

СЛБЗ

В-19

ВАСИЛИШИН Б.В и др.

+

Б2-9-4063,

Б2-9-4063

Василишин Б.В., Кулакова Е.М., Панченко Л.М.,
Фёдорова Р.Н.

52-9-4063-

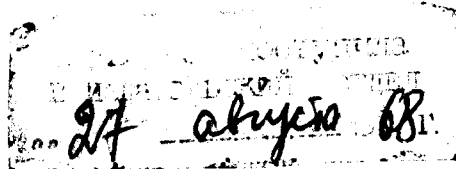
~~арх. 256~~

РАСЧЁТ МЕДЛЕННОГО РЕЗОНАНСНОГО
ВЫВОДА ПРОТОННОГО ПУЧКА ($\nu_R = 1/2$)

О И Я И

Л В Э , Л В Т А

с.ф. 2320



г. Дубна, 1968 г.

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

В В Е Д Е Н И Е

В настоящей работе рассмотрен метод расчёта медленного резонансного вывода протонов из синхрофазотрона ЛВЭ с использованием резонанса радиальных бетатронных колебаний $\underline{\nu}_R = 1/2$. Для вывода пучка с высокой эффективностью необходимо детально исследовать особенности движения протонов в условиях резонанса с учётом реальных характеристик магнитного поля и структуры ускорителя. Подобного рода расчёты, как правило, выполняются на ЭВМ [1,2]. Медленный вывод протонов для синхрофазотрона рассчитывался на ЭВМ класса БЭСМ-3.

Схема медленного вывода, основанная на резонансе $\underline{\nu}_R = 1/2$, предложена в работе [3]. Условия, необходимые для развития указанного резонанса, должны создаваться в наружной части рабочей области вакуумной камеры ускорителя [4]. Пучок, находящийся к началу вывода во внутренней невозмущённой части камеры, тем или иным способом медленно смещается в резонансную область. Медленный вывод является результатом резонансного нарастания амплитуд свободных колебаний и постепенного заброса протонов циркулирующего пучка в зазор септум-магнита. Длительность вывода определяется скоростью смещения равновесной орбиты. Протоны выводятся таким образом на протяжении $10^4 + 5 \cdot 10^5$ оборотов. В настоящей работе предполагается, что импульс протонов в течение вывода остаётся постоянным, а пучок будет смещаться наружу за счёт медленного уменьшения во времени магнитного поля ускорителя.

В таблице I приведена зависимость показателя поля \bar{n} от радиуса с резонансной добавкой $\underline{\Delta n}$ в I и II квадрантах и исходная

зависимость \bar{n} от радиуса в III и IV квадрантах. Резонансное возмущение $\Delta\bar{n}$ занимает по радиусу область от $R = 2780$ см до $R = 2840$ см. При этих условиях средняя величина \bar{n} за оборот составляет 0,79. Для ускорителя с 4-мя прямолинейными промежутками длиной L эта величина получается из выражения:

$$\underline{v}_R = 1/2 = \sqrt{1-\bar{n}} \left(1 + \frac{L}{\pi R_0} \right), \quad (I)$$

где $R_0 = 2800$ см - центральный радиус ускорителя. Измерения \bar{n} и $\Delta\bar{n}$ были произведены при индукции 12600 гс с шагом 5 см. Предварительные аналитические расчёты показали, что величина $\Delta\bar{n} = 0,3$ в указанной области (таблица I) достаточна для развития резонанса. Численные расчёты на ЭВМ подтвердили это.

Резонансные условия в синхрофазотроне ЛВЭ создаются с помощью 4-х проводников, расположенных на верхнем и нижнем полюсах I и II квадрантов ускорителя (рис. I). Нужно отметить, что обратные витки проводников 2 и 4 всегда замкнуты наружу от R_0 , а обратные витки проводников I и 3 могут быть замкнуты, как внутрь от R_0 (в дальнейшем этот случай назван "поле I"), так и наружу ("поле 2"). Септум - магнит для медленного вывода будет расположен, также как и для быстрого, в прямолинейном промежутке между II и III квадрантами ускорителя. Край его зазора (септум) находится на расстоянии 20 см от продольной оси прямолинейного промежутка.

