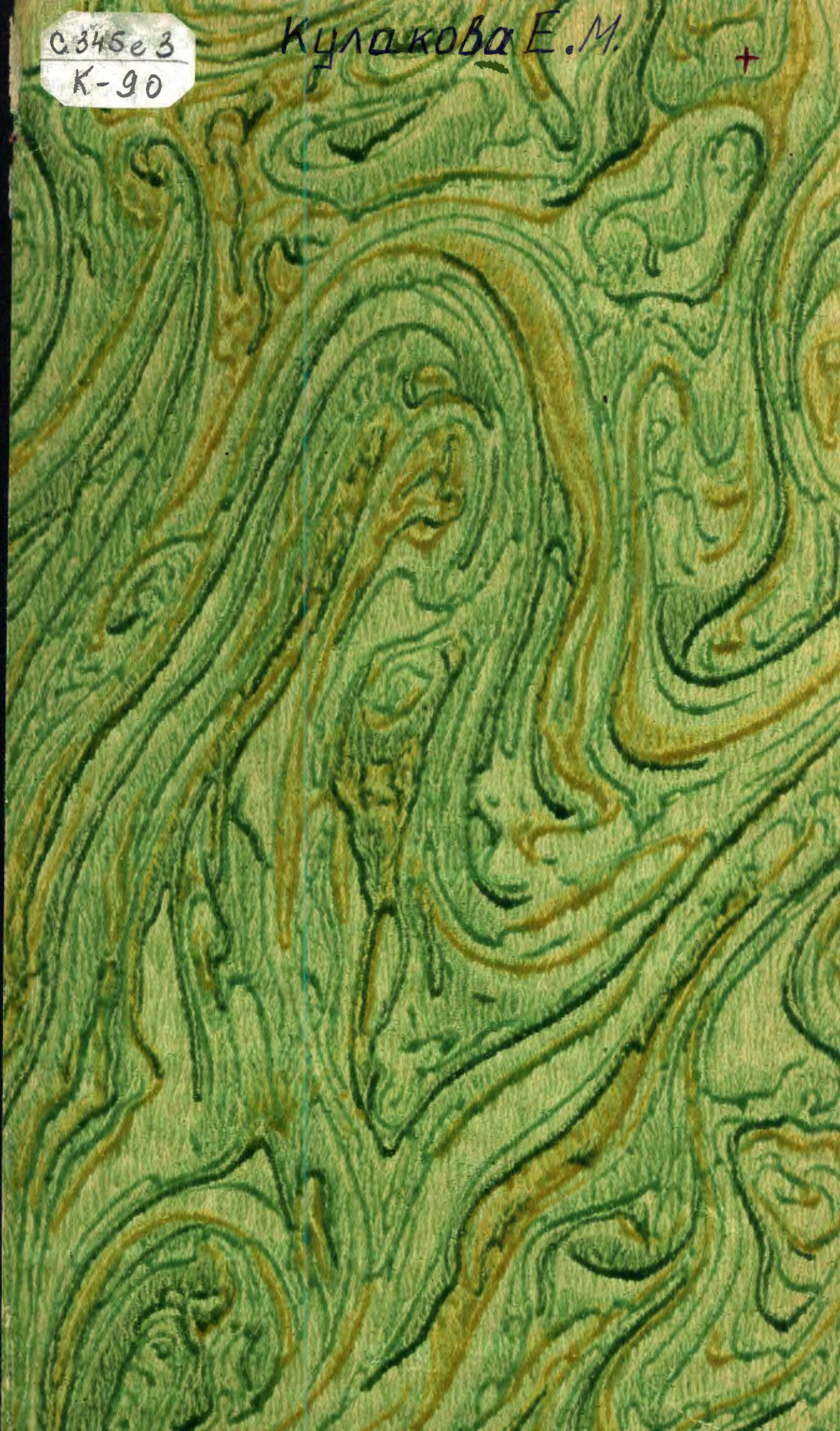


СЗ45е3

К-90

Кулакова Е.М.

