

Б 2 - 10 - 7737

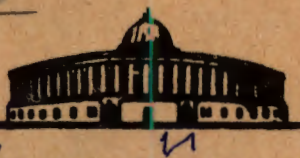
~~ЛБЭ~~

СЗ44.1ш + 16 р40в

45

Л-394

Ледницки Р,



и Сайтов И.е.

1151/74

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Б 2 - 10 - 7737

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 1974

Объединенный институт ядерных исследований

Лаборатория высоких энергий

Р. Ледницки, И.С.Сайтов

БЭ-10-7737

ПРОГРАММА *MUNG* ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
ОПТИЧЕСКИХ КОНСТАНТ.

19 февр. 74

Ученый секретарь  
Лаборатории высоких энергий  
И.С.Сайтов

г.Дубна, 1974 год.

### **Аннотация.**

**Описана программа определения оптических констант трековых камер. Приводятся результаты применения программы для определения констант 2-метровой водородной пузырьковой камеры "Людмила".**

I. Для любого трекового прибора с оптическим съёмом информации, в том числе для пузырьковой камеры, необходимо производить пространственное восстановление объектов в рабочем объеме прибора. Предполагается, очевидно, что константы, определяющие ход световых лучей от объекта до фотопленки (в дальнейшем "оптические константы") должны быть известны с такой точностью, чтобы вносимые ими систематические смещения были существенно меньше ошибок измерений.

Фотографирование в камере в рабочих условиях объемного тест-объекта с известными в какой-либо системе координатами позволяет, в принципе, удовлетворить этому требованию. Если же тест-объект является плоским, т.е. в рабочем объеме камеры имеется лишь одна плоскость с реперными метками, то для определения оптических констант необходимо использовать дополнительную информацию об оптической системе.

В данной работе описывается программа *MUNG*, предназначенная для определения оптических констант, используемых при геометрической реконструкции событий в трековых камерах с помощью программы *THRESH* /1,2/, путем обработки результатов измерений фотографий тест-объекта, расположенного в рабочем объеме трековой камеры.

Программа *MUNG*, в отличие от разработанной в ЦЕРНе программы *PYTHON* /3/, позволяет обрабатывать результаты фотографирования не только объемного, но и плоского тест-объекта и, благодаря эффективному использованию программы минимизации квадратичного функционала *FUMILI* /4/, является более простой, быстрой и в достаточной степени универсальной.

Рассмотрены трудности, возникающие при определении оптических констант (параметров); анализируются ошибки и корреляции этих параметров.

2. В программе *THRESH* /1/ оптическими константами являются следующие величины: координаты входных зрачков фотокамер  $(x, y, z)^{(i)}$ , расстояния выходных зрачков от пленки  $f^{(i)}$ , параметры дисторсий объективов  $\beta_1^{(i)}, \beta_2^{(i)}, \dots$ , толщины  $d_j$  и показатели преломления  $n_j$  сред на пути луча света от объекта до входного зрачка (см. рис.1). В соответствии с *THRESH* /1/ предполагается, что оптические оси выбраны как перпендикуляры к нижней поверхности камерного стекла (плоскость  $Z = 0$ ) и, что все поверхности сред на пути луча света до входного зрачка параллельны этой плоскости.

Параметры дисторсий  $\beta_1, \beta_2, \dots$  учитывают тот факт, что угол  $\alpha$ , под которым входит луч света во входной зрачок может не совпадать с углом  $\alpha'$ , который образует с оптической осью прямая, соединяющая изображение с выходным зрачком. Преобразование реально измеренных на пленке координат  $\vec{x}_r$  в "идеальные" координаты  $\vec{x}_{id}$ , т.е. координаты изображения той же точки в случае идеальной оптики, проводится в соответствии с формулами:

$$\vec{t}_{id} = \mathcal{D} \cdot \vec{t}_r, \quad \vec{t}_{r,id} = -\frac{1}{f} (\vec{x}_{r,id} - \vec{x}),$$

$$\mathcal{D} = 1 + \beta_1 t_{rx} + \beta_2 t_{ry} + \beta_3 t_{rx} t_{ry} + \beta_4 t_{rx}^2 + \beta_5 t_{ry}^2 + \beta_6 t_r^4. \quad (I)$$

Это преобразование учитывает не только дисторсию объективов, но и отклонения реальной оптики от предположений, используемых в программе *THRESH*. Из рис.2 находим, что параметры  $\beta_1$  и



$\beta_2$  являются компонентами угла ( $\vec{\delta}$ ) наклона реальной пленки относительно плоскости  $z = 0$ , т.е.  $\vec{\delta} = (\beta_1, \beta_2)$ . Параметры  $\beta_3, \beta_4$  и  $\beta_5$  учитывают эллиптические дисторсии, возникающие, например, в случае, когда объектив имеет квадратичную дисторсию  $D = 1 + \beta t_r^2$  относительно некоторой оси, не совпадающей с выбранной нами оптической осью. Параметр  $\beta_6$  учитывает поправку 4-го порядка. В соответствии с *THRESH* учитывается также возможное отклонение луча света от меридиональной плоскости. Для этого вводится параметр  $\beta_7$  и преобразование (I) модифицируется в виде

$$t_{id_x} = D \cdot t_{rx} \quad , \quad t_{id_y} = D \cdot t_{ry} + \beta_7 t_{rx}^2 \quad . \quad (I, a)$$

Источниками дисторсий являются, однако, не только объективы фотокамер — заметные искажения могут возникать также при прохождении света через стекло, имеющее клин. При наличии на стекле клина с углом  $\vec{\varepsilon}$  метки на его нижней поверхности смещаются в плоскости  $x, y$  на вектор

$$\Delta \vec{X} = \alpha \frac{n-1}{n} \vec{\varepsilon} \quad (2)$$

(использовано приближение малых углов, т.е.  $|\vec{t}|, |\vec{\varepsilon}| \ll 1$ ). Например, при  $n = 1,5$ ,  $\alpha = 15$  см и  $\varepsilon = 3'$  этот сдвиг составит  $\sim 50$  мкм. Переменный клин может поэтому внести заметный вклад в параметры дисторсий. В случае, когда параметры дисторсий объективов определяются на оптическом стенде без учета камерных стекол, угол клина этих стекол должен быть  $\lesssim 20''$  для того, чтобы вызываемые клином смещения были меньше ошибок в координатах реперных крестов ( $\lesssim 5$  мкм).