2. Постановка задачи и метод расчёта.

При моделировании медленного резонансного вывода протонов на ЭВМ по описанной выше схеме рассчитывалась радиальная проекция траектории в магнитной медианной плоскости ускорителя ($\bar{z} = 0$, $\underline{V}_R = 0$, $\underline{V}_\varphi = 0$). Основанием для расчёта только радиальной проекции служит тот факт, что изменение \bar{n} в ускорителе, вызывающее резонанс $\underline{V}_R = 1/2$, несущественно влияет на вертикальное движение частиц. Кроме того, подобный расчёт потребовал бы на ЭВМ класса БЭСМ-3 слишком большого времени. Движение протонов в магнитном поле синхрофазотрона (при отсутствии ускорения) описывалось с помощью полных (нелинеаризованных) уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 R}{dt^2} - R \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 &= \frac{e}{mc} R \frac{d\varphi}{dt} B_z \\ R \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2 \frac{dR}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt} &= - \frac{e}{mc} \frac{dR}{dt} B_z \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

здесь B_z - вертикальная компонента поля ускорителя, e и m - заряд и масса протона, c - скорость света, t - время, (R, φ) - полярные координаты. Центр полярной системы координат в каждом квадранте ускорителя совпадает с центром кривизны квадранта (рис. I). Эффективная длина квадранта ускорителя по азимуту независимо от радиуса принималась равной $\pi/2$. Это является первым упрощением при расчётах. В действительности эффективная длина квадранта на центральном радиусе при индукции 12600 гс составляет $89^\circ 52'$. Четыре прямолинейных промежутка ускорителя, длиной 800 см каждый, рассматривались как свободное пространство.

Для сокращения времени счёта система уравнений (2) была заменена одним уравнением с интегрированием по φ :

$$R \frac{d^2 R}{d\varphi^2} - 2 \left(\frac{dR}{d\varphi} \right)^2 - R^2 = \frac{B_z}{B_{z0} R_0} \left[R^2 + \left(\frac{dR}{d\varphi} \right)^2 \right]^{3/2} \quad (3)$$

При получении этого уравнения использовано равенство

$$\overline{rc} = - \frac{B_{z0} R_0}{R} \quad , \text{ где } B_{z0} \text{ - вертикальная компонента поля на центральном радиусе } R_0 \text{ ускорителя } R_0.$$

Интегрирование по φ удобно также тем, что номера оборотов N отсчитываются через 2π .

В промежутках между квадрантами значения R и $\frac{dR}{d\varphi}$ пересчитывались с выхода предыдущего квадранта на вход следующего по формулам:

$$R_{\text{вх}} = R_{\text{вых}} + \frac{dR_{\text{вых}}}{d\varphi} \cdot \frac{800}{R_{\text{вых}}} \quad , \quad (4)$$

$$\frac{dR_{\text{вх}}}{d\varphi} = \frac{dR_{\text{вых}}}{d\varphi} + \left(\frac{dR_{\text{вых}}}{d\varphi} \right)^2 \frac{800}{R_{\text{вых}}^2} .$$

Как уже указывалось, смещение равновесной орбиты наружу производится за счёт медленного уменьшения во времени основного поля ускорителя. Таким образом, основное поле во всем ускорителе будет функцией времени, добавочное поле в I и II квадрантах от времени не зависит. Поскольку изменение основного поля во времени мало ($\sim 10^{-3}$ гс/оборот), в первом варианте программы оно считалось постоянным в течение оборота и изменялось дискретно. В дальнейшем учитывалось изменение поля на каждом шаге интегрирования. И основное и добавочное поле считалось в данном расчёте азимутально-однородным во всех квадрантах ускорителя (что является вторым упрощением), а по радиусу описывалось, как функция $\bar{n}(R)$ и $\Delta \bar{n}(R)$. В случае зависимости показателя поля $\bar{n} = - \frac{d B_z}{d R} \cdot \frac{R}{B_z}$ от радиуса, выражение поля через $\bar{n}(R)$ и B_{z0} будет иметь вид:

$$B_z(R, \bar{n}) = B_{z0} e^{-\int_{R_0}^R \frac{\bar{n}(R)}{R} dR} \quad . \quad (5)$$

