

С323 5a

Л-394

Б 2-3-11460.

Ледницки Р.

1785/78



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Б 2-3-11460

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 19 78

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Лаборатория высоких энергий

Б2-3-11460

Р. ЛЕДНИЦКИ

БОЗЕ СИММЕТРИЯ И МНОЖЕСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
 π -МЕЗОНОВ

Конспект лекций

Копия поступила
в библиотеку ЦНИИ
.. 7 04 1978г.

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Л. ДУБНА

Дубна, 1978

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассматриваются корреляции тождественных π -мезонов, связанные с Бозе симметрией амплитуды соответствующего много-частичного процесса. Кратко изложен метод Кошлова-Подгорецкого (К-П). Показано, что параметризация К-П, полученная при рассмотрении простых моделей, имеет место и в общем случае - дается интерпретация соответствующих параметров R и τ . Получены оценки этих параметров в предположении, что источниками π -мезонов являются известные мезонные резонансы. Отмечается неоднозначность интерпретации полученных на эксперименте параметров R , τ (в частности, анизотропия параметра R сильно зависит от выстроенности спина резонанса) и важность исследования зависимости этих параметров не только от угла вылета θ пары π -мезонов, а также от скорости пары v (например, в отличие от тяжелых покоящихся источников, для источников-резонансов параметр R существенным образом зависит от v). Обсуждаются проблемы, связанные с определением параметров R и τ из экспериментальных данных.

I. Введение

В 1960 году Голдхабер и др. /1/ при анализе реакции $\bar{p}p \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^- n\bar{n}$, $n = 0, 1, 2$ в рамках статистической модели показали, что учет Бозе-симметрии приводит к возникновению положительной корреляции между $\bar{\pi}$ -мезонами с одинаковым зарядом и близкими импульсами $\vec{p}_1 \approx \vec{p}_2$; а именно

$$d\sigma_{++} \approx d\tilde{\sigma}_{++} (1 + e^{-a\vec{q}^2}) \quad (1)$$

где $\chi_{\mu} = p_{\mu} - p_{\mu}$, $d\tilde{\sigma}_{++}$ - сечение образования пары $\bar{\pi}$ -мезонов при выключенной интерференции. 12 лет спустя Копылов и Подгорецкий /2,3,4/ критически развили раб. /1/. Они заметили, что в анализе Голдхабера и др. был пропущен временной фактор и что, в общем случае, имеем

$$d\sigma_{++} \approx d\tilde{\sigma}_{++} (1 + f(p, q)) \quad (2)$$

где $p_{\mu} = \frac{1}{2}(p_{\mu} + p_{\mu})$. Функция $f(p, q)$ имеет следующие общие свойства: (а) $f(p, 0) = 1$, (б) $f(p, q) \rightarrow 0$, когда любая из компонент 4-вектора q достигает больших значений - скорость убывания $f(p, q)$, при этом, зависит от пространственно-временных характеристик области, из которой излучаются $\bar{\pi}$ -мезоны. В астрономии аналогичный эффект используется для измерения размеров звезд (так называемый эффект Ханбури Броун-Твисса /5/). Следуя этой аналогии, Копылов и Подгорецкий (К-П) рассмотрели в качестве модели испускание $\bar{\pi}$ -мезонов тяжелыми точечными осцилляторами со временем жизни τ , расположенными внутри некоторого

ограниченного объема (диска, фотосферы или эллипсоида). Например, для осцилляторов, распределенных равномерно на поверхности диска радиуса R , функция f имеет следующий вид (при наблюдении пар π -мезонов вдоль нормали диска \hat{n})

$$f = \frac{1}{1+(\tau q_0)^2} \left(2J_1(Rq_T)/Rq_T \right)^2, \quad (3)$$

где \vec{q}_T - компонента вектора \vec{q} , перпендикулярная к направлению наблюдения и $J_1(x)$ - функция Бесселя I-го порядка.

Близкие по духу рассуждения можно найти также в работах Шуряка^{/6/} и Кокони^{/7/}. В качестве $d\tilde{\sigma}_{++}$ К-П предложили использовать дифференциальное распределение пар нетождественных π -мезонов $d\sigma_{+-}$, т.е. изучать отношение $g = d\sigma_{++}/d\sigma_{+-}$, нормированное условием $g(p, q) = 1$ при достаточно больших q_r . Вскоре был обнаружен эффект в ряде экспериментальных работ. При этом g -распределение параметризовалось формулой (3) или ее приближенным (при малых q_r) видом:

$$g(p, q) = 1 + a \exp\left(-\frac{R^2}{4} q_T^2 - \tau^2 q_0^2\right). \quad (4)$$

В большинстве работ для параметров R и τ получены значения близкие к I-2 ферми. В качестве примера, в таблице I приводим результаты двух групп (см. также рис. 1 и 2). Именно большое

Таблица I

Реакция	p_{LAB} (ГэВ/c)	R (fm)	τ (fm/c)	a
$\bar{p}p$ /8/	22.4	3.0 ± 0.5	2.3 ± 0.8	0.4-0.8
$\bar{n}p$ /9/	16	1.84 ± 0.06	1.08 ± 0.11	0.49 ± 0.03
K^-p	16	1.84 ± 0.09	1.00 ± 0.15	0.41 ± 0.03
$\bar{p}p$	в покое	1.89 ± 0.06	1.52 ± 0.14	1.22 ± 0.08

значение параметра R , полученное для $\bar{p}p$ -взаимодействий при 22.4 ГэВ/с побудило нас привлечь для интерпретации данных движущиеся источники, например, резонансы /8/. Очевидно, что размер области испускания π -мезонов определяется в таком случае главным образом расстоянием, которое пролетает источник i до распада, т.е., $R \sim \beta_i \gamma_i \tau_i$ ($\sim 2 \text{ fm}$ для источников типа ρ -мезона, $\tau_\rho \approx 1.4 \text{ fm}/c$). Аналогичная модель рассматривалась детально в работах Томаса /10/ и Грассбергера /11/ на основании экспериментальных указаний на обильное образование резонансов в адронных взаимодействиях при высоких энергиях /12/. Следует отметить, что простая модель с движущимися источниками статистического типа (файерболами) была предложена К-П в раб. /3/, и что некоторые аспекты модели с резонансами в качестве источников обсуждались в эксклюзивной постановке в раб. /13/.

Работы К-П и др. вызвали большой интерес. Казалось, что измерение близких пар π -мезонов дает возможность изучать пространственно-временные характеристики области взаимодействия. В последнее время стало ясно, что интерференционные данные не имеют однозначной интерпретации. Для более глубокого понимания этих данных требуется дополнительная информация. Мы надеемся, что настоящие лекции не только помогут читателю освоить предмет, но и подскажут ответ на некоторые из имеющихся на сегодняшний день проблем.

2. Схема рассуждений Копылова-Подгорецкого

Допустим, что два точечных источника i, j испускают π -мезоны с энергиями ω_i и ω_j ; энергии измеряются детекторами 1 и 2 (см. рис. 3).

В соответствии с квантовой механикой и Бозе-симметрией, амплитуда регистрации двух π^+ -мезонов с энергиями ω_1 и ω_2 имеет вид

$$A(\omega_1, \omega_2) = A(\vec{z}_{i_1}, \omega_1) A(\vec{z}_{j_2}, \omega_2) + A(\vec{z}_{i_2}, \omega_2) A(\vec{z}_{j_1}, \omega_1), \quad (5)$$

где $A(\vec{z}, \omega)$ - амплитуда вероятности наблюдения π -мезона с энергией ω и радиус-вектором \vec{z} относительно положения источника в момент его включения. Для точечного источника i , который включился в начале координат в момент t_i , имеет ширину Γ_i' и энергию уровня ω_i' (Γ_i, ω_i - собственные ширина и энергия уровня) и движется со скоростью $\vec{\beta}_i$ на большом расстоянии $\sim r$ ($\rho z \approx \vec{\rho} \vec{r}$) от детектора, имеем

$$A(\vec{z}, \omega) \approx \frac{ig_0}{2\sqrt{2\pi}} \frac{e^{i(\vec{p}\vec{z} + \omega t_i)}}{(\omega - \vec{p}\vec{\beta}_i) - \omega_i' + i\Gamma_i'/2} \quad (6)$$

К-П получили формулу (6) при рассмотрении уравнения Клейна-Гордона, $(\nabla^2 - \partial^2/\partial t^2 - \mu^2) A(\vec{z}, t) = -4\pi j(\vec{z}, t)$ с током $j(\vec{z}, t) = g_0 \delta^{(3)}(\vec{z} - \vec{\beta}(t-t_i)) \exp[-i(\omega_i' - i\Gamma_i'/2)(t-t_i)] \theta(t-t_i)$. Эту формулу легко понять в случае, когда покоящийся источник ($\vec{\beta}_i = 0$) возбуждается в начале координат в момент времени $t_i = 0$. Амплитуда $A(\vec{z}, \omega)$ тогда должна совпасть (с точностью до несущественных факторов) с волновой функцией π -мезона в

состоянии резонанса, т.е., $\psi_e(\vec{z}, \omega) = - \frac{2l+1}{r} \frac{e^{i\rho z}}{z} P_l(\cos\theta)$.

$\frac{\Gamma_i/2}{\omega - \omega_i + i\Gamma_i/2}$. В общем случае произвольного тока $j(\vec{z}, t)$ амплитуда $A(\vec{z}, \omega)$ пропорциональна Фурье-образу тока, т.е., $A(\vec{z}, \omega) \approx A(\vec{\rho}, \omega) \sim j(\vec{\rho}, \omega) = \int j(\vec{x}, t) e^{-i\vec{\rho}\vec{x} + i\omega t} d\vec{x} dt$.