3. Для выяснения влияния свойств тест-объекта на точности определения координат зрачков фотокамер рассмотрим упрощенную задачу - предположим, что дисторсии отсутствуют и свет проходит только через одну среду с  $n = 1$ . Требуется определить оптические константы (в данном случае  $x, y, z$  и  $f$  - координаты зрачков), используя известные координаты  $\vec{X}_{Gj}$  и  $\vec{X}'_{Gj}$  реперных меток в главной ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) и вспомогательной ( $j = 1, \dots, N$ ) реперных плоскостях, и координаты  $\vec{X}_{Fj}$  и  $\vec{X}'_{Fj}$  изображений этих меток на пленке (см. рис. I).

Масштаб  $\lambda$  для плоскости, перпендикулярной к оптической оси будет постоянным, причем  $\lambda = z/f$  для главной и  $\lambda' = (z+H)/f$  для вспомогательной реперных плоскостей ( $H$  - расстояние между плоскостями). В этом случае масштаб можно определить из измерения расстояний  $R_{ij}$  между метками в реперной плоскости и расстояний  $r_{ij}$  между их изображениями на пленке. В предположении  $\sigma_r \ll \lambda \sigma_r$  ( $\sigma_r$  и  $\sigma_r$  - ошибки измерения расстояний  $R$  и  $r$ ) ошибка в масштабе равна:

$$\sigma_\lambda = \lambda^2 \sigma_r / \left( \sum_{i < j}^N R_{ij}^2 \right)^{1/2} \quad (3)$$

Как и следовало ожидать,  $\sigma_\lambda$  сильно зависит от расстояния  $R^{\max}$  между парой наиболее удаленных друг от друга крестов. Поэтому для оценок в знаменателе формулы (3) можно брать только  $(R^{\max})^2$ . Тогда для 2-х метровой водородной пузырьковой камеры ЛВЭ при  $R^{\max} = 2$  м,  $\lambda = 13$  и  $\sigma_r = 5$  мкм получим из (3)  $\sigma_\lambda \approx 5 \cdot 10^{-4}$ .

Параметры  $f$  и  $z$  выражаются через масштаб  $\lambda$  и  $\lambda'$  в виде:

$$f = \frac{H}{\lambda' - \lambda}, \quad z = \frac{\lambda H}{\lambda' - \lambda} \quad (4)$$

В предположении  $\sigma_n/H \ll \sigma_{\lambda'-\lambda}/(\lambda'-\lambda)$  получим для ошибок этих параметров

$$\frac{\sigma_f}{f} = \frac{\sigma_z}{z} = \frac{\sigma_{\lambda'-\lambda}}{\lambda'-\lambda} \quad (5)$$

Таким образом, разность масштабов реперных плоскостей желательно иметь как можно больше, т.е. расстояние  $H$  между реперными плоскостями надо сделать настолько большим, насколько это позволяет глубина резкости фотоаппаратов. Для 2-х метровой камеры ( $z = 200$  см,  $f = 15$  см,  $H = 50$  см и  $\sigma_{\lambda'-\lambda} \approx 10^{-3}$ ) из (4) и (5) получаем что  $\sigma_f = 50$  мкм и  $\sigma_z = 650$  мкм. Малое значение ошибки в масштабе  $\lambda = z/f$  при этом указывает на существование сильной корреляции между  $z$  и  $f$  (коэффициент корреляции  $E(z, f) \approx 1$ ). Для величины  $R = 1/(1-E^2)$ , используемой в качестве меры корреляции в программе FUMILI, получим выражение

$$R = \left\{ \frac{\lambda}{\lambda'-\lambda} \left[ \left( \frac{\sigma_{\lambda'}}{\sigma_{\lambda'}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{\lambda'}}{\sigma_{\lambda'}} \right)^2 \right] \right\}^2 \approx 4 \left( \frac{\lambda}{\lambda'-\lambda} \right)^2 \quad (6)$$

В рассмотренном нами примере  $\lambda = 13$ ,  $\lambda'-\lambda = 3.3$  и  $R \approx 60$ .

Перейдем к определению координат  $X$  и  $Y$  входного зрачка. Для этого измеренные координаты реперных меток ( $\vec{X}_G^m$ ) и их изображений ( $\vec{X}_F^m$ ) преобразуем из систем измерительных приборов в "камерную систему":

$$\vec{X}_{G_j} = \hat{A}_G (\vec{X}_{G_j}^m - \vec{a}_G) \quad , \quad \vec{X}_{F_j} = \hat{A}_F (\vec{X}_{F_j}^m - \vec{a}_F) \quad (7)$$

где в случае отсутствия усадки пленки  $\hat{A}_F$  является матрицей поворота

$$\hat{A}_F = \hat{R}_F \quad , \quad \hat{R}_F = \begin{pmatrix} \cos \varphi_F & \sin \varphi_F \\ -\sin \varphi_F & \cos \varphi_F \end{pmatrix} \quad (8)$$



Если, однако, пленка деформируется (линейно), элементы матрицы  $\hat{A}_F$  являются независимыми и преобразование  $\vec{X}_F^m \rightarrow \vec{X}_F$  содержит шесть неизвестных параметров; для их определения можно использовать реперные метки внутреннего ориентирования, расположенные в плоскости фотопленки.

Матрица  $A_G$  пропорциональна матрице поворота реперной плоскости  $\hat{A}_G = \rho_G \hat{R}_G$ ;  $\rho_G$  - коэффициент температурной усадки тест-объекта. В случае, когда камерная система и параметры преобразования  $\vec{X}_F^m \rightarrow \vec{X}_F$  задаются метками внутреннего ориентирования, три параметра сдвига и поворота тест-объекта ( $\vec{a}_G$  и  $\varphi_G$  определяются вместе с остальными оптическими константами. Если метки внутреннего ориентирования отсутствуют, то камерную систему можно зафиксировать тест-объектом и вместе с оптическими константами определять параметры преобразований  $\vec{X}_F^m \rightarrow \vec{X}_F$  для каждой фотокамеры. В программе *MUNG* заложены обе эти возможности (предполагается, однако, что деформация пленки уже учтена).