С учётом изменения во времени (от оборота к обороту) поле в III и IV квадрантах будет:

$$B_z(R, n) = B_{z0} e^{-\int_{R_0}^R \frac{n(R)}{R} dR} (1 - \gamma N), \quad (6)$$

здесь $\gamma = \frac{d B_z}{d t} \frac{T}{B_{z0}}$ - безразмерная скорость изменения поля за оборот T - период обращения протона,

N - номер оборота, отсчитываемый от начала смещения равновесной орбиты наружу. Первоначально была выбрана величина

$B_z = 330$ гс/сек, при которой равновесия орбита сместится, например, с $R = 2790$ см до $R = 2800$ см за 38 мсек.

В этом случае $\gamma = \gamma_0 = 0,177 \cdot 10^{-7}$.

В I и II квадрантах ускорителя к основному полю добавится независящее от времени поле, создаваемое резонансными обмотками, и также выраженное через B_{z0} :

$$B_z(R, n + \Delta n) = B_{z0} \left\{ e^{-\int_{R_0}^R \frac{n}{R} dR} (1 - \gamma N) + \left(e^{-\int_{R_0}^R \frac{n + \Delta n}{R} dR} - e^{-\int_{R_0}^R \frac{n}{R} dR} \right) + A \right\}, \quad (7)$$

Слагаемое $A = e^{-\int_{R_0}^{R_1} \frac{n}{R} dR} - e^{-\int_{R_0}^{R_1} \frac{n + \Delta n}{R} dR}$ вводится только для описа-

ния "поля I". При расположении проводников в камере на радиусах 2805 см и 2815 см $R_1 = 2810$ см, т.е. это та точка, где добавочное поле между проводниками равно нулю. Поскольку

для удобства вычисления поля нижний предел интегрирования всегда выбран равным R_0 , необходимо вводить слагаемое A ,

чтобы $B_z(2810, \bar{n}) = B_z(2810, \bar{n} + \Delta \bar{n})$.

Как уже указывалось, перед началом вывода пучок будет смещён во внутреннюю часть камеры и равновесная орбита будет иметь некоторый радиус R_H . Это означает, что при

$\overline{r_c} = -e B_{z0} R_0$ величина поля в начальный момент времени на R_H должна быть изменена в k раз, исходя из равенства $B_{z0} R_0 = k R_H \overline{B_z}(R_H)$, где $\overline{B_z}(R_H) = \frac{B_z(n+\Delta n, R_H) + B_z(\bar{n}, R_H)}{2}$ - среднее поле на радиусе R_H .

В окончательном виде поле в II и IV квадрантах:

$$B_z(R, \bar{n}) = k B_{z0} e^{-\int_{R_0}^R \frac{n(R)}{R} dR} (1 - \gamma N); \quad (8)$$

в I и II квадрантах

$$B_z(R, n+\Delta n) = k B_{z0} \left\{ e^{-\int_{R_0}^R \frac{n(R)}{R} dR} (1 - \gamma N) + \left(e^{-\int_{R_0}^R \frac{n+\Delta n}{R} dR} - e^{-\int_{R_0}^R \frac{n}{R} dR} \right) / A \right\}. \quad (9)$$

Для случая "поля 2" B_z в I и II квадрантах описывается выражением:

$$B_z(R, \bar{n}+\Delta n) = B_{z0} k \left\{ e^{-\int_{R_0}^R \frac{n}{R} dR} (1 - \gamma N) + \left(e^{-\int_{R_0}^R \frac{n+\Delta n}{R} dR} - e^{-\int_{R_0}^R \frac{n}{R} dR} \right) / C \right\}. \quad (10)$$

Здесь $C = e^{-\int_{R_0}^R \frac{\Delta n}{R} dR}$. В данном случае R_2 соответствует

внутреннему радиусу ускорителя, начиная с которого $\Delta n = 0$.

