Артыков И. З.

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Лаборатория теоретической физики

И.З.Артыков

МЕТОД РАСЧЕТА ПЕРИФЕРИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ТРЕХ ЧАСТИЦ

Дубна, 1968.

При изучении столкновения трех частиц в приближении одномезонного подхода для вероятности взаимодействия, соответствующей диаграмм* на рис.I, получается следующее интегральное уравнение I

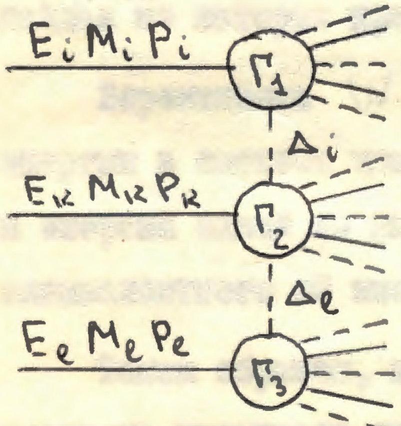

Рис.I

$$W_{ike} = \frac{16(2\pi)^{-8}}{E_i E_e} \iint \frac{\sigma_{\pi N}(u_1,\Delta_i^2)\,\sigma_{\pi N}(u_3,\Delta_e^2)}{(\Delta_i^2+\mu^2)^2} \times \frac{W_{2\pi N_k}(u_2,\Delta_i^2,\Delta_e^2)\,F_1(p_i,\Delta_i)\,F_2(p_e,\Delta_e)}{(\Delta_e^2+\mu^2)^2} \times \omega_i \omega_e\, d^4\Delta_i\, d^4\Delta_e, \qquad (1)$$

где

$$F_1(p_i,\Delta_i) = \left[(p_i\Delta_i)^2 - p_i^2\Delta_i^2\right]^{1/2},$$

$$F_2(p_e,\Delta_e) = \left[(p_e\Delta_e)^2 - p_e^2\Delta_e^2\right]^{1/2},$$

$u_q^2 = -S_q^2$ $(q=1,2,3)$ - квадрат суммарной полной энергии всех частиц, образующихся в q-той вершине, $\Delta_i^2 = (S_1 - p_i)^2$, $\Delta_e^2 = (S_3 - p_e)^2$ - квадраты переданного импульса в верхней и нижней вершине, ω_i и ω_e энергии виртуальных мезонов. Если мы предположим, что функции $\sigma_{\pi N}$ и $W_{2\pi N_k}$ не зависят от своих аргументов, то вместо интегрального уравнения (I) получим соотношение :

$$W_{ike} = \frac{A}{E_i E_e} \iint \frac{\omega_i \omega_e F_1(p_i,\Delta_i) F_2(p_e,\Delta_e)}{(\Delta_i^2+\mu^2)^2(\Delta_e^2+\mu^2)^2}\, d^4\Delta_i\, d^4\Delta_e, \qquad (2)$$

где A постоянная.

Полная вероятность $W = \frac{1}{3!}\sum_{\{i,k_2,e\}} W_{ik_2e}$, где знак $\sum_{\{i,k_2,e\}}$ означает суммирование по всем перестановкам каждая из которых пробегает значения от I до 3.

Вероятность W является функцией двух переменных полной энергии в системе центра масс первичных частиц $s = \sqrt{-(p_1+p_2+p_3)^2}$ и энергии одной из начальных частиц, например, E_2 или эквивалентного ей инварианта $s_2 = \sqrt{-(p_2+p_3)^2}$.

Таким образом, вычисление W сводится к взятию восьмикратного интеграла от функции имеющей особенности. Такой многократный интеграл удобно взять методом Монте-Карло [2].

