет $\sim 8\%$ от W_4 и имеет такой же знак как W_4 .

ж) Матричный элемент, учитывающий только билинейные по импульсам члены и удовлетворяющий условию Адлера имеет вид $\frac{1}{2} A_{\mu\nu} = p_\mu^+ p_\nu^-$ и соответствует условию $a_1 = a_3 = a_4 = 0$ и $a_2 = -4$.

3. Полученное значение параметра a_2 близко к значению $a_2 = -4$, которое предсказывается простейшим (билинейным) матричным элементом, удовлетворяющим условию Адлера /2/.

4. Примечательно, что матричный элемент, полученный при подгонке только распределения по массе дипиона, предсказывает почти изотропное распределение по $\cos \delta$, что превосходно согласуется с экспериментальными данными ж).

Распад $X^0 \rightarrow \mu \Pi^+ \Pi^-$. Хорошо известно /1,12/, что пионы, возникающие в этом распаде, находятся в резонансном ρ^0 -состоянии, следовательно, матричный элемент распада X^0 -мезона должен быть линейным по относительному импульсу пионов и по поляризованному вектору μ -кванта (ϵ_μ). Кроме того, он может содержать 4-импульсы фотона (k_μ) и X^0 -мезона и должен быть калибровочно-инвариантным (т.е. инвариантным относительно замены $\epsilon_\mu \rightarrow \epsilon_\mu + k_\mu$ жж).

Для псевдоскалярного X^0 -мезона имеем только один матричный элемент (M I)

$$A = g_1 [\vec{q} \times \vec{k}] \vec{e} f(m), \quad (4)$$

где \vec{q} - импульс Π^+ -мезона в системе покоя дипиона, \vec{k} - импульс фотона в системе покоя X^0 -мезона, $f(m)$ - пропагатор ρ^0 -мезона: $f(m) = (m^2 - m_\rho^2 + i m_\rho \Gamma_\rho)^{-1}$ ***/. Полагаем $g_1 = I$, хотя g_1 может быть некоторой функцией m^2 ; в простейшем случае $g_1 = I + a_I \frac{m^2}{m_\rho^2}$. Плотность событий на диаграмме Далица

ж) В нерелятивистском описании ^{распада} $X^0 \rightarrow \rho \Pi \Pi$ изотропия $\cos \delta$ -распределения достигалась мнимостью параметра смешивания амплитуд с ϵ_ρ , $\epsilon_{\rho\pi} = 0,2$ и $2,0$ (см. тоже ГИТ 7 в Табл.2). Однако с точки зрения условия Адлера и малого энерговыделения в распаде $X^0 \rightarrow \rho \Pi \Pi$, чисто мнимое значение этого параметра кажется неразумным.

жж) Подробное релятивистское рассмотрение распада $X^0 \rightarrow \mu \rho^0$ сделано Риттенбергом /12/.

***) $\Gamma_\rho = \Gamma_0 \frac{m_\rho}{m} \left(\frac{q}{q_\rho} \right)^3$, $m_\rho = 770 \text{ МэВ}$, $\Gamma_0 = 150 \text{ МэВ}$ /1/.

распада $X^0 \rightarrow \mu^+ \pi^-$ получится возведением амплитуды (4) в квадрат и усреднением по спиральностям фотона: $w = |g_1 f(m)|^2 q^2 k^2 \sin^2 \delta$, где δ - угол между импульсами \vec{K} и \vec{q} . Как видно из Таблицы 3, FIT-2, экспериментальные данные по распаду $X^0 \rightarrow \mu^+ \pi^-$ достаточно хорошо описываются этим распределением.

Распад псевдотензорного X^0 -мезона описывается тремя независимыми матричными элементами, соответствующими M 1, E 2 и M 3 переходам^{*)}: $g_1 M 1 + g_2 E 2 + g_3 M 3 / m_x^2$, g_1 , g_2 и g_3 - параметры смешивания этих переходов. Матричный элемент распада $X^0 \rightarrow \mu^+ \pi^-$ можно представить в виде

$$A_{ij} = G_1 [\hat{k} e]_i \hat{q}_j + G_2 [\hat{k} \hat{q}]_i e_j + G_3 [\hat{k} e]_i k_j \quad (5)$$

где \hat{K} и \hat{q} - единичные векторы вдоль импульсов \vec{K} и \vec{q} и величины G_i выражаются через параметры смешивания g_i :

$$G_1 = (g_1 - g_2 \frac{k}{m_x} - g_3 \frac{k^2}{m_x^2}) k q f(m)$$

$$G_2 = g_1 k q f(m) - G_1 \quad (6)$$

$$G_3 = \left\{ \left(1 - \frac{m_x k}{m}\right) \left[g_2 \left(1 + \frac{m}{m_x}\right) g_1 \right] + g_3 \frac{k^2}{m_x^2} \right\} k q f(m)$$

Полагаем $g_1 = 1$, $g_2 = const$ и $g_3 = const$ ^{**)}, хотя эти величины могут зависеть от массы дипиона. Плотность событий на диаграмме Далица вычислена в Приложении ^{***)} - первая формула в (A.23).

^{*)} $\Gamma \rightarrow \Gamma_0$ см. **) на пред. стр. $\Gamma = 770$ МэВ, $\Gamma_0 = 150$ МэВ $\frac{1}{1}$
^{**)} В предыдущих работах ^{15, 16/} мы пренебрегали вкладом октуполя ($g_3 = 0$) и, кроме того, полагали $G_2/G_1 = const$ и $G_3/G_1 = 0$. Последние предположения разумны, если рассматривать только события с массой дипиона близкой массе ρ^0 -мезона.

^{***)} См. на сл. странице

Результаты описания экспериментальных данных по распаду $X^0 \rightarrow \gamma \Pi^+ \Pi^-$ приведены в Таблице 3. РИТ 3-5. Можно сделать следующие выводы:

1. Вклад октуполя оказывается практически несущественным.

2. Полученное значение параметра g_2 ($g_2 = 2 + 2,6$) близко к значению $g_2 = g_1 = 1$, которое предсказывается простейшим матричным элементом удовлетворяющим условию Адлера (отклонение от условия $g_2 = g_1$ может быть вызвано вкладами более высоких порядков). Следует заметить, что такой матричный элемент предлагался ранее в работе /12/ из других соображений.

3. Примечательно, что матричный элемент, полученный при подгонке только распределения по массе дипиона, предсказывает близкое к нулю значение ρ_{00} -элемента спиновой матрицы плотности ρ^0 мезона (т.е. $W(\cos \theta)$ близкое к $\sin^2 \theta$), что хорошо согласуется с экспериментальным $\cos \theta$ -распределением.

Отметим, наконец, что матричные элементы, соответствующие псевдоскалярному и псевдотензорному X^0 -мезону одинаково хорошо описывают экспериментальные данные по распадам $X^0 \rightarrow \gamma \Pi^+ \Pi^-$ и $X^0 \rightarrow \gamma \Pi^0 \Pi^0$.

3. Корреляции между образованием и распадом X^0 -мезона.

Распределение по углу θ между анализаторами образования и распада X^0 -мезона изотропно в случае нулевого спина. Если спин X^0 -мезона равен 2, это распределение зависит от полиномов Лежандра $P_L(\cos \theta)$, $L = 0, 2, 4$ оно имеет следующий общий вид /15/ (см. Приложение): $W(\cos \theta) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{10}{7} c_2 d_2^{(v)} P_2(\cos \theta) + \frac{18}{7} c_4 d_4^{(v)} P_4(\cos \theta) \right]$ /7/

Для частных случаев $g_1 = 1$, $g_2 = a$, $g_3 = 0$ и $g_1 = g_2 = 0$, $g_3 = 1$ выражения для плотности событий получены в работе /12/. Они совпадают с первой формулой в (А.23), если в (6) сделать замену $k \rightarrow k \frac{m}{m_X}$ (в работе /12/ импульс фотона K вычисляется в системе покоя мезона).

(7)

где величины $C_{2,4}$ зависят только от механизма образования. Выбирая анализатор образования (ось z) в плоскости образования (например, вдоль пучка импульса \vec{K} в с.ц.и.) и предполагая сохранение четности в процессе образования, эти величины могут быть выражены через нормированные элементы спиновой матрицы плоскости X^0 -мезона в виде

$$C_2 = \beta_{00} + \beta_{11} - 2\beta_{22}, \quad C_4 = \beta_{00} - \frac{4}{3}\beta_{11} + \frac{1}{3}\beta_{22} \quad (8)$$

Величины $d_{2,4}^{(\nu)}$ зависят только от механизма распада X^0 -мезона, они определены формулами (А.14), аналогичным выражениям (8), в которых элементы спиновой матрицы плоскости X^0 -мезона (ось квантования \int направлена вдоль анализатора распада \vec{v}) усредняются по распадному фазовому объему и потом нормируются.