Деление $B_z(R, \bar{n}+\Delta n)$ на величину C приводит к равен-

ству полей $B_z(R, \bar{n}+\Delta \bar{n})$ и $B_z(R, \bar{n})$ во внутренней

части камеры. На рис. 2 приведено распределение $B_z(R)$ в

III и IV квадрантах (кривая A) и в I и II квадрантах для "поля

I" (кривая 1) и "поля 2" (кривая 2) при величине

$\Delta \bar{n} = 0,3$. Как видно из этих кривых при "поле I" во внутрен-

ней части камеры существует первая гармоника азимутальной

асимметрии, амплитуда которой зависит от радиуса. Например,

на $R = 2790$ см амплитуда этой гармоники составляет 0,148% от B_{20} .

ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ.

Программа для расчёта медленного вывода составлялась с учётом требования минимального времени счёта при удовлетворительной точности результатов. Поэтому для вычисления B_{φ} по формулам (8), (9) и (10) были предварительно получены функции $f_1 = e^{-\int_{R_0}^R \frac{a^n}{R} dR}$ и $f_2 = e^{-\int_{R_0}^R \frac{A^n}{R} dR}$ в виде таблиц с шагом 0,2 см. Таблицы функций f_1 и f_2 получены с абсолютной точностью 10^{-10} . Текущие значения f_1 и f_2 в процессе интегрирования находились линейной интерполяцией, что обеспечивало необходимую точность вычислений (значения f_1 и f_2 , полученные квадратичной интерполяцией, отличались от соответствующих значений f_1 и f_2 , полученных линейной интерполяцией, меньше, чем на $10^{-6}\%$). Аналитическое представление f_1 и f_2 в виде рядов оказалось нецелесообразным из-за увеличения времени счёта.

На рис. 3 приведена блок-схема программы медленного вывода (программа 888). Интегрирование ^{уравнения} управления (3) производится методом Рунге-Кутты (СП-0045). В соответствии с этим программа состоит из 2-х основных частей: блок вычисления правой части уравнения F и блок обработки результатов Φ , с которыми взаимодействует СП-0045. В зависимости от значения азимута φ B_{φ} вычисляется по формуле (8) для III и IV квадрантов и формулам (9) или (10) для I и II квадрантов. Величины k , $A = e^{-\int_{R_0}^{R_1} \frac{a^n}{R} dR} - e^{-\int_{R_0}^{R_2} \frac{a^n}{R} dR}$ и $C = e^{-\int_{R_0}^{R_2} \frac{A^n}{R} dR}$ выведены

в начальные условия. Изменяя k , мы задаём различные начальные положения равновесной орбиты. Полагая $C = I$ и задавая A , получаем "поле 1". Для перехода к "полю 2" необходимо положить $A = 0$ и задать C .

Зависимость поля от времени определяется множителем $(I - \gamma N)$ или $(I - \gamma \Phi)$, где $\Phi = 2\pi N + \varphi$ - полный угол от начала счета,

φ - текущий угол от начала $N+1$ оборота. В блоке F величина $\gamma \Phi$ получается, как сумма $\gamma^{(1)} + \gamma^{(2)} + \frac{\varphi - \varphi_2}{2\pi} \gamma$.
Здесь $\gamma^{(1)} = \gamma N$ относительное изменение поля за предыдущие N полных оборотов; $\gamma^{(2)} = \frac{\varphi - \varphi_2}{2\pi} \gamma$ - относительное изменение поля от начала текущего оборота (φ_2 - счетчик угла от начала оборота); и $\frac{\varphi - \varphi_2}{2\pi} \gamma$ - относительное изменение поля на длине текущего шага интегрирования. Нужно отметить, что, хотя результаты расчётов со ступенчатым и непрерывным изменением поля существенно не отличаются, в настоящее время нами используется последний метод.

Расчёт движения протонов начинается в азимута $\varphi = 0$, соответствующего входу в I квадрант. В качестве начальных условий для каждого протона задаются R и $\frac{dR}{d\varphi}$ на этом азимуте. На каждом шаге интегрирования проверяется условие $\varphi_1 < \pi/2$ (см. блок-схему программы). Нарушение этого условия означает выход на конец квадранта. Чтобы обеспечить точный выход шага интегрирования задаются кратными $\pi/2$. Поскольку расчёт вывода длительно-стью до нескольких десятков мсек, требует на ЭВМ класса БЭСМ-3 (или-4) большого времени, была применена следующая методика.