В приближении постоянного масштаба для каждой фотокамеры и каждой реперной метки  $j$  должны выполняться (с точностью до ошибок измерений) равенства:

$$\vec{X}_{Gj} - \vec{X}^{(i)} = -\lambda^{(i)} (\vec{X}_{Fj}^{(i)} - \vec{X}^{(i)}), \quad \vec{X}'_{Gj} - \vec{X}^{(i)'} = -\lambda^{(i)'} (\vec{X}'_{Fj}^{(i)'} - \vec{X}^{(i)'}). \quad (9)$$

Из них с учетом преобразований (7) следует определить координаты  $\vec{X}^{(i)}$  входных зрачков и параметры  $\vec{a}_G$  и  $\varphi_G$  сдвига и поворота реперного объекта относительно базисной плиты (в предположении, что камерная система зафиксирована метками <sup>на</sup> прижимных стеклах). Для угла поворота  $\varphi_G$  из (9) получается сильно пере-

определенная система линейно независимых уравнений. Поэтому, без потери общности, можно перейти к рассмотрению одномерной задачи и для каждой фотокамеры  $i$  равенства (9) переписать в виде 2-х линейно независимых уравнений:

$$(\lambda^{(i)} + 1) X^{(i)} + a_g = \lambda^{(i)} X_F^{(i)} + X_G^m, \quad (10)$$

$$(\lambda^{(i)'} + 1) X^{(i)} + a_g = \lambda^{(i)'} X_F^{(i)'} + X_G^{m'},$$

где введены величины  $X_{F,G}$  - средние по всем координатам  $X_{F_j, G_j}$ .

Заметим, что в случае, когда координаты меток в главной и вспомогательной реперных плоскостях измерены в разных системах отсчета ( $a'_g \neq a_g$ ), для определения параметров  $X^{(i)}$ ,  $a_g$  и  $a'_g$  не хватает линейно независимых уравнений (это является следствием примерного равенства масштабов фотокамер:  $\lambda^{(i)} \approx \lambda$ ,  $\lambda^{(i)'} \approx \lambda'$ ).

Если использовать уравнения (10) только для одной фотокамеры, то

$$X = \frac{1}{\lambda' - \lambda} [X_G^{m'} - X_G^m + \lambda' X_F' - \lambda X_F],$$

$$a_g = \frac{1}{\lambda' - \lambda} [(\lambda' + 1) X_G^m - (\lambda + 1) X_G^{m'} + \lambda(\lambda' + 1) X_F - \lambda'(\lambda + 1) X_F'] \quad (11)$$

Оценим ошибки в этих параметрах. Поскольку  $X_G^m$  и  $X_F$  входят в формулы (11) только в комбинации  $\lambda X_F + X_G^m$ , вкладом ошибки  $\sigma_g$  усредненной координаты  $X_G^m$  можно пренебречь по сравнению с вкладом  $\lambda \sigma_f$  от ошибки координаты  $X_F$ . Если среднее расстояние реперных меток от оптической оси намного меньше максимального расстояния между метками, ошибками масштабов также можно пренебречь и записать  $\sigma_x$  и  $\sigma_{a_g}$  в виде:

$$\sigma_x = \frac{1}{\lambda' - \lambda} (\lambda^2 \sigma_F^2 + \lambda'^2 \sigma_{F'}^2)^{1/2}, \quad \sigma_{a_g} = \frac{1}{\lambda' - \lambda} \left\{ [\lambda(\lambda' + 1) \sigma_F]^2 + [\lambda'(\lambda + 1) \sigma_{F'}]^2 \right\}^{1/2}. \quad (12)$$

Как и в случае параметров  $Z$  и  $f$ , ошибки обратно пропорциональны разности масштабов. Для 2-х метровой камеры  $\lambda = 13$ ,  $\lambda' - \lambda = 3.3$  и  $\sigma_F = \sigma_{F'} = 2$  мкм получим из (12), что  $\sigma_x = 13$  мкм и  $\sigma_{a_g} = 130$  мкм. Мера корреляции  $R$  параметров  $X$  и  $a_g$  равна:

$$R = \left( \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda \lambda'} \frac{\sigma_x \sigma_{a_g}}{\sigma_F \sigma_{F'}} \right)^2. \quad (13)$$

В рассмотренном нами примере  $R \approx 100$ , т.е. корреляция примерно такая же, как для параметров  $Z$  и  $f$ . Следует заметить, что при использовании  $n$  фотокамер ошибка  $\sigma_{a_g}$  уменьшится примерно в  $\sqrt{n}$  раз и соответственно уменьшится мера корреляции  $R$ .

4. При наличии дисторсий и преломляющих сред масштаб в плоскости  $Z = \text{const}$  зависит от угла  $\vec{t}$  и оптические константы можно определить только методом последовательных приближений. Заметим, однако, что основные положения, найденные нами в упрощенном рассмотрении, останутся в силе и в общем случае для неширокоугольной оптики (масштаб слабо зависит от  $\vec{t}$ ).

Ниже в общих чертах описывается метод получения оптических параметров, использованный в программе *MUNG*. Исходной информацией являются усредненные по многократным измерениям координаты  $\vec{X}_{G_j}^m$ ,  $\vec{X}_{G_j}^{m'}$  реперных меток и координаты  $\vec{X}_{F_j}^m$ ,  $\vec{X}_{F_j}^{m'}$  их изображений на пленке. Предполагается, что деформация пленки уже учтена; для этого изображения реперных меток многократно измеряются вместе с метками внутреннего ориентирования, координаты ус-

редняются в системе первого измерения и с помощью заданных координат меток внутреннего ориентирования находятся параметры преобразования (7) (в общем линейном случае таких параметров 6 - поперечная и продольная усадка пленки, угол перекоса координатных осей, два параметра сдвига и угол поворота). Координаты  $\vec{X}_{F_j}^m$  и  $\vec{X}_{F_j}^{m'}$  получаются, наконец, усреднением преобразованных с помощью (7) измерений на разных кадрах. Для описанной процедуры в отделе водородных камер используется модификация программы *PREST*

Координаты  $\vec{X}_{G_j}^m$  и  $\vec{X}_{G_j}^{m'}$  реперных меток на главной и вспомогательной реперных плоскостях желательно знать в одинаковой координатной системе; если, например, известно только расстояние между реперными плоскостями, определить можно лишь  $Z$ ,  $f$  - координаты зрачков (координаты  $X$  и  $Y$  должны быть заранее известны).