Плотность вероятности наблюдения пары π^+ -мезонов получится усреднением квадрата модуля амплитуды (5) по энергиям ω_{ij} уровней осцилляторов и прочим переменным, характеризующим осцилляторы. В частности, если энергии возбуждения распределены примерно равномерно на интервале $\omega - \vec{\rho}\vec{\beta}_i \pm n\Gamma_i/2$, $n \gg 1$, то использование теоремы о вычетах дает

$$d\sigma \approx d\tilde{\sigma} \left\langle 1 + \operatorname{Re} \frac{e^{-i\alpha}}{(y_i + i)(y_j - i)} \right\rangle, \quad (7)$$

$$\alpha = q_0(t_j - t_i) - \vec{q}(\vec{r}_j - \vec{r}_i), \quad y_i = (q_0 - \vec{\beta}_i \vec{q}) / \Gamma_i = (q k_i) / \Gamma_i M_i, \quad (8)$$

где M_i , k_i - масса и 4-импульс источника i ($q k = q_0 k_0 - \vec{q} \vec{k}$).

Рассмотрим несколько простых случаев распределения источников и сделаем соответствующее усреднение в формуле (7):

I. Одинаковые покоящиеся источники ($\vec{\beta}_i = 0$, $\tau_i = \tau$) распределены равномерно на поверхности диска радиуса R , они независимы и включаются одновременно, т.е. $\rho(\vec{r}_i, t_i, \vec{r}_j, t_j) = \text{const} \cdot \delta(t_j) \delta(\vec{r}_j)$. Следовательно, для пар π^+ -мезонов, испущенных вдоль направления нормали диска,

$$d\tilde{\sigma} = d\tilde{\sigma} \frac{1}{(2R)^2} \int d\vec{r}_i d\vec{r}_j d\vec{y}_i d\vec{y}_j \left(1 + \frac{\cos \vec{q}(\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{1 + (q_0 \tau)^2} \right),$$

откуда легко получить формулу (3). Если же моменты включения распределены равномерно на интервале $(0, T)$, то в

состоянии резонанса, т.е., $\psi_e(\vec{r}, \omega) = - \frac{2\ell+1}{r} \frac{e^{i\ell\theta}}{2} P_\ell(\cos\theta)$.

$\frac{\Gamma_i/2}{\omega - \omega_i + i\Gamma_i/2}$. В общем случае произвольного тока $j(\vec{r}, t)$ амплитуда $A(\vec{r}, \omega)$ пропорциональна Фурье-образу тока, т.е., $A(\vec{r}, \omega) \approx A(\vec{p}, \omega) \sim j(\vec{p}, \omega) = \int j(\vec{x}, t) e^{-i\vec{p}\vec{x} + i\omega t} d^3x dt$.

Плотность вероятности наблюдения пары π^+ -мезонов получится усреднением квадрата модуля амплитуды (5) по энергиям ω_i уровней осцилляторов и прочим переменным, характеризующим осцилляторы. В частности, если энергии возбуждения распределены примерно равномерно на интервале $\omega - \vec{p}\vec{\beta}_i \pm n\Gamma_i/2$, $n \gg 1$, то использование теоремы о вычетах дает

$$d\sigma \approx d\tilde{\sigma} \left\langle 1 + \operatorname{Re} \frac{e^{-i\alpha}}{(y_i + i)(y_i - i)} \right\rangle, \quad (7)$$

$$\alpha = q_0(t_j - t_i) - \vec{q}(\vec{r}_j - \vec{r}_i), \quad y_i = (q_0 - \vec{\beta}_i \vec{q}) / \Gamma_i = (q k_i) / \Gamma_i M_i, \quad (8)$$

где M_i , k_i - масса и 4-импульс источника i ($q k = q_0 k_0 - \vec{q} \vec{k}$).

Рассмотрим несколько простых случаев распределения источников и сделаем соответствующее усреднение в формуле (7):

I. Одинаковые покоящиеся источники ($\vec{\beta}_i = 0$, $\epsilon_i = \epsilon$) распределены равномерно на поверхности диска радиуса R , они независимы и включаются одновременно, т.е. $\rho(\vec{r}_i, t_i, \vec{r}_j, t_j) = \text{const} \cdot \delta(t_i) \delta(t_j)$. (Следовательно, для пар π^+ -

мезонов, испущенных вдоль направления нормали диска,

$$d\tilde{\sigma} = d\tilde{\sigma} \frac{1}{(4\pi R^2)^2} \int \cos^2 \theta_j \cos^2 \theta_i d\Omega_j d\Omega_i d\Omega_j (1 + \frac{\cos \vec{q}(\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{1 + (q_0)^2})$$

откуда легко получить формулу (3). Если же моменты включения распределены равномерно на интервале (0, T), то в

функции $f(p, q)$ из (2) появится дополнительный фактор, зависящий от q_0 , т.е., $\left[\frac{\sin(q_0 T/2)}{q_0 T/2} \right]^2 \approx \exp[-(q_0 T)^2/12]$.

2. В аналогичной модели, когда π -мезоны испускаются по закону Ламберта из видимой части поверхности "фотосферы" радиуса R , т.е., интенсивность излучения элемента поверхности сферы пропорциональна проекции элемента на направление наблюдения \hat{n} , возникает интеграл

$$\int_{2\pi} \int_{2\pi} d\Omega_i d\Omega_j \cos\theta_i \cos\theta_j \left(1 + \frac{\cos \vec{q} \cdot (\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{1 + (q_0 T)^2} \right) \approx \pi^2 \left[1 + \frac{\exp(-\frac{R^2}{4} q_T^2 - \frac{R^2}{15} q_L^2)}{1 + (q_0 T)^2} \right],$$

где $q_L = \vec{q} \cdot \hat{n}$. Это выражение можно свести к виду (4), если ввести скорость пары π -мезонов $\vec{v} = \vec{p} / p_0$. Соотношение $(p, q) = 0$ дает $q_0 = v q_L$, откуда получим

$$f(p, q) = \exp \left[-\frac{R^2}{4} q_T^2 - \left(\tau^2 + \frac{R^2}{15} v^2 \right) q_0^2 \right] \quad (9)$$

Заметим, что в случае, когда источники равномерно распределены внутри шара радиуса R и интенсивность излучения элемента объема пропорциональна плотности $\rho(\vec{r}) = \theta(R - |\vec{r}|)$,

получим
$$f(p, q) = \frac{\exp(-\frac{R^2}{5} q^2)}{1 + (q_0 T)^2} \approx \exp \left[-\frac{R^2}{5} q_T^2 - \left(\tau^2 + \frac{R^2}{5} v^2 \right) q_0^2 \right]$$

3. Если независимые одинаковые источники распределены по закону Гаусса $\rho(\vec{r}) = \prod_{k=1}^3 \exp(-r_k^2/2\sigma_k^2)$ и интенсивность излучения элемента объема пропорциональна этой плотности, то

$$f(p, q) = \frac{\prod_k \exp(-\sigma_k^2 q_k^2)}{1 + (q_0 T)^2} \quad (10)$$

III. Рассмотрение в импульсном пространстве

Приведенная выше схема рассуждений К-П позволяет связать скорость убывания функции $f(p, q)$ с пространственно-временны-

ми характеристиками источников π -мезонов. С другой стороны, если ограничиться задачей феноменологического описания эффекта интерференции, удобнее, как легко видеть, работать в импульсном представлении (см. рис. 4). Аналог формулы (7) получается сразу

из-за наличия в амплитуде быстро меняющихся пропагаторов источников i, j , $\Pi_i(1s) = (m_{1s}^2 - M_i^2 + i M_i \Gamma_i)^{-1}$. Действительно, пусть $T_{ij\lambda}$ — амплитуда образования источников i, j и группы частиц λ и A_i — амплитуда распада источника i . Тогда

$$d\sigma_{ij}(1,2) = \sum_{\lambda st} \int_{\text{средний}} |T_{ij\lambda}(1s, 2t) A_i(1s) A_j(2t) \Pi_i(1s) \Pi_j(2t) + (1 \leftrightarrow 2)|^2 dPS \quad (II)$$

Введем далее 4-импульс источника i , т.е., $k_i = p + p_s$. Тогда, $m_{1s, 2s}^2 = (p_{1,2} + p_s)^2 = (p + p_s \pm q/2)^2 = k_i^2 + q^2/4 \pm (k_i q)$. Используя это соотношение и теорему о вычетах, вычислим в приближении малой ширины следующие интегралы

$$4\pi M\Gamma \int dk^2 \Pi(1s) \Pi^*(1s) \approx 1, \quad 4\pi M\Gamma \int dk^2 \Pi(1s) \Pi^*(2s) \approx \frac{i}{y+i} \quad (I2)$$

где $y = (kq)/M\Gamma$. Следовательно, интегрирование по dk_i^2/dk_j^2 в формуле (II) дает ($S = T_{ij\lambda} A_i A_j$, $dPS = dPS' dk_i^2 dk_j^2$):

$$d\sigma_{ij}(1,2) = \sum_{\lambda st} \int dPS' [|S(1,2)|^2 + |S(2,1)|^2 - 2\text{Re} \frac{S(1,2) S^*(2,1)}{(y+i)(y_j-i)}] \quad (I3)$$

Введем сечение образования пары π -мезонов при выключенной интерференции $d\tilde{\sigma}(1,2) = \sum_{xst} \int dPS' [|S(12)|^2 + |S(21)|^2]$ и перепишем (I3) в виде, аналогичном формуле (7):

$$d\sigma_{ij}(1,2) = d\tilde{\sigma}_{ij}(1,2) \left\langle 1 + F_{ij} \operatorname{Re} \frac{e^{-i\alpha_{ij}}}{(y_i+i)(y_j-i)} \right\rangle, \quad (I4)$$

где F_{ij} и $-\alpha_{ij}$ представляет модуль и фазу величины

$$2 \sum_{xst} \int dPS'(xst) S(12) S^*(21) / \sum_{xst} \int dPS'(xst) [|S(12)|^2 + |S(21)|^2] .$$

Из неравенства Шварца следует, что $0 < F_{ij} \leq 1$; кроме того

$F_{ij} = 1$ при $q = 0$. Рассмотрим несколько простых примеров:

1. $S = \text{const}$, т.е. источники образуются и распадаются в "точке".

При этом $F_{ij} = 1$, $\alpha_{ij} = 0$.

2. $A_{ij} = \text{const}$, $S_{ij} = \exp \left[-\frac{1}{2} b_{\perp} (k_{\perp 1}^2 + k_{\perp 2}^2) - \frac{1}{2} b_{\parallel} (k_{\parallel 1}^2 + k_{\parallel 2}^2) \right]$,

т.е., источники образуются в "ящике" с размерами $b_{\perp} \times b_{\perp} \times b_{\parallel}$ и распадаются в точке. Имеем $F_{ij} \approx \exp \left(-\frac{1}{2} b_{\perp} q_{\perp}^2 - \frac{1}{2} b_{\parallel} q_{\parallel}^2 \right)$, $\alpha_{ij} = 0$.