Пусть имеется интеграл вида

$$J = \int F(x_1, x_2, \dots x_n)\, dx_1 \dots dx_n, \tag{3}$$

с пределами не зависящими друг от друга. Тогда, если плотность распределения переменной интегрирования x_i $P_i(x_i)$ такое, что

$$\int_{x_{i\,min}}^{x_{i\,max}} P_i(x_i)\, dx_i = 1,$$

то

$$J = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} \frac{F(\xi_1^j, \dots \xi_n^j)}{P_1(\xi_1^j)\dots P_n(\xi_n^j)}, \tag{4}$$

где N число выборок совокупности n независимых переменных интегрирования и определяется из соотношения

$$\int_{x_{i\,min}}^{\xi_i^j} P_i(x_i)\, dx_i = \beta_i^j, \tag{5}$$

$\beta^i_1, \beta^i_2, \dots \beta^i_n$ случайные число.

Для определенности предположим, что совокупность индексов $\{i, k, l\} = \{1, 3, 2\}$. Остальные пять диаграмм могут быть рассчитаны совершенно аналогично.

Предположим, что $\vec{P}_1 \parallel \vec{P}_2$ и $\vec{P}_3 = 0$ и импульсы, имеют только z - компоненты, тогда

$$W_{132} = \frac{A}{E_1 E_2} \int \frac{\omega_1 \omega_2 [(P_1 k_{1z})^2 - M_1^2 (\vec{k}_1^2 - \omega_1^2)]^{1/2} [(P_2 k_{2z})^2 - M_2^2 (\vec{k}_2^2 - \omega_2^2)]^{1/2}}{(\vec{k}_1^2 - \omega_1^2 + \mu^2)^2 (\vec{k}_2^2 - \omega_2^2 + \mu^2)^2} d\lambda \qquad (6)$$

Ниже мы опишем схему расчета W.

Выборку переменных интегрирования удобнее всего производить в системе центра масс начальных частиц [x].

I. Перейдем в систему центра масс сталкивающихся частиц.

$$\vec{\beta} = \left\{0, 0, \frac{P_1 + P_2}{E_1 + E_2 + M_3}\right\}.$$

$$\gamma = \{1 - \vec{\beta}^2\}^{-1/2}$$

$$P^c_{iz} = P_i + \beta_z \gamma \left(\frac{\gamma}{\gamma + 1} \beta_z P_i - E_i\right) \qquad i = 1, 2$$

$$E^c_i = \gamma (E_i - \beta_z P_i)$$

$$P^c_{ix} = P^c_{iy} = 0$$

и

$$P^c_{3z} = -\gamma \beta_z M_3$$

$$E^c_3 = \gamma M_3$$

$$S = E^c_1 + E^c_2 + E^c_3$$

---

x) Здесь и далее все величины в системе центра масс начальных частиц отмечены индексом „c".

При этом u_q^c $(q=1,2,3)$ – могут меняться в следующих пределах

$$M_N \le u_q^c \le S-2M_N$$

2. Разыграем ω_1^c и ω_2^c в следующих пределах

$$M-E_1^c \le \omega_1^c \le S-2M-E_1^c$$

$$M-E_2^c \le \omega_2^c \le S-2M-E_2^c$$

Вычислим

$$u_1^c = E_1^c + \omega_1^c$$

$$u_2^c = E_3^c - \omega_1^c - \omega_2^c$$

$$u_3^c = E_2^c + \omega_1^c$$

Если выполняются условия

$$u_1^c + u_2^c + u_3^c = S$$

$$u_2^c \ge M_N$$

то совершался переход к п.3 в противном случае к п.2.

3. Производился розыгрыш компонент $\vec{k}_1^c$ и $\vec{k}_2^c$ в следующих пределах

$$\sqrt{(M_1-E_1^c)^2-\mu^2} \le |\vec{k}_1^c| \le \sqrt{(S-2M-E_1^c)^2-\mu^2}$$

$$\sqrt{(M_2-E_2^c)^2-\mu^2} \le |\vec{k}_2^c| \le \sqrt{(S-2M-E_2^c)^2-\mu^2}$$

$$-1 \le \cos\theta_1^c \le 1$$

$$-1 \le \cos\theta_2^c \le 1$$

$$0 \le \varphi_1^c \le 2\pi$$

$$0 \le \varphi_2^c \le 2\pi$$

Вычислялись

$$\vec{S}_1^c = \vec{p}_1^c + \vec{k}_1^c$$
$$\vec{S}_2^c = \vec{p}_3^c - \vec{k}_1^c - \vec{k}_2^c$$
$$\vec{S}_3^c = \vec{p}_2^c + \vec{k}_1^c$$