+



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория высоких энергий

Вычислительный центр

БЗ-9-4007

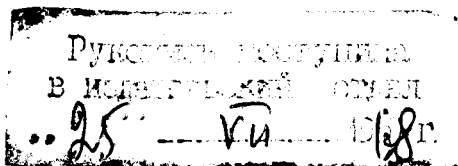
Е.М.Кулакова, Л.А.Кулюкина, Л.А.Смирнова.

с 345e3

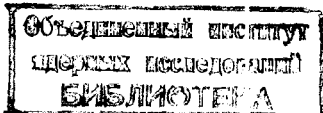
К-90

РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИИ ПРОТОНОВ В ПОЛЕ МАГНИТНО-
ДЕФЛЕКТОРА ПРИ ВЫВОДЕ ПЕРВИЧНОГО ПУЧКА
(ЛИНЕЙНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ).

с.р. 2305



Дубна, 1964 год.



В В Е Д Е Н И Е

Приводится метод расчёта траекторий протонов через магнит-дефлектор с однородным и неоднородным полем, который применяется для вывода пучка протонов из синхрофазотрона ЛВЭ. Параметры траекторий на выходе магнита-дефлектора используются для дальнейшего расчёта в основном поле ускорителя (программа 603) [1]. Расчёты можно производить для различных отклонений и углов частиц на входе магнита, различных углов поворота, градиентов и положений самого магнита-дефлектора относительно продольной оси выводного прямолинейного промежутка ускорителя, а также с учётом изменения поля магнита-дефлектора во времени.

При расчётах траекторий в дефлекторе использовались уравнения движения заряженных частиц в магнитном поле в линейном приближении. В качестве начальных условий на входе магнита-дефлектора в горизонтальной плоскости берутся результаты расчёта траекторий протонов при параметрическом резонансе [2].

1. Магнит-дефлектор выполняет в системе вывода протонов 2 функции:

1) сообщает пучку дополнительный угол, отклоняя его наружу от центра ускорителя;

2) фокусирует протоны в горизонтальной плоскости, чтобы уменьшить радиальный размер пучка на выходе из камеры ускорителя, при этом неизбежно возникает дефокусировка по вертикали. Магнит-дефлектор расположен в выводном прямолинейном промежутке синхрофазотрона ЛВЭ (рис.1), центр

магнита находится на поперечной оси промежутка $y-y$ и смещён относительно его продольной оси $x-x$ на расстояние d , которое может быть как положительным, так и отрицательным, т.е. магнит может быть расположен как снаружи, так и внутри от равновесной орбиты ускорителя. Поскольку дефлектор должен отклонять протоны наружу от центра ускорителя, направление поля в нём обратно направлению поля в основном магните и центр кривизны траекторий лежит снаружи от оси прямолинейного промежутка. Чтобы фокусировать протоны в горизонтальной плоскости, поле в дефлекторе должно нарастать по радиусу

здесь $B_z(R_0)_{z=0} = B_{00} \left(\frac{R_0}{R_c} \right)^n$,
 R_{00} - равновесный радиус дефлектора,

B_{00} - поле на равновесном радиусе дефлектора,

n - показатель поля дефлектора ; в нашем случае

n - отрицательно, $|n| \gg 1$.

В результате расчётов движения протонов с $p=10,5934674 \frac{\text{BeV}}{c}$ в условиях параметрического резонанса были получены параметры траекторий протонов в горизонтальной плоскости на выходе 2-го квадранта ускорителя (рис. I): отклонение частицы Δp_0 и угол α_0 (программа 401, азимут 3,14). В программе 401 отклонения частиц рассматриваются, как смещения относительно равновесной орбиты ускорителя $R_0 = 2800$ см, угол α_0 - это угол между касательной к траектории в данной точке и касательной к окружности, проведенной через данную точку из центра кривизны квадранта ускорителя, $\alpha = \arctg \frac{R}{R\phi}$; здесь R и ϕ текущий радиус и азимут траектории в ускорителе (программа 401). Аналогичным образом определяется отклонение и угол в

цилиндрической системе координат магнита-дефлектора. Положительный угол будут иметь траектории, направленные в сторону увеличения радиуса $\frac{\partial R}{\partial \varphi} > 0$, знак угла изменится при переходе из цилиндрической системы координат квадранта ускорителя в цилиндрическую систему координат магнита-дефлектора. В конце квадранта ускорителя Δp_0 и α_0 отсчитываются от оси прямолинейного промежутка $x-x$, которая является в данной точке касательной к равновесной орбите ускорителя.

