

+

Ц,8406
М-69

Михайлов В.А.
Б2-11/6528.



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Б2-11-6528

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 1972

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Лаборатория высоких энергий

Ц. 8406
M-69

В.А. МИХАЙЛОВ

Б2-11-6528

FIXPNT- ПРОГРАММА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЧЕК
РАВНОВЕСИЯ НА ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ

с. ф. 3379

16 июня 72

Дубна, 1972 год

Объединенный институт ядерных исследований

1. Введение

Важным этапом исследования движения частиц в ускорителе является качественный анализ решений колебательного уравнения

$$\frac{d^2 x}{d\theta^2} = f\left(x, \frac{dx}{d\theta}, \theta\right) \quad (1)$$

методом фазовой плоскости.

Здесь x - отклонение от равновесного радиуса,

θ - азимутальный угол.

После следующей замены переменных

$$\frac{dx}{d\theta} = y ; \quad \frac{d^2 x}{d\theta^2} = \frac{dy}{d\theta}$$

уравнение (1) можно привести к виду

$$\frac{dx}{d\theta} = \xi(x, y, \theta) ; \quad \frac{dy}{d\theta} = \beta(x, y, \theta). \quad (2)$$

Задача исследования, как правило, сводится к отысканию особых точек на фазовой плоскости и определению характера движения в их окрестности. Особая точка с координатами (x_0, y_0) называется равновесной ^{/1/}, если выполняется условие

$$\xi(x_0, y_0, \theta) \equiv 0 ; \quad \beta(x_0, y_0, \theta) \equiv 0.$$

Рассмотрим функцию

$$\Delta(x, y) = [x(\theta + T) - x(\theta)]^2 + [y(\theta + T) - y(\theta)]^2,$$

где θ - фиксированный азимут,

T - период колебаний частицы, с начальными условиями x_0, y_0 .

Значение функции $\Delta(x_0, y_0) = 0$.

В случае, если траекторией частицы является неискаженная равновесная орбита $(x_0=0, y_0=0)$, период T равен периоду магнитной структуры ускорителя.

Пусть (x_0, y_0) - изолированная особая точка, тогда в любой другой точке некоторой ограниченной области функции $\xi(x, y, \theta)$ и $\beta(x, y, \theta)$ одновременно не обращаются в ноль. Следовательно, фа-

зовые траектории и Δ - функция являются гладкими кривыми в рассматриваемой области и точка (X_0, Y_0) - главный минимум Δ - функции.

Итеративная программа *FIXPNT*, написанная на Фортране, определяет координаты этого минимума с заданной точностью.

2. Описание программы *FIXPNT*

Блок-схема программы *FIXPNT* представлена на рис.1 и включает в себя следующие блоки:

1. Блок начальных условий служит для задания восьми величин, вводимых в программу с 2-х перфокарт с помощью оператора *READ* в формате 4E20.13 в следующей последовательности:

NLIM - предельный шаг итераций методом половинного деления,

EPS - абсолютная точность расчета Δ - функции,

N ϕ - начальный шаг итераций блока минимума Δ - функции,

N \mathcal{D} ϕ - начальный шаг итераций блока выбора направления,

X ϕ , *A ϕ* - начальные координаты на фазовой плоскости,

S N , *C S* - коэффициенты начальной прямой, проходящей через точку с координатами *X ϕ* и *A ϕ* .

2. Блок минимума Δ - функции вычисляет минимальное значение на прямой, заданной в начальных условиях или перпендикулярной выбранному направлению, методом половинного деления ^{1/2} (рис.2).

Для расчета Δ - функции пользователем составляется подпрограмма *DELTA* (*x, A, R, ALP, D(I)*), фактическими параметрами которой являются:

$$x = x\phi ; A = A\phi ;$$

$$R(1) = x(\theta) ; R(2) = x(\theta + T) ;$$

$$ALP(1) = y(\theta) ; ALP(2) = y(\theta + T) ;$$

$$D(1) = (R(2) - R(1)) ** 2 + (ALP(2) - ALP(1)) ** 2 ;$$

I - текущий индекс программы.

Параметры *R, ALP* должны быть описаны в *DIMENSION*

подпрограммы $\Delta E L T A$.

3. Блок пересчета направлений производит вычисление коэффициентов уравнения отрезка прямой, проходящей через точки с координатами $(x(\theta), y(\theta))$ и $(x(\theta + T), y(\theta + T))$.