Уменьшение магнитного поля, т.е. смещение орбиты наружу, производится с ^{двумя} разными скоростями k_1 и k_2 . Во внутренней

части камеры орбита смещается с некоторой достаточно большой скоростью γ_1 . По достижении заданного радиуса R_1 или номера оборота $N_{отр}$ включается вторая меньшая скорость. Для этого в блоке Φ на азимуте π производится проверка условия $R > R_1$ и $N^{(v)} > N_{отр}$ (см. X) Величины γ_1, γ_2, R_1 и $N_{отр}$ выведены в начальные условия. При расчётах с ^{этим} величинами γ_1 и γ_2 предварительно было проверено, что при движении пучка во внутренней части камеры число оборотов обратно пропорционально γ . Например, чтобы достигнуть $R = 2800$ см частице требуется сделать 413 оборотов при $\gamma = 100 \gamma_0$ и 4134 оборота при $\gamma = 10 \gamma_0$. На основании этого полное число оборотов считается, как $N = N_1 \frac{\gamma_1}{\gamma_2} + N_2$, где N_1 и N_2 число оборотов, сделанное частицей со скоростями γ_1 и γ_2 , соответственно.

В программе предусмотрена печать участков траектории на каждом шаге интегрирования на протяжении 128 шагов через каждые N^* оборотов. Число N^* также выведено в начальные условия. Расчёт траектории заканчивается после того, как отклонение протона достигает $R \gg R_2 = 2820$ см, т.е. протон попадает в зазор септум-магнита. При этом ^{печатаются} ~~начинаются~~ величины N, R и $\frac{dR}{d\varphi}$ на концах квадрантов на протяжении последних 10 оборотов. Предусмотрена возможность прерывания счёта с выводом на перфорацию всех параметров, необходимых для его продолжения.

х) Для организации сравнения числа оборотов с N^* (см. ниже) и ~~$N_{отр}$~~ необходимы кроме основного счётчика полного числа оборотов N ещё два вспомогательных счётчика оборотов $N^{(1)}$ и $N^{(2)}$

Существенным является вопрос о выборе шага интегрирования. Наиболее удобно было бы воспользоваться режимом работы СП-0045 с автоматическим выбором шага по заданной точности, Однако, это ^{заметно} существенно увеличивает время счёта. Поэтому был выбран режим с постоянным шагом. Для выбора оптимальной величины шага одна и та же траектория интегрировалась с разными шагами и результаты сравнивались. При шаге интегрирования $\frac{\pi}{32}$ после 3000 + 4000 оборотов ^{протона в зазор} глубина заброса отличалась на ~ 1 см, а угол на $\sim 0,04$ мрад по сравнению с результатами, полученными при шаге $\frac{\pi}{64}$, т.е. шаг $\frac{\pi}{32}$ обеспечивает приемлемую точность. Все основные расчёты производятся с шагом $\frac{\pi}{32}$. При этом на расчёт одного оборота требуется 1,1 сек. Однако, каждый раз при переходе к иной конфигурации поля следует проверять достаточную ли точность обеспечивает шаг $\frac{\pi}{32}$.

Детальные численные расчёты, описанным выше методом, позволяют произвести анализ движения протонов для длительности вывода до 20 мсек и более.

В настоящее время программа медленного вывода используется для выбора оптимального начального положения равновесной орбиты, размещения проводников, в камере, величины Δn и формы поля.

В заключение авторы пользуются случаем поблагодарить Закаменскую Л. за участие в составлении первого варианта программы.

