

6398/88

Рихтер Д.



БЗ-8-88-765

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

БЗ-8-88-765

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 1988

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

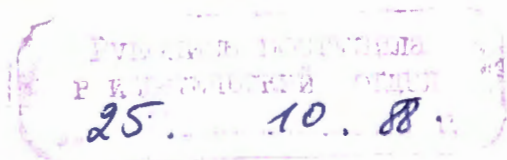
Лаборатория высоких энергий

БЗ-8-88-765

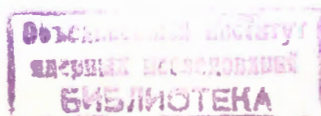
РИХТЕР Давид

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДА СВЕРХПРОВОДЯЩИХ МАГНИТОВ
В НОРМАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ

(Обзор)



Дубна, 1988 г.



О Г Л А В Л Е Н И Е

	стр.
1. ВВЕДЕНИЕ.....	3
2. ПЕРЕХОД СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО МАГНИТА В НОРМАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ.....	5
2.1. Среда развития переходного процесса.....	7
2.2. Описание состояния обмотки.....	8
2.3. Динамика переходного процесса.....	9
3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА.....	11
3.1. Аналитические модели.....	14
3.2. Аналитико-численные модели.....	19
3.3. Эмпирико-численные модели.....	21
3.4. Двухэтапные численные модели.....	23
3.5. Одноэтапные численные модели.....	23
4. КРИТЕРИИ ДЛЯ ВЫБОРА МОДЕЛИ.....	27
5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	29
ЛИТЕРАТУРА.....	31

I. ВВЕДЕНИЕ

Во время эксплуатации сверхпроводящего магнита (СМ) невозможно полностью исключить возникновение сопротивления в проводе. Энерговыделение в нормальной области связано с резким ростом температуры и возникновением сильного электрического поля, что может привести к серьезному повреждению обмотки. Для предотвращения аварий созданы разнообразные эффективные методы защиты.

Системы защиты (СЗ)^{+/} больших магнитов проектируются вместе с обмоткой. Необходимо предсказать поведение будущей установки во время перехода СМ. Испытания реальных магнитов в аварийных режимах связаны с крупными расходами и рисками. Поэтому для изучения поведения магнитов во время перехода разрабатываются математические модели.

Задача математических моделей — дать представление о функционировании и эффективности защиты, т.е. о процессе распространения нормальной фазы (НФ), электрической, тепловой и силовой нагрузках обмотки и системы защиты. В моделях следует учитывать основные процессы, развивающиеся во время перехода,

^{+/} Системы защиты описываются в гл. 2. СМ и СЗ являются частями сверхпроводящей магнитной системы, которая, как целое, включает в себя сверхпроводящий магнит, криостат с тоководами, рефрижератор или емкость с жидким гелием, системы электропитания и защиты магнита, системы управления и контроля.

и изменения свойств материалов, геометрическую форму и структуру обмотки, поведение других элементов, связанных с обмоткой. Большие СМ являются уникальными установками. Весомость отдельных механизмов в переходном процессе зависит от конструкции обмотки, способа ее охлаждения, присутствия источника тока или сверхпроводящей перемычки, метода защиты. Из-за этого модели отличаются своим физическим содержанием. Затруднительность математической обработки и неполнота данных по свойствам материалов заставили авторов обзораемых работ искать специальные приемы. Универсальной и одновременно физически полной, корректной в обработке и при этом не очень трудоемкой модели не существует. С другой стороны, постоянно совершенствуются системы защиты, углубляются знания о СМ, растут вычислительные возможности. Повышаются требования к достоверности предсказаний. Область и период применения отдельных моделей, таким образом, ограничены. При высокой стоимости больших СМ целесообразно следовательно создавать модели для конкретных магнитов эффективно использующие имеющиеся экспериментальные и вычислительные возможности и учитывающие особенности проектируемого магнита.

В секторе № 4 НИКО ЛВЭ разрабатывают СМ для спектрометра релятивистских ядер "Сфера". Для защиты магнита (запасенная энергия свыше 5 МДж) избрали метод шунтирования низкоомными сопротивлениями секционированной обмотки, имея в виду его надежность, совместимость с работой в режиме "замороженного тока" и то, что он во время перехода напряжения в обмотке невелики. При разработке СЗ необходимо иметь возможно полное представление о переходном процессе. Ход процесса зависит от простого теплового

распространения НФ в обмотке, нагрева сверхпроводника при изменении магнитного поля и от перераспределения токов в секциях из-за индуктивной связи. Подходящей математической модели в нашем распоряжении нет. Обнаруживается потребность разработать собственную модель, причем не обойтись без теоретической подготовки. Целью данной работы было сравнение между собой опубликованных моделей, уточнение понимания их физических оснований, знакомство с методами обработки и требованиями к вычислительным средствам.

2. ПЕРЕХОД СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО МАГНИТА В НОРМАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ

Во время работы СМ воздействуют на обмотку возмущения (в основном тепловые), способные перевести участок провода в нормальное состояние. Проходящий в проводе ток порождает тепло, часть которого распространяется в окружающую обмотку. Если тепловыделение превысит теплоотвод, то НФ начнет распространяться по обмотке.

Из-за высоких плотностей тока (10^8 А/м²), типичных для СМ, выделение тепла в нормальной области происходит очень интенсивно; резко возрастает температура и возбуждается сильное электрическое поле. Воздействие термомеханических напряжений может привести к нарушению целостности обмотки, высокая температура способна вызвать повреждение изоляции, расплавление паяных соединений, ухудшение сверхпроводящих свойств или расплавление провода. В сильном электрическом поле могут быть пробиты изоляции. В секционированных обмотках силы Лоренца способны многократно

превысить номинальные значения. При неконтролируемом переходе обмотка может быть серьезно повреждена.