4. Блок выбора направления (рис.3) осуществляет перемещение начальных условий в сторону особой точки по прямой, перпендикулярной отрезку блока п.3 и проходящей через его середину, с первоначально заданным шагом $H\Delta\phi$. В случае прохождения главного минимума, поиск продолжается с половинным шагом. На каждом шаге итераций происходит возврат в блок минимума Δ - функции для уточнения выбранного направления. Для уменьшения времени счета начальный шаг итераций в блоке минимума Δ - функции берется равным половине последнего шага данного блока.

5. В конце счета в формате E20.13 на печать выданы следующие величины:

X^*, A^* - координаты равновесной точки на фазовой плоскости,

$\Delta(I), H, H\Delta$ - конечные значения Δ - функции и шагов итераций п.п.2,4.

Из сказанного выше следует, что для минимизации Δ - функции в программе $FIXPNT$ используется метод половинного деления с элементами метода скорейшего спуска ^{/2/}, но в отличие от последнего не требует вычисления специальных функций и производных. В случае, если в рассматриваемой области существует более чем одна особая точка, начальные условия следует выбирать в такой окрестности исследуемой точки равновесия, в которой Δ - функция в направлении минимума монотонно убывает.

Автор глубоко благодарен профессору М.Конте из Генуэзского университета за постоянный интерес к работе и ценные замечания.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Н.Н.Боголюбов,В.А.Митропский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний,изд.2,Государственное издательство физико-математической литературы.
2. В.П.Демидович,И.А.Марон.Основы вычислительной математики, изд.4,Издательство "Наука".