Спин X^0 -мезона проявится наиболее ярко в распределении (7), если анализаторы образования и распада выбраны таким образом, что соответствующие им величины C_L и d_L имеют максимальное значение по абсолютной величине. Следует заметить, что эти величины ограничены по определению.

$$-1 \leq C_2; \quad d_2 \leq 1, \quad -\frac{2}{3} \leq C_4, \quad d_4 \leq 1. \quad (9)$$

Распадные элементы $d_L^{(\nu)}$ мы вычислили в /15/ и вопрос выбора наилучшего анализатора распада проанализировали в /16/, используя, однако, простейшие нерелятивистские матричные элементы для 3-час-

тичных распадов X^0 -мезона. Здесь мы кратко перечислим результаты, основанные на анализе распадов, сделанном в предыдущем разделе. Для полноты рассмотрим также распад $X^0 \rightarrow \mu\mu$.

Единственным естественным анализатором распада $X^0 \rightarrow \mu\mu$ является импульс μ -кванта в системе покоя X^0 -мезона. Симметрия Бозе и поперечность фотона однозначно определяют распадный матричный элемент (A.15), который приводит к максимально возможным значениям $d_2 = d_4 = 1$, что делает распад $X^0 \rightarrow \mu\mu$ особенно привлекательным.

В трехчастичных распадах $X^0 \rightarrow \eta \Pi \Pi$ и $X^0 \rightarrow \mu \Pi^+ \Pi^-$ имеются 3 естественные анализатора распада - нормаль (\hat{n}) к плоскости распада X^0 -мезона, импульс η -мезона \vec{K} в системе покоя X^0 -мезона и импульс \vec{q} Π^+ -мезона в системе покоя пиона.

В Таблице 4 и на рис. I приведены значения распадных элементов d_L , вычисленные по формулам (A.14), (A.18-20) и (A.24-26). Параметры, входящие в эти выражения определены в Таблице 2 (FIT 5-6) и в Таблице 3 (FIT 4-5).

Величины c_L могут обратиться в нуль в случае, когда отсутствует диагональная выстроенность спина X^0 -мезона, т.е. при условии $\rho_{mm} = \frac{1}{5}$, $m = 0, \pm 1, \pm 2$. Однако, при образовании X^0 -мезона вперед в реакции $K^- p \rightarrow X^0 \Lambda$ или на пороге этой реакции, проекции спина X^0 -мезона на направлении импульса пучка \vec{K} в с.ц.и. (ось Z), равные ± 2 , запрещены, $\rho_{22} = 0$ и следовательно

$$c_2 = \frac{1}{2} (1 + \rho_{00}) \quad , \quad c_4 = \frac{1}{3} (5\rho_{00} - 2) \quad , \quad (10)$$

так что распределение (I) должно быть неизотропным для любого зна-

чения элемента ρ_{00} ($c_2 \geq 1/2$). Для $\frac{P}{E}$ отношений

$$\frac{P}{E} = \frac{1 + \frac{15}{8} \langle P_2 \rangle - \frac{105}{128} \langle P_4 \rangle}{1 + \frac{15}{8} \langle P_2 \rangle + \frac{105}{128} \langle P_4 \rangle} \cdot \langle P_L \rangle = \frac{2}{7} c_L d_L^{(v)} \quad (II)$$

можно получить некоторые ограничения, если использовать неравенство $0 \leq \rho_{00} \leq 1$ и оценки величин $d_L^{(v)}$ в Таблице 4, см. также рис. 1 ~~2 (а) и 2 (б)~~. Эти предсказания, приведенные в Таблице I, согласуются с данными Брукхейвена-Мичигена при 2,18 ГэВ/с ($X > 0,98$)^{/14/}.

Перейдем теперь к обсуждению разногласий между $\frac{P}{E}$ отношениями при 2,18 ГэВ/с ($X > 0,98$)^{/14/} и при 1,75 ГэВ/с ($X > 0,6$)^{/8/}. В работе ^{/8/} отмечено, что обрезаемая $X > 0,6$ достаточно для существенного подавления элемента ρ_{22} , полагая, что только s и p -волны присутствуют в конечном состоянии $X^0 \Lambda$. Такое предположение кажется вполне естественным в "пороговом" эксперименте при 1,75 ГэВ/с и поддерживается поведением распределения по $\cos \theta_{cm}$. Это распределение

$$W(x) = \rho_{00}(x) + 2\rho_{11}(x) + 2\rho_{22}(x) \quad (I2)$$

показано на рис. 3, может быть хорошо описано кривой $W(x)$, содержащей полиномы Лежандра $P_L(x)$ с $L \leq 2^{/8/}$ (более высокие моменты $\langle P_L \rangle$, $L \geq 3$ равны нулю в пределах 2 стандартных отклонений), что указывает на отсутствие волн с $\ell \geq 2$.

Однако, предполагая псевдотензорность X^0 -мезона, разногласие между $\frac{P}{E}$ отношениями, предсказанными при условии $\rho_{22} = 0$ и $\frac{P}{E}$ отношениями, полученными при 1,75 ГэВ/с ($X > 0,6$) приводит нас к другому заключению, а именно: волны с $\ell \geq 2$ должны

вносить существенный вклад в элемент ρ_{22} так, чтобы обрезание $X > 0,6$ оказалось недостаточным для подавления этого элемента к значению намного меньшему, чем $1/5$. В самом деле, существует несколько фактов, поддерживающих такое заключение:

а) Поскольку Z -проекция спина X^0 -мезона, равные ± 2 , не могут быть образованы только из проекций спинов Λ и протона, элемент ρ_{22} существенно зависит от ℓ_Z -компоненты орбитального момента. Грубо говоря, усредненное значение ℓ_Z пропорционально максимальному поперечному импульсу P_T , разрешенному обрезанием по X . Требуя поэтому такое же значение P_T^{max} при $1,75$ ГэВ/с как при $2,18$ ГэВ/с ($X > 0,98$, $P_T \leq 100$ МэВ/с), получим условие, $X > 0,92$, т.е. обрезание $X > 0,6$ является явно недостаточным.

б) Импульс пучка $1,75$ ГэВ/с соответствует энергии в с.ц.и. $\sqrt{s} = 2130$ МэВ, что совсем близко массе сильного K^*p -резонанса $\Lambda (2100)^7/Z$, который может распадаться в состояние $X^0\Lambda$ с орбитальными моментами $\ell = 2,4,6$. Таким образом, можно ожидать хотя бы вклад d -волны в конечном состоянии реакции $K^*p \rightarrow X^0\Lambda$ при $1,75$ ГэВ/с.

в) Несмотря на то, что распределение по $\cos \theta_{cm}$ хорошо описывается низшими полиномами Лежандра $P_L(X)$, $L \leq 2$ моменты $\langle P_L \rangle$ для $L = 6,7,8$ отличны от нуля примерно на 2 стандартные отклонения. Довольно сильный p -волновой вклад также показывает на возможное присутствие высших волн. Кроме того, надо иметь в виду, что волны с $\ell \geq 2$ могут давать вклад в элементы ρ_{mm} и погасить друг друга в сумме $W(X) = \sum_m \rho_{mm}^{(X)}$.

В действительности, для объяснения $\frac{P}{E}$ отношений при $1,75$ ГэВ/с ($X > 0,6$) не нужно много орбитальных волн. В дальней-

шем покажем, что уже учета волн с $\ell \leq 2$ достаточно для получения в интервале $X > 0,6$ значения ρ_{22} элемента, близкого к значению $1/5$, нужного для объяснения отсутствия анизотропий в распределениях Эдейра. Сначала заметим, что элемент ρ_{22} является билинейным произведением амплитуд с $\ell_Z \geq 1$, т.е. $\rho_{22}(X) = 0$, если $\ell^{\max} = 0$ и в общем случае

$$\rho_{22}(x) = F_n(x) \sin^2 \theta_{cm} \quad (13)$$

где $F_n(X)$ является полиномом по X степени $n = 2 \ell^{\max} - 2$. Возможные значения элемента ρ_{22} ограничены условием положительности

$$2\rho_{22}(x) \leq W(x) \quad (14)$$

Отсутствие анизотропий в распределениях, не обрезанным по углу вылета, далее позволяет зафиксировать усредненное значение элемента ρ_{22}

$$\langle \rho_{22} \rangle \approx \frac{1}{7} \langle W \rangle \quad (15)$$

где $\langle \rho \rangle = \int \rho(x) dx / \langle W \rangle$, $\langle W \rangle = 1$. Для $\ell^{\max} = 1$ тогда получим $\rho_{22}(x) = \frac{1}{10} \sin^2 \theta_{cm}$, кривая 1 на рис. 3, что дает среднее значение элемента ρ_{22} в интервале $X > 0,6$ равное $\bar{\rho}_{22} = 0,05 \ll \frac{1}{5}$ ($\bar{\rho}_{22} = \langle \rho \rangle / \langle W \rangle$). Для $\ell^{\max} = 2$ элемент ρ_{22} нельзя уже определить однозначно. Так как мы интересуемся только большими значениями ρ_{22} элемента в интервале $X > 0,6$, на рис. 3 приведена кривая 2 для функции $2\rho_{22}(X)$, нормированная условием (15) и достигающая максимально возможных значений для X близких к 1, $\bar{\rho}_{22} = 0,18 \approx 1/5$ для $X > 0,6$ $\bar{\rho}_{22} = 0,11$ для $X > 0,8$. Эта кривая удовлетворяет также условию положительности (14).