Были развиты методы, позволяющие управлять переходом: стационарная стабилизация, эвакуация энергии из обмотки, размазывание энергии по обмотке.

В основе стационарной стабилизации лежит непосредственное интенсивное поглощение всего рождаемого тепла жидким гелием. Провод стационарно стабилизированной обмотки содержит большую долю меди или алюминия, которые снижают энерговыделение и способствуют теплоотводу. Поверхность провода, непосредственно омываемая жидким гелием, выбирается достаточно большой, чтобы не нарушить пузырьковый режим кипения. После исчезновения причины перехода сверхпроводящее состояние может восстановиться без уменьшения транспортного тока. Недостатком является довольно низкая плотность тока (10^7 А/м²). Обмотка, у которой стационарная стабилизация является единственной мерой на случай перехода, может быть повреждена при аварии системы охлаждения.

Принцип ниже перечисленных методов защиты — быстрое прекращение тепловыделения в нормальной области, которое происходит (тепловыделение) преимущественно за счет энергии магнитного поля.

При защите с эвакуацией энергии магнитное поле при появлении в обмотке КФ как можно быстрее убирают. В активных вариантах этого метода следят с помощью электронного детектора за появлением омического сопротивления в обмотке. Когда оно установлено, превращают энергию магнитного поля в другую форму и выводят из криостата. Преимуществом этого варианта является сохранение обмотки в холодном состоянии и большая универсальность, не требующая зна-

чительных изменений в конструкции. Вариант употребляется также в стационарно стабилизированных обмотках в случае аварии системы охлаждения. Недостатком считаются сильные электрические поля внутри и вне обмотки и необходимость в электронных цепях, которые могут оказаться ненадежными.

Переход будет, как правило, безопасным, если распределить энергию магнитного поля по обмотке равномерно (защита размазыванием энергии). Условием является быстрое распространение НФ. В активных вариантах этого метода используются электронные цепи для обнаружения НФ и подачи в обмотку энергии, способной перевести ее быстро в нормальное состояние. Пассивные варианты основаны на тепловом распространении НФ, нагреве сверхпроводящей части обмотки при изменении электромагнитного поля и на перераспределении токов в секционированной обмотке. На стадии разработки обмотки принимают конструктивные меры, чтобы подкрепить эти процессы (добавляют вторичные обмотки, разделяют обмотку на секции). Преимуществом СЗ с размазыванием энергии являются слабые электрические поля и более низкие температуры, чем при эвакуации, а в пассивных системах и повышенная надежность. До восстановления магнитного поля необходимо отвести тепло, соответствующее энергии магнитного поля.

2.1. Среда развития переходного процесса

Развитие переходного процесса определяется прежде всего обмоткой, ее защитой и системой охлаждения.

В состав обмотки входят провод, изоляция и пропитка, внутренняя опорная система, наружная опорная система и элементы защиты. В обмотку может проникать гелий. Провод - это чаще всего монолит-

ный композит тончайших волокон сверхпроводника в медной или алюминиевой матрице. В больших магнитах он может быть укреплен внутренней опорной системой. На распространение НФ влияние оказывают витковая (межслойная) изоляция, пропитка, используемая для упрочнения обмотки, или гелий. Провод, изоляции, пропитка и гелий создают электрически, тепловым образом и механически неоднородную среду. В нее могут входить тоже нагреватели и вторичные обмотки. Наружная опорная система тоже может войти в защиту; вместе с прилегающей изоляцией она определяет границу для тепловых процессов.

СМ или подсоединен к источнику, или работает в замкнутом режиме. Чтобы после зарождения НФ подавить ток, концы обмотки замыкают на малое (в случае размазывания энергии по обмотке) или большое (в случае эвакуации энергии из обмотки) сопротивление.

Магниты с монолитным проводом охлаждаются в погружном режиме, косвенно или проточно по каналам в обмотке.

2.2. Описание состояния обмотки

Состояние обмотки (без железных магнетиков) можно описать при помощи поля плотности тока и поля температуры (пренебрегая влиянием сил в обмотке). Остальные величины (магнитное, электрическое и силовое поля) ими в конкретном магните определены.

Расчет переходного процесса в терминах полей плотности тока и температуры реально невозможен. Поле плотности тока чрезвычайно оложно, что вызвано распределением микроскопических токов в самом сверхпроводнике, неоднородностью композитного провода и другими составляющими обмотки. Истинное распределение заменяется распределением транспортного тока (в расчетах магнитного поля, сил Лоренца,

макроскопических индуктивных явлений, тепловыделений в НФ, отношения транспортного и критического токов в сверхпроводнике, скорости распространения НФ).

При расчете нагрева сверхпроводника в переменном электромагнитном поле реальное распределение тока по сечению проводников необходимо описать при помощи специальных конкретизированных моделей. При рассмотрении температурного поля всегда предполагают отсутствие градиента по сечению провода. Рассматривая силы, учитывают Лоренцовские, пренебрегают термомеханическими (остаточными и моментальными) и силами, возникающими при намотке.

2.3. Динамика переходного процесса

В основе переходного процесса лежит преобразование энергии магнитного поля в тепло и его распространение в обмотке. Энергия преобразуется в нормальных и сверхпроводящих областях обмотки, а тоже в электропроводящих частях конструкции, которые находятся в пределах магнитного поля.

Баланс электромагнитной энергии содержится в контурных уравнениях, составляемых по законам Кирхгофа. Учитываются транспортные токи в обмотке и конструкции и рассеяние энергии в нормальных участках. Обычно пренебрегают намагничиванием сверхпроводящего провода и его нагревом в изменяющемся электромагнитном поле (следовательно распределением тока внутри проводов). Отсюда следует постоянство индуктивностей (за исключением магнитов с железом) и зависимость активного сопротивления только от усредненной температуры, магнитной индукции и размеров нормальной области. В большинстве случаев пренебрегают электрическими емкостями внутри об-

мотки. В итоге получается система обычных дифференциальных уравнений I-ого порядка с переменными коэффициентами.