3. Точечные источники i, j образуются в точках $\vec{x}_i t_i$, $\vec{x}_j t_j$ (модель К-П). Из формулы (7) получим $F_{ij} = 1$,

$$\alpha_{ij} = (q \Delta x_{ij}) , \quad \Delta x_{ij} = x_j - x_i .$$

4. Каскадный распад $i \rightarrow j + \dots$ дает $F_{ij} = 1 / \sqrt{1+y_j^2}$, $\sin \alpha_{ij} = y_j / \sqrt{1+y_j^2}$. Эти выражения являются очевидным следствием наличия в γS пропагатора источника J .

Сравнивая α_{ij} с выражением, полученным в модели К-П, видим, что имеют место следующие естественные соотношения: $\Delta t_{ij} \approx \tau_j^0$,

$$\Delta \vec{x}_{ij} \approx \tau_j^0 \vec{\beta}_j^0 \quad (0 - \text{система наблюдения}).$$

В случае, когда оба источника i, j являются продуктами распада более тяжелых источников I, J , получим

$$F_{ij} = 1 / \sqrt{(1+y_I^2)(1+y_J^2)} \quad \text{и} \quad \sin \alpha_{ij} = (y_J - y_I) / \sqrt{(1+y_I^2)(1+y_J^2)} .$$

IV. Случай $s = t$, $I = 2$ ($I \neq 2$) и $I = 2 =$ любой бозон (фермион).

При рассмотрении диаграммы на Рис.4 мы считали, что частицы (или группы частиц) s и t нетождественны и симметризовали амплитуду только по импульсам тождественных π -мезонов 1 и 2. Допустим теперь, что $s = t = \pi$. Нетрудно убедиться, что формула (I4) уже не имеет места, появляются дополнительные члены. Полагая $S_{ij} = \text{const}$, получим

$$d\sigma_{ij} = d\tilde{\sigma}_{ij} \left\{ \left(1 + R_2 \frac{1}{(y_i + 1)(y_j - 1)} \right) + \frac{1}{2} \frac{a^2}{1 + \Delta^2} \left[\left(1 + R_2 \frac{1 + \Delta^2}{(u_i + 1)(u_j - 1)} \right) + (q \rightarrow -q) \right] \right\} \quad (I5)$$

$$\Delta = \frac{M_i^2 - M_j^2}{M_i \Gamma_i + M_j \Gamma_j}, \quad a^2 = \frac{4 M_i \Gamma_i M_j \Gamma_j}{(M_i \Gamma_i + M_j \Gamma_j)^2}, \quad u_i = \frac{2 M_i \Gamma_i}{M_i \Gamma_i + M_j \Gamma_j} y_i + \Delta \quad (I6)$$

В случае, когда $i = j$, $\Delta = 0$, $a = 1$, $u_i = y_i$ и $d\tilde{\sigma}_{ij}$ из (I4) просто удваивается. Если $i \neq j$, то как правило $\Delta^2 \gg 1$ и соответствующий ^{дополнительный} член является малой, почти постоянной величиной $\varepsilon \approx \frac{2a^2}{1 + \Delta^2}$ (~ 0.18 для $\rho^0 f^0$). Заметим, что $g(q \rightarrow 0) / g(q \rightarrow \infty) \approx 2 - \varepsilon$.

Если же $s = t =$ бозон (фермион) с ненулевым спином, то следует учесть зависимость S_{ij} от спиральностей частиц s, t . При этом простое соотношение типа (I5) уже не имеет места. Заметим только, что вследствие суммирования по спиральностям, вклад в (I5) от симметризации по s, t будет меньше, чем в случае, если спин $s = t$ равен нулю.

Следует отметить, что в случае, когда $I \neq 2$ (например, $I = \pi^+$ и $2 = \pi^-$), и $s = t$ (например, π^0), симметризация по s, t приводит к эффекту при малых $q_{\mu} = p_{\mu} - p'_{\mu}$.

Например, если $i = i_+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ и $j = j_- \rightarrow \pi^- \pi^0$ получим аналог формулы (I5), т.е.

$$d\sigma_{+-} \approx d\tilde{\sigma}_{+-} \left[1 + \operatorname{Re} \frac{\alpha^2}{(u_+ + i)(u_- - i)} \right] \xrightarrow{i_+ = j_-} d\tilde{\sigma}_{+-} \left[1 + \operatorname{Re} \frac{1}{(y_+ + i)(y_- - i)} \right] \quad (I6)$$

Таким образом, $\pi^+ \pi^-$ - пары в этом частном случае ведут себя при $g_m \rightarrow 0$ подобно парам тождественных π - мезонов. В специальной модели, в которой образуются только π и ρ - мезоны, к аналогичному выводу пришел Томас /10/.

Обсудим, наконец, случай, когда $I = 2 =$ бозон (фермион) со спином $S > 0$ (например, ρ или ρ). Диаграмме на рис. 4 по-прежнему соответствует дифференциальное сечение (II) (для фермионов z лев ($I \rightarrow 2$) входит со знаком -), которое следует просуммировать по спиральностям λ_1, λ_2 частиц 1 и 2. При этом зависимость от проекций $m_{i,j}$ спинов $S_{i,j}$ источников i, j на ось z входит в распадные амплитуды $A_{i,j}$ через D - функции, т.е., $A_i^{m_i} = A_i(\lambda_1, \lambda_2) D_{m_i, \lambda_1 - \lambda_2}^{S_i}(\Omega_1^{(1S)})$, где $\Omega_1^{(1S)}$ - полярный и азимутальный углы частицы 1 в с.ц.м. частиц 1 и 2. Получим

$$\sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4} |S(1, z)|^2 = \sum_{m_i, m_j} \rho_{m_i, m_j}^{m_i, m_j} |A_i(\lambda_1, \lambda_2)|^2 |A_j(\lambda_3, \lambda_4)|^2 D_{m_i, \lambda_1 - \lambda_2}^{S_i}(\Omega_1^{(1S)}) D_{m_j, \lambda_3 - \lambda_4}^{S_j}(\Omega_2^{(1S)})$$

$$D_{m_i, \lambda_1 - \lambda_2}^{S_i}(\Omega_1^{(1S)}) D_{m_j, \lambda_3 - \lambda_4}^{S_j}(\Omega_2^{(1S)}) \approx \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4} |A_i(\lambda_1, \lambda_2)|^2 |A_j(\lambda_3, \lambda_4)|^2$$

Последнее равенство верно только в случае, когда матрица спиновой плотности источников i, j кратна единичной матрице (спины источников i, j невыстроены), т.е. $\rho_{m_i, m_j}^{m_i, m_j} =$

$\sum_x \tau_{ijx} \frac{m_i m_j - m_i' m_j'}{ijx} \sim \delta_{m_i, m_i'} \delta_{m_j, m_j'}$. Аналогичным образом, предполагая невыстроенность спинов источников i, j получим

$$\lim_{\rho_i \rightarrow \rho_j} \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4} S(1, z) S(2, z)^* = \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4} |A_i(\lambda_1, \lambda_2)|^2 |A_j(\lambda_3, \lambda_4)|^2$$

Следовательно, $d\sigma_{ij}^{(1,2)}$ дается формулой (I4) (для фермионов второй член входит со знаком $-$), где $F_{ij}^0 = F_{ij}(\underline{q} = \underline{0}) \leq 1$. В случае, когда $\hat{\beta} \sim \hat{1}$,

$$F_{ij}^0 = \frac{\int \sum_{st\lambda_1\lambda_s\lambda_t} |A_i(\lambda_1\lambda_s) A_j(\lambda_t\lambda_t)|^2}{\int \sum_{st\lambda_1\lambda_2\lambda_s\lambda_t} |A_i(\lambda_1\lambda_s) A_j(\lambda_2\lambda_t)|^2} \quad (I8)$$

Если в распаде $i \rightarrow 1s$ ($j \rightarrow 2t$) сохраняется четность, то $|A_i(\lambda_1\lambda_s)| = |A_i(-\lambda_1-\lambda_s)|$. Легко убедиться, что в таком

случае для j -квантов или протонов уравнение (I8) дает

$F_{ij}^0 = \frac{1}{2}$. Если амплитуды A_{ij} вообще не зависят от спиральностей, и имеет место (I8), $F_{ij}^0 = 1/n_s$, где n_s - число спиновых состояний частицы I :: 2 ($n_s = 2$ для фотона, $n_s = 2s + 1$ для частиц с ненулевой массой покоя).

У. Интерпретация параметров β и τ .