Проверялось выполнение условий

$$\vec{S}_1^c + \vec{S}_2^c + \vec{S}_3^c = 0 \qquad (б)$$

Если условия (б) не выполнялись, то совершался переход к п.3 в противном случае к п.4.

4. Значения переменных интегрирования в разыгранной точке, переводились в лабораторную систему координат

$$\vec{k}_i = \vec{k}_i^c + \vec{\beta}\gamma\left(\frac{\gamma}{\gamma+1}\vec{\beta}\vec{k}_i^c + \omega_i^c\right)$$
$$\omega_i = \gamma(\omega_i^c + \vec{\beta}\vec{k}_i^c) \qquad i=1,2$$

Одновременно с этим для каждой из компонент $\vec{k}_i$ и ω_i производился проверка знака и путем сравнения с теми же компонентами при предыдущей выборке переменных интегрирования запоминалось наибольшая (наименьшая) из них, если знак положительный (отрицательный) . Затем вычислялась подинтегральная функция в разыгранной точке и суммировалась с ее значениями в предыдущих точках. После выборки N точек, удовлетворяющих условиям а и б, мы имеем сумму подинтегральной функции в этих точках и максимальные и минимальные значения переменных интегрирования, допустимые законами сохранения энергии и импульса.

Так как допустимая область интегрирования зависит от значений E_1 и E_2 , то чтобы при всех значениях E_2 и E_2

плотность разыгрываемых точек была равномерной, число N вычислялось по величине S:

$$N = \text{целая часть}\ (S/a)$$

где a – достаточно малое число $(\sim 10^{-3})$

$$S = \sum_{i=1}^{3} E_i^c = \left[3M^2 + 2(E_1E_2 + E_1M + E_2M - \rho_1 \gamma_2)\right]^{1/2}$$

5. Вычислялось

$$P = W_{132}/A \approx \frac{\prod_{i=1}^{8}(x_{i\,max} - x_{i\,min})}{N} \sum_{j=1}^{N} F(\xi_1^j, \dots \xi_8^j)$$

где F – подинтегральная функция.

Производится выдача следующих величин N, S, E_1, E_2, P для каждой диаграммы.

При фиксированных значениях E_1 и E_2 вычисляются все 6 диаграмм, с соответствующей перестановкой индексов $\{i, k, l\}$ и производится выдача величин $S, S_1, S_2, W/A$, где

$$S_i = \left[2M^2 + 2E_iM\right]^{1/2} \qquad (i = 1, 2)$$

6. При фиксированном E_1, но с измененными значениями E_2 с шагом ΔE_2 $n2$-раз повторяются п.1.–5.

7. Изменяется значение E_1 с шагом ΔE_1 и повторяются пункты 1–6 $n1$-раз.

Таким образом режим работы программы задается числами $\Delta E_1, \Delta E_2, n1, n2$, которые вводятся самой программой в следующем порядке $n1, \Delta E_1, n2, \Delta E_2$.

Значения этих величин должны быть пробиты на отдельных перфокартах вместе с соответствующими контрольными суммами и подложены в конец программы.

Ниже приводится программа, составленная на языке АЛГОЛ, которую можно прот(р)анслировать с помощью обоих задействованных в ОИЯИ трансляторов: ТА-1М и "Сигнал".

Литература

P2-4176

1. И.З.Артыков, препринт ОИЯИ, Дубна, 1968.
2. Н.П.Бусленко. Метод статистических испытаний (Метод Монте-Карло, Москва, 1962.