Тепловой баланс описывается линейным дифференциальным уравнением в частных производных 2-ого порядка с переменными коэффициентами, которое выражает локальное равновесие между превращением в тепло другой формы энергии, поглощением тепла (связанным с повышением температуры) и разделением тепла с окружающей обмоткой.

В сверхпроводящих областях тепловыделение связано с внутренним перераспределением тока в композитных проводах при изменении магнитного поля. Оно основательно влияет на распространение НФ. Интенсивность тепловыделения зависит не только от температуры, транспортного тока и магнитной индукции, но и от их истории и изменения. Для конкретных случаев были выведены приближенные формулы, дающие оценки на основании известного транспортного тока, величины и изменения магнитной индукции. После достижения критического состояния в волокнах сверхпроводника композитного провода ток распределяется между ними и матрицей. Интенсивность тепловыделения пропорциональна излишку транспортного тока над критическим значением и удельному сопротивлению матрицы. В нормальных областях тепловыделение носит омический характер и определяется удельным сопротивлением, зависящим от температуры и магнитной индукции.

Удельная теплоемкость составляющих обмотки зависит от температуры и в переходном процессе меняется на 3 порядка. Ниже критической температуры (в нулевом поле) сверхпроводника теплоемкость зависит также от состояния, а в сверхпроводящем состоянии еще и от магнитной индукции. Теплопроводность составляющих обмотки отли-

чается на 4 порядка; зависит от температуры и от магнитной индукции.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

Основа моделей - решение уравнений баланса электромагнитной и тепловой энергии с соответствующими начальными и краевыми условиями.

Переходной процесс является комплексным. Образующие обмотку материалы сильно отличаются друг от друга электрически, термически и механически. Строгая формулировка задачи привела бы к объемистой системе дифференциальных уравнений в частных производных для электромагнитного и температурного полей с соответствующими условиями на многочисленных фазовых границах. Приходится принимать ряд упрощений. Это позволяет решать уравнения для электромагнитного поля в системе со сосредоточенными параметрами (с поправкой на истинное распределение токов в проводах). В описании тепловых процессов в сверхпроводящих и нормальных областях пользуются понятием изотропного континуума. Характеристический размер границы сверхпроводящей и нормальной фаз не превышает расстояние между проводами $/\Gamma/$. Из-за этого изотропный континуум все же не годится для расчета распространения НФ поперек обмоткой.

В расчете переходного процесса используют аналитические и численные методы, а также их комбинации. Чисто аналитические методы подходят для быстрых, не очень точных оценок и простых систем. Большие трудности вызывает совместное решение уравнений для электромагнитного и температурного полей, многомерность задачи,

разнообразие и внутренняя связанность явлений, зависимость (нелинейность) физических свойств материалов от температуры и магнитной индукции, сложность структуры обмотки и электрической схемы. Численные методы универсальнее, но также более трудоемки и требовательны к средствам вычисления. Затруднения вызывает пространственная и временная несоизмеримость процессов, связанных с распространением НФ. Ограниченные возможности аналитических моделей и претенциозность (на стадии разработки алгоритма и во время расчетов) численных способствовали возникновению смешанных вариантов. Как и аналитические, они исходят из локальной скорости распространения НФ, которую устанавливают аналитически, в эксперименте и численно. Таким образом избегают трудностей, встречаемых при решении уравнения теплового баланса. Последующая численная обработка делает возможным преодоление ограничений, свойственных аналитическому подходу.

Нагревом сверхпроводящей обмотки из-за изменения магнитного поля, не смотря на существенное значение для распространения НФ, пренебрегают. Он связан с распределением токов в проводах, зависящим от пре^Иистории. Формулы для вычисления возникающего тепла предполагают, поэтому конкретный процесс намагничивания и с трудом описывают отдельное событие.

Расчет переходного процесса происходит на двух уровнях. На первом описывают локальное распространение НФ, на другом, глобальном, нагрев обмотки и энергетический баланс, рассматривают электрическую, тепловую и силовую нагрузки об^Ммотки и защиты. Так как целью работы было, между прочим, знакомство с методами обработки физической картины переходного процесса, приведенные ниже модели разделены на аналитические, аналитико-численные, эмпирико-

численные, двухэтапные и одноэтапные численные модели.

За исключением одноэтапных численных, все модели основаны на понятии скорости установившегося распространения НФ.^{+/} В аналитических и аналитико-численных моделях скорость получается решением уравнения (как правило одномерного) распространения тепла в окрестностях границы сверхпроводящей и нормальной фаз. В расчете исходят из продольного распространения (как правило согласно /2/, /3/) и отношения продольной скорости к поперечной. Параметры c , k , ρ ^{++/} усредняют в окрестностях температуры перехода, которая отличается в разных моделях. Расчет поперечной скорости ведется в предположении о неизотропном континууме. В формуле для отношения поперечной и продольной скоростей учитывают разность теплопроводностей обмотки поперек и вдоль проводов. С помощью удельных теплоемкостей включают сверх того и разное значение изоляций для поперечного и продольного распространения

^{+/} Предполагают установившийся температурный профиль в окрестностях границы сверхпроводящей и нормальной фаз при постоянном магнитном поле и токе. Условие обсуждается в /1/.

^{++/} Используется обозначение: c - удельная теплоемкость при постоянном давлении, k - теплопроводность, ρ - удельное сопротивление, T - температура, B - магнитная индукция, j - плотность тока. T_0 - начальная температура в рабочем режиме, T_{cs} - температура, с которой ток начинает делиться между сверхпроводником и матрицей ($T_{cs}(B, j)$), T_c - критическая температура композитного сверхпроводящего провода ($T_c(B, j=0)$). $T_{cs} \leq T_c$.