Вспользуемся формулой (I4), в которой положим $F_{ij} = 1$; α_{ij} будем параметризовать в виде (8). При $q_\mu \rightarrow 0$ получим:

$$f_{ij}(p, q) \approx 1 - \langle a_0 q_0^2 + a_T q_T^2 + a_{0T} q_0 q_T \rangle \quad (I9)$$

Выражение под знаком усреднения является положительно определенной квадратичной формой в переменных q_0 и q_T , ее коэффициенты равны:

$$\begin{aligned} a_0 &= \tau_i^2 + \tau_j^2 - \tau_i \tau_j + \frac{1}{2} \tau_{ij}^2 + (\tau_i - \tau_j) \tau_{ij} \\ a_T &= \xi_{iT}^2 + \xi_{jT}^2 - \xi_{iT} \xi_{jT} + \frac{1}{2} \xi_{ijT}^2 + (\xi_{iT} - \xi_{jT}) \xi_{ijT} \\ a_{0T} &= \tau_i \xi_{jT} + \tau_j \xi_{iT} - 2\tau_i \xi_{iT} - 2\tau_j \xi_{jT} - \tau_{ij} \xi_{ijT} - (\tau_i - \tau_j) \xi_{ijT} - (\xi_{iT} - \xi_{jT}) \tau_{ij} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \tau_i &= \frac{1}{M_i T_i} (k_{i0} - v^{-1} k_{iL}) & \xi_{iT} &= \frac{1}{M_i T_i} k_{iT} \cos(\psi_i - \psi_i) \\ \tau_{ij} &= \Delta t_{ij} - v^{-1} \Delta x_{ij} & \xi_{ijT} &= \Delta x_{ijT} \cos(\psi_j - \psi_i) \end{aligned} \quad (21)$$

Заметим, что $y_i = f_{ij} q_0 - f_{ijT} q_T$ и $x_{ij} = -f_{ij} q_0 + f_{ijT} q_T$.
 В формулах (21) используются продольные и поперечные компоненты векторов относительно импульса \vec{p} (см. рис. 5). Здесь z - ось реакции, ось X без ущерба общности рассмотрения (предполагается

азимутальная симметрия) выбрана так, что \vec{p} лежит в плоскости (z, X) . Для компонент любого вектора $\vec{u} (k, \vec{q}, \Delta\vec{x}, \dots)$ имеем следующие соотношения (φ_u - угол \vec{u}_T с плоскостью z, X):

$$u_x = u_L \sin\theta + u_T \cos\theta \cos\varphi_u, \quad u_y = u_T \sin\varphi_u, \quad u_z = u_L \cos\theta - u_T \sin\theta \cos\varphi_u. \quad (22)$$

Для тождественных частиц 1 и 2 4-вектор q однозначно задан четверкой чисел $(q_0, q_L, q_T, \varphi_q)$ где $q_0 \geq 0$, $q_L = \sqrt{q_0^2 - q_T^2} \geq 0$, $q_T \geq 0$ и $\varphi_q \in (0, 2\pi)$. Введем теперь угол $\psi \in (0, \pi)$ так, что $\varphi_q = \psi$ или $\varphi_q = \psi + \pi$ и будем рассматривать пары π -мезонов с заданным ψ (т.е. ~~имея~~ пары с \vec{q}_T и $-\vec{q}_T$ группируются вместе). Поскольку $a_{0T}(\varphi_q) + a_{0T}(\varphi_q \pm \pi) = 0$, то при рассмотрении таких пар (т.е., $d\delta(\varphi_q) + d\delta(\varphi_q \pm \pi)$) зависимость от a_{0T} выпадает и из (19) получается параметризация (4) с параметрами

$$\frac{1}{4} R^2(\vec{v}, \psi) = \langle a_T \rangle, \quad \tau^2(\vec{v}) = \langle a_0 \rangle; \quad (23)$$

ψ - зависимость параметра $R^2(\vec{v}, \psi)$ записывается явно

$$R^2(\vec{v}, \psi) = R_0^2(\vec{v}) + c_1(\vec{v}) \cos 2\psi + c_2(\vec{v}) \sin 2\psi, \quad (24)$$

где параметры $a_e = R_0^2$, c_1 , и c_2 имеют следующий общий вид

$$a_e = 2 \left\langle \left(\frac{k_{i\Gamma}}{M_i \Gamma_i} \right)^2 h_e(\varphi_i, \varphi_i) + \left(\frac{k_{j\Gamma}}{M_j \Gamma_j} \right)^2 h_e(\varphi_j, \varphi_j) - \frac{k_{i\Gamma} k_{j\Gamma}}{M_i \Gamma_i M_j \Gamma_j} h_e(\varphi_i, \varphi_j) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (\Delta X_{ij\Gamma})^2 h_e(\varphi_\Delta, \varphi_\Delta) + \Delta X_{ij\Gamma} \left[\frac{k_{i\Gamma}}{M_i \Gamma_i} h_e(\varphi_i, \varphi_\Delta) - \frac{k_{j\Gamma}}{M_j \Gamma_j} h_e(\varphi_j, \varphi_\Delta) \right] \right\rangle \quad (25)$$

с функциями $h_e(\varphi_1, \varphi_2)$, равными соответственно $\sqrt{\cos(\varphi_1 + \varphi_2)}$ и $\sin(\varphi_1 + \varphi_2)$. Введем далее параметры $R_\perp^2 = \langle R^2(v, \theta = 0; \varphi) \rangle_\varphi$ и $R_\parallel^2 = R^2(v, \theta = \frac{\pi}{2}; \varphi = 0)$. Нетрудно убедиться, что они являются характеристиками поперечного и продольного (к оси реакции) размеров системы, испускающей π -мезоны. При этом,

$$R_\perp^2 = R_0^2(v; \theta = 0), \quad R_\parallel^2 = R_0^2(v, \theta = \frac{\pi}{2}) + c_1(v, \theta = \frac{\pi}{2}) \quad (26)$$

Заметим, что для оценки R_\parallel , на эксперименте обычно отбирают пары с $|\cos \varphi| > \frac{1}{\sqrt{2}}$, $|\cos \theta| < 0.5$. Определенное таким образом $R_{\parallel \text{эксп}}^2 = \langle R_0^2 + \frac{2}{\pi} (c_1 + c_2) \rangle_{|\cos \theta| < 0.5}$ может существенно отличаться от R_\parallel^2 в (26).

В разделе 2 мы обсуждали излучение π -мезонов из покоящихся источников со временем жизни τ , расположенных внутри некоторого "ограниченного" объема: (1) на поверхности диска радиуса R , (2) на поверхности фотосферы радиуса R и (3) источники распределены по закону Гаусса с полуширинами σ_k , $k = x, y, z$. Для $R(\vec{v}, \varphi)$ и $\tau(\vec{v})$ получим, соответственно

- 1) диск: $R(\vec{v}, \varphi) = R$, $\tau^2(\vec{v}) = \tau^2 - \frac{1}{12} T^2$
- 2) фотосфера: $R(\vec{v}, \varphi) = R$, $\tau^2(\vec{v}) = \tau^2 + \frac{1}{12} T^2 + \frac{1}{15} v^2 R^2$
- 3) "гауссовский эллипсоид", $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_\perp$, $\sigma_z = \sigma_\parallel$:
 $\frac{1}{4} R^2(\vec{v}, \varphi) = \sigma_\perp^2 + (\sigma_\parallel^2 - \sigma_\perp^2) \sin^2 \theta \cos^2 \varphi$, $\tau^2(\vec{v}) = \tau^2 + \frac{1}{12} T^2 + v^2 [\sigma_\parallel^2 - (\sigma_\parallel^2 - \sigma_\perp^2) \sin^2 \theta]$

Приравнивая $R^2(\vec{v}, \psi)$ к (24), получим $R_0^2 = 4\sigma_{\perp}^2 + c_1$,
 $c_1 = 2(\sigma_{\parallel}^2 - \sigma_{\perp}^2) \sin^2 \theta$, $c_2 = 0$, т.е., $R_{\perp, \parallel} = 2\sigma_{\perp, \parallel}$ и аналогично,
 $\sigma_{\perp, \parallel}^2 = \sigma^2 + \frac{1}{12} T^2 + v^{-2} \sigma_{\parallel, \perp}^2$.

Таким образом, параметр $R(\vec{v}, \psi)$ характеризует средний размер системы источников вдоль направления вектора \vec{q}_T и параметр $\tau(\vec{v})$ несет информацию о времени жизни источников, о разбросе моментов их включения и об продольном (к направлению наблюдения) размере системы (см. также уравнения (20) и (21)).

Учтем движение источников (i, j) . Соответствующую структурную функцию $\rho_{ij}(k_i, k_j) = \int \sum_x |T_{ijx}|^2 dPS(x)$ будем параметризовать в виде

$$\rho_{ij} = \exp[-b_{\perp}(k_{i\perp}^2 + k_{j\perp}^2) - b_{\parallel}(k_{i\parallel}^2 + k_{j\parallel}^2)] \quad (27)$$

В приближении малой ширины можно положить $k_i^2 \approx M_i^2$ и получить из соотношения $(k_T) = k_0 p_0 - k_L p = M p_0^*$ следующие два решения для $k_L(k_0)$ при заданной поперечной массе источника $M_T = \sqrt{M^2 + k_T^2}$:

$$k_L^{\pm} = M_j p^{(i)} \left(v \pm \sqrt{1 - M_T^2 / M_j^2 p^{(i)2}} \right), \quad k_0^{\pm} = M_j p^{(i)} \left(1 \pm v \sqrt{1 - M_T^2 / M_j^2 p^{(i)2}} \right), \quad (28)$$

где $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2}$, $p^{(i)} = p_0^{(i)}/\sqrt{p^2}$; $p_0^{(i)} = \frac{1}{2M_i}(M_i + p^2 \mu^2)$, $p^2 = \mu^2 q^2/4 \geq \mu^2$.

В частности из уравнения (28) следует равенство

$$\tau_i = \frac{1}{\gamma v} \sqrt{p^{(i)2} - 1 - k_{iT}^2 / M_i^2} \quad . \text{ Следовательно, полагая для}$$

простоты $F_{ij} = I$, $x_{ij} = 0$, получим из уравнений (20 - 23):

$$\frac{1}{4} R^2(\vec{v}, \psi) = \langle [\frac{k_{iT}}{M_i \Gamma_i} \cos(\varphi_j - \varphi_i)]^2 \rangle + \langle f_{jT}^2 \rangle - \langle f_{iT} f_{jT} \rangle$$

$$\tau^2(\vec{v}) = \langle \frac{1}{(\Gamma_i \Gamma_j v)^2} (\gamma^{(i)2} - 1 - \frac{k_{iT}^2}{M_i^2}) \rangle + \langle \tau_j^2 \rangle - \langle \tau_i \tau_j \rangle \quad (29)$$

Здесь $\langle A \rangle$ представляет усреднение с учетом кинематических ограничений, связанных с появлением пары близких $\bar{\pi}$ -мезонов со скоростью \vec{v} из распадов $i \rightarrow 1\pi$ и $j \rightarrow 2\pi$. Например, из (28) следует, что $0 \leq k_{iT}^2 \leq M_i^2 (\gamma^{(i)2} - 1) = \bar{\chi}$ ($\bar{\chi} \approx 4$ (ГэВ/с)² в распаде $\rho \rightarrow 2\pi$). Таким образом, если $\bar{\chi} b_{\perp, \parallel} \gg 1$, то $\langle k_{iT}^2 \rangle$ близко к обычному среднему \bar{k}_T^2 . Экспериментально, для резонансов наблюдается универсальное значение $|I2|$ $b_{\perp} \approx 3(\text{ГэВ/с})^{-2}$ и существенно меньший наклон b_{\parallel} (для процесса $\bar{p}p \rightarrow \rho^0 + X$ при 22.4 ГэВ/с $b_{\parallel} \approx b_{\perp} / 6$ $|I4|$).