В настоящем расчёте магнит-дефлектор рассматривается, как секторный. Середина входного среза магнита-дефлектора находится на расстоянии L_0 от выхода из 2-го квадранта ускорителя. Будем считать, что длина магнита по дуге равновесного радиуса l равна хорде, стягивающей эту дугу, т.к. угол поворота в магните дефлекторе β_0 будет порядка 1° . Ширина магнитной дорожки в магните-дефлекторе $\Delta = 10$ см. Пересчитаем теперь начальные условия на вход магнита - дефлектора:

$$\Delta p_{bx} = \Delta p_0 + L_0 \operatorname{tg} \alpha_0$$

поскольку $\alpha_0 \sim 0,2 \cdot 10^{-2}$, то $\operatorname{tg} \alpha_0 \approx \alpha_0$

$$\Delta p_{bx} = \Delta p_0 + L \alpha_0. \quad (1)$$

Нужно отметить, что формула (1) приближенная т.к. пересечение произвольной траектории со срезом магнита-дефлектора будет находиться от выхода из 2-го квадранта на расстоянии $L \neq L_0$, максимальная ошибка $\Delta L = \frac{\Delta}{2} \sin \beta_0 / 2$. Если $\Delta = 10$ см, $\beta_0 = 2^\circ$, то $\Delta L = 5 \cdot 0,017 \approx 0,085$ см; при длине магнита $l = 120$ см, $L_0 = 340$ см и ΔL не превышает 0,025%.

Найдем теперь ΔR_{bx} и α_{bx} в цилиндрической системе координат магнита-дефлектора:

$$\Delta R_{bx} = (d - \Delta p_{bx}) / \cos \beta_0 / 2 \cong d - \Delta p_{bx} \quad (2)$$

$$\alpha_{bx} = - (\alpha_0 + \beta_0 / 2)$$

Отклонение и угол на выходе магнита представляют собой решения уравнения радиального движения в линейном приближении [3].

$$\begin{aligned} \Delta R_{bx} &= \Delta R_{bx} \cos \chi, \beta_0 + \frac{\alpha_{bx} R_{00}}{\chi_1} \sin \chi, \beta_0 = \\ &= (d - \Delta p_0 - L \alpha_0) \cos \chi, \beta_0 - \frac{l}{\chi_1 \beta_0} (\alpha_0 + \beta_0 / 2) \sin \chi, \beta_0. \quad (3) \end{aligned}$$

Здесь $\chi_1 = \sqrt{n+1}$, $l = R_{00} \cdot \beta_0$.

$$\alpha_{bx} = - \frac{\chi_1 \beta_0}{l} (d - \Delta p_0 - \alpha_0 L_0) \sin \chi, \beta_0 - (\alpha_0 + \beta_0 / 2) \cos \chi, \beta_0 \quad (4)$$

Поскольку полученные результаты будут использованы для дальнейшего расчёта траекторий в поле магнита ускорителя по программе 603, необходимо найти координаты траектории частицы на выходе магнита-дефлектора в системе координат этой программы, т.е. нужно получить R_{603} , φ_{603} и χ_{603} (рис.2). Получим $\Delta R_{bx, пр.}$ и $\alpha_{bx, пр.}$ в системе координат прямолинейного промежутка:

$$\begin{aligned} \Delta R_{bx, пр.} &= d - \Delta R_{bx} \cdot \cos \beta_0 / 2 \cong d - \Delta R_{bx} = \\ &= d - (d - \Delta p_0 - \alpha_0 L_0) \cos \chi, \beta_0 + \frac{l}{\chi_1} \left(\frac{\alpha_0}{\beta_0} + \frac{1}{2} \right) \sin \chi, \beta_0; \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{bx, пр.} &= \beta_0 / 2 - \alpha_{bx} = \frac{\chi_1 \beta_0}{l} (d - \Delta p_0 - \alpha_0 L_0) \sin \chi, \beta_0 + \\ &+ (\alpha_0 + \beta_0 / 2) \cos \chi, \beta_0 + \beta_0 / 2. \end{aligned}$$