Эмир Василь
Давид Федоров

Таблица I

	I и II квадрант	III и IV квадрант
2750	0,2	0,2
2255	0,36	0,36
2760	0,46	0,46
2765	0,52	0,52
2770	0,555	0,555
2775	0,59	0,59
2780	0,62	0,62
2785	0,65	0,635
2790	0,705	0,655
2795	0,78	0,67
2800	0,88	0,68
2805	0,995	0,695
2810	1,015	0,715
2815	1,03	0,73
2820	0,95	0,75
2825	0,875	0,765
2830	0,845	0,795
2835	0,85	0,835
2840	0,9	0,9
2945	0,975	0,975
2850	1,16	1,16

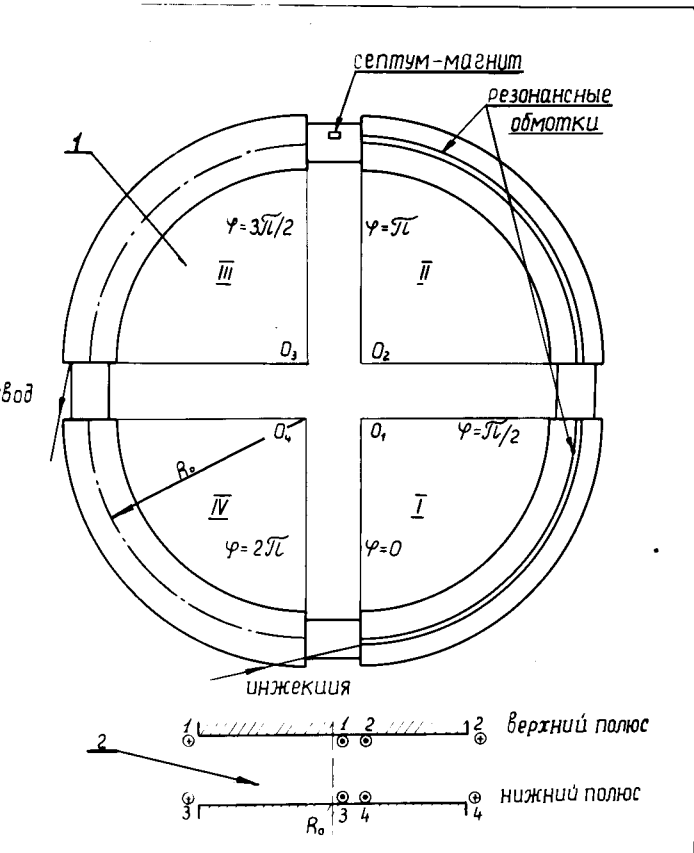
Зависимость от радиуса показателя поля \bar{n} с резонансной добавкой $\Delta \bar{n}$ в I и II квадрантах ускорителя и исходное распределение \bar{n} в III и IV квадрантах