Однако, одной только добавки d -волны не достаточно для объяснения разного характера $\frac{P}{E}$ отношений при 1,75 ГэВ/с ($X > 0,6$) в сравнении с $\frac{P}{E}$ отношениями при 2,18 ГэВ/с ($X > 0,98$) (Считая анизотропии при 1,75 ГэВ/с статистически значимыми).

Из рис.2 (а) следует, что для объяснения $\frac{P}{E}$ отношений при 1,75 ГэВ/с требуется $\bar{\rho}_{22} \geq 0,25$. На рис.3 от руки нарисована кривая 3 для функции $2\bar{\rho}_{22}(X)$, удовлетворяющая условию $\bar{\rho}_{22} = 0,25$ в интервале $X > 0,6$. Превышение этой кривой над кривой 2 указывает на довольно существенный вклад волн с $\ell \geq 3$ в элемент

$\bar{\rho}_{22}$. Далее, из рис. 3 можно заключить, что в интервале $0,6 < X < 0,8$ $\bar{\rho}_{22}$ ожидается больше, чем 0,4. Следовательно (в соответствии с рис. 2 (а)) анизотропии в этом интервале должны быть более четкие, чем анизотропии в интервале $X > 0,6$.

Таким образом, основываясь на проведенном анализе, можно отметить, что противоположный характер анизотропий (или их отсутствие) в распределениях Эдейра при 1,75 ГэВ/с ($X > 0,6$) в сравнении с анизотропиями, найденными при 2,18 ГэВ/с ($X > 0,98$) естественно объясняется в рамках предположения о псевдотензорном X^0 -мезоне.

4. Многомерный анализ.

Надо отметить, что не вся имеющаяся экспериментальная информация была проанализирована. Из 6 естественных анализаторов в распадах $X^0 \rightarrow \gamma \Pi \Pi$ и $X^0 \rightarrow \mu \Pi^+ \Pi^-$ только 3 анализатора (см. Таблицу I) были использованы для анализа Эдейра, хотя уже несколько лет тому назад мы подчеркивали большое значение остальных трех анализаторов ^{/15/}: импульса Π^+ -мезона \vec{q} в системе по-

кой пиона в распадах $X^0 \rightarrow \eta \text{ ПП}$ ($\mu \text{ П}^+ \text{ П}^-$) и нормали \hat{n} к плоскости распада $X^0 \rightarrow \mu \text{ П}^+ \text{ П}^-$. Также использование "наилучшего" анализатора распада /16/ может оказаться очень полезным.

Однако, лучшим способом усиления аргументов за или против спина-четности $J^P (X^0) = 2^-$, даже без увеличения имеющейся статистики, является анализ распределения (А.12) методом максимума правдоподобия. Это распределение содержит всю информацию об образовании и распадах X^0 -мезона и Λ . В Приложении показано, что процессе образования описывается 29 нормированными мультипольными параметрами, которые являются билинейными произведениями 10 комплексных амплитуд, т.е. они зависят от 18 действительных параметров. В коллинеарном случае ($|X| = 1$) выживает только 2 независимые амплитуды так, что ^{из} 29 нормированных мультипольных параметров не нулевые значения могут принимать только следующие 4 параметра: t_{L0}^{00} , $\text{Im } t_{L1}^{11}$, $L = 2, 4$; в формулах (А.13) они выражаются через элемент ρ_{00} и фазу ε двух выживающих амплитуд.

Следует заметить, что в случае образования псевдоскалярного X^0 -мезона имеется только 1 параметр, описывающий поперечную поляризацию Λ . Все остальные 28 параметров должны равняться нулю. Этот факт можно использовать в предварительном анализе методов моментов^{*}). Заметим, однако, что при таком анализе можно и не заметить спиновых эффектов, так как эффект выстроенности спина может распределиться по многим моментам.

^{*}) Перед ревизией статьи мы получили работу Донцела /22/, в которой также предлагается исследовать вопрос спина X^0 -мезона методом моментов и из общих предположений определяются границы изменения и число независимых моментов.

Метод максимума правдоподобия использовался в работе ^{II} для анализа распадных характеристик X^0 -мезона. Мы предлагаем использование такого рода анализа для всей имеющейся информации. Такой совместный анализ должен также улучшить значение распадных параметров X^0 -мезона. ^{III}

Чтобы оценить отношение $P(0^-/2^-)$ функций правдоподобия гипотез 0^- и 2^- (для спина-четности X^0 -мезона) мы методом Монте-Карло разыграли коллинеарные события реакции $K^-p \rightarrow X^0 \Lambda$. События разыгрывались по распределению (A.12) и по квадрату матричного элемента, (I) с распадными параметрами, определенными в Таблице 2, PTT 5 и 2 для гипотез 2^- и 0^- соответственно. Для параметров ρ_{00} и ε (см. (A.13)), описывающих процесс образования псевдотензорного X^0 -мезона, пробовалось несколько значений.

На рис.4(а) приведена ожидаемая ^{отношения} в случае псевдотензорного X^0 -мезона зависимость логарифма этого (по углам в распаде $\Lambda \rightarrow p\pi^-$ проинтегрировано) для $N = 66$ событий. Видим, что с помощью многомерного анализа 66 событий реакции $K^-p \rightarrow X^0 \Lambda$ ($X > 0,98$) можно получить отношение вероятностей гипотез 0^- и 2^- меньше, чем 10^{-3} ^{*)}. Точнее, ожидаем $\log P(0^-/2^-) < -3,1 \pm 1,0$ с верхним пределом, достигаемым при значении $\rho_{00} \approx 1/3$. Заметим, что в случае одномерного анализа Эдлера, скажем распределения нормали (\hat{N}) к плоскости X^0 -распада, Монте-Карло розыгрыш с $\rho_{00} = 1/3$ дает оценку $\log P(0^-/2^-) = -1,8 \pm 0,9$.

*) Учет информации о Λ распаде в лучшем случае (когда в (A.13) $\sin \varepsilon = \pm 1$) может уменьшить эту оценку еще на порядок.

**) Этот предел следует сравнить с оценкой $\log P(0^-/2^-) = 3,7 \pm 1,9$, полученной в случае псевдоскалярного X^0 -мезона.

Аналогичный розыгрыш сделан и для неколлинеарных событий (разрешено $\beta_{12} \neq 0$) На рис. 4(б) для $N = 58$ событий приведена зависимость логарифма отношения функций правдоподобия гипотез 0^- и 2^- от элементов β_{10} и β_{12} ; при этом использовалось распределение (А.12), проинтегрированное по распадным углам Λ - гиперона и по азимутальному углу γ в распаде $X^0 \rightarrow \gamma \text{III}$. Видим, что многомерным анализом 58 событий реакции $K^- p \rightarrow X^0 \Lambda$ ($X > 0,6$) при 1,75 ГэВ/с можно получить отношения вероятностей $P(0^-/2^-)$ меньше, чем $\sim 10^{-1}$ (полагая $\beta_{12} = 0,3$ в соответствии с анализом в разделе 3).

Таким образом, можно ожидать, что многомерный анализ уже имеющихся данных по реакции $K^- p \rightarrow X^0 \Lambda$ позволит получить отношение вероятностей $P(0^-/2^-)$ меньше, чем 10^{-4} . Учет информации о распаде $X^0 \rightarrow \mu \mu^0$ уменьшает эту верхнюю оценку еще ~ 10 раз²).

Проблема спина X^0 -мезона имеет настолько большое значение, что для окончательного ее решения ^{желательны} дальнейшие экспериментальные исследования /15/. Простейшим экспериментом, по-видимому, является исследование распределения Эдейра с помощью электронной методики и реакции $\Pi^- p \rightarrow X^0$ /23/.

Автору приятно поблагодарить А.Н.Заславского, В.И.Огневского, В.И.Рудь и В.Тыбора за полезные обсуждения.

ж) Причиной меньшей полезности распада $X^0 \rightarrow \mu \mu^0$ (в сравнении с распадом $X^0 \rightarrow \gamma \text{II II}$) для распределения гипотез 0^- и 2^- является меньшая статистика и заметный фон в эксперименте /13/.

ПРИЛОЖЕНИЕ.