Расстояние от центра выходного среза магнита-дефлектора до полярной оси цилиндрической системы координат программы 603 будет также

$$R_{603} \cong \sqrt{L_0^2 + (2800 + \Delta R_{\text{вых.}})^2};$$

$$\varphi_{603} \cong - \operatorname{arctg} \frac{L_0}{2800 + \Delta R_{\text{вых.}}}; \quad (6)$$

$$\alpha_{603} = \alpha_{\text{вых. пр.}} + \varphi_{603}.$$

Здесь перед знаком arctg взят минус потому, что в системе координат 603 вправо от полярной оси азимут считается отрицательным. Формулы (6) также приближенные, точные формулы будут иметь вид (рис.2):

$$R_{603} = \sqrt{(L_0 - \Delta R_{\text{вых.}} \sin \beta_0/2)^2 + [2800 + d - \Delta R_{\text{вых.}} \cos \beta_0/2]^2}$$

$$\varphi_{603} = - \operatorname{arctg} \frac{L_0 - \Delta R_{\text{вых.}} \sin \beta_0/2}{2800 + (d - \Delta R_{\text{вых.}} \cos \beta_0/2)}.$$

При составлении программы учтена также возможность изменения поля дефлектора во времени. Из результатов расчёта траекторий при параметрическом резонансе следует, что существует некоторая зависимость между моментом влёта частицы в дефлектор (номером оборота \mathcal{N} в программе 401) и углом влёта. Так при расположении магнита снаружи от оси $x-x$ угол влёта отрицательной и убывает по абсолютной величине с ростом \mathcal{N} , при расположении магнита внутри угол влёта положительный и также убывает с ростом \mathcal{N} . Был введен некоторый средний

градиент поля магнита-дефлектора во времени $\frac{d\beta}{dW} = 0,11429 \cdot 10^{-4}$;
 $\frac{d\beta}{dW} > 0$ для внутреннего расположения магнита и $\frac{d\beta}{dW} < 0$

для наружного. Тогда формулы (5) примут вид:

$$\beta_{\text{вых}} = d - (d - \Delta p_0 - \alpha_0 L_0) \cos \chi_1 \left(\beta_0 + \frac{d\beta}{dW} \Delta W \right) + \frac{l}{\chi_1} \left(\frac{\alpha_0}{\beta_0} + \frac{1}{2} \right) \sin \chi_1 \left(\beta_0 + \frac{d\beta}{dW} \Delta W \right); \quad (7)$$

$$\alpha_{\text{вых, пр.}} = \frac{\chi_1 \left(\beta_0 + \frac{d\beta}{dW} \Delta W \right)}{l} (d - \Delta p_0 - \alpha_0 L_0) \sin \chi_1 \left(\beta_0 + \frac{d\beta}{dW} \Delta W \right) + \left(\alpha_0 + \beta_0 + \frac{d\beta}{dW} \Delta W \right) \cos \chi_1 \left(\beta_0 + \frac{d\beta}{dW} \Delta W \right) + \left(\beta_0 + \frac{d\beta}{dW} \Delta W \right).$$

Здесь ΔW - номер оборота на котором частица влетает в дефлектор, ΔW для каждой частицы своё и отсчитывается от номера оборота частицы, первой влетевшей в дефлектор.