Для того, чтобы начать итерационный процесс, нужно задать начальные значения оптических параметров (совокупность которых обозначим вектором  $\vec{a}$ ), т.е. коэффициенты дисторсий  $\beta_1^{(i)}, \beta_2^{(i)}$ , для всех  $N$  фотокамер, координаты зрачков  $X^{(i)}, Y^{(i)}, Z^{(i)}$ ,  $f^{(i)}$ , показатели преломления  $n_j$  и толщины сред  $d_j$  на пути света до входного зрачка и параметры  $\vec{a}_G$ ,  $\varphi_G$  сдвига и поворота тест-объекта относительно камерной системы; если камерная система закреплена тест-объектом, надо задать параметры  $\vec{a}_F^{(i)}$ ,  $\varphi_F^{(i)}$  сдвига и поворота пленки для каждого фотоаппарата. С помощью этих величин реперные метки можно спроектировать на пленку. Координаты  $\vec{X}_{F_j}^{i'm}$  построенных таким образом изображений являются

х) Программа *PREST* написана Э.В.Козубским и В.И.Молоствовой и модифицирована Р.Ледницким и А.Матловой.

функциями оптических параметров  $\vec{a} = a_1, a_2, \dots, a_m$ . Оценки истинных значений параметров  $\vec{a}$  находятся из условия минимума функционала  $\chi^2$ ):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \chi_{(i)}^2, \quad \chi_{(i)}^2 = \sum_{j=1}^N \left( \frac{\vec{X}_{Fj} - \vec{X}_{Fj}^{im}(\vec{a})}{\sigma_{X_F}} \right)^2 + \sum_{j=1}^{N'} \left( \frac{\vec{X}_{Fj}' - \vec{X}_{Fj}'^{im}(\vec{a})}{\sigma_{X_F}'} \right)^2 \quad (14)$$

(предполагается  $\sigma_{X_G} \ll \lambda \sigma_{X_F}$ ). Минимизация осуществляется на ЭВМ с помощью стандартной программы *FUMILI*. Число степеней свободы  $\chi_{min}^2$  равно

$$n_f = 2n(N+N') - N_a \quad (15)$$

где  $N_a$  - число определяемых параметров. Например, в случае

х) В первом варианте программы, который использовался для определения констант 100-см водородной пузырьковой камеры ЛВЭ минимизируемый функционал имел вид:

$$Q^2 = \sum_i \sum_j q_{ij}^2, \quad \text{где } q_{ij} - \text{расстояние в плоскости } Z = 0 \text{ от } j\text{-го главного реперного креста до}$$

пересечения с этой плоскостью либо луча реконструкции этого креста, идущего от  $i$ -го объектива, либо плоскости, определяемой лучом реконструкции и оптической осью.

Минимизация  $Q^2$  производилась с помощью процедуры пошагового изменения подгоняемых параметров, сходной с процедурой, используемой в программе минимизации *MALIK* /5/.

привязки камерной системы к базисной плите имеем  $N_a = 11n + 3$ , три параметра сдвига и поворота тест-объекта и II параметров для каждой фотокамеры - 4 координаты входного зрачка и 7 коэффициентов дисторсий (показатели преломления, толщины сред и температурные усадки считаются известными). Если параметры сред фиксированы (в том числе сдвиг и поворот тест-объекта), функционал  $\chi^2_{(i)}$  можно минимизировать<sup>ур</sup> отдельно для каждой фотокамеры, что позволяет уменьшить число определяемых параметров до  $N_a = 11$  для случая привязки камерной системы к базисной плите или до  $N_a = 14$ , когда камерная система закреплена тест-объектом.

Для проверки качества полученных параметров в программе *MUNG* заложена возможность использования процедуры пространственного восстановления реперных меток с помощью любой комбинации фотокамер. Координаты восстановленной в пространстве реперной метки определены формулой

$$\vec{X}_G^{im}(\vec{a}) = \hat{G} \vec{g},$$

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n u_x^{(i)} \\ \sum_{i=1}^n u_y^{(i)} \\ \sum_{i=1}^n \vec{u}^{(i)} \vec{t}^{(i)} \end{pmatrix}, \quad \hat{G} = \begin{pmatrix} n & , & 0 & , & -\sum_{i=1}^n t_x^{(i)} \\ 0 & , & n & , & -\sum_{i=1}^n t_y^{(i)} \\ -\sum_{i=1}^n t_x^{(i)} & , & -\sum_{i=1}^n t_y^{(i)} & , & \sum_{i=1}^n \vec{t}^{(i)2} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где  $n$  - число фотокамер, используемых при реконструкции; полагается, что луч реконструкции фотокамеры  $i$  пересекает плоскость  $Z = 0$  в точке  $\vec{u}^{(i)} = (u_x^{(i)}, u_y^{(i)})$  с тангенсом угла  $\vec{t}^{(i)} = (t_x^{(i)}, t_y^{(i)}) \times$ . Поскольку матрица  $\hat{G}$  пропорциональна обратной матрице ошибок координат  $\vec{X}_G^{im}$ , функционал  $\chi^2$  имеет

X) Формула (16) получается из условия минимума суммы квадратов расстояний восстановленной точки от всех лучей реконструкции.



вид:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^N \frac{1}{\sigma_j^2} \Delta \vec{X}_j \hat{G}_j \Delta \vec{X}_j + \sum_{j=1}^{N'} \frac{1}{\sigma_j'^2} \Delta \vec{X}'_j \hat{G}'_j \Delta \vec{X}'_j, \quad (17)$$

где:  $\Delta \vec{X}_j = \vec{X}_{Gj} - \vec{X}_{Gj}^{im}$  и  $\sigma_j \approx \lambda \sigma_{X_{Fj}}$  (предполагая  $\sigma_{X_G} \ll \lambda \sigma_{X_F}$ ).