Дифференциальное сечение реакции $K^+ p \rightarrow X^0 \Lambda$ можно выразить через элементы совместной спиновой матрицы плотности в образовании X^0 и Λ ($\rho_{\mu\nu}^{(X^0)}$) и через элементы спиновых матриц плотности в распадах X^0 -мезона и Λ ($\rho_{\mu\nu}^{(X^0)}$ и $\rho_{\mu\nu}^{(\Lambda)}$) определенных в координатных системах $x_1 y_1 z_1$ и $x_2 y_2 z_2$ в системах покоя X^0 -мезона и Λ соответственно:

$$d\sigma = \sum_{\mu, \nu} \rho_{\mu\nu}^{(X^0)} \rho_{\mu\nu}^{(\Lambda)} (x) d\Omega_1(x) d\Omega_2(x, p) \quad (A.1)$$

где $x = \cos \theta_{cm}$ и элементы фазового объема в распадах имеют вид:

$$d\Omega(x, p) = \frac{1}{j} \frac{d^3 p}{\omega_j} \delta^{(4)}(P_a - \sum_j P_j) \quad (A.2)$$

$p_j = (\vec{p}_j, i\omega_j)$ является 4-импульсом частицы j . С помощью векторов в распадах X^0 -мезона и Λ можно определить координатные системы $\xi_1 \eta_1 \zeta_1$ и $\xi_2 \eta_2 \zeta_2$. Обозначим $\Omega_i = \varphi_i \theta_i \psi_i$ углы Эйлера поворотов $x_i y_i z_i \rightarrow \xi_i \eta_i \zeta_i, i = 1, 2$ ^{ж)}. Элементы фазового объема двух- и трехчастичных распадов $a \rightarrow 12$ и $a \rightarrow 1, 2, 3$ тогда можно записать в виде

$$d\Omega_2(a, p) = \frac{K}{m_a} d\varphi_1 d\theta_1 d\psi_1 d\varphi_2 d\theta_2 d\psi_2 \frac{K_2}{m_a} d\varphi_3 d\theta_3 d\psi_3 \quad (A.3)$$

где $K = \frac{1}{m_a} \sqrt{m_a^2 - m_1^2 - m_2^2}$ импульс частицы 1 в системе покоя частицы a ; $\frac{K_2}{m_a} \sqrt{m_a^2 - m_2^2 - m_3^2}$ - импульс частицы 2 в с.ц.м. частиц 3, 2; m_{23} - эффективная масса частиц 2, 3 и \int - угол между векторами \vec{K} и \vec{p}_1 .

ж) φ_i, θ_i - азимутальный и полярный углы оси ξ_i в системе $x_i y_i z_i$ и $\psi_i - \varphi_i$ - азимутальный угол оси z_i в системе $\xi_i \eta_i \zeta_i$

Элементы спиновых матриц плотности определяются через распадные амплитуды $A_{\{\lambda\}}^i(m_i)$ X^0 -мезона и Λ ,

$$r_{m_i' m_i}^i = \sum_{\{\lambda\}} A_{\{\lambda\}}^{i'}(m_i') A_{\{\lambda\}}^i(m_i), \quad (A.4)$$

где $\{\lambda\}$ — спиральности частиц распада.

При повороте $x_i, y_i, z_i \rightarrow \xi_i(\Omega_i)$ распадные амплитуды преобразуются с помощью D — функций [24/

$$A_{\{\lambda\}}^i(\mu_i) = \sum_{m_i} A_{\{\lambda\}}^i(m_i) D_{m_i \mu_i}^{y_i}(\Omega_i). \quad (A.5)$$

$J_1 = 2$ и $J_2 = 1/2$. С помощью этих преобразований можно получить в явном виде зависимость распределения (A.I) от углов Ω_i (см., например, работу [18/)

$$d\sigma = \sum (2L_1 + 1)(2L_2 + 1) t_{L_1, N_1}^{L_2, M_2}(x) T_{L_1, N_1}^i T_{L_2, N_2}^i D_{N_1, N_1}^{L_1}(\Omega_1) D_{N_2, N_2}^{L_2}(\Omega_2) \cdot (A.6)$$

$$dxd_\alpha(x, \alpha, \alpha) d_\alpha(L_i, p, p'),$$

где мультипольные параметры в преобразованиях и распаде выражаются через элементы спиновых матриц плотности с помощью коэффициентов Клебша-Гордана:

$$t_{L_1, N_1}^{L_2, M_2}(x) = \sum_{\{m\}} \rho_{m_1, m_2}^{m_1', m_2'}(x) (2^{-1/2} L_1 M_1 | L_2 M_2 | L_1 M_1) \cdot (A.7)$$

$$T_{L_i, N_i}^i = \sum_{\{m\}} r_{m_i', m_i}^i (J_i, \mu_i', L_i, N_i | J_i, \mu_i) \cdot (A.8)$$

Из эрмитовости ρ и r — матриц следует соотношение

$$t_{L_1, N_1}^{L_2, M_2}(x) = (-)^{M_2 - M_1} t_{L_1, N_1}^{L_2, M_1}(x) \cdot T_{L_1, N_1}^{i*} = (-)^{N_1} T_{L_1, N_1}^i \cdot (A.9)$$

Сохранение четности в процессе образования приводит к соотноше-
ниям

$$t_{L_1-M_1}^{L_2-M_2} = (-)^{L_1+M_1+L_2+M_2} t_{L_1 M_1}^{L_2 M_2} \quad (\text{A.10})$$

в предположении, что оси z_i выбраны в плоскости образования X^0 и Λ . Заметим, что для анализа Эдейра полезно направить ось z_1 вдоль импульса пучка в с.ц.и. (\bar{K}) и ось z_2 противоположно оси z_1 , $z_2 = -z_1$.

Определим далее координатные системы $\{z_i\}$. В двухчастичном распаде $a \rightarrow I_2$ ($\Lambda \rightarrow p \bar{p}$, $X^0 \rightarrow \mu \mu$) естественно направить ось z_1 вдоль импульса $\vec{p}^{(a)}$. Поскольку распадные амплитуды не могут зависеть от поворота вокруг этой оси (предполагаем, что спины конечных частиц не измеряются), все ненулевые элементы T -матрицы должны равняться нулю ($T_{L_1 N_1} = 0$), так что можно положить $\psi_L = 0$. В трехчастичных распадах $X^0 \rightarrow \gamma \Pi$ и $X^0 \rightarrow \mu \Pi^+ \Pi^-$ в качестве оси z_1 выберем нормаль \hat{n} к плоскости распада и ось z_2 направим вдоль импульса \vec{k} γ -мезона (фотона) в системе покоя X^0 -мезона. Сохранение четности в распаде X^0 -мезона, в определенных выше координатных системах приводит к особенно простым соотношениям

$$T_{L_1 N_1}^1 = 0 \text{ для нечетных значений } L_1 \text{ или } N_1 \quad (\text{A.11})$$

В распаде $\Lambda \rightarrow p \bar{p}$ четность не сохраняется. Асимметрия Λ распада описывается параметром $a_\Lambda = 0,646$; $\alpha_\Lambda = \sqrt{3} T_{10}^2$ при условии $T_{00}^2 = 1$.

С помощью соотношений (A.9-II) распределение (A.6) может быть записано в виде, удобном для расчетов

$$\begin{aligned}
 d\sigma = & \sum_{L=0,2,4} (2L+1) \left\{ t_{10}^{00}(x) \left[T_{10} d_{00}^L(\theta_1) + 2 \sum_{N=2,4, L} \text{Re} B_{1N} d_{0N}^L(\theta_1) \right] + \right. \\
 & + \left(\sum_{N=2,4, L} t_{11}^{00}(x) \left[T_{10} \cos M\psi_1 d_{10}^L(\theta_1) + \sum_{N=2,4, L} (\text{Re} B_{1N} \cos M\psi_1) d_{1N}^{L+}(\theta_1) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \text{Im} B_{1N} \sin M\psi_1 d_{1N}^{L-}(\theta_1) \right] - \right. \\
 & - \sqrt{3} d_{11}^{10} \left(\text{Im} t_{11}^{10}(x) \cos \theta_1 \left[T_{10} \sin M\psi_1 d_{10}^L(\theta_1) + \sum_{N=2,4, L} (\text{Re} B_{1N} \sin M\psi_1) d_{1N}^{L+}(\theta_1) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \text{Im} B_{1N} \cos M\psi_1 d_{1N}^{L-}(\theta_1) \right] - \right. \\
 & \left. - \sqrt{6} d_{11}^{11} \left(\sum_{N=0,1,2, L} t_{11}^{11}(x) \sin \theta_2 \left[T_{10} \sin(M\psi_1 + \psi_2) d_{10}^L(\theta_1) + \sum_{N=2,4, L} (\text{Re} B_{1N} \sin(M\psi_1 + \psi_2)) \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. d_{1N}^{L+}(\theta_1) + \text{Im} B_{1N} \cos(M\psi_1 + \psi_2) d_{1N}^{L-}(\theta_1) \right] \right) \right\} \cdot \quad (A.12) \\
 & \cdot d\chi / d\Omega d_{11}^L(x, \psi_1, \psi_2) \cdot \prod_{i=1,2} T_{1N} e^{iLN\psi_i}
 \end{aligned}$$

где $d_{1N}^{L\pm} = d_{MN}^L \pm d_{N-N}^L$ и $T_{1N} = T_{LN}$. Здесь и в дальнейшем полагаем $T_{1N} = T_{LN}$. Процесс образования описывается 30 независимыми действительными функциями $t_{1M}^{00}(x)$, $t_{1M}^{10}(x)$ и $t_{1M}^{11}(x)$; более точно имеется 9 элементов t_{1M}^{00} , $L = 0, 2, 4$; $M = 0, 1, \dots, L$, 5 элементов t_{1M}^{10} , $L = 2, 4$, $M = 1, \dots, L$ и 15 элементов t_{1M}^{11} , $L = 0, 2, 4$, $M = 0, \pm 1, \dots, L$ и).