Найдем теперь вертикальное отклонение Z и вертикальный угол α_{\perp} на выходе дефлектора. Будем считать, что магнитная медианная плоскость дефлектора и ускорителя совпадают. Пусть Z_0 ~~Z_0~~ и $\alpha_{0\perp}$ - начальные смещения и угол на конце сектора, аналогично начальным условиям по радиусу. На входе дефлектора:

$$Z_{\text{вх}} = Z_0 + \alpha_{0\perp} L_0$$

$$\alpha_{\perp \text{ вх}} = \alpha_{0\perp} \quad (8)$$

На выходе дефлектора:

$$Z_{\text{вых}} = Z_{\text{вх}} \operatorname{ch} \chi_2 \beta_0 + \frac{\alpha_{\perp \text{ вх}} l}{\chi_2 \beta_0} \operatorname{sh} \chi_2 \beta_0 \quad (9)$$

$$\alpha_{\perp \text{ вх}} = \frac{\beta_0 \chi_2 Z_{\text{вх}}}{l} \operatorname{sh} \chi_2 \beta_0 + \alpha_{\perp \text{ вх}} \operatorname{ch} \chi_2 \beta_0.$$

Магнит-дефлектор вызывает дефокусировку частиц по вертикали, но поскольку в дальнейшем частицы попадают в рассеянное поле ускорителя, сильно спадающее по $R[\dots]$, то вертикальный

размер пучка на выходе III сектора не превышает 3-4 см.

Поскольку параметрический резонанс $\nu_R = I/2$ влияет только на радиальное движение частиц, вертикальные свободные колебания при этом описываются формулой $z = A \sin(1 + \frac{L}{\pi R}) \chi_2 \theta$ (как и в отсутствие резонанса), здесь $\chi_2 = \sqrt{0,79}$; 0,79 - резонансное значение в синхрофазотроне ЛВЭ, A - амплитуда свободных вертикальных колебаний, $A_{max} = 2,5$ см.

$$\alpha_{01} = \frac{dz}{R d\theta} = \frac{\chi_2 A (1 + \frac{L}{\pi R})}{R} \cos \chi_2 \theta \quad (10)$$

Если $A = 2,5$ см, то для $\chi = I$ $= 23^{\circ} 35'$, отсюда $= 0,72 \cdot 10^3$. Подобным образом при выбранной амплитуде вертикальных колебаний можно определить любое значение.

При учёте изменения после дефлектора во времени формулы (9) примут вид:

$$z_{max} = (z_0 + L \alpha_{01}) \operatorname{ch} \chi_2 \left(\beta_0 + \frac{dB}{dW} \Delta W \right) + \frac{\alpha_{01} l}{\chi_2 \left(\beta_0 + \frac{dB}{dW} \Delta W \right)} \operatorname{sh} \chi_2 \left(\beta_0 + \frac{dB}{dW} \Delta W \right)$$

$$\alpha_{1max} = \frac{(z_0 + L \alpha_{01}) \chi_2 \left(\beta_0 + \frac{dB}{dW} \Delta W \right) \operatorname{sh} \chi_2 \left(\beta_0 + \frac{dB}{dW} \Delta W \right) + \alpha_{01} \operatorname{ch} \chi_2 \left(\beta_0 + \frac{dB}{dW} \Delta W \right)}{l} \quad (11)$$

Если взять магнит-дефлектор с однородным полем, то $\chi = I$, $\chi_2 = 0$. Тогда учитывая, что $\beta_0 \approx I^0$ и, заменяя $\sin \beta_0 \approx \beta_0$, $\cos \beta_0 \approx 1$, преобразуем формулы (5):

$$\Delta p_{\text{вих}} = \Delta p_0 + \alpha_0 L_0 + l (\alpha_0 + \beta_0 / 2)$$

$$\alpha_{\text{вих.вр.}} = \alpha_0 + \beta_0 \quad (12)$$

Формулы () перейдут соответственно в :