ИФ (более подробно в /4/). В эмпирико-численных моделях для описания поперечного распространения ИФ применяют экспериментальные значения. Скорость распространения в двухэтапных численных моделях получается на первом этапе численным моделированием простого теплового распространения ИФ, которое замещает измерение скорости, необходимое в эмпирико-численных моделях.

Разработка моделей, в основе которых лежит скорость распространения ИФ, как правило, более простая, чем разработка одноэтапных численных моделей, так как не требуется решение уравнения распространения тепла по всей обмотке. В результате, обычно, они не имеют средств для расчета распространения тепла в нормальной области и теплоотода на границах обмотки.

3.1. Аналитические модели

Во время возникновения модели /5/ применяли провода без стабилизирующей матрицы, сопротивление которых мало зависит от температуры. В расчете переходного процесса обходятся тепловым распространением, без учета нагрева нормальных областей. Тогда можно аналитически охватить и зависимость тока от времени. В следующей модели /6/ рассматривают провода в стабилизирующей матрице; приходится вводить упрощающее предположение о постоянстве тока во время перехода. Своей наглядностью и легкостью в обработке эта модель подходит для инженерных расчетов. Она была разработана для разных методов защиты.

Модель /1/ сосредоточивается на тонких обмотках, работающих в режиме "замороженного тока". В результате она не накладывает ограничений на зависимость тока от времени. Оригинальным образом

в ней выводятся формулы для двумерного распространения НФ и анализируется требование установившегося температурного профиля в окрестностях границы сверхпроводящей и нормальной фаз.

Модель /5/ предназначена для оценки переходного процесса в незащищенном соленоиде с проводом без стабилизирующей матрицы. +/

Магнит постоянно подсоединен к источнику тока или замкнут. Энергия магнитного поля превращается в тепло только в нормальной области. Переход начинается после установления тока в цепи.

Расчет роста нормальной области основывается на скорости установившегося продольного распространения НФ /2/. Предполагается постоянное отношение скоростей поперечного ' v_{\perp} ' и продольного ' v_{\parallel} ' распространений, пренебрегается теплоемкостями изоляции и гелия в обмотке: $v_{\perp}/v_{\parallel} = \sqrt{k_{\perp}/k_{\parallel}}$. Параметры материала ' c, k, ρ ' усредняются между ' T_0 ' и ' T_c '. Зависимость скорости распространения от магнитной индукции (значение которой усредняется по объему обмотки) описывается линейной функцией. Модель 3-мерная, возможен учет границ обмотки. Теплоотводом на границах обмотки пренебрегается. В итоге получается формула для сопротивления нормальной области в зависимости от времени и функции тока.

Задача сводится к решению интегродифференциального уравнения зависимости тока от времени, формулы для резистивного напряжения на нормальной области и токовой нагрузки провода. ++/ Уравнения

+/ Влияние тонкого покрытия хорошо проводящим металлом анализируется отдельно.

++/ Токовая нагрузка $\int_0^z j^2(\tau) d\tau \cdot \int_{T_0}^{T(z)} \frac{\mu c(\theta)}{\rho(\theta)} d\theta$ представляет

безразмерные. Модель не является последовательно аналитической, зависимость тока от времени необходимо определять численно. Даны соотношения подобия для резистивного напряжения и токовой нагрузки провода при переходе разных магнитов. Получено хорошее совпадение экспериментальных зависимостей тока, сопротивления и напряжения на обмотке с расчетными.

Модель /6/ разработана для оценки перехода магнита со стабилизированным проводом и с разными системами защиты.

Преобразование магнитной энергии в тепло и его распространение в обмотке изучаются отдельно. На первом этапе считается тепловое распространение НФ и нагрев обмотки в предположении постоянства тока (несмотря на источник расходуемой энергии). На втором этапе с помощью найденной зависимости сопротивления от времени исследуется поведение незащищенного магнита, магнита с защитным сопротивлением, с индуктивно связанной вторичной обмоткой и с обмоткой, разделенной на секции.

В модели принято предположение об установившемся продольном распространении НФ. Подход к выводу уравнения для скорости взят из /2/, /3/. Переход происходит скачком при $T_S = (T_{CS} + T_C) / 2$. Учитывается локальный теплоотвод к жидкому гелию в обмотке (с поправкой на неустойчивый режим кипения). Скорость поперечного рас-

собой нагрузку провода током с момента появления сопротивления до момента t^* . Из нее можно оценить достигнутую температуру разогрева $T(t^*)$. ρ - усредненная по обмотке удельная теплоемкость на единицу объема, θ - температура.

пространения вычисляется при помощи отношения $\frac{V_1}{V_1} = \frac{\mu_{cm}}{\mu_c} \sqrt{\frac{k_1}{k_2}}$ где μ_c и μ_{cm} усредненные значения теплоемкости на единицу объема соответственно по обмотке и проводу. Величины ρ, k, ρ' усредняются по сечению обмотки и между T_0 и T_c .

Магнитное поле и ток остаются равны своему первоначальному значению; магнитная индукция усредняется по объему обмотки. Нормальная область, которая распространяется в прямоугольной обмотке, носит сначала форму эллипсоида, после достижения границ обмотки в 1-м или 2-х направлениях приращения имеют форму цилиндров или дисков. Исследуются варианты ограничения распространения пределами обмотки в 1-м, 2-х и 3-х измерениях. Теплоотдачей к железу на границах обмотки пренебрегается. Итогом является зависимость сопротивления нормальной области от времени.

Для незащищенной обмотки вычисляется время расхода всей энергии поля, которое (время) служит мерой в расчетах других вариантах систем защиты. Далее подсчитана максимальная температура в обмотке и максимальное резистивное напряжение в течение перехода. Аналогичные результаты получены для защиты с наружным сопротивлением. Для магнита с защитой с помощью индуктивно связанной вторичной обмотки показано, когда можно использовать формулы для незащищенной обмотки и какая должна быть вторичная обмотка, чтобы тепловым образом индуцировать переход магнита. В упрощенной формулировке изучают переход секционированной обмотки.