Заметим, что для минимизации с помощью программы *FUMILI* функционала (17)  $\hat{G}$ -матрицу необходимо диагонализировать введением новых переменных  $\vec{\xi} = \hat{C} \vec{X}$ ; матрицу  $\hat{C}$  можно выбрать в виде:

$$\hat{C} = \begin{pmatrix} \sqrt{n} & , & 0 & , & -\sum_{i=1}^n t_x^{(i)} / \sqrt{n} \\ 0 & , & \sqrt{n} & , & -\sum_{i=1}^n t_y^{(i)} / \sqrt{n} \\ 0 & , & 0 & , & [n \sum_{i=1}^n t^{(i)2} - (\sum_{i=1}^n t_x^{(i)})^2 - (\sum_{i=1}^n t_y^{(i)})^2]^{1/2} / \sqrt{n} \end{pmatrix}, \quad \hat{G} = \hat{C} \hat{C}. \quad (18)$$

Хотя подгонка оптических параметров с помощью функционала (17) не дает новой информации в сравнении с предыдущим общим рассмотрением, она является полезной проверкой допустимости исполнения программы геометрической реконструкции *THRESH*, основанной на процедуре пространственного восстановления (16).

5. Вычисления на ЭВМ начинаются с того, что главная программа *MUNG* читает заголовок (1x, 2A6), номер эксперимента, число (*NR*) и номера опорных реперных меток, используемых в программе *THRESH* (10x, 2I10, 10x, 4I10/(8I10)) и вызывает подпрограмму *REDATA*, которая читает заголовок (16A5) и следующую группу данных: число сред от входного зрачка до нижней

реперной плоскости, показатели преломления и толщины сред (I5/(2F 10.6), число фотокамер  $N_{CAM} = n$ , число меток на прижимном стекле  $N_{FCAM}$ , полное число реперных меток  $N_{FGLA} = N + N'$ , число меток на вспомогательной реперной плоскости  $N_{FGLU} = N'$  (1x, 5HNCAM =, I2, 5x, 6HNFCAM =, I2, 5x, 6HNFGLA =, I3, 5x, 6HNFGLU =, I2) ; затем идет считывание номеров  $J = j$  и  $X, Y$  - координат меток на главной и вспомогательной реперных плоскостях  $GLATX(J) = X_{Gj}$ ,  $GLATY(J) = Y_{Gj}$ ,  $J = 1, N + N'$  (I5, 5x, 2F10.5). Далее читаются начальные значения оптических параметров  $T(I, L) = \vec{a}$ ,  $I = 1, N_{CAM}$ ,  $L = 1, 18$ , т.е. читаются параметры сдвига и поворота главной и вспомогательной реперных плоскостей  $T(1, L)$ ,  $T(2, L)$ ,  $L = 1, 3$ , а также относительная температурная усадка стекла  $T(2, 4)$  (A5, 2A6, 3x, 3(E11.4, 9x)/3(E11.4, 9x), 10x, F 10.7),  $X, Y, Z$  - координаты входных зрачков в камерной системе  $T(I, L)$ ,  $L = 5, 7$ , параметры дисторсий  $T(I, L) = \beta_1^{(i)}, \beta_2^{(i)}, \dots, \beta_z^{(i)}$ ,  $L = 8, 14$ ,  $f$  - координаты зрачков  $T(I, 15) = f^{(i)}$  и координаты сдвига и поворота пленки в камерную систему  $T(I, L)$ ,  $L = 16, 18$  (10x, 3F 10.5/(3E12.5, 4E11.4)), последовательно для всех фотокамер  $I = 1, N_{CAM}$ .

Далее следует чтение координат меток внутреннего ориентирования: в формате (1x, I1, 1x, I3, 4x, 2F 10.5) читаются номер фотокамеры, номер метки и её  $X, Y$  - координаты (до сих пор предполагалось, что все длины заданы в см). Перед чтением координат изображений реперных меток на пленке читается заголовок  $XU$  и величины  $REFL$  и  $COEFF$  (8x, A2, 2F 10.5). На величину  $REFL$  умножается  $X$ -координата и на  $COEFF$   $X, Y$  - координаты измеренных на пленке меток (например,  $REFL = -1$  осуществляет зеркальное отражение и  $COEFF = 0.1$  переводит мм в см). Затем следует чтение  $N_{FCAM}$  меток внутреннего ориентирования

измеренных на пленке первой фотокамеры: читается номер фотокамеры, номер метки и её X,Y - координаты (1x, I1, 1x, I3, 4x, 2 F10.5) и вызывается подпрограмма *FILM*, которая находит параметры сдвига и поворота этих координат к заданным их значениям. В таком же формате читаются измеренные на пленке координаты изображений реперных меток и с помощью найденных параметров сдвига и поворота преобразуются в систему меток внутреннего ориентирования. Эта процедура повторяется для всех фотокамер. Везде предполагается, что перфокарты с координатами меток следуют в порядке возрастания номеров меток (если метка не измерена, в соответствующей перфокарте пробивается только её номер). Управление передается главной программе, которая читает заголовок перфокарт, управляющих подгонкой (A6). Если заголовок равен *REFER7*, читаются следующие величины: ограничители шага для параметров  $T(I, L)$ ,  $L = 1, 18$  (7E10.3) (они одинаковы для всех  $I = 1, NCAM$ ), максимальное число итераций *LMAX* и номер *IT*, устанавливающий печать каждой *IT*-ой итерации (1x, A6, 3x, I10, 1x, A6, 3x, I10), ошибка  $\sigma_{x_f}$  усредненных координат изображений реперных меток и параметр *EPS*, определяющий выход по точности из программы *FUMILI* (2(1x, A6, 3x, E10.3)). Если на месте заголовка пробито *FINISH*, счет кончается.