$$z_{\text{вих}} = z_0 + L_0 \alpha_{01} + \alpha_{01} l \quad (13)$$

$$\alpha_{\text{вих}} = \alpha_{01}$$

Расчёт движения протонов как в магните с однородным полем (формула 12, 13, 6), так и с неоднородным полем (формула 7, 10, 6) производился на ЭВМ класса М-20. Машина получала R_{603} , φ_{603} , α_{603} , Z_{603} , α_1 на выходе магнита и начинала интегрирование по программе 603 в магнитном поле ускорителя. Азимут начала и конца печати в квадранте ускорителя указывался в начальных условиях. Порядок задания начальных условий для расчётов по программе 603-4 (магнит с однородным полем) и 603-5 (магнит с неоднородным полем) приведён в приложениях 1 и 2. Порядок печати результатов одинаков для обеих программ и приведен в приложении 3. По программам 603-4 и 603-5 произведены начальные расчёты по выбору положения, длины, угла поворота и градиента магнита-дефлектора при быстром выводе протонов из ускорителя.

Приложение 1

1	Δr_0	- начальное смещение по радиусу [см]
2	$\alpha_{\perp 0}$	- начальный вертикальный угол [рад]
3	φ_n	азимут начала печати [рад]
4	φ_k	азимут конца печати [рад]
5	α_0	начальный горизонтальный угол [рад]
6	$d\beta/d\omega$	скорость изменения угла поворота в магните [рад]
7	Z_0	начальное смещение по вертикали [см]
8	P	импульс протона [$B \approx v/c$]
9	M	знак заряда протона
10	N	номер оборота
11	β_0	угол поворота в магните.

Порядок заполнения начальных условий для программы 603-4.

Приложение 2

1	$\Delta\rho_0$	начальное смещение по радиусу [см]
2	α_{01}	начальный вертикальный угол [рад]
3	φ_n	азимут начала печати [рад]
4	φ_k	азимут конца печати [рад]
5	α_0	начальный горизонтальный угол [рад]
6	$d\beta/dN$	скорость изменения угла поворота в магните [рад/оборот]
7	Z_0	начальное смещение по вертикали [см]
8	P	импульс протона [Bev/c]
9	M	знак заряда протона
10	N	номер оборота
11	β_0	угол поворота в магните [рад]
12	χ_1	показатель спада поля в магните
13	χ_2	
14	d	расстояние центра зазора магнита от продольной оси прямолинейного промежутка [см]

Порядок заполнения начальных условий для программы 603-5.