В статье /8/ обсуждается развитие переходного процесса в секционированном соленоиде. Тогда как в /6/ исходят из зависимости сопротивления нормальной области от времени и на ее основе считают ток в нормальной и сверхпроводящей секциях, в /8/ тепло-

вым распространением не занимаются. В результате в /8/ не ограничивается отношение индуктивностей секций. В обеих работах считается зависимость тока от времени, в /8/ оцениваются условия распространения перехода превышением критического тока, вызванным перераспределением токов между секциями. Далее в /8/ разрабатывается случай, когда в одной секции и в защитных шунтах расходуется вся энергия магнитного поля.

В модели /I/ занимаются переходом тонкого, незащищенного соленоида, работающего в режиме "замороженного тока".

В модели исходит из оригинальной формулы для скорости распространения НФ, выведенной для среды сплошной вдоль витков и дискретной поперек. Переход происходит при T_{cs} . Разность вклада изоляций в продольное и поперечное распространения не учитывается. С точки зрения распространения пренебрегается зависимостью c, k, ρ от температуры. Последствия этого упрощения обсуждаются в /9/. Далее объясняется, что скорость непосредственно следует за изменением тока (поправка на изменение температурного профиля во времени). В модели переходящей обмотки скорость зависит от тока. Зависимостью от магнитного поля пренебрегается.

В расчете предполагается линейная зависимость ρ от энтальпии, что наконец облегчает обработку. Цель модели - узнать зависимость тока и сопротивления от времени, максимальную и минимальную температуры в обмотке и постоянную времени подавления тока.

В коротких соленоидах, где НФ успеет заполнить весь объем, решение распадается на два этапа. В первом, когда НФ распространяется, характеристики вычисляются на основе упрощающих предположений. Для второго этапа, когда НФ схватила весь объем и расходуется

оставшаяся часть магнитной энергии, даны явные формулы для зависимостей тока, сопротивления и температуры от времени и для постоянной времени падения тока.

Для длинного соленоида, в котором НФ не заполнит весь объем обмотки, дана зависимость тока от размера нормальной области. Для расчета зависимости тока, сопротивления и температуры от времени требуются численные методы.

3.2. Аналитико-численные методы

Среди математических моделей переходного процесса программа *QUENCH/6/*, */7/*, кажется, наиболее популярная. Возможности аналитико-численного подхода, по видимому, до сих пор не исчерпаны; интересно, например, было бы включить нагрев сверхпроводящих областей в меняющемся электромагнитном поле.

Недостатки аналитико-численных моделей ^{связаны} с использованием понятия скорости распространения НФ. Их относительно невысокие требования на этапе разработки оплачиваются неопределенностью скорости поперечного распространения НФ, сильно зависящей от структуры обмотки. Если нужны более надежные результаты, скорость приходится проверять экспериментально. В результате повысится трудоемкость, и модель фактически превратится в эмпирико-численную.

Модель */10/* предложена для изучения перехода замкнутой сверхпроводящей обмотки, защищенной секционированием.

Основой модели служит качественно обоснованное предположение, что перераспределение токов между секциями в начале перехода вызовет в последствии идентичное изменение токов во всех секциях. Сопротивлениями защитных шунтов пренебрегается. Если индуктивности

секций можно считать одинаковыми, то из сделанных предположений следует идентичность роста сорта сопротивлений секций. В результате получается простая " R, L " схема.

НФ распространяется только продольно и в одном направлении. Провод бесконечный. Учитывается изменение величин $'c, k, \rho''$ с температурой. Скорость распространения НФ зависит от тока. Делается поправка на теплоотвод в жидкий гелий внутри обмотки. Модель одномерная. Если обмотка состоит из " N " секций, то скорость распространения увеличивается эффективно в " N " раз. Теплоотдача к гелию на границах обмотки не учитывается.

Уравнение преобразования магнитной энергии в тепло интегрируется с переменным шагом по времени так, чтобы приращения токовой нагрузки проводника оставались примерно одинаковыми. Дается зависимость тока и сопротивления от времени и максимальная температура. Целью расчета является определение наименьшего количества секций, достаточного для безопасного перехода обмотки.

В расчете перехода в нормальное состояние секционированного магнита важным является начальный этап (когда происходит быстрое распространение НФ по обмотке), от которого зависит, какая часть обмотки перейдет в нормальное состояние, равномерной ли будет нагрузка секций (шунтов), каких значений достигнут силы Лоренца в результате перераспределения токов между секциями. Как правило, в обмотках преобладает поперечное распространение НФ над продольным. Обмотки 3 (2) -х размерные и конечные. Из-за ограничений, которые в себе заключают предпосылки, модель не очень подходит для инженерных вычислений.

Программа *QUENCH* /6/, /7/ является численной версией аналити-

ческой модели /6/ (см. 3.1.).

Программа, похожая на аналитическую модель, основана на скорости распространения НФ в неизотропическом континууме. Нормальная область носит сначала форму эллипсоида, в котором в каждом шаге по времени пропорционально скорости распространения добавляются следующие "корки". "Корки" адиабатические. Можно учесть ограниченность обмотки.

В каждом шаге по времени вычисляется ток в обмотке, скорость распространения НФ, температура и сопротивление "корки" и сопротивление всей обмотки. Значения ϵ, ρ зависят от температуры. Можно учесть охлаждение по каналам внутри обмотки. Магнит может работать в режиме "замороженного тока", с эвакуацией энергии на наружное сопротивление, с индуктивно связанной вторичной обмоткой или же разделением на секции.