Режимом подгонки управляет подпрограмма *GENFIT*, которую пользователь может менять по своему усмотрению. В ней задаются массивы  $LL(I, L)$ ,  $I = 1, NCAM$ ,  $L = 1, 18$  и  $FTU(L)$ ,  $FTL(L)$ ,  $L = 1, 18$ ; параметр  $T(I, L)$  подгоняется, если  $LL(I, L) \neq 0$  (для очистки массива  $LL$  используется оператор *CALL ZERO*). Элементы массивов  $FTU(L)$  и  $FTL(L)$  определяют верхние и нижние границы для допустимых зна-

чений параметров  $T(I, L)$  (они одинаковые для всех  $I = 1, NCAM$ ). Далее с помощью ключей  $NFIT$ ,  $JF$  и  $JZ$  выбирается процедура подгонки. Если  $NFIT = 1$  подгонка ведется "на пленке" - минимизируется функционал (14), при  $NFIT = 2$  минимизируется также функционал (17). При  $JF = 0$  предполагается, что все измерения на пленке преобразованы в систему базисной плиты; при  $JF = 1$  этого не требуется и допускаются подгонка параметров сдвига и поворота  $T(I, L)$ ,  $I = 1, NCAM$ ,  $L = 16, 18$ . При  $JZ = 0$   $Z$ -координаты зрачков предполагаются одинаковыми;  $JZ = 1$  снимает это ограничение. Из подпрограммы  $GENFIT$  вызывается подпрограмма  $FUMFIT$ , которая формирует массив  $EXDA$  (экспериментальных данных) и вызывает программу минимизации квадратичного функционала  $FUMILI$  (формальные параметры, нужные для работы  $FUMILI$  определяются подпрограммой  $CORC$ ). При обращении  $CALL FUMFIT(1, NCAM)$  в массив  $EXDA$  заносится информация для всех  $NCAM$  фотокамер; при обращении  $CALL FUMFIT(I, I)$  в  $EXDA$  заносится информация только для фотокамеры номер  $I$  и соответственно минимизируется только частичный функционал  $\chi_{(I)}^2$  (см. формулу (14)). В случае минимизации функционала (17) ( $NFIT = 2$ ), безразлично от значений формальных параметров подпрограммы  $FUMFIT$  используется информация из всех фотокамер.

Программа  $FUMILI$  обращается к функции  $FUNCT$ , в которой, в зависимости от ключа  $NFIT$ , вычисляются координаты изображений реперных меток на пленке  $\vec{X}_{Fj}^{im}$  или координаты реперных меток, восстановленных в пространстве. Производные этих координат по подгоняемым параметрам, нужные для вычисления матрицы ошибок, определяются численно. Построение координат  $\vec{X}_{Fj}^{im}$  осуществляется подпрограммой  $AVASK$  и координат  $\vec{X}_{Gj}^{im}$

подпрограммой пространственного восстановления *ZSTER*. При этом используется подпрограмма *FLIGHT*, которая проводит расчет прохождения светового луча через параллельные слои сред с разными показателями преломления. Дисторсии объективов фотокамер и углы наклона пленок относительно плоскости  $Z = 0$  в соответствии с формулой (I.a) учитываются подпрограммой *CORF*.

Для плоских сдвигов и поворотов используются 4 подпрограммы: *ROTG* - преобразует (с учетом температурной усадки) координаты меток в реперных плоскостях, *ROTP* - осуществляет преобразование координат в систему с началом в точке пересечения оптической оси с пленкой, *ROTV* - обратное к *ROTP* преобразование и *ROTAP* - преобразование измеренных на пленке координат меток внутреннего ориентирования к заданным координатам этих меток (*ROTAP* используется в подпрограмме *FILM*).

После окончания подгонки печатаются подобранные значения параметров  $T(I, L)$ ,  $I = 1, NCAM$ ,  $L = 1, 18$ , преобразованные с помощью *ROTG* координаты  $X_{Gj}$ ,  $Y_{Gj}$ , заданных на стекле реперных меток, отклонения  $\Delta X_j$ ,  $\Delta Y_j$ ,  $\Delta R_j = (\Delta X_j^2 + \Delta Y_j^2)^{1/2}$  точек пересечения луча реконструкции с реперной плоскостью от заданных значений  $X_{Gj}$ ,  $Y_{Gj}$ , отклонения  $\Delta X_{Sj}$ ,  $\Delta Y_{Sj}$ ,  $\Delta R_{Sj} = (\Delta X_{Sj}^2 + \Delta Y_{Sj}^2 + \Delta Z_{Sj}^2)^{1/2}$  восстановленных (с помощью максимального числа фотокамер) в пространстве реперных меток от заданных  $X_{Gj}$ ,  $Y_{Gj}$ ,  $Z_G$  ( $Z_G$  - координата реперной плоскости), отклонения  $\Delta Z_{Sj} = Z_{Sj} - Z_G$  для всех возможных комбинаций фотокамер и, наконец, средние квадратичные этих отклонений по всем крестам. Если ключ *NFIT* = 2, счет продолжается минимизацией функционала (I7) и снова печатаются перечисленные выше величины. Процедура минимизации повторяется до тех пор, пока главная программа не прочтает перфокарту *FINISH*.

подпрограммой пространственного восстановления *ZSTER*. При этом используется подпрограмма *FLIGHT*, которая проводит расчет прохождения светового луча через параллельные слои сред с разными показателями преломления. Дисторсии объективов фотокамер и углы наклона пленок относительно плоскости  $Z = 0$  в соответствии с формулой (1.а) учитываются подпрограммой *CORF*.

Для плоских сдвигов и поворотов используются 4 подпрограммы: *ROTG* - преобразует (с учетом температурной усадки) координаты меток в реперных плоскостях, *ROTP* - осуществляет преобразование координат в систему с началом в точке пересечения оптической оси с пленкой, *ROTV* - обратное к *ROTP* преобразование и *ROTAP* - преобразование измеренных на пленке координат меток внутреннего ориентирования к заданным координатам этих меток (*ROTAP* используется в подпрограмме *FILM*).