и) После интегрирования по распадным углам Λ , это распределение зависит только от 9 элементов T_{1M}^{00} и совпадает с распределением распадных характеристик: X-мезона в реакции $\Pi^0 p \rightarrow X^0 n$

В коллинарном случае ($|K| = 1$) выкидывает только 2 независимые амплитуды, так что из 29 нормированных мультипольных параметров ($t_{\lambda 0}^{00} = 1$) отличными от нуля могут быть только следующие 4 параметра, т.е. $t_{\lambda 0}^{00}$, $t_{\lambda 0}^{01}$, $L = 2, 4$. Они выражаются через 2 параметра: $\rho_{\lambda 0}$ и фазу ε двух выживающих амплитуд:

$$t_{\lambda 0}^{00} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1 + \rho_{\lambda 0}}{1 - \rho_{\lambda 0}} \right)^{1/2} e^{i\varepsilon} \quad , \quad t_{\lambda 0}^{01} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \rho_{\lambda 0}}{1 + \rho_{\lambda 0}} \right)^{1/2} e^{i\varepsilon} \quad , \quad (A.13)$$

$$t_{\lambda 0}^{02} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \rho_{\lambda 0}}{1 + \rho_{\lambda 0}} \right)^{1/2} e^{i\varepsilon} \quad , \quad t_{\lambda 0}^{04} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \rho_{\lambda 0}}{1 + \rho_{\lambda 0}} \right)^{1/2} e^{i\varepsilon} \quad .$$

В случае нулевого спина X^0 -мезона имеет^{ся} только один мультипольный параметр $t_{\lambda 0}^{00} = -\sqrt{\frac{2}{3}} \text{Im} p^+ = -\frac{1}{\sqrt{6}} P_{\lambda}$, где P_{λ} - поляризация λ вдоль нормали к плоскости реакции ($\vec{p} \times \vec{q}$). Интегрируя распределение (A.12) по фазовому объему и вводя величины d_L и d_{λ}

$$d_L = \frac{1}{4\pi} \frac{d^3 p}{E} \frac{d^3 q}{E} \delta^4(p+q-k) \quad , \quad d_{\lambda} = \frac{1}{4\pi} \frac{d^3 p}{E} \frac{d^3 q}{E} \delta^4(p+q-k) \delta(\cos\theta - \lambda) \quad , \quad (A.14)$$

получим формулу (7) для распределения $N(\cos\theta)$. Мультипольные параметры $t_{\lambda 0}^{00}$ в распаде X^0 -мезона мы вычислили в /16/ используя, однако, другую нормировку и нерелятивистские матричные элементы для распадов X^0 -мезона. Здесь мы кратко воспроизведем эти вычисления; для 3-частичных распадов X^0 -мезона мы используем матричные элементы, которые обсуждались в разделе 2.

Распад $X^0 \rightarrow \mu\mu$. Амплитуда этого распада определяется однозначно Бозе симметрией и поперечностью фотонов.

$$A_{ij} = \hat{k}_i [\vec{e}^{(1)}_i \vec{e}^{(1)}_j] \quad (A.15)$$

где $\vec{e}^{(1)}$ — поляризованные векторы фотонов и $\hat{K} = (0, 0, 1)$.
Тензорное представление связано с представлением проекций спина на X^0 -мезона на ось \hat{K} соотношениями ж) :

$$\begin{aligned} A(1,1) &= \frac{1}{2}(A_{11} - A_{33}) - \frac{1}{2}(A_{12} + A_{21}) \\ A(1,0) &= \frac{1}{2}(A_{13} - A_{31}) - \frac{1}{2}(A_{22} + A_{32}) \\ A(0,0) &= \frac{1}{\sqrt{6}}(2A_{33} - A_{11} - A_{22}) \end{aligned} \quad (A.16)$$

Эти соотношения автоматически выделяют из амплитуд A_{ij} симметричную часть с нулевым следом. Среди амплитуд (A.15) только $A_{33} \neq 0$, то есть только r_{00} — элемент не равен нулю, и, согласно формулам (A.8) и (A.14) имеем

$$T_{00} = r_{00}, \quad T_{20} = T_{02} = -\sqrt{\frac{2}{3}} r_{00}, \quad d_2 = d_0 = 1 \quad (A.17)$$

Распад $X^0 \rightarrow \Pi \Pi$. В системе $\{z, \eta, \xi\}$ имеем $\hat{K} = (1, 0, 0)$ и $\hat{q} = (\cos \theta, \sin \theta, 0)$. Используя опыт (A.16) и (A.8) получим из амплитуды распада (2) следующие выражения для мультипольных параметров в распаде $X^0 \rightarrow \Pi \Pi$:

ж) В случае спина 1 имеем хорошо известные соотношения

$$A(1,1) = \frac{1}{2}(A_1 - iA_2), \quad A(0,0) = A_3$$

$$T_{00} = \frac{1}{3} \int_{-1}^1 W(\delta) W(\delta) d\delta = \frac{1}{3} \int_{-1}^1 W^2(\delta) d\delta$$

Re $\int_{-1}^1 W(\delta) W(\delta) d\delta$

$$T_{00} = \frac{1}{3} \int_{-1}^1 W^2(\delta) d\delta = \frac{1}{3} \int_{-1}^1 \cos^2 \delta (3 - \cos^2 \delta) d\delta$$

$$= \frac{1}{3} \int_{-1}^1 (3 - \cos^2 \delta) d\delta$$

$$T_{00} = \frac{1}{3} \int_{-1}^1 (3 - \cos^2 \delta) d\delta = \frac{1}{3} \int_{-1}^1 (3 - \frac{1}{2}(1 + \cos 2\delta)) d\delta = \frac{1}{3} \int_{-1}^1 (\frac{5}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\delta) d\delta$$

$$= \frac{1}{3} \int_{-1}^1 (\frac{5}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\delta) d\delta$$

$$T_{00} = \frac{1}{2 \cdot 194} \left[\int_{-1}^1 (3 - \cos^2 \delta) d\delta \right] = \frac{2}{3} \text{Re} \int_{-1}^1 (1 + 2 \cos^2 \delta) +$$

$$\int_{-1}^1 \cos^2 \delta d\delta$$

$$T_{00} = \frac{1}{2} T_{00}$$

$$T_{00} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 W(\delta) W(\delta) d\delta = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 W^2(\delta) d\delta$$

$$\text{Re} \int_{-1}^1 W(\delta) W(\delta) d\delta$$

(A.18)

Величины d_i^n , определенные в (A.14) выражаются через мультипольные параметры T_{L0} , $L = 0, 2, 4$ проинтегрированные по фазовому объему $d_3(x; \eta^{TT})$ в распада $X^0 \rightarrow \rho \Pi \Pi$.

Величины d_L для анализаторов распада вдоль векторов \hat{k} и \hat{q} можно получить из выражений (А.18) для параметров T_{LN} с помощью преобразования поворота (А.5) /16/ или же повторить вычисления мультипольных параметров в координатных системах, в которых ось ξ направлена вдоль анализатора распада (направление осей ξ и η не существенно).