Модель развивалась другими авторами /11/, /12/. В /13/ описывается ее модификация для системы диполей с железом с индуктивной и тепловой связью. Учитывается зависимость индуктивности магнита от транспортного тока. Поперечное распространение не задается скоростью, а вычисляется с помощью дифференциального уравнения распространения тепла.

3.3. Эмпирико-численные модели

Скорость поперечного распространения НФ сильно зависит и от состава обмотки и от технологии ее изготовления. Расчет скорости целесообразно подтвердить экспериментом. Для прикладных расчетов переходного процесса естественно использовать эмпирические данные прямо в программе, моделирующей процесс.

Модель /I4/, /I5/ воплощает переход соленоида с защитой секционированием. Ее цель - анализ сил Лоренца.

Продольным распространением пренебрегается в сравнении с поперечным, которое исследуется экспериментально. Зависимость времени прыжка НФ между двумя проводами измеряется при разных значениях магнитной индукции и тока и аппроксимируется рациональной дробной функцией, которая потом экстраполируется на провода другого сечения, состава и изоляции. Считается, что c' пропорционально T^3 и не зависит от отношения объемов матрицы и сверхпроводника, пренебрегается c'' межвитковой изоляции. Реальное магнитное поле описывается линейной функцией, зависящей от координаты точки в магните.

На основе времени прыжка выводится формула для приращения нормальной области тепловым распространением в течение шага по времени. В расчете перехода в каждом шаге после вычисления токов и магнитного поля ищут новую границу нормальной области. Она может быть результатом или теплового распространения, или повышения локального магнитного поля в секции.

Программа SSC*/I3/ предназначена для моделирования перехода в системе дипольных магнитов с железом с индуктивной и тепловой связью. Учитывается зависимость индуктивности магнита от транспортного тока. Формула для скорости продольного распространения НФ включает отвод тепла в окрестности провода. Поперечное распространение НФ описывается экспериментальным временем прыжка НФ между проводами. Продольной теплопроводностью в нормальном состоянии не пренебрегают, предполагают косинусовое распределение температуры в окрестностях нормальной области.

3.4. Двухэтапные численные модели

Методика /16/ была предложена для моделирования перехода в больших, стационарно стабилизированных, охлаждаемых погружением магнитах с монолитным проводом в реальных термодинамических условиях.

В основе модели понятие скорости распространения НФ. Авторы модели исходят из того, что экспериментальные данные по процессам перехода больших магнитов довольно редки (их получение дорого и связано с риском). Поэтому эти данные дополняют расчетными. Они разработали 1, 2 и 3-х мерные численные модели теплового распространения НФ в обмотках при разных термогидравлических условиях ("сухой провод", жидкий гелий, газообразный гелий) и отладили на доступных данных. Полученные таким образом скорости были аппроксимированы рациональными дробными функциями параметров обмотки.

Когда моделируется переход магнита, рост нормальной области и распространение в ней тепла вычисляются при помощи довольно грубой сетки методом конечных разностей. Скорость распространения зависит от локального значения магнитной индукции.

3.5. Одноэтапные численные модели

В двухэтапной численной модели /16/ учитывается распространение тепла в нормальной области. Вполне корректное решение задачи по переходу обмотки получается в одноэтапных численных моделях, основанных на совместном решении системы нестационарных дифференциальных уравнений для токов в обмотке и уравнения в частных производных для распространения тепла.

В одноэтапных численных моделях охватывается без искажений

широкий спектр явлений. В них рассматривается истинная электрическая схема, форма обмотки, свойства материалов, 2 (3) -х мерное магнитное поле; можно учесть нагрев сверхпроводящей обмотки из-за изменения электромагнитного поля, влияние гелия, находящегося в обмотке. Более того, с их помощью можно полностью проанализировать неустановившиеся тепловые процессы, так как в них не используется понятие скорости распространения НФ. Можно учесть теплоотвод на границах обмотки. При помощи представления о среде сплошной в одном (вдоль проводов) и прерывистой в других двух (поперек проводам) направлениях они обходятся без идеи неизотропного континуума. Из сравнений с экспериментальными данными вытекает, что результаты расчетов довольно точны.

Недостатком численных методов является большая трудоемкость подготовки программы и высокие требования к средствам вычислений (программа /17/ нуждается в 5 - 10 минутах работы ЭВМ "CRAY-I", мощность которой 10^8 арифметических операций в секунду). Неоднородная структура обмотки и резкость границы между сверхпроводящей и нормальной фазами приводят к необходимости использовать густую сетку (10^4 точек в /17/). Электрические схемы содержат, как правило, индуктивно связанные обмотки. Имелись бы в задачу процессы с разными постоянными времени, нарушающие устойчивость вычислений. Но даже без них приходится употреблять неявные методы вычислений (200 - 500 шагов по времени в /17/).

Из пяти следующих моделей переходной процесс рассматривается в первых трех. Модель /8/ создана для расчета перераспределения токов в секционированной обмотке. Программа /19/ реализует 1-мерную модель обмотки секционированной по сверхпроводнику и по току. Программа /18/ предназначена для расчета переходного процесса ме-

тодом решения 3-х мерного уравнения распространения тепла; ее математическое обеспечение полнее всех других. Модели /21/, /22/ включены в настоящий обзор по родственности тематики. На основе решения уравнения распространения тепла и формул для тепловыделения в сверхпроводнике в изменяющемся электромагнитном поле вычисляются нагрев обмотки и уменьшение ее максимального тока в результате нагрева.

Модель /8/ создана для расчета процесса перехода сверхпроводящего соленоида с защитой шунтированием секционированной обмотки низкоомными сопротивлениями.

Провод считается локально адиабатичным. Пренебрегается зависимостью свойств материалов от величины магнитной индукции и нагревом сверхпроводящих областей, сопровождающим изменения магнитного поля. Учитывается зависимость величин ρ_c NbTi и меди и ρ_s меди от температуры. Распространение ИФ вызвано превышением критического тока. В итоге получается зависимость токов и средних температур секций от времени.