После окончания подгонки печатаются подобранные значения параметров  $T(I, L)$ ,  $I = 1, NCAM$ ,  $L = 1, 18$ , преобразованные с помощью *ROTG* координаты  $X_{Gj}$ ,  $Y_{Gj}$ , заданных на стекле реперных меток, отклонения  $\Delta X_j$ ,  $\Delta Y_j$ ,  $\Delta R_j = (\Delta X_j^2 + \Delta Y_j^2)^{1/2}$  точек пересечения луча реконструкции с реперной плоскостью от заданных значений  $X_{Gj}$ ,  $Y_{Gj}$ , отклонения  $\Delta X_{Sj}$ ,  $\Delta Y_{Sj}$ ,  $\Delta R_{Sj} = (\Delta X_{Sj}^2 + \Delta Y_{Sj}^2 + \Delta Z_{Sj}^2)^{1/2}$  восстановленных (с помощью максимального числа фотокамер) в пространстве реперных меток от заданных  $X_{Gj}$ ,  $Y_{Gj}$ ,  $Z_G$  ( $Z_G$  - координата реперной плоскости), отклонения  $\Delta Z_{Sj} = Z_{Sj} - Z_G$  для всех возможных комбинаций фотокамер и, наконец, средние квадратичные этих отклонений по всем крестам. Если ключ *NFIT* = 2, счет продолжается минимизацией функционала (17) и снова печатаются перечисленные выше величины. Процедура минимизации повторяется до тех пор, пока главная программа не прочтает перфокарту *FINISH*.



После этого параметры  $T(I, L)$  выдаются на перфокарты (для продолжения подгонки) если появится необходимость) и вызывается подпрограмма *TBLOCK* для подготовки и перфорации информации для блоков *REFER, CAMERA, CORREC*, необходимых программе геометрического восстановления *THRESH*. Блок *REFER* содержит координаты  $\vec{X}_{REFj}^{(i)} = -\frac{z^{(i)}}{f^{(i)}} (\vec{X}_{Fj}^{im(i)} - \vec{X}^{(i)})$  для *NR* (выбранных второй перфокартой блока данных) опорных меток; в блоке *CAMERA* выдаются  $X, Y, Z$  - координаты входных зрачков и в блоке *CORREC* параметры дисторсий объективов фотокамер. Кроме того, печатаются координаты  $\vec{X}_{Fj}^{im(i)}$  для *NR* опорных меток (последние нужны для "on line" проверки точности измерений опорных реперных меток). В приложениях приводится пример исходных данных программы *MUNG* и возможный вклад вариант подпрограммы *GENFIT*.

6. Программа *MUNG* применялась для определения оптических констант 100-см водородной пузырьковой камеры ОИЯИ и 2-х метровой водородной пузырьковой камеры "Людмила". Спецификой этих установок является наличие между водородным и верхним стеклом столба газообразного водорода с большим градиентом температуры. На рис.3 показано распределение температуры в водородном столбе установки "Людмила" в рабочем режиме (давление в столбе 1.1 атм); подробные характеристики и обсуждения оптических констант 1-м водородной камеры ОИЯИ см. в работе /6/. В соответствии с распределением температуры газообразный водород разбивается на несколько слоев с разными показателями преломления  $n_j$ . При этом используется соотношение  $n^2 - 1 \sim \rho$  ( $\rho$  - плотность газа) и значение показателя преломления водорода  $n_D = 1.000138$  (для D-серии), при температуре  $0^\circ\text{C}$  и давлении 1 атм.

Поскольку обе рассматриваемые установки имеют в рабочем объеме только одну реперную плоскость, требуется предварительное знание  $X, Y, Z$  - координат зрачков. Для задания начальных значений  $X, Y$  - координат входных зрачков мы использовали паспортные данные объективов, что является довольно грубым приближением<sup>х)</sup>. Эти значения используются, однако, только для определения параметров сдвига и поворота реперных плоскостей (камерного стекла); связанный с этим систематический сдвиг стекла составит  $\sim (\lambda + 1) \sigma_x / \sqrt{n}$  ( $\approx 1+2$  мм, если  $\sigma_x = 200+300$  мкм и  $\lambda = 13$ ,  $n = 4$ ). Относительное же расположение входных зрачков (при фиксированном положении стекла) определяется с точностью  $\sim 3$  мкм (см. таблицу I). Использование паспортных значений  $f$  - координат в случае камеры "Людмила" привело к ошибкам  $\Delta Z \sim 10$  см в  $Z$ -координатах зрачков.

Следует отметить, что 3 реперные метки, видимые на верхней поверхности камерного стекла установки "Людмила" образуют вторую реперную плоскость и в принципе, в соответствии с формулой (5) позволяют определить  $Z$  - координаты зрачков с точностью  $\sim 3$  мм. Однако, вследствие плохого качества изображений этих меток удается достичь точности лишь  $\Delta Z = 1 \div 2$  см. Поэтому, вместо  $f$  - координат мы фиксировали  $Z$  - координаты зрачков, известные с точностью  $\sim 1$  см из геометрии камеры (см. рис. 3). Эта ошибка приведет к систематическому смещению  $Z_0$  - координат восстановленных в пространстве точек на величину  $\Delta Z_0 \approx Z_0 \Delta Z / Z$ , увеличивающуюся с удалением от стекла. В середине рабочего объема установки "Людмила" ( $Z_0 = 25$  см,  $Z = 209$  см) для ошибки  $\Delta Z = 1$  см смещение составит

---

х) Надо иметь в виду, что паспортные данные объектива определялись при полностью раскрытой диафрагме, с другим выбором оптической оси и с отличной от (I.8) параметризацией дисторсий.

$\Delta Z_0 \sim 1200$  мкм.

В приложении приводится вариант подпрограммы *GENFIT*, использованный нами для определения оптических параметров установки "Людмила" в заливке № 201 (Время счета на ЭВМ БЭСМ-6 составило  $\sim 12'$ , из них время работы центрального процессора  $\sim 5'$ ).