В системе $\xi = \hat{k}$, $\eta = \hat{n}$:

$$T_{20} = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{7}} \left[2|W_0|^2 + |W_2|^2 (3 \cos^2 \delta - 1) + \frac{1}{4} |W_4|^2 (5 \cos^2 \delta + 3) \cos^2 \delta + 2 \operatorname{Re} W_0^* W_2 (3 \cos^2 \delta - 1) + 4 \operatorname{Re} W_0^* W_4 \cos^2 \delta + \operatorname{Re} W_2^* W_4 (3 \cos^2 \delta + 1) \cos^2 \delta \right].$$

$$T_{40} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{7}} \left[2|W_0|^2 + \frac{1}{4} |W_2|^2 (35 \cos^4 \delta - 30 \cos^2 \delta + 3) + \frac{1}{2} |W_4|^2 (3 \cos^2 \delta - 1) \right]. \quad (\text{А.19})$$

$$\cdot \cos^2 \delta + 2 \operatorname{Re} W_0^* W_2 (3 \cos^2 \delta - 1) + \operatorname{Re} W_0^* W_4 \cos^2 \delta + 2 \operatorname{Re} W_2^* W_4 (5 \cos^2 \delta - 3) \cos^2 \delta \right].$$

и в системе $\xi = \hat{q}$ и $\eta = \hat{n}$:

$$T_{20} = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{7}} \left[|W_0|^2 (3 \cos^2 \delta - 1) + 2|W_2|^2 + \frac{1}{4} |W_4|^2 (5 \cos^2 \delta + 3) \cos^2 \delta + 2 \operatorname{Re} W_0^* W_2 (3 \cos^2 \delta - 1) + \operatorname{Re} W_0^* W_4 (3 \cos^2 \delta + 1) \cos^2 \delta + 4 \operatorname{Re} W_2^* W_4 \cos^2 \delta \right]$$

$$T_{40} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{7}} \left[\frac{1}{4} |W_0|^2 (35 \cos^4 \delta - 30 \cos^2 \delta + 3) + 2|W_2|^2 + |W_4|^2 (3 \cos^2 \delta - 1) \cos^2 \delta + 2 \operatorname{Re} W_0^* W_2 (3 \cos^2 \delta - 1) + 2 \operatorname{Re} W_0^* W_4 (5 \cos^2 \delta - 3) \cos^2 \delta + 4 \operatorname{Re} W_2^* W_4 \cos^2 \delta \right] \quad (\text{А.20})$$

В работе /16/ мы показали, что величина T_{20} достигает экстремальных значений, если анализатор распада направлен вдоль нормали к плоскости распада или же лежит в плоскости распада

$\vec{v} = \hat{n}$ или $\vec{v} = \vec{v}_0$; в системе $\xi = \hat{k}$ и $\xi = \hat{n}$ имеем $\vec{v}_0 = (\cos \alpha, \sin \alpha, 0)$; угол α определяется из условия

$$e^{i\alpha} = \pm T_{22} / |T_{21}| \quad (\text{A.21})$$

Точнее, имеем

$$T'_{20} / |e^{i\alpha}| = \begin{cases} \pm (T_{20} \sqrt{|G_1|}) & \text{при } |T_{20}| < \sqrt{|G_1|} \\ T_{20} & \text{при } |T_{20}| > \sqrt{|G_1|} \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

где верхний знак в (A.21 - A.22) соответствует максимальному, а нижний знак - минимальному значениям величин T'_{20} . Мультипольные параметры в правых сторонах этих условий определены формулами (A.18) в системе $\{ \dots \}$ и $\{ \dots \}$. Для параметров ГИТ 4-7 в Таблице 2 имеем v^{\min} и v^{\max} (соответствующие значения величины β_2 приведены в Таблице 4).

Рядом $X^0 \rightarrow \mu \Pi^+ \Pi^-$. Используя (A.16) и (A.8) и суммируя по спиральностям фотона μ , получим из матричного элемента (5) мультипольные параметры в виде (в системе $\{ \dots \}$):

$$\begin{aligned} T_{10} &= \dots \\ T_{12} &= \dots \\ T_{14} &= \dots \\ T_{20} &= \dots \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

*) $\sum_{\mu=1}^{\infty} e^{i\mu\alpha} e^{-i\mu\beta} = \dots$

Для вычисления величины α_L удобно иметь интегралы по фазовому объему $d_3 (X_i^0; \mu^+ \mu^-)$ в распаде $X^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$:

$$\int T_{00} d_3 = \frac{1}{2} \sqrt{2} \langle 2|G_1|^2 + |G_2|^2 + |G_3|^2 - |G_4|^2 \rangle$$

$$\int T_{01} d_3 = \frac{1}{2} \sqrt{2} \langle 4|G_1 + 2G_2|^2 + 2|G_3 + G_4|^2 - 4|G_1|^2 - |G_3|^2 \rangle \quad (\text{A.24})$$

$$\int T_{02} d_3 = \frac{1}{2} \sqrt{2} \langle \frac{1}{2}|G_1 + 2G_2|^2 + |G_3 + G_4|^2 - 2|G_1|^2 - |G_3|^2 \rangle$$

где $\langle A \rangle = \int A k q d^3 m$. Для анализаторов распада вдоль векторов \hat{k} и \hat{q} получим:

$\hat{q} = \hat{k}$:

$$\int T_{00} d_3 = -\frac{1}{2} \sqrt{2} \langle \frac{1}{2}|G_1 + G_2|^2 - 2|G_3 + G_4|^2 + \frac{1}{2}|G_1 - G_2|^2 \rangle$$

$$\int T_{01} d_3 = \frac{1}{2} \sqrt{2} \langle 2|G_1 + G_2|^2 + 2|G_3 + G_4|^2 - \frac{1}{2}|G_1 - G_2|^2 \rangle$$

$\hat{q} = \hat{q}$:

$$\int T_{00} d_3 = -\frac{1}{2} \sqrt{2} \langle 7|G_1 + G_2|^2 + 5|G_3 + G_4|^2 - 7|G_1 - G_2|^2 - |G_3|^2 \rangle \quad (\text{A.25})$$

$$\int T_{01} d_3 = 0$$

(A.26)

Величины d_L , вычисленные с помощью формул (А.24 -26) приведены в Таблице 4 и на рис. I вместе с их экстремальными значениями. Из рис. I следует, что значения величин d_2^k и d_2^n или d_2^q близки к экстремальным значениям элемента d_2 .

Наконец, вычислим ρ_{00} - элемент спиновой матрицы плотности (в спиральной системе) ρ^0 -мезона, образованного в распаде $X^0 \rightarrow \mu \rho^0$: ж)

$$\rho_{00} = \langle |G_1 + G_3|^2 \rangle / \langle \frac{1}{3}|G_1 + 2G_2|^2 + |G_1 + G_2|^2 + |G_1|^2 + |G_1 + G_3|^2 \rangle. \quad (\text{А.27})$$

На рис. I построена зависимость элемента ρ_{00} от параметра g_2 смешивания М1- и Е2 - переходов. Заметим, что $\rho_{00} = 0$, если X^0 -мезон псевдоскаляр.

ж) $\cos \delta$ - распределение обычно записывается в виде

$$W/\cos \delta = a + \sin^2 \delta \quad \cdot \quad \text{где } a = 2\rho_{00}/(1-3\rho_{00}) \quad \cdot$$

ПОДПИСИ К ТАБЛИЦАМ

Таблица 1. Число полярных событий (P) и экваториальных событий (E) для распределений Эфрейра, обсуждаемых в тексте.

N_{σ} — Число стандартных отклонений числа событий P и E от их среднего значения (от изотропного распределения).

Таблица 2. Результаты подгонки m и $\cos \delta$ -распределений в распаде $X^0 \rightarrow \eta \Pi \Pi$. Матричные элементы определены формулами (1) и (2).

Таблица 3. Результаты подгонки m - и $\cos \delta$ -распределений в распаде $X^0 \rightarrow \mu \Pi^+ \Pi^-$. Матричные элементы определены формулами (4) и (5).

Таблица 4. Значения величин d_L (определенных формулой (A.14) для разных анализаторов распада X^0 -мезона. Свободные параметры в матричных элементах распадов $X^0 \rightarrow \eta \Pi \Pi$ и $X^0 \rightarrow \mu \Pi^+ \Pi^-$ определены в Таблице 2, PTT 5,6 и в Таблице 3, PTT 4,5. В случае распада $X^0 \rightarrow \mu \Pi^+ \Pi^-$ требуем массу пилона близкой массе ρ^0 -мезона: $620 < m_{\pi} < 880$ МэВ.

ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

Рис.1. Зависимость распадных коэффициентов d_L от параметра q_2 смешивания амплитуд E2 и M1 переходов ($q_3 = 0$) в распаде $X^0 \rightarrow \mu \Pi^+ \Pi^-$ ($620 < m_{\text{эф}} < 880$ МэВ). Показана также зависимость от параметра q_2 ρ_{00} -элемента спиновой матрицы плотности (в спиральной системе) ρ^0 -мезона, образованного в распаде $X^0 \rightarrow \mu \rho^0$. Экспериментальное значение ρ_{00} определено на основании данных [12,13,21] по $\cos \delta$ -распределению.