Модель /19/, /20/ создана для описания процессов перехода и защиты сверхпроводящего соленоида, секционированного по сверхпроводнику и по току.

Ток источника распределяется по секциям делителем на резисторах. Медные элементы каркаса магнита, индуктивно и тепловым образом хорошо связанные с обмоткой, ускоряют распространение ИФ. При расчете учитывается разделение тока между сверхпроводником и матрицей, зависимость величин ρ_c , k , ρ_s от температуры и критического тока от температуры и от магнитной индукции. Нагрев сверхпроводящих областей в переменном электромагнитном поле в явном виде не

указан. В обмотке может присутствовать газообразный гелий. Модель одномерная (учитывает распространение НФ по радиусу).

Из-за одномерности распространения НФ и сложного характера обмотки задача на распространение тепла сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, которая решается неявным методом. Модель не подходит для соленоидов, у которых нельзя пренебречь конечным временем распространения НФ вдоль обмотки относительно времени распространения вдоль радиуса.

В модели /17/, /18/ считается переходной процесс в несекционированном соленоиде, замкнутом на малое сопротивление.

Обмотка пропитана эпоксидом. Приближения для величин c , l зависят от температуры, для ρ и критического тока от температуры и магнитной индукции. Нагревом сверхпроводника из-за изменения магнитного поля пренебрегается. Модель 3-х мерная. Тепло отводится в жидкий гелий с поверхности обмотки.

Уравнение для распространения тепла решается методом конечных разностей с управляемым объемом (Кранк-Нихольсонова неявная схема). Узел сетки представляет собой отрезок провода с прилегающей изоляцией и пропиткой. Расчет ведется попеременно в плоскостях (r, z) и по азимуту. В ходе расчета меняется количество узлов и шаг по времени. Переход может быть вызван или достижением критического тока или подачей тепла нагревателем. Совпадение рассчитанных и измеренных зависимостей тока и температуры вполне удовлетворительно.

Программа /21/ создана для моделирования устойчивого распределения температур и расчета максимального тока в соленоиде с переменным полем.

Исследуется несекционированный соленоид, в пропитанную обмотку которого встроены медные "тепловые стоки". Стационарная 2-х мерная задача решается в неизотропной сплошной среде (здесь оправданной). Аппроксимации для величины " k " и критического тока содержат зависимость от температуры и магнитной индукции. Нагрев обмотки вызван гистерезисными и вихревыми потерями в переменном электромагнитном поле. На поверхности обмотки предполагается постоянная температура жидкого гелия. Уравнение для распространения тепла решается итерационным методом в прямоугольной эквидистантной сетке. Сравнение расчетного и измеренного тока указывает, по мнению авторов модели, либо на недоценку теплопроводности обмотки, либо на ошибки в эксперименте.

Модель /22/ предназначена для расчета максимального тока магнита, запитываемого с постоянной скоростью роста тока.

Отсутствием перехода оправдывается использование 2-х мерного неизотропного континуума. Величина " k " постоянна, неизотропна, величина " c " зависит от температуры, " ξ " меди и критический ток от температуры и магнитной индукции. Источником тепла являются гистерезисные и вихревые потери в сверхпроводящем проводе в изменяющемся электромагнитном поле. Отвод тепла с поверхности обмотки определяется свойствами изоляционного слоя. Зависимость тока от времени приводит к нестационарности распространения тепла. Вычисление ведется неявным методом конечных разностей. Проверка модели сравнением расчетного и измеренного максимального тока показывает хорошее совпадение.

4. КРИТЕРИИ ДЛЯ ВЫБОРА МОДЕЛИ

В выборе модели, подходящей для конкретной задачи, решающими являются полнота физической картины и приспособляемость к конкретному техническому решению, расходы на подготовку и расчет, полнота и точность результатов. Далее важно, чтобы избранные подходы были физически и математически корректными и численно реализуемыми. Также нужно учесть, была ли похожая модель уже кем-нибудь разработана, можно ли в ее рамках проводить "измерения" и в какой степени ее можно проверить экспериментально.

С точки зрения полноты физической картины важно, рассчитывается ли нагрев сверхпроводящей обмотки в изменяющемся электромагнитном поле, происходит ли разделение тока между сверхпроводником и матрицей вблизи перехода, правильность определения температур перехода, присутствие гелия в обмотке (и его термогидравлика), нестационарная теплопередача к жидкому гелию, распространение тепла в сверхпроводящей и нормальной областях, устойчивость распространения НФ, теплоотвод на границах обмотки, истинное распределение магнитного поля, влияние намагниченности провода на магнитное поле в обмотке, зависимость индуктивностей от магнитной индукции в магнитах с железом, размерность, зависимость величин c, k, g' и критического тока от температуры и магнитной индукции.

С точки зрения приспособляемости модели к конкретному техническому решению, важно, учитывает ли она поведение источника тока и системы защиты, структуру обмотки, наличие металлических бандажа и каркаса, истинное расположение границ, соответствуют ли электрофизические и теплофизические (а именно поперечная теплопроводность) характеристики реальной обмотке.

Самыми элементарными результатами расчета являются максимальная температура, максимальное резистивное падение напряжения на

нормальной области и зависимость тока от времени. При более полном расчете находят распределение температуры по обмотке и системе защиты, электрические напряжения на обмотке и системе защиты и силы Лоренца.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Цель настоящего обзора по проблематике математического моделирования процессов перехода сверхпроводящих магнитов в нормальное состояние состояла в выработке подходящего метода для изучения перехода и защиты СМ для спектрометра "Сфера".