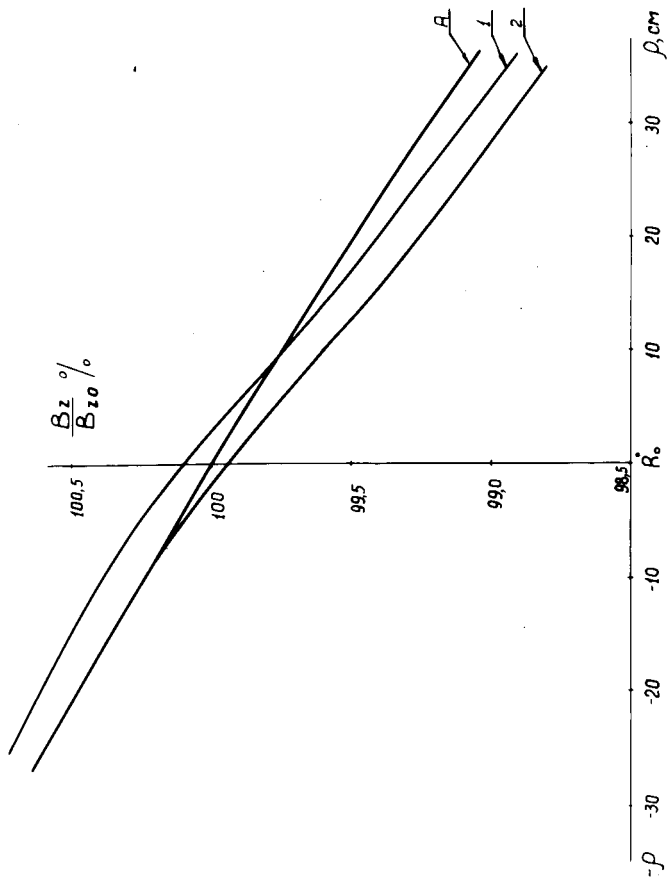
НАДПИСИ К РИСУНКАМ

- Рис. 1. I - система полярных координат, расположение резонансной обмотки и септум-магнита при медленном выводе.
2 - проводники резонансной обмотки на верхнем и нижнем полюсах I и II квадрантов ускорителя.
- Рис. 2. Зависимость B_z от радиуса в квадрантах III и IV (кривая A), в квадрантах I и II при "поле I" (кривая 1) и при "поле 2" (кривая 2). По оси абсцисс отложено расстояние $\pm \rho$ от центрального радиуса ускорителя R_0 по оси ординат — B_z/B_{z0} в процентах.
- Рис. 3. Блок-схема программы медленного вывода.

ЛИТЕРАТУРА

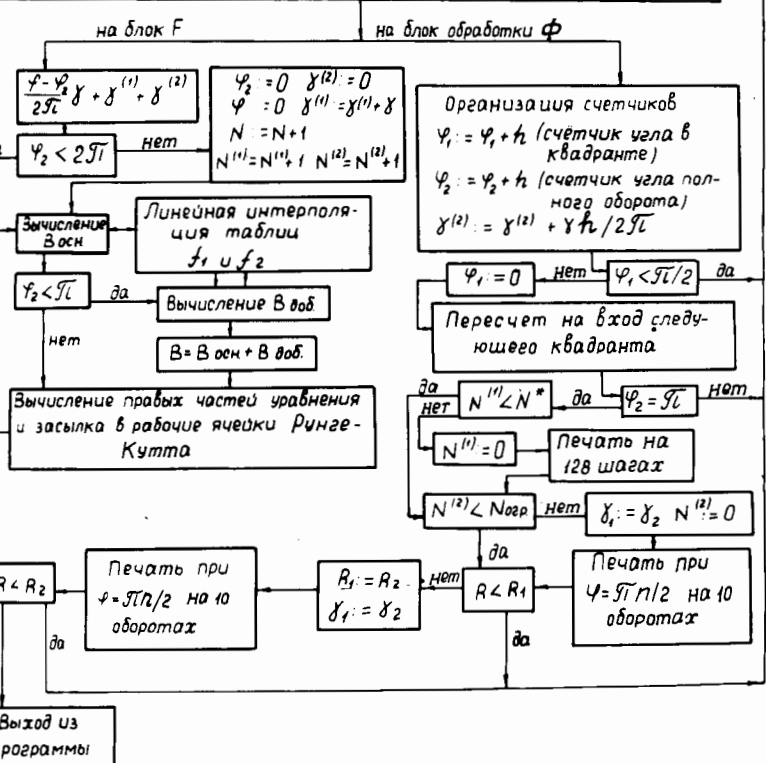
1. J. W. Beniot, K. B. Conner, J. Michgessner, F. C. Shoemaker
"The external proton beam for the Princeton-Pennsylvania accelerator" Proceeding of the First National Particle Accelerator Conference, Washington, 1965 - IEE Nuc. Sc. Trans., vol NS-12, no 3 962 (1965)
2. M. G. Barton, "Preliminary work on the slow extracted proton beam", BNL, AADD-86, 1965
3. К.П. Мызников. Препринт ОЯИ Р-2537, Дубна, 1966
4. Н. У. Негешад. Доклад на Международной конференции по ускорителям, Дубна, 1963.





Подготовка к началу работы СП-0045 (ввод таблиц для вычисления V_2 , засылка начальных условий в рабочие ячейки Рунге-Кутты)

СП-0045
 Программа интегрирования системы диф уравнений методом Рунге-Кутты, режим постоянного шага кратного $\pi/2$



Подготовка к началу работы СП-0045 (ввод таблиц для вычисления V_2 ,
засылка начальных условий в рабочие ячейки Рунге-Кутты)

СП-0045

Программа интегрирования системы диф уравнений методом
Рунге-Кутты, режим постоянного шага кратного $\mathcal{T}/2$