Получим из (29) оценку поперечного и продольного размеров

R_{\perp} и R_{\parallel} :

$$\frac{1}{4} R_{\perp}^2(v) = \frac{1}{4} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_j R^2(v, \theta=0; \psi) = \langle \frac{1}{2} \frac{k_{i\perp}^2}{(M_i \Gamma_i)^2} + \frac{1}{2} \frac{k_{j\perp}^2}{(M_j \Gamma_j)^2} - \frac{1}{2} \frac{\vec{k}_{i\perp} \vec{k}_{j\perp}}{M_i \Gamma_i M_j \Gamma_j} \rangle \approx$$

$$\approx \left(\frac{1}{(M_i \Gamma_i)^2} + \frac{1}{(M_j \Gamma_j)^2} \right) / 2 b_{\perp}$$

$$\frac{1}{4} R_{\parallel}^2(v) = \frac{1}{4} R^2(v, \theta = \frac{\pi}{2}; \psi=0) = \langle \frac{k_{i\parallel}^2}{(M_i \Gamma_i)^2} - \frac{k_{j\parallel}^2}{(M_j \Gamma_j)^2} - \frac{k_{i\parallel} k_{j\parallel}}{M_i \Gamma_i M_j \Gamma_j} \rangle \approx$$

$$\approx \left(\frac{1}{(M_i \Gamma_i)^2} + \frac{1}{(M_j \Gamma_j)^2} \right) / 2 b_{\parallel}$$

Примерные равенства в этих соотношениях верны в случае, когда $v \approx \bar{v}$, $\bar{\chi} b_{\perp, \parallel} \gg 1$ и слабы импульсные корреляции между источниками i, j . В таком случае имеем $R_{\perp}^2 / R_{\parallel}^2 \approx b_{\parallel} / b_{\perp}$ ($\approx 1/6$ для $\bar{p}p \rightarrow \rho + \dots$ при 22.4 ГэВ/с).

При вычислении поперечного и продольного "времени" τ_{\perp} и τ_{\parallel} появляются аналогичные средние, а именно

$$\sigma_{\perp}^2 \rightarrow \langle k_{i\perp}^2 \rangle \sim \int_0^{\bar{x}} e^{-b_{\perp} k_{\perp}^2} k_{\perp}^2 dk_{\perp}^2$$

$$\sigma_{\parallel}^2 \rightarrow \langle k_{iT}^2 \rangle \sim \int_0^{\bar{x}} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_i e^{-(b_{\perp} \sin^2 \varphi_i + b_{\parallel} \cos^2 \varphi_i) k_T^2} k_T^2 dk_T^2 \approx \int_0^{\bar{x}} \frac{1}{2} (b_{\perp} + b_{\parallel}) k_T^2 dk_T^2$$

Отсюда видно, что значения σ_{\perp} и σ_{\parallel} получаются близкими. При $b_{\perp} > b_{\parallel}$ имеем $\sigma_{\parallel}^2 < \sigma_{\perp}^2 \lesssim 2\sigma_{\parallel}^2$. Таким образом, как и следовало ~~ожидать~~ ожидать, параметры $R(\vec{v}, \psi)$ и $\sigma(\vec{v})$ существенным образом зависят от динамики движения источников. Следует отметить обратную зависимость параметров R и σ от направления наблюдения (т.е., если $R_{\parallel} > R_{\perp}$ то $\sigma_{\parallel} < \sigma_{\perp}$). Это общее положение является следствием наличия в формулах (21) для σ_i и σ_{ij} характеристик продольного размера ($k_{iL}/M_i \Gamma_i$ и Δx_{ijL}) области, из которой излучаются π -мезоны.

VI. Переменная q^2 и параметр β .

Во многих экспериментальных и теоретических работах эффекты, связанные с тождественностью π -мезонов изучаются в зависимости от переменной $q^2 = q_0^2 - \vec{q}^2 = 4\mu^2 - m_{12}^2$. Преимуществом такого подхода является простота одномерного рассмотрения, недостатком - потеря информации при интегрировании по лишней переменной. Обсудим этот вопрос более подробно. Пусть $d\tilde{\sigma}(1,2) = \tilde{\rho}(1,2) d_c(1,2)$, где $d_c(1,2) = \frac{d^3\vec{p}_1}{2\omega_1} \frac{d^3\vec{p}_2}{2\omega_2}$,

$$d_c(1,2) = \frac{d^3\vec{p} d^3\vec{q}}{4p_0^2 - q_0^2} = \frac{1}{2v} \frac{d^3\vec{p}}{4p_0^2 - q_0^2} dq_0 d\eta^2 d\eta \quad (30)$$

Для получения q^2 -распределения, функцию $f(p, q)$ из (19) следует умножить на $d\tilde{\sigma}(1,2)$ и проинтегрировать по переменной $q_0 \in (0, a)$, где $a = p^v \sqrt{-q^2}$. Следует подчеркнуть, что именно сужение интервала допустимых значений q_0 при $q^2 \rightarrow 0$ и приводит к тому, что интерференционный эффект при интегрировании по q_0 не исчезает. Для аналога функции f из (4) получим

$$g(p, q^2, \psi) \approx 1 + e^{\beta q^2}, \quad \beta = \frac{1}{3} \langle 2a_T + j^2 v^2 a_0 \rangle \quad (31)$$

Строго говоря, это соотношение верно только для $q_{\mu} \rightarrow 0$, поскольку мы исходили из приближенной формулы (19) и при интегрировании пренебрегли в (30) $q_0^2 \ll 4p_0^2$, а также полагали $\tilde{p}(p+q/2, p-q/2) \approx \tilde{p}(p, p)$.

Напомним, что для тяжелых покоящихся источников имеем $\sigma_{\perp, \parallel}^2(v) = \sigma^2 + \frac{1}{12} T^2 + \alpha v^{-2} R_{\parallel, \perp}^2$, где $\alpha = 0, 1/18$ и $1/4$ для диска, фотосферы и "гауссовского" эллипсоида, соответственно.

Следовательно, параметр $B(\vec{v}, \psi) = \frac{1}{6} R^2(\vec{v}, \psi) + \frac{1}{3} j^2 v^2 \sigma^2(\vec{v})$ зависит от направления наблюдения слабее, чем $R^2/6$: $B_{\parallel} - B_{\perp} = C(R_{\parallel}^2 - R_{\perp}^2)$, где $C = \frac{1}{6}(1 - 2\alpha j^2)$; B может существенно зависеть от скорости пары π -мезонов. Далее, учет ~~квантовым~~ движения источников (при $\alpha_{ij} = 0$) приводит к выражению

$$B = \frac{1}{3} \left\langle \frac{1}{\Gamma_i^2} \left[j^{(i)2} - 1 + \frac{k_{iT}^2}{M_i^2} \cos 2(\varphi_i - \varphi_i) \right] \right\rangle + \frac{1}{3} \langle j \rangle - \frac{1}{3\Gamma_i \Gamma_j} \left\langle \left(\mp \sqrt{j^{(i)2} - 1 - \frac{k_{iT}^2}{M_i^2}} \right) \left(\mp \sqrt{j^{(j)2} - 1 - \frac{k_{jT}^2}{M_j^2}} \right) + 2 \frac{k_{iT} k_{jT}}{M_i M_j} \cos(\varphi_i - \varphi_i) \cos(\varphi_j - \varphi_j) \right\rangle, \quad (32)$$

которое слабо зависит как от направления наблюдения, так и от скорости v ; $B \approx \text{const}$. При этом значение B определяется, в основном, ширинами источников и средними импульсами $\overline{p^{(i)}}$ распадных π -мезонов. Проиллюстрируем это на нескольких простых примерах:

$$1) \Gamma_i \ll \Gamma_j, \quad T \ll v, \quad B = B_i = \frac{1}{3\Gamma_i^2} \left\langle j^{(i)2} - 1 + \frac{k_{iT}^2}{M_i^2} \cos 2(\varphi_i - \varphi_i) \right\rangle \approx \text{const}.$$

Усреднение по φ_i дает $\langle B \rangle_{\varphi_i} = \frac{1}{3\Gamma_i^2} \langle j^{(i)2} - 1 \rangle$ ($= 39 \mu^2$ для $i = p$),

что совпадает с результатами Грассбэргера /II/.

2) $i = j$, $k_i = k_j$, т.е., $B = B_i$.

3) $i = j$, $\vec{k}_{iT} = -\vec{k}_{jT}$, $k_{iL} = k_L^{+(-)}$, $k_{jL} = k_L^{-(+)}$, т.е., $B = B_{\max} = 3B_i$.

4) $i = j$, i, j не скоррелированы, т.е., $B \approx B_i + \frac{1}{3} \langle \frac{k_T^2}{M^2 F^2} \rangle \approx \text{const}$.

Следует подчеркнуть, что обычные резонансы типа ρ , f , A_2 . . . в качестве источников π -мезонов приводят к весьма большим значениям ($4 - 12 f m^2$) параметра B , см. табл. 2-3.