Аналитико-^{численный} метод представляется наиболее подходящим по следующим причинам: Возможности аналитических моделей слишком ограничены. Эмпирико-численные модели основываются на сложных измерениях; В двухэтапных численных моделях не обойтись без трудоемкого предварительного расчета численными методами простого теплового распространения НФ. Одноэтапные численные модели очень требовательны в подготовке программы и в самом расчете.

Аналитико-численные модели физически наглядны и модифицируемы. После тщательной экспериментальной проверки их можно считать достаточно надежными. Их требования к вычислительным средствам не очень высоки.

Разрабатывая модель, желательно учесть: тепловое распространение НФ, перераспределение токов между секциями обмотки, нагрев сверхпроводящих областей при изменении электромагнитного поля, разделение тока между сверхпроводником и матрицей вблизи перехода, истинное распределение магнитного поля, распространение тепла в НФ, влияние бандажа на электромагнитные и тепловые процессы, за-

зисимость величин ϵ , k , ρ и критического тока во всем необходимом диапазоне температуры и магнитной индукции. Нагрев сверхпроводящей обмотки в изменяющемся электромагнитном поле нужно рассчитывать, принимая во внимание изменение не только величины, но и направления вектора магнитного поля в секционированном соленоиде.

Необходимо получить экспериментальные данные по нагреву сверхпроводника в изменяющемся электромагнитном поле, электрическом сопротивлении провода, поперечной теплопроводности обмотки, отношении поперечной и продольной скоростей распространения НФ. Результаты моделирования целесообразно проверить на экспериментальном соленоиде.

Для оценок, когда особая точность не нужна, подходит наглядная аналитическая модель /6/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Русинов А. Н., Кривошуккая Н. В. Расчет скорости движения нормальной зоны и кинетика разрушения сверхпроводимости в соленоиде с тонкой обмоткой. Труды ФИАН, М., "Наука", 1984, т. 150, с. 70.
2. Cherry R. H., Gittleman J. I. Thermal and electrodynamic aspects of the superconductive transition process. Solid State Electronics, 1960, v. 1, p. 287.
3. Broom R. P., Rhoderick E. H. Thermal propagation of a normal region in a thin superconducting film and its applications to a new type of bistable element. Brit. J. Appl. Phys., 1960, v. 11, No. 7, p. 292.
4. Funaki K., Ikeda K., Takeo M. et al. Normal zone propagations inside a layer and between layers in a superconducting coil. IEEE Trans. on Magn., 1987, v. MAG-23, p. 1561.
5. Steckly E. J. J. Theoretical and experimental study of an unprotected superconducting coil going normal. Adv. Cryog. Engng., 1963, v. 8, p. 585.
По русски в кн.: Сверхпроводящие соленоиды. М., "Мир", 1965, с. 188.
6. Wilson M. H. Superconducting magnets. Oxford, "Clarendon Press", 1983, p. 200.
По русски: Сверхпроводящие магниты. М., "Мир", 1985, с. 239.
7. Wilson M. H. Rutherford Laboratory Report, RHEL/M151, 1968.

8. Карасик В. Р., Кривошуккая Н. В., Русинов А. И. Анализ электромагнитных процессов в секционированном сверхпроводящем соленоиде. Труды ФИАН, М., "Наука", 1980, т. 121, с. 52.
9. Русинов А. И. О некоторых особенностях движения нормальной зоны в сверхпроводниках с током в адиабатических условиях. Труды ФИАН, М., "Наука", 1984, т. 150, с. 91.
10. Atherton D. L. Theoretical treatment of internal shunt protection for superconducting magnets. *J. Phys. E: Sci. Instr.*, 1971, v. 4, p. 653.
11. Hassenzahl W. Quench - modification and documentation. Rept. GEN, SUPRA/78-61, Saclay, 1978.
12. Tominaka T. Quench simulation of a 3 T SSC dipole magnet. In: Report of the task force on quench protection and power supply operation. SSC-SR-1006, 1985.
13. Lopez G., Tominaka T. Quench simulation of 3 T SSC dipole magnets. *Adv. Cryog. Engng.*, 1984, v. 31, p. 47.
14. Williams J. E. G. Quenching in coupled adiabatic coils. *IEEE Trans. on Magn.*, 1985, v. MAG-21, No. 2., p. 396.
15. Williams J. E. G., Joshi G. The modeling of quench propagation in adiabatic superconducting magnets. Proc. of the 9-th Int. Conf. on Magn. Techn. (MT-9), Zurich, 1985, p. 594.

16. Christensen E. H., O'Loughlin J. M. Generalized multi-dimensional propagation velocity equations for pool-boiling superconducting windings. *IEEE Trans. on Magn.*, 1985, v. MAG-21, No. 2, p. 1079.
- 17.7 Kadambi V., Dorri B. Current decay and temperatures during superconducting magnet coil quench. *Cryogenics*, 1986, v. 26, No. 3, p. 157.
18. Dorri B., Kadambi V. Thermal analysis of quench propagation in superconducting coils. *Numerical Heat Transfer*, 1986, v. 10, p. 165.
19. Eckert D., Gladun A., Möbius A. et al. Numerical treatment of the quenching process in superconducting magnet systems. *Cryogenics*, 1981, v. 21, No. 6, p. 367.
20. Eckert D., Lange F., Möbius A. A computer program simulating the quench of superconducting magnet systems. *Proc. of the 7-th Int. Conf. on Magn. Techn. (MT-7)*, Karlsruhe, 1981, p. 1807.
21. Mulder G. B. J., Reuvekamp B. M. G. M., Klundert van de L. J. M. The application of heat drains in superconducting solenoids for A. C. purposes. *Proc. of the 11-th Int. Conf. Cryog. Eng. Conf. (ICEC-11)*, Berlin, 1986.
22. Laskaris T. B. Transient thermal analysis of epoxy-impregnated superconducting windings in linearly ramped fields. *Journ. of Heat Transfer*, 1978, v. 100, p. 702.