Рис.2. Зависимость отношения числа полярных и экваториальных событий для разных анализаторов распадов (а) $X^0 \rightarrow \eta \Pi \Pi$ и (в) $X^0 \rightarrow \mu \Pi^+ \Pi^-$ ($620 < m_{\text{эф}} < 880$ МэВ) от ρ_{22} -элемента спиновой матрицы плотности X^0 -мезона. Приведенные на рисунке границы соответствуют крайним значениям ρ_{00} -элемента: стрелки указывают изменение ρ_{00} от $\rho_{00} = 0$ до $\rho_{00}^{\text{max}} = 1 - 2\rho_{22}$. Экспериментальные значения P/E -отношений вычислены из данных Таблицы I* (для данных при 2,18 ГэВ/с полагаем $\rho_{22} = 0$). P/E отношение для анализатора $\vec{v} = \hat{q}$ в распаде $X^0 \rightarrow \mu \Pi^+ \Pi^-$ (не показано) практически совпадает с P/E отношением для $\vec{v} = \hat{n}$.

Рис.3. Распределение $\cos \theta_{\text{CM}}$ в реакции $K^- p \rightarrow X^0 \Lambda$ при 1,75 ГэВ/с [6]. Кривая $W(x)$ - подгонка этого распределения низшими полиномами Лежандра $W(x) = \sum_{L=0,1,2} A_L P_L(x)$; $2/5 W(x)$ - штрихованная кривая. Кривая 2,1 описывает возможные поведения элементов $2\rho_{22}(x)$, полученные при учете в конечном состоянии $X^0 \Lambda$ только нижних орбитальных волн с $\ell \leq 2$; $2\rho_{22}(x)$ - нормировка $\langle f_{1,2} \rangle = \frac{1}{5} \langle W \rangle$. Нарисованная от руки кривая 3 соответствует функции $2\rho_{22}(x)$, удовлетворяющей условию $\bar{\rho}_{22} = 0,25$ в интервале $x > 0,6$.

Рис.4. Зависимость логарифма отношения функций правдоподобия гипотез 0 и 2 (а) для $N = 66$ коллинарных событий ($\rho_{22} = 0$) и (б) для $N = 58$ событий реакции $K^- p \rightarrow X^0 \Lambda$ III (предполагается псевдотензорность X^0 -мезона (от диагональных элементов спиновой матрицы плотности X^0 -мезона. Верхняя и нижняя границы на рис. (б) соответствуют $\rho_{00} \approx (0,3 - 0,5) \times \rho_{00}^{\text{max}}$ и $\rho_{00} = 0$ или $\rho_{00}^{\text{max}} = 1 - 2\rho_{22}$. Ошибки указаны в нескольких характерных точках. Оценку $\log P$ для произвольного числа событий N легко получить с помощью соотношений $\log P \sim N$ и $\sigma_{\log P}^2 \sim N$.

Таблица 1

Эксперимент $K^- p \rightarrow X^0(958) \Lambda$	1.75 ГэВ/с /8/ $x > 0,6$ $P_T \lesssim 200$ МэВ/с			2.18 ГэВ/с /13,14/ $x > 0,98$ $P_T \lesssim 100$ МэВ/с			Предсказание для случая $J^P(X^0) 2^-$ и $\rho_{22}=0$ ($\rho_{00}=0 \div 1$)	
	Мода распада X^0 -мезона	Анализатор распада			Анализатор распада			Р/Е
		Р	Е	N_σ	Р	Е	N_σ	
$\eta \pi \pi$	\hat{n}	34	24	1.3	23	43	2.6	0.7 - 0.3
	$\hat{\eta}(\hat{k})$	24	34	1.3	39	27	1.5	1.5 - 1.6
	$\hat{\pi}\pi(\hat{q})$			-			-	1.9 - 1.2
$\gamma \pi^+ \pi^-$	\hat{n}			-			-	1.2 - 1.6
	$\hat{\gamma}(\hat{k})$	22	20	0.3	7 \pm 4	20 \pm 4	1.6 ^a	0.7 - 0.3
	$\hat{\pi}\pi(\hat{q})$							1.2 - 1.6

a) Эти цифры получены после вычитания фона.

Таблица 2.

FIT No.	J^P	Значения свободных параметров				Фитированное распределение $m^{18,20}, \cos \delta / 90-131$
		a_1	a_2	a_3	a_4	
1	0^-	0	0	0	-	10^{-3} m
2	"	2.8 \pm 1.0	"	"		.14 "
3	"	"	"	"		.32 m, $\cos \delta$
4	2^-	0	-1.8 \pm 0.1	0	-32.1 \pm 2.4	.12 m
5	"	"	-1.9 \pm 0.1	"	-29.8 \pm 1.4	.22 m, $\cos \delta$
6	"	5.5 \pm 1.4	-2.6 \pm 2.5	-1.1 \pm 2.6	-49.6 \pm 5.6	.26 "
7	"	0	$ a_2 ^2 = 7.7 \pm 0.5$	0	0	10^{-5} "

$Re a_2 = -0.1 \pm 0.3$

Таблица 3.

FIT No.	J^P	Значения свободных параметров		CL (%)	Фитированное распределение /12,13,21/
		g_2	g_3		
1	0^-	-	-	.19	m
2	"			.19	m, cos δ
3	2^-	$1,9 \pm 0,6$	0	.33	m
4	"	$2,3 \pm 0,3$	0	.19	m, cos δ
5	"	$2,5 \pm 0,4$	$-3,4 \pm 68$.21	"

Таблица 4.

Мода распада X^0 -мезона	FIT No.	L	Анализатор распада X^0 -мезона			Замечания
			\hat{n}	\hat{k}	\hat{q}	
$\eta \pi \pi$	5	2	-.77	.58	.58	$d_2^{max} = 0.86$
	6	"	-.79	.59	.55	$\vec{V}^{max} \perp \hat{n}$
	5	4	.26	.23	.76	$\vec{V}^{min} = \hat{n}$
	6	"	.25	.23	.76	
$\gamma \pi^+ \pi^-$	4	2	.44	-.88	.40	d_2^{ext} См. на рис. I
	5	"	.33	-.89	.46	
	4	4	.04	.11	0	
	5	"	.00	.13	0	