УП. Вычисление оценок параметров R , τ и B для источников-резонансов

Запишем сечение образования пары π -мезонов при выключенной интерференции (в приближении нулевой ширины источников i, j) в виде:

$$d\tilde{\sigma}_{ij}(1,2) = \bar{z}_{ij}(\rho, \eta) d\sigma(1,2) = \int z_{ij}(k_i, k_j, \mu_s, \mu_t, \rho, \eta) d\sigma(ij, \mu_s, \mu_t) d\sigma(1,2),$$

$$z_{ij} = \rho_{ij}(1s, 2t) \bar{\Phi}_i(\mu_s, \Omega_1^{(1s)}) \bar{\Phi}_j(\mu_t, \Omega_2^{(2t)}) + (1 \leftrightarrow 2), \quad (33)$$

где ρ_{ij} и $\bar{\Phi}_{i,j}$ - структурные функции, описывающие образование и распад источников

$$\bar{\Phi}_i(\mu_s, \Omega_1^{(1s)}) = \sum_{1=1^+} \sum_{\alpha_n} |A_i^{\alpha_n}(1, s_1, \dots, s_{n-1})|^2 dPS_{n-1}(\mu_s, s_1, \dots, s_{n-1}), \quad (34)$$

$\Omega_1^{(1s)}$ - полярный и азимутальный углы частицы $1 = \pi^+$ в с.ц.м. (1s), $s = s_1 \dots s_{n-1}$. Например, $\bar{\Phi}_\rho(\mu_s, \Omega^*) = W_\rho(\Omega^*) \delta(\mu_s^2 - \mu^2)$, где $W_\rho(\Omega^*)$ - известное выражение для углового распределения в распаде $\rho \rightarrow \pi\pi$. При вычислениях мы рассмотрим как невыстроенные, так и выстроен-

ные источники, $W_i = \frac{1}{2}$, $\frac{3}{4} \sin^2 \theta^{(i)}$ и $\frac{1}{2} \cos^2 \theta^{(i)}$ (соответствующий ρ^{00} - элемент спиновой матрицы плотности для распада $i(J^P=1^-) \rightarrow 2\pi$ равен $1/3$, 1 и 0); в качестве оси квантования выберем ось реакции, т.е.,

$$p^{(i)} \cos \theta^{(i)} = p \cos \theta - k_{iz} \frac{\omega + \omega^{(i)}}{k_{i0} + M_i} \quad (35)$$

Выражение (33) получается с помощью простых преобразований фазового объема $dPS = d_G(ij\mu_s\mu_t) d_G(1,2) dk_i^2 dk_j^2 \dots$, где

$$d_G(ij\mu_s\mu_t) = d^3\vec{k}_i d^3\vec{k}_j d\mu_s^2 d\mu_t^2 \delta_{iL} \delta_{jL},$$

$$\delta_{iL} = [\delta(k_{iL} - k_{iL}^+) + \delta(k_{iL} - k_{iL}^-)] / 4M_i p_j^{(i)} \sqrt{1 - M_i^2 / M_i^2 p_j^{(i)2}} \quad (36)$$

Параметры $a = R$, τ и B определены ур. (29) и (32), где $\langle a_{ij} \rangle$ теперь можно записать в явном виде:

$$a_{ij}(\vec{v}, \psi) = \langle a_{ij} \rangle = \int a(\vec{v}, \psi, k_i k_j \mu_s \mu_t) \delta_{ij}(k_i k_j \mu_s \mu_t p, q=0), \bar{z}_{ij}(p, q=0) \quad (37)$$

На эксперименте обычно определяются параметры, усредненные по \vec{V} , ψ , или же параметры усредненные по v и ψ интервалам $0 \leq \psi < \pi$, $|\cos \theta| \geq 0.5$ и $|\cos \psi| > \frac{1}{\sqrt{2}}$, $|\cos \theta| < 0.5$. В

качестве оценок последних можно брать усредненные по V параметры $a_{L,||}$. Заметим, что поскольку $d_G(1,2) \cong \frac{1}{3} v dp d\theta dq, d\varphi^2 d\psi,$

и $\tau^2 \sim 1/v^2$, то при усреднении по V возникает расходящийся интеграл $\int_{v_{min}}^{v_{max}} dv/v$. От этой

проблемы можно избавиться переходом от q_0 к переменной $q_L = v^{-1} q_0$ ($\tau_L^2 q_0^2 = \tau_L^2 q_L^2$, $\tau_L^2 = v^2 \tau^2$).

При вычислении теоретических сценков σ^2 просто введем обрезание $p_{min} = 5 - 50$ МэВ/с (ширина соответствующего интервала "экспериментального" q_0 - распределения равна $\sim 2 p_{min}$). Результат слабо зависит от p_{min} , так как расходимость является логарифмической. Кроме того, при конечной энергии в с.ц.м. \sqrt{s} малые значения p могут оказаться запрещенными, если $M_{ij}^{(i)}$ достаточно большое. Заметим далее, что усреднение по V параметра B приводит к интегралам $\int p v^2 dp \dots$ в числителе и знаменателе формулы (37) (вспомним, что $\int dq_z = p v \sqrt{q^2}$).

Таким образом, требуется вычислить 7-мерные интегралы $\int dp dk_{iT}^2 dq_i dk_{jT}^2 d\varphi_j d\mu_s^2 d\mu_t^2$. Для двухчастичного распада интегрирование по $d\mu_{s,t}^2$ убирается функцией δ - функцией. Кроме того, в случае, когда $M_{i\pi} \ll M_{j\pi}$ отпадает интегрирование по $dk_{jT}^2 d\varphi_j d\mu_t^2$, оно сводится к замене $p_{ij} \rightarrow p_{i\pi}$. В таблицах 2 и 3 приведены результаты соответствующих вычислений при $\sqrt{s} = 6.6 \sqrt{P_{LAB}}$ ($P_{LAB} = 22.4$ для $\bar{p}p$ -взаимодействий). Структурная функция F_{ij} параметризовалась в виде (27), $b_{\perp} = 3(\text{ГэВ/с})^2$, $b_{\parallel} = \frac{1}{6} b_{\perp}$, т.е., предполагается некоррелированное образование источников. Аналогичное выражение использовалось для $F_{i\pi} = F_i F_{\pi}$ с $b^{\parallel} = b$. При использовании наклонов $b_{\perp}^{\parallel} = 6$, $b_{\parallel}^{\parallel} = 2.5 (\text{ГэВ/с})^{-2}$, полученных в реакции $\bar{p}p \rightarrow \pi + X$ при 22.4 ГэВ/с [15], параметры табл. 3 меняются слабо. В распаде $A_2 \rightarrow \pi p$ вклад π -мезонов от распада $\rho \rightarrow 3\pi$ не учитывается; матричный элемент распада $\omega \rightarrow 3\pi$ берется в виде $\vec{A}_{\omega} \sim \vec{p}_1 \times \vec{p}_2$. Заметим, однако, что отличие $|\mathcal{L}_{\omega}|^2$ от const сказывается на результатах не существенно. При вычислениях полагаем $F_{ij} = I$, $\alpha_{ij} = 0$. Поскольку $F_{ij} \approx \exp(-\frac{1}{2} b_{\perp} q_{\perp}^2 - \frac{1}{2} b_{\parallel} q_{\parallel}^2)$ (см. раздел 2), то истинные значения параметров R , τ и B будут немного больше, чем в таблицах 2 и 3. Например, максимальная добавка к параметру R^2 состав-

ляет $\approx b_{\perp} = 0.24 \text{ fm}^2$. Таблицы 2 и 3 хорошо иллюстрируют выводы раздела У, касающиеся связи параметров R , τ с динамикой движения источников. Отметим слабую зависимость параметра B от направления наблюдения, а также существенную зависимость анизотропии параметра R от выстроенности спина резонанса - анизотропия особенно сильна, когда π -мезоны от распада имеют тенденцию вылетать вдоль оси реакции ($\rho_{00} = 1$ для $i(J^P) \rightarrow 2\pi$). Заметим далее, что параметры R и τ слабо зависят от \sqrt{s} . Лишь при приближении \sqrt{s} к порогу анизотропия параметров R и τ существенно уменьшается - сказывается уменьшение фазового объема, а также уменьшение отношения b_{\perp}/b_{\parallel} .

В таблицах 2 и 3 приведены также относительные вероятности вылета вдоль и поперек оси реакции w_{\parallel}/w_{\perp} и соответствующие средние скорости \bar{k} - мезонов при условии $q_{\rho} = q_{\tau} = 0$. В последней строчке таблицы 2 приводятся результаты обработки $\bar{p}p$ -взаимодействий при 22.4 ГэВ/с $|\epsilon|$. В то время, как экспериментальные значения параметров R и τ можно согласовать с оценками, этого уже нельзя сказать о параметре B - особенно B_{\perp} существенно меньше ожидаемого значения. Следует отметить также слишком большие теоретические оценки скоростей \bar{k} - мезонов. Нетрудно видеть, что в обоих случаях могли бы помочь источники с малым энерговыделением в распаде - см. формулу (29) и соотношение

$$\overline{p_e^2} = \frac{1}{3} \overline{p^{*2}} + \overline{k_e^2} \left[\left(\frac{M}{M}\right)^2 + \frac{4}{3} \left(\frac{p^*}{M}\right)^2 \right], \quad (38)$$

верное для изотропного распада $i \rightarrow \pi + \dots$, $l = x, y, z$.

III. Три типа источников.

В таблицах 2 и 3 мы привели оценки параметров R , τ ... для разных комбинаций источников-резонансов. Реальная же ситуация соответствует суперпозиции вкладов от всевозможных комбинаций i, j , т.е.,

$$d\sigma(1,2) = \sum_{ij} d\sigma_{ij}(1,2) = \sum_{ij} \bar{\varepsilon}_{ij}(pq) [1 + f_{ij}(pq)] d_c(1,2). \quad (39)$$

Из соотношений (I5) и (I9) следует, что при $q_\mu \rightarrow 0$

$$f_{ij}(pq) \approx 1 + \varepsilon_{ij} - \langle a_{ij\tau} \rangle q_\tau^2 - \langle a_{ij0} \rangle q_0^2 - \langle a_{ij0\tau} \rangle q_0 q_\tau, \quad (40)$$

где $1 \gg \varepsilon_{ij} \approx \text{const} \geq 0$. Таким образом в идеальном случае получим для параметров $a = \varepsilon, a_\tau, \dots$

$$a(\vec{v}, \psi) = \sum_{ij} \omega_{ij}(\vec{v}) a_{ij}(\vec{v}, \psi), \quad \omega_{ij} = \bar{\varepsilon}_{ij}(p, q=0) / \sum_{ij} \bar{\varepsilon}_{ij}(p, q=0). \quad (41)$$

Заметим, что разная θ -зависимость весовых факторов $\omega_{ij}(v, \theta)$ для разных комбинаций источников i, j может приводить к анизотропии параметров R , τ и B даже если сами R_{ij} , τ_{ij} и B_{ij} от θ не зависят. В реальной же ситуации следует учесть конечное импульсно-энергетическое разрешение ^{σ_p} , не позволяющее наблюдать эффект от долгоживущих источников. Кроме того, поскольку все наши рассуждения имеют смысл для $|q_\mu| \lesssim m_\pi$, то эффекты от комбинаций слишком широких источников тоже "ненаблюдаемы". Пусть