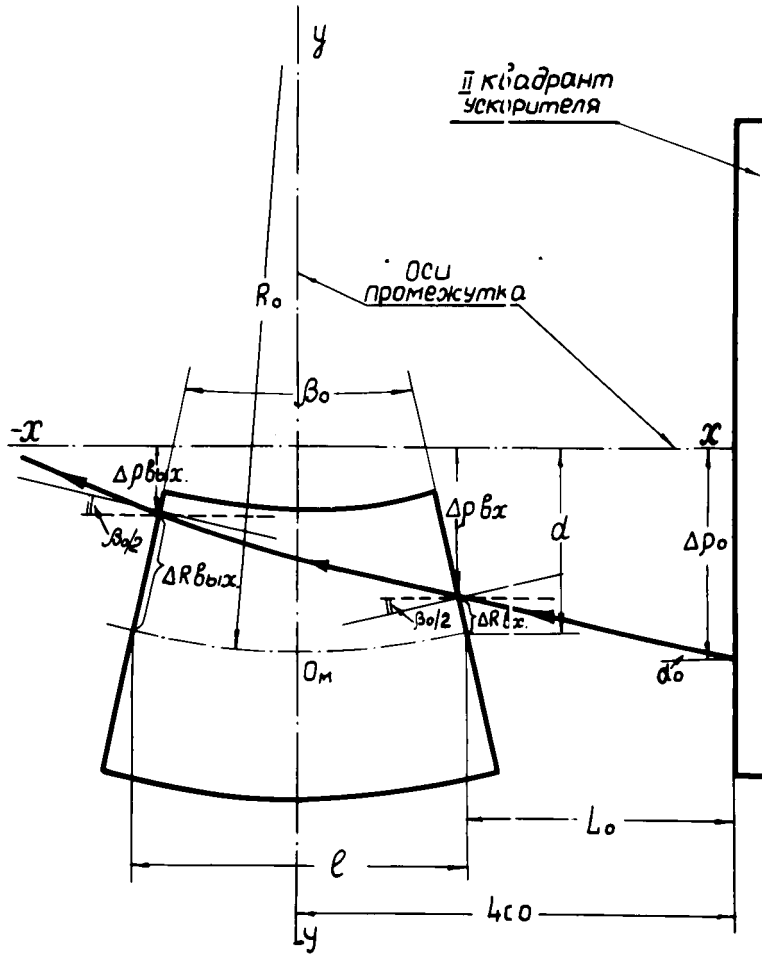


Рис. 1. Расположение магнита-дефлектора в выводном прямолинейном промежутке ускорителя.

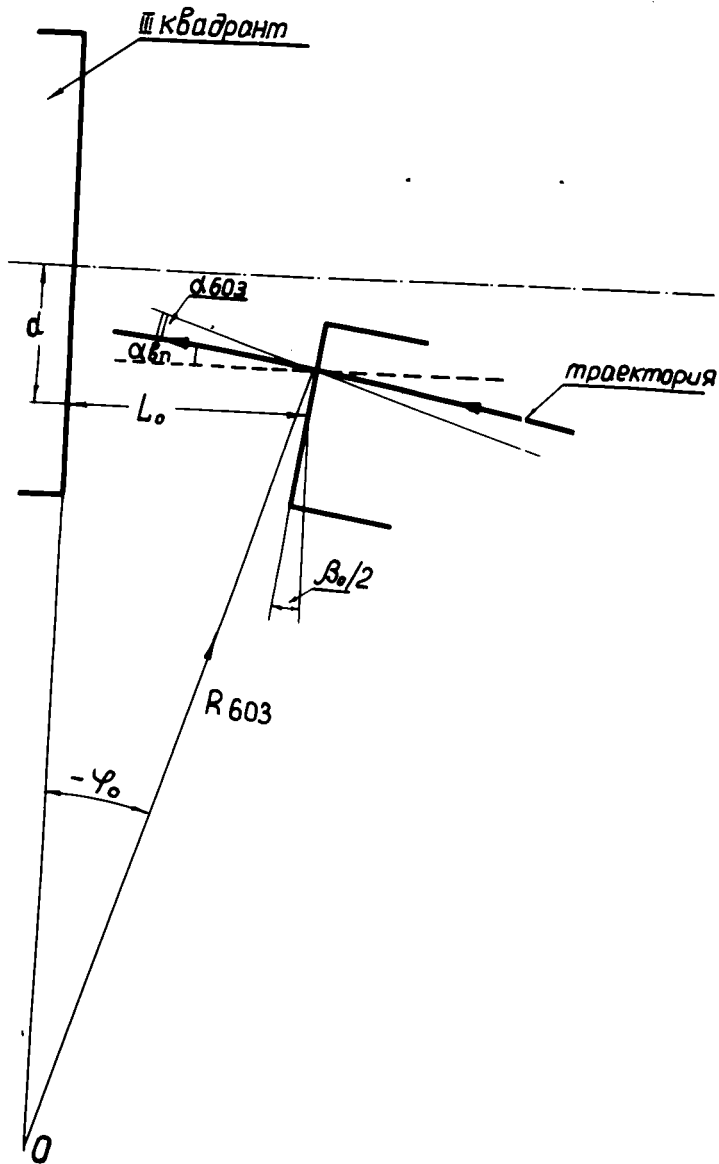


Рис. 2. К определению координат протона в цилиндрической системе координат программы 603.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Кулакова Е.М., Смирнова Л.А. "Расчёт траекторий заряженных частиц в магнитном поле синхрофазотрона ЛВЭ ОИЯИ",
Дубна, 1964 г.

2. Л.П.Зиновьев, И.Б.Иссинский, В.И.Котов, Е.М.Кулакова,
К.П.Мызников, Н.И.Павлов. Резонансный вывод пучка на
мишень в синхрофазотроне, Дубна, 1963 г. препринт ОИЯИ
1393

3. Ливингуд "Принципы работы циклических ускорителей",
Москва, 1963 г.