Maxwell

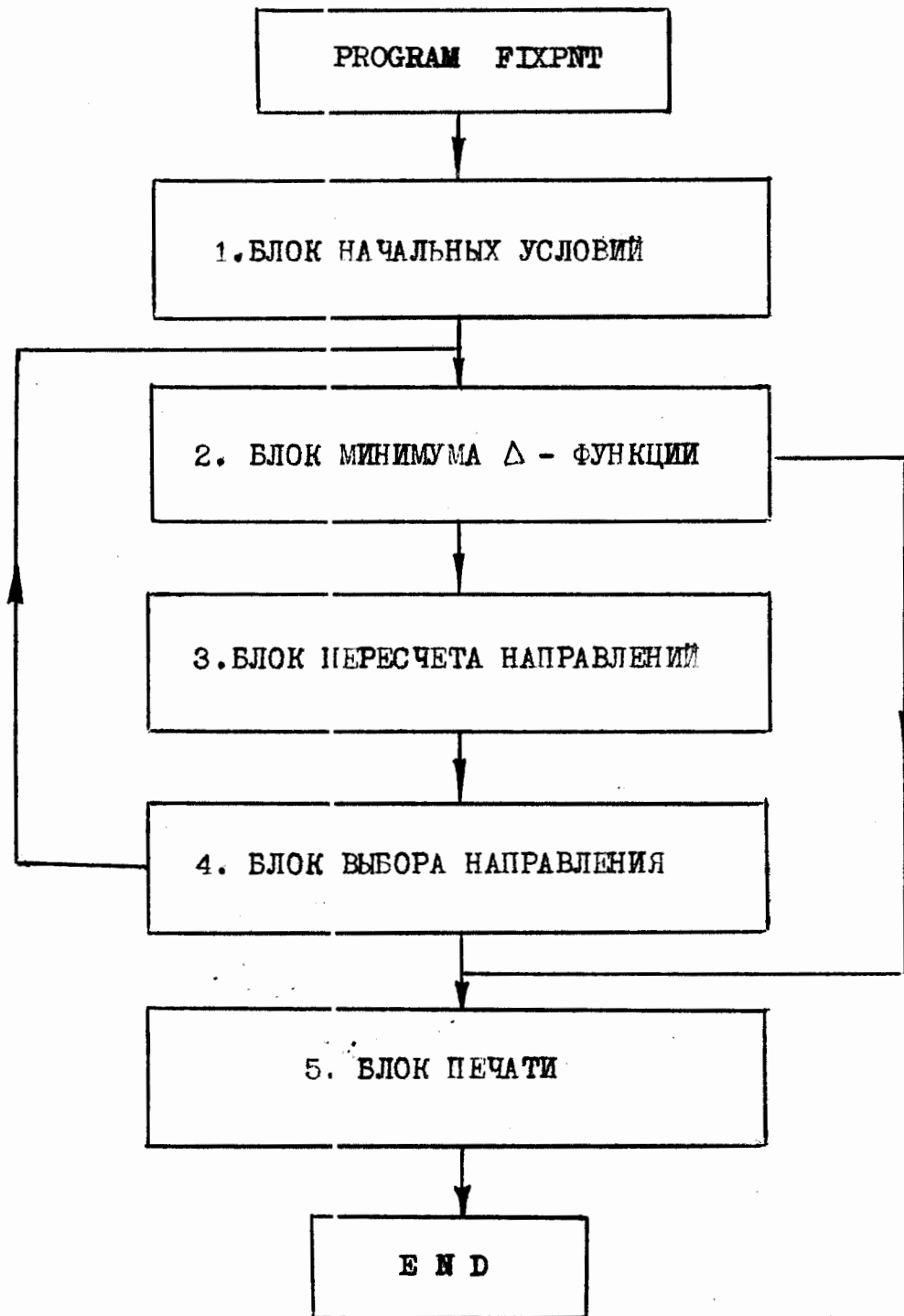


Рис.1. Блок-схема программы **FIXPNT**

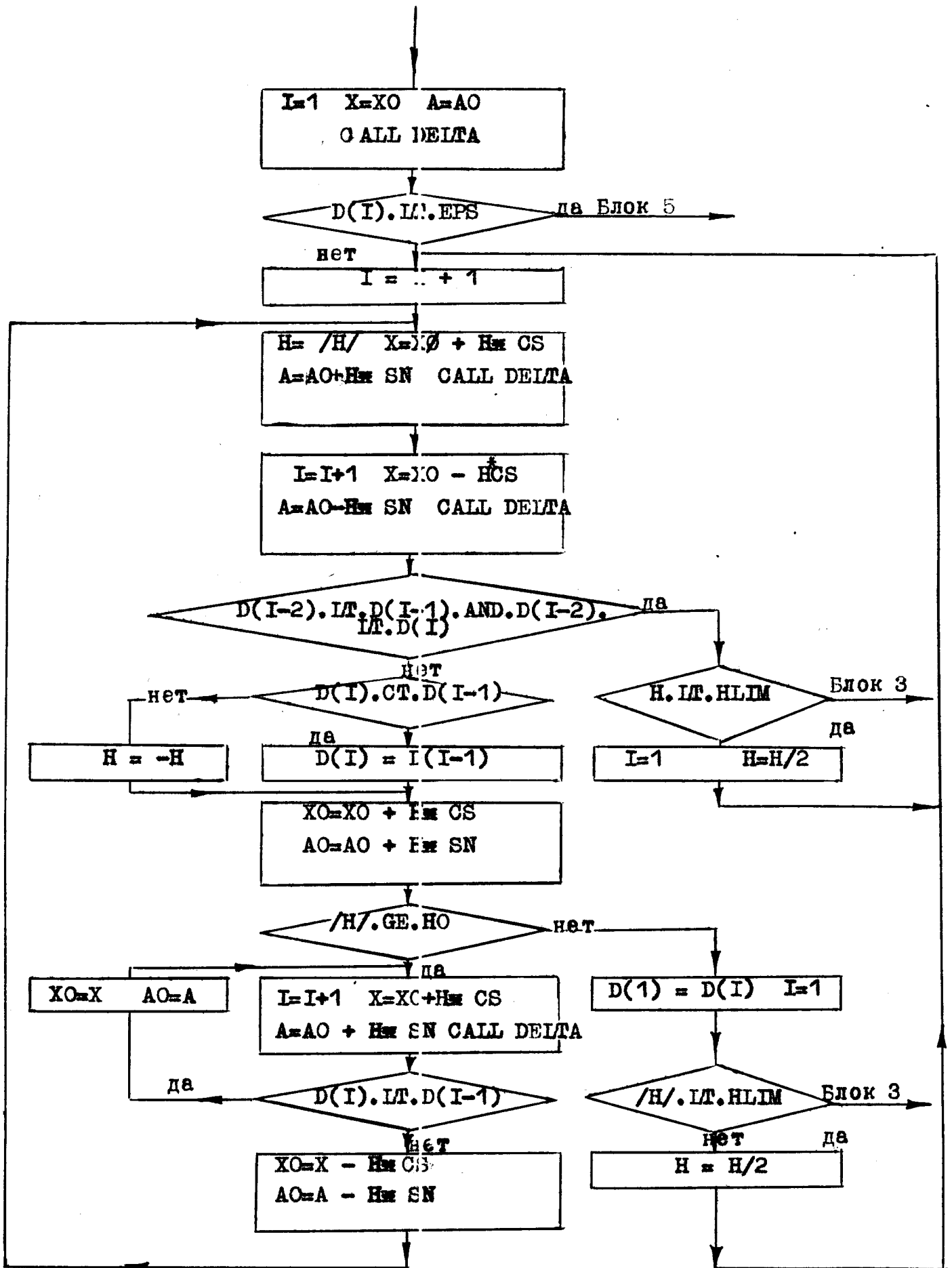


Рис.2. Блок минимума Δ - функции.