$L = \eta, \eta', \varphi, \omega \dots$ долгоживущие источники ($\Gamma_L^2 \ll 2\tau^2$),
 $R = \rho, k^*, A_2, \dots$ источники типа резонансов ($2\sigma_p^2 \ll \Gamma_R^2 \lesssim m_\pi^2$)
 и S - короткоживущие источники ($\Gamma_S^2 \gg m_\pi^2$). Нетрудно видеть, что экспериментально наблюдаемый эффект при $q_\mu \rightarrow 0$ будет связан только с $ij = RR$ или RS . Нормируя функцию γ из (4) на I

на "хвосте" наблюдаемого эффекта и учитывая, что в области нормировки $f_{S+R,R} = \epsilon_{S+R,R}$, и что $f_L = 0$, $f_{SS} \approx 1$ как в области нормировки так и в области эффекта, получим

$$g(\vec{v}\psi, q_T, q_0) \approx 1 + a \exp(-\langle a_T q_T^2 + a_0 q_0^2 \rangle_{S+R,R}), \quad a = \frac{1 - \omega_L - \omega_{SS}}{1 + \omega_{SS} + \omega_{S+R,R} \epsilon_{S+R,R}} \quad (42)$$

Заметим, что в $\bar{p}p$ -взаимодействиях при 22.4 ГэВ/с $a = 0.4 - 0.8$, $\sigma_{\pi^+} \approx 70$ мбн и $\sigma_{p^0} \approx 8$ мбн. Полагая $\sigma_{\omega} = \sigma_{p^0}$ и $\omega_L \approx \sigma_{\omega}/\sigma_{\pi^+} \approx 0.1$, получим для $a = 0.7$, что $\omega_{SS} \approx 0.1$.

IX. Обработка экспериментальных данных

Обсудим кратко проблему "фонового" распределения $d\tilde{\sigma}(I,2)$.

Обычно это распределение аппроксимируется распределением пар тождественных π -мезонов $d\sigma_{+-}$. В разделе IV мы видели, что в некоторых случаях "интерференционный" эффект при $q_{\mu} \rightarrow 0$ имеет место также для $\pi^+\pi^-$ пар, например, в случае, когда

$i_j = p^+p^-$; аналогичные, но более широкие корреляции могут быть связаны с нерезонансным образованием π -мезонов. Однако можно ожидать, что эти ~~эффекты~~ механизмы не дают существенного вклада в $d\sigma_{+-}$ при $q_{\mu} \rightarrow 0$. Кроме того этот вопрос можно решить экспериментально, разрушая корреляции перепутыванием компонент импульсов π -мезонов внутри отдельных событий.

Действительно, в $\bar{p}p$ -взаимодействиях при 22.4 ГэВ/с, полученное таким образом распределение практически не отличается от $d\sigma_{+-}$ /8/. Таким образом, представляется разумным извлекать параметры a , R , τ , максимизируя функцию правдоподобия

$$P(\vec{v}\psi, aR\tau) = \prod_n \left[g(p_n, q_n) / \sum_m g(p_m, q_m) \right], \quad (43)$$

где n (m) нумерует все пары тождественных (нетождественных) π -мезонов. В соответствии с предположением $d\sigma_{+-} \approx d\tilde{\sigma}$, сумма в

знаменателе является приближением для нормировочного интеграла $\int g(pq) d\tilde{\sigma}$. Конечно, малость корреляций для $\bar{\pi}^+ \pi^-$ -пар еще не означает, что $d\tilde{\sigma}_{+-} \approx d\tilde{\sigma}_{++}$. Примером могут служить модели мультипериферического типа, в которых образование тождественных π^- -мезонов с близкими импульсами динамически подавлено /16,17/. Согласно Джованини и Венициано /17/ такое подавление наиболее (наименее) существенно для $e^+e^- (\bar{p}p)$ -аннигиляции. Опять-таки следует подчеркнуть, что Бозе-эффект от резонансных π^- -мезонов по-видимому существенно уже такого сорта динамического эффекта - последний приведет только лишь к уменьшению параметра a в уравнении (42).

Следует отметить, что параметры a, R, τ обычно определяются подгонкой одномерных q_0, q_T^2 -распределений (см. рис. I и 2) или, если статистика достаточно большая, подгонкой двумерной q_0, q_T^2 -гистограммы. Кроме того до сих пор не изучалась v -зависимость этих параметров, важная для разделения разного сорта источников (см. разделы V и VI). Далее, поскольку ψ -зависимость параметра $R^2(\vec{v}, \psi)$ (а также $B(\vec{v}, \psi)$) согласно ур. (24) записывается явно в явном виде с помощью параметров R_0 и $c_{1,2}$, то вместо (43) удобно рассматривать функцию правдоподобия

$P(v, \theta; a, R_0, c_1, c_2, \tau)$. Конечно, ограниченная статистика имеющихся на сегодняшний день экспериментальных данных вряд ли позволит детальное изучение v, θ -зависимостей параметров a, τ, \dots . В качестве первого приближения следует разбить значение v хотя-бы на два интервала $v \leq \bar{v}$ и $v > \bar{v}$. Напомним, что аналогичное разбиение значений угла θ ($|\cos \theta| \geq 1/2$ и $|\cos \theta| < 1/2$) используется для получения экспериментальных

оценок R_{\perp}, τ_{\perp} и $R_{\parallel}, \tau_{\parallel}$.

Заключение

Таким образом, из вышесказанного следует, что простая аналогия с эффектом Хан-Бури - Броун-Твисса для сильно взаимодействующих π -мезонов не имеет места. Конечно, параметры R и τ и здесь являются пространственно-временными характеристиками области, из которой испускаются π -мезоны. Однако эти параметры по-видимому определяются в основном динамикой образования π -мезонов. Существенную роль при этом играет образование резонансов. Размеры и времена, связанные с испусканием "прямых"

π -мезонов и резонансов вносят вероятно небольшой вклад в параметры R, τ и B - их извлечение является непростой задачей.

Нам представляется, что ценность изучения корреляций тождественных π -мезонов при $q_{\mu} \rightarrow 0$ в том, что предложенные К-П переменные $q_T^2, q_L (q_{\perp})$ и соответствующие параметры $R(\vec{v}, \psi), \tau(\vec{v})$ или же переменная q^2 , введенная Гольдхабером и др. /1/, являются чувствительными характеристиками динамики множественного образования π -мезонов. Они могут служить для проверки соответствующих моделей.

Автор признателен безвозвратно ушедшему от нас Г.И.Копылову, а также И.М.Граменицкому, М.И.Подгорецкому и В.И.Рудю за многочисленные обсуждения, которые существенным образом способствовали появлению на свет настоящей работы.

А. Гольдхабер

ЛИТЕРАТУРА

1. G.Goldhaber, S.Goldhaber, W.Lee, A.Pais, Phys.Rev., 120, 300 /1960/.
2. Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий, ЯФ, 15, 392 (1972).
3. Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий, ЯФ, 18, 656 (1973).
4. Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий, ЯФ, 19, 435 (1974).
5. R.Hanbury Brown, R.Q.Twiss, Nature, 177, 27 /1957/.
6. E.V.Shuryak, Phys.Letters, 44B, 387 /1973/.
7. G.Cocconi, Phys.Letters, 49B, 459 /1974/.
8. R.Lednický, AADHKMP Collaboration, Paper Presented at the III European Symposium on NN-Interactions, Stockholm, July 1976, Wenner-Gren Volume 29, p.447 /1977/.
E.G.Boos et al., AADHKMP Collaboration, JINR Preprint, E1-11073, Dubna, 1978.
9. ABBCCHILVW Collaboration, Paper Presented at the European Conference on Particle Physics, Budapest, July 1977.
10. G.H.Thomas, Argone Preprint, ANL-HEP-PR-76-33, June 1976.
11. P.Grassberger, Nucl.Phys., B120, 231 /1977/.
12. P.V.Chlyapnikov, Rapporteur's Talk at the International Conference on High Energy Physics, Tbilisi, 1976.
13. В.Г.Гришин, Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий, ЯФ, 13, 1116 (1971);
Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий, ЯФ, 14, 1081 (1971).
Г.И.Копылов, ЯФ, 15, 178 (1972).
14. E.G.Boos et al., AADHKMP Collaboration, JINR Preprint, E1-11190, Dubna, 1978.
15. E.G.Boos et al., AADHKMP Collaboration, Nucl.Phys., B121, 381 /1977/.
16. E.L.Berger, R.Singer, G.H.Thomas, T.Kafka, Phys.Rev., D15, 206 /1977/.
17. A.Giovannini and G.Veneziano, Nucl.Phys., B130, 61 /1977/.