В таблице I приведены подогнанные параметры, их ошибки и максимальные значения корреляций  $R_{xj}$ . Большие значения корреляций для параметров дисторсий и  $f$  - координат зрачков указывают на зависимость последних от выбора параметризации объективов. Кроме того, эти корреляции, возможно, связаны с недостаточной плотностью реперных меток, а также с плохим качеством меток. Плохое качество меток проявляется в значениях  $\chi^2/n_f$  ( $n_f$  - число степеней свободы). В таблице I приведены эти отношения при заданной ошибке усредненных на пленке измерений  $\sigma_0 = 10$  мкм. Реальная ошибка  $\sigma_r = \sigma_0 (\chi^2/n_f)^{1/2}$ , вычисленная с помощью данных таблицы I, составляет  $\sim 8 + 11$  мкм вместо ожидаемых 2+3 мкм. В ошибку  $\sigma_r$  вносит вклад также ошибка измерений реперных меток на стекле  $\sigma_{x_0}$ . В связи с этим желательно иметь  $\sigma_{x_0}^2 \ll (\lambda \sigma_r)^2$  (хх). Ошибка привязки к меткам внутреннего ориентирования также дает вклад в  $\sigma_r$ , причем в случае плохого прижима пленки этот вклад может оказаться преобладающим.

---

х) При фиксированных параметрах объективов параметры сдвига и поворота реперных плоскостей определяются с ошибками  $\sigma_{a_0} = 15$  мкм,  $\sigma_{\varphi_0} = 0.03$  мрад для нижней поверхности стекла ( $\sim 20$  реперных меток) и  $\sigma_{a_0} = 40$  мкм,  $\sigma_{\varphi_0} = 0.11$  мрад для верхней поверхности стекла (3 реперные метки). Температурная усадка стекла К-8 полагается равной  $\Delta l/l = 1 - \sigma_0 = 0.00124$ .

хх) Ошибка измерений меток на стекле установки "Людмила" равна

$\sigma_{x_0} = 40$  мкм и её вклад в  $\sigma_r$  составляет  $\sim 3$  мкм ( $\lambda = 13$ ).

Дальнейшее уточнение оптических параметров рассматриваемых установок связано с улучшением качества реперных меток, с устранением клинов на стеклах и с использованием оптического стенда для определения  $X, Y, f$  - координат зрачков и параметров дисторсий объективов. Кроме того, в течение сеанса облучения камеры желатели но вести контроль встировки прижимных стекол фотоаппаратов и выдерживать условия, при которых оптические константы объективов определялись на стенде.

Авторы благодарны за стимулирующие замечания и интерес к работе И.М.Граменицкому и М.Д.Шафранову, за полезные обсуждения А.Константинеску и Р.М.Лебедеву.

*Л. Зелин*  
*Савков*

#### Л И Т Е Р А Т У Р А:

1. F. Bruyant. THRESH, TC program library, v.1, CERN, 1968.
2. Н.А.Буздавина и др. Препринт ОИЯИ ПII-4762, Дубна, 1969.
3. J. Zoll. PYTHON, TC program library, v.2, CERN, 1968.
4. И.Н.Силин. Депонированное сообщение ОИЯИ БI-II-5I44, Дубна, 1970.
5. F. Gard. UCRL-10153, Berkeley, California, 1962.
6. Е.И.Дьячков и др. Сообщение ОИЯИ IO-76II, Дубна, 1973.

Подписи к рисункам:

- Рис.1. Ход светового луча от метки на главной реперной плоскости до фотопленки.
- Рис.2. Схема прохождения светового луча через объектив, поясняющая возникновение дисторсии при наличии наклона плоскости пленки.
- Рис.3. Схема расположения оптических сред 2-метровой водородной пузырьковой камеры "Людмила".

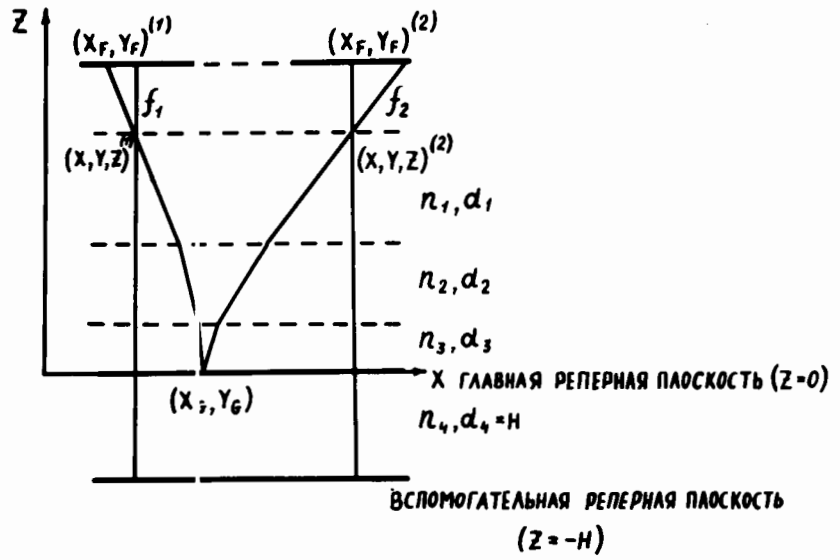


Рис.1,

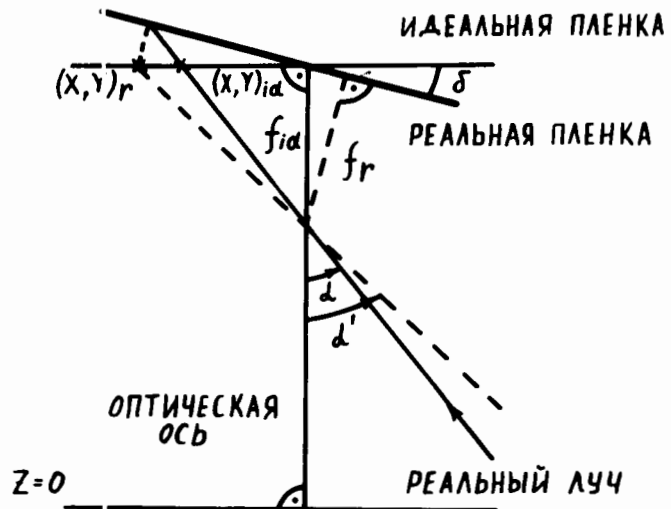


Рис.2.