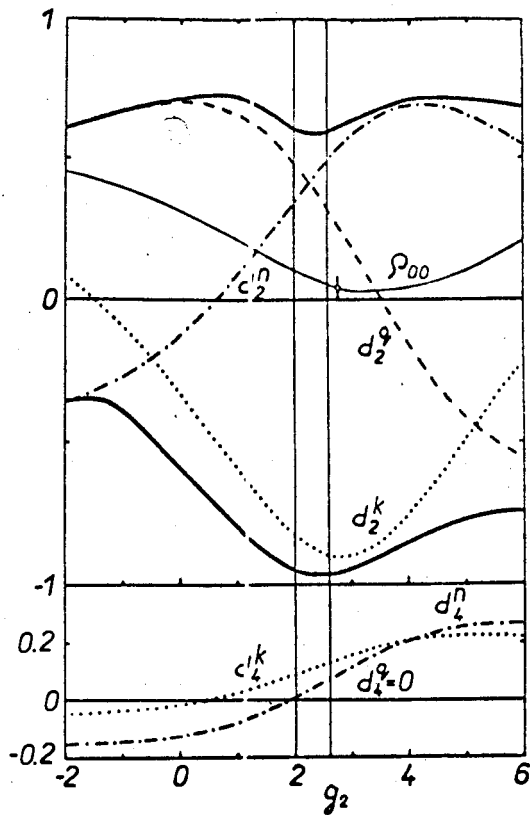


Fig. 1

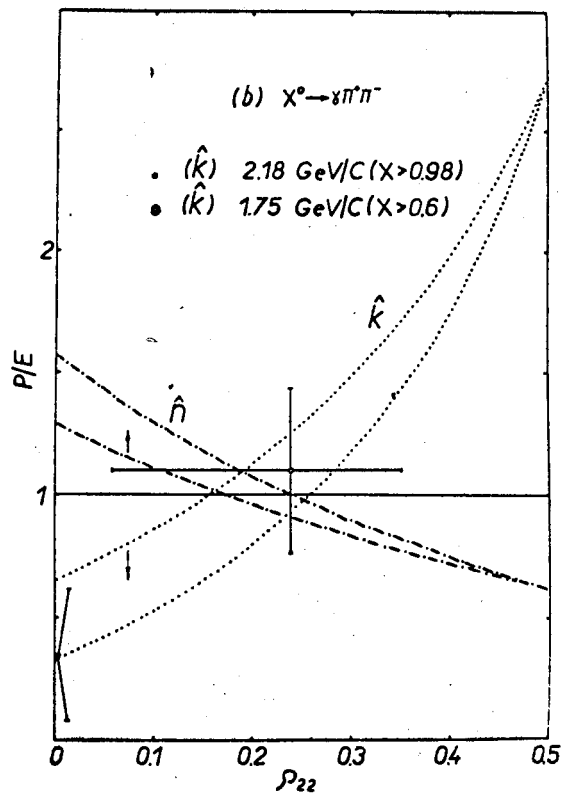
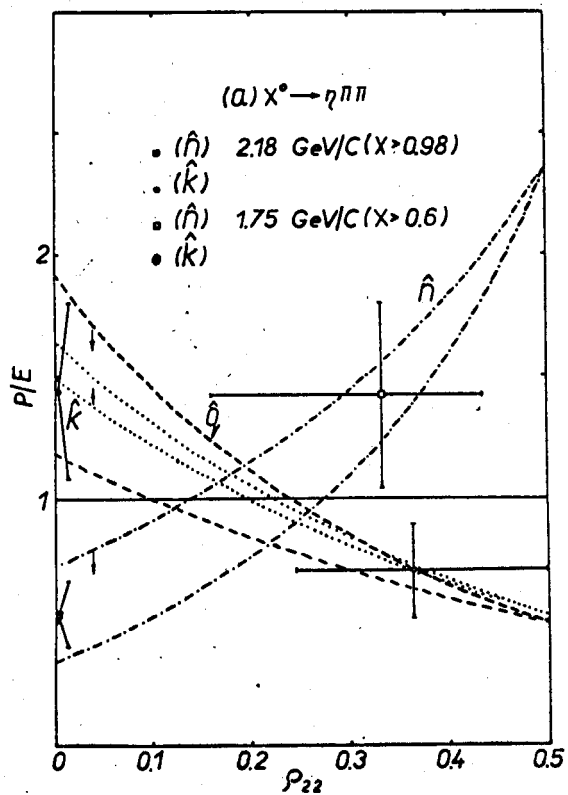


Fig. 2

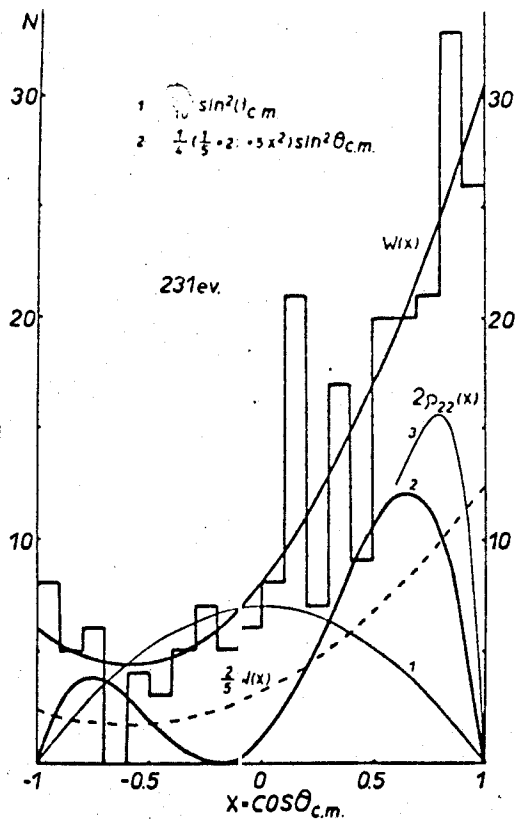


Рис. 3.

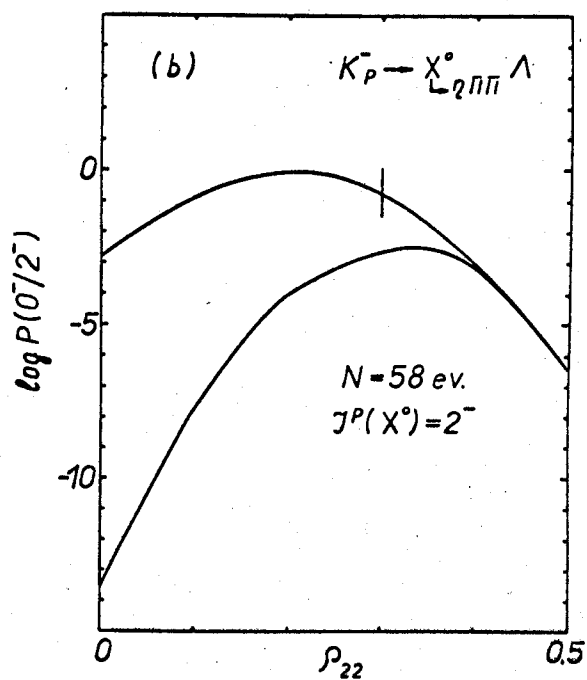
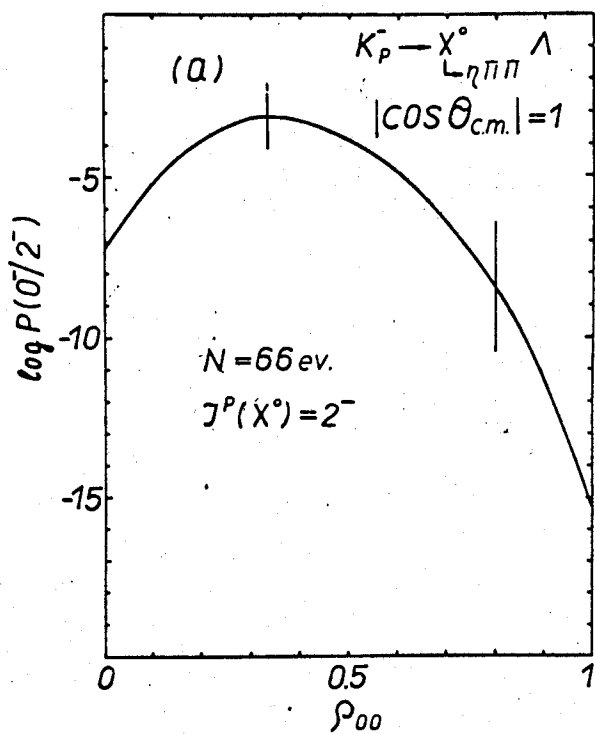


Рис. 4

J I N T E R P A T Y P A

1. N. Barash-Schmidt et al. Tables of Particle Properties, Phys. Letters, 50B, April, 1974.
2. V.I. Ogievetsky, W. Tybor, A.N. Zaslavsky, Letters to JETP, 6, 604 (1967) ; YaF, 9, 852 (1969) ; Phys.Letters, 35B, 69 (1971).
3. J. Schwinger, Phys.Rev.Letters, 12, 237 (1964) ; V.I. Ogievetsky, YaF, 13, 187 (1971).
4. R.F. Dashen, I.J. Muzinich, B.W. Lee, C. Quigg, Preprint C00-2220-33, FERMILAB-PUB/75/18-THY (1975) ; M. Gourding, Mass formulae and mixing in SU(4) symmetry, PAR/LPTHE 75.5 (1975).
5. G.M. Asatrian, A.N. Zaslavsky, Letters to JETP (1976).
6. A. Bujak, A.N. Zaslavsky, V.I. Ogievetsky, A.T. Filipov, YaF, 13, 894 (1973).
7. S. Giler, I. Klosinski, W. Lefik, W. Tybor, Acta Phys. Polon. A37, 475 (1970).
8. C. Baltay et al., Phys.Rev., D9, 2999 (1974).
9. J.S. Danburg et al., Experimental Meson Spectroscopy, 1972, ed. by A.H. Rosenfeld and K.W. Lai (American Institute of Phys., New York, 1972), p. 91.
10. S. Jacobs et al., Phys.Rev., D8, 18 (1973).
11. M. Aguilar-Benitez et al., Phys.Rev., D6, 29 (1972).
12. A. Rittenberg, Ph. D. thesis, UCRL Report No. UCRL-18863, 1969.
13. J.S. Danburg et al., Phys.Rev., D8, 3744 (1973).
14. G.R. Kalbfleisch et al., Phys.Rev.Letters, 31, 333 (1973).
15. R. Lednický, V.I. Ogievetsky, A.N. Zaslavsky, Preprint JINR, E2-7666, Dubna, 1974 ; YaF, 20, 203 (1974).
16. R. Lednický, JINR Report. E2-7801, Dubna, 1974.
17. P. Bailon et al., Nuovo Cimento, 50A, 393 (1967).
18. S.U. Chung, Spin Formalisms, CERN 71-8 (1971).
19. Ch. Zemach, Phys.Rev., 133, B1201 (1964).
20. G.R. Kalbfleisch, Phys.Rev., D10, 916 (1974).
21. G.R. Kalbfleisch et al., Phys.Rev., D11, 987 (1975).
22. M.G. Doncel, Report UAB IPT-9, Bellaterra (Barcelona), 1975.
23. R. Lednický, M.D. Shafranov, JINR Preprint, E1-8452, Dubna, 1974 ; YaF, 22, 837 (1975).
24. M.E. Rose, Elementary Theory of Angular Momentum, New York, 1957.