Таблица 2

$i+j$	n_{p00}	R, fm		$\tau, fm/c$		B, fm^2		$W_{ }/W_{\perp}$	V	
		\perp	$ $	\perp	$ $	\perp	$ $		$ $	\perp
$p+p$	0	2.1	2.2	1.2	1.7	4.2	4.2	0.25	0.94	0.89
	I/3	1.8	3.1	1.8	1.9	4.1	4.7	0.75	0.92	0.87
	I	1.5	4.7	2.2	2.2	4.0	5.9	2.6	0.90	0.82
$f+p$	0	1.6	1.8	1.1	1.4	6.4	6.1	0.13	0.97	0.95
	I/3	1.4	2.4	1.3	1.5	6.2	6.4	1.1	0.96	0.94
	I	1.2	3.6	1.4	1.6	6.1	7.6	7.8	0.95	0.93
$f+f$	0	1.3	1.5	1.0	1.3	8.0	8.1	0.03	0.98	0.97
	I/3	0.9	1.8	1.2	1.3	8.0	8.2	0.60	0.97	0.96
	I	0.9	3.2	1.3	1.5	8.0	9.0	9.4	0.97	0.95
A_2+p	0	2.1	2.4	1.7	2.1	8.6	8.7	0.09	0.95	0.92
	I/3	1.7	3.0	2.0	2.2	8.5	9.1	0.71	0.93	0.91
	I	1.5	4.7	2.1	2.4	8.4	11.0	5.3	0.93	0.89
A_2+f	0	1.6	2.0	1.4	1.7	9.7	9.9	0.04	0.97	0.95
	I/3	1.3	2.5	1.6	1.8	9.6	10.0	0.78	0.96	0.95
	I	1.2	4.2	1.6	2.0	9.6	11.0	12.0	0.96	0.93
A_1+A_2	0	2.1	2.6	1.8	2.3	11.0	12.0	0.03	0.95	0.93
	I/3	1.6	3.1	2.1	2.4	11.0	12.0	0.55	0.94	0.92
	I	1.5	5.0	2.1	2.5	11.0	14.0	7.9	0.94	0.91
$\bar{p}p$	$n_{ch} \geq 6$	1.7	4.4	3.1	2.2	1.1	3.9	1.2	0.76	0.73
2.24 ГбВ/с	± 0.4	± 1.4	± 1.6	± 1.0	± 0.5	± 2.3				

Таблица 3

$i+\pi$	ρ_{00}	R, fm		$\tau, fm/c$		B, fm^2		$W_{ }/W_{\perp}$		V	
		\perp	\parallel	\perp	\parallel	\perp	\parallel	\parallel	\perp	\parallel	\perp
ρ	0	1.5	1.7	1.5-1.4	2.0	3.9	3.9	.9	.93	.87	
	I/3	1.2	2.4	2.1-1.7	2.1-2.0		4.1	1.6	.91	.85	
	I	1.0	3.4	2.4-1.9	2.3-2.1		4.4	2.8	.90	.80	
f	0	.9	1.3	1.2	1.5	7.9	8.0	.44	.97	.96	
	I/3	.7	1.6	1.4	1.5		8.0	2.1	.96	.95	
	I	.6	2.3	1.4	1.7		8.2	7.1	.96	.94	
$A_2 \rightarrow \pi\rho$	0	1.5	1.9	2.0	2.4	10.8	11.	.33	.95	.92	
	I/3	1.1	2.4	2.3	2.5		11.1	1.5	.94	.91	
	I	1.0	3.6	2.4	2.7		11.6	5.5	.93	.90	
$\omega \rightarrow 3\pi$	0	21.	19.	24.-16.	29.-24.	262.	331.	.96	.78	.74	
	I/3	18.	26.	33.-20.	20.-24.	281.	351.	1.3	.78	.71	
	I	14.	36.	39.-24.	29.-23.	299.	400.	2.0	.77	.66	
$A_2 \rightarrow 3\pi$	0	1.4	1.8	2.1	2.4	6.3	10.3	.33	.77	.83	
	I/3	1.1	2.3	2.7	2.5	8.1	10.4	1.0	.81	.81	
	I	1.0	3.3	2.9	2.6	8.6	10.7	3.0	.83	.75	
$\Gamma = 200$ МэВ/с	(2.5)	0	.4	.6	1.1	1.1	4.2	5.7	.07	.83	.87
	$\hookrightarrow 3\pi$	I/3	.3	.7	1.2	1.1	5.4	5.7	.96	.87	.86
	I	.3	1.1	1.2	1.2	5.4	5.6	6.7	.87	.78	

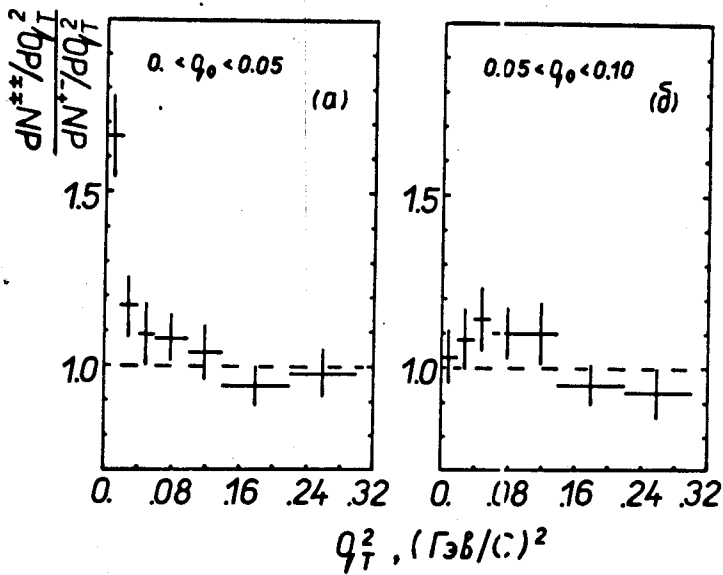


Рис. 1 Нормированное отношение q_T^2 -спектров $\pi^+\pi^-$ и $\pi^+\pi^-$ -пар в $\bar{p}p$ -взаимодействиях при 22.4 ГэВ/с с $n_{ch} \geq 6$ для разных интервалов q_0 .

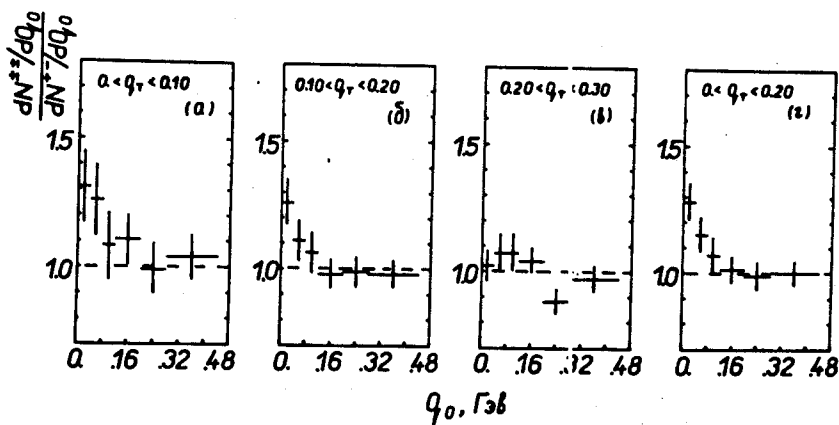


Рис. 2 Нормированное отношение q_0 -спектров $\pi^+\pi^-$ и $\pi^+\pi^-$ -пар в $\bar{p}p$ -взаимодействиях при 22.4 ГэВ/с с $n_{ch} \geq 6$ для разных интервалов q_T .

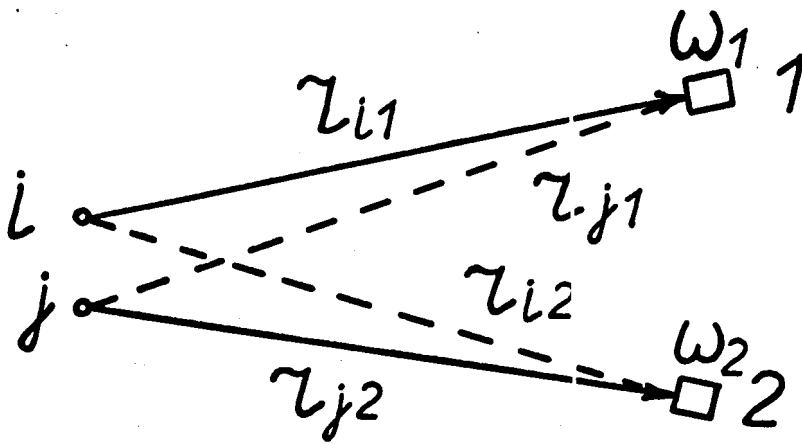


Рис. 3 Испускание токциственных π -мезонов источниками i, j .

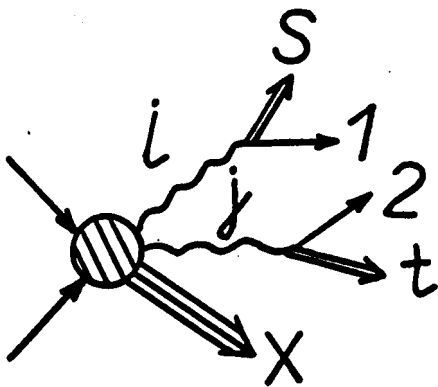


Рис. 4 Диаграмма процесса с образованием и последующим распадом резонансов i, j .

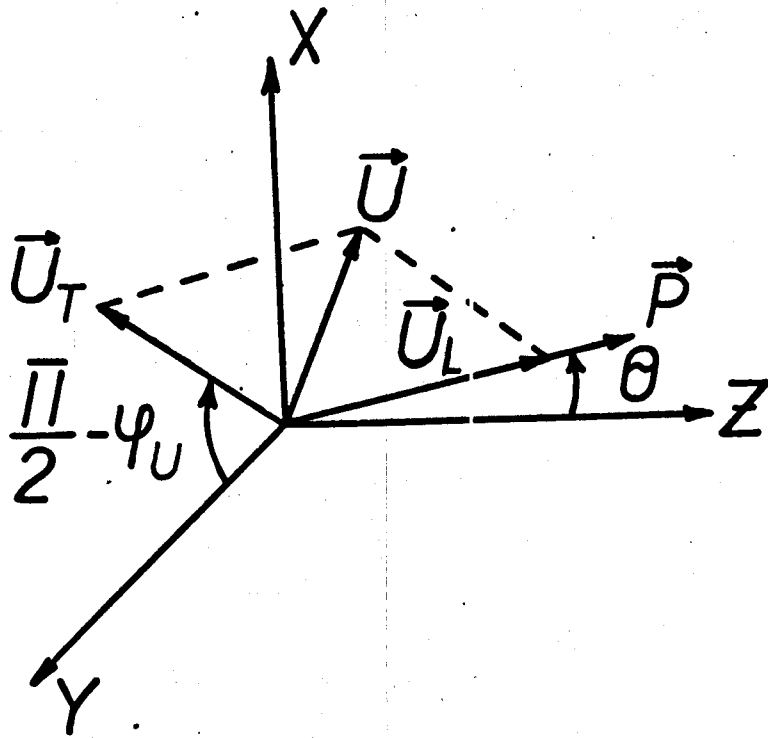


Рис. 5

Определение системы координат; z - ось реакции, импульс \vec{p} пары π -мезонов лежит в плоскости X, z .