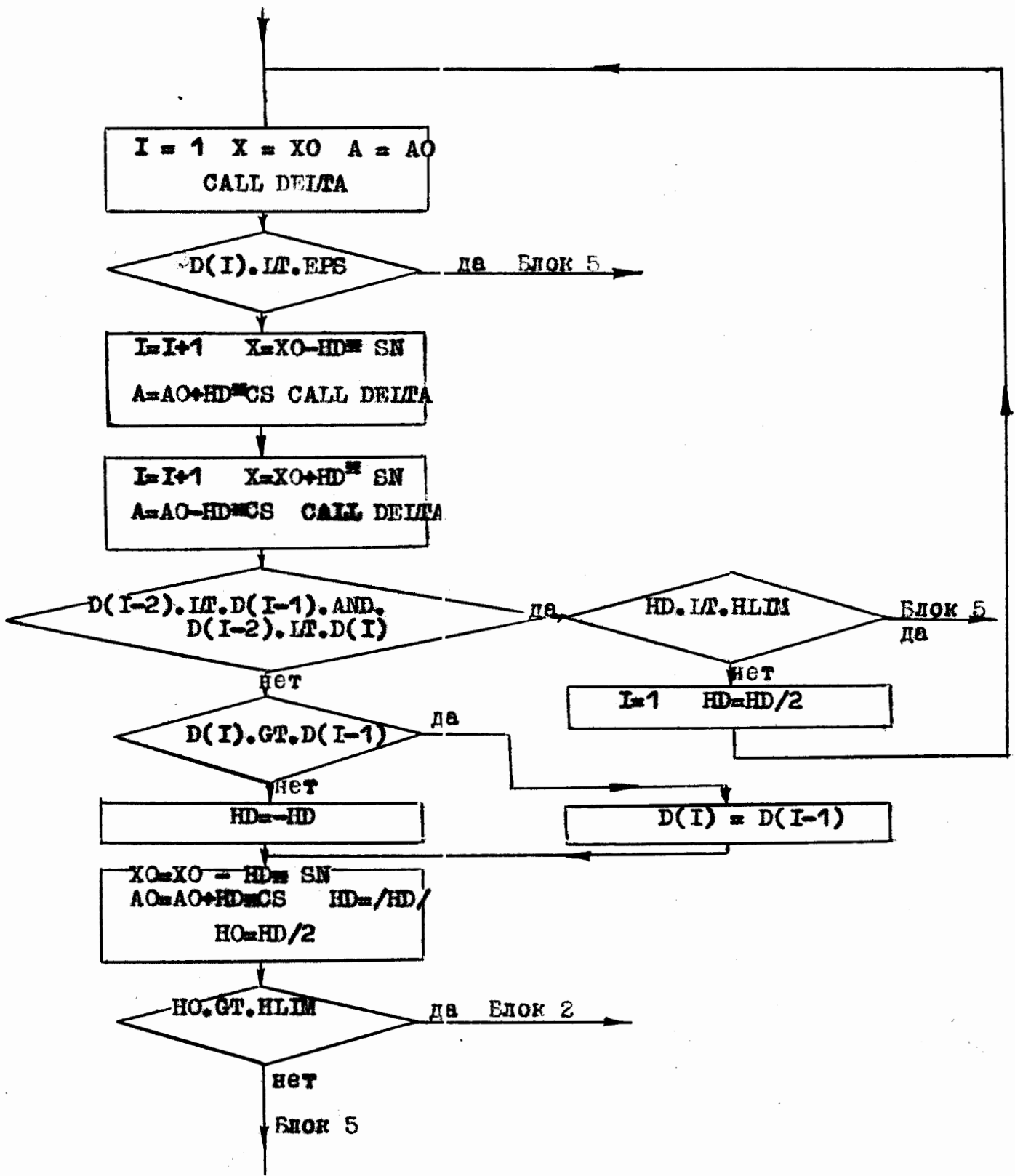


Рис.3. Блок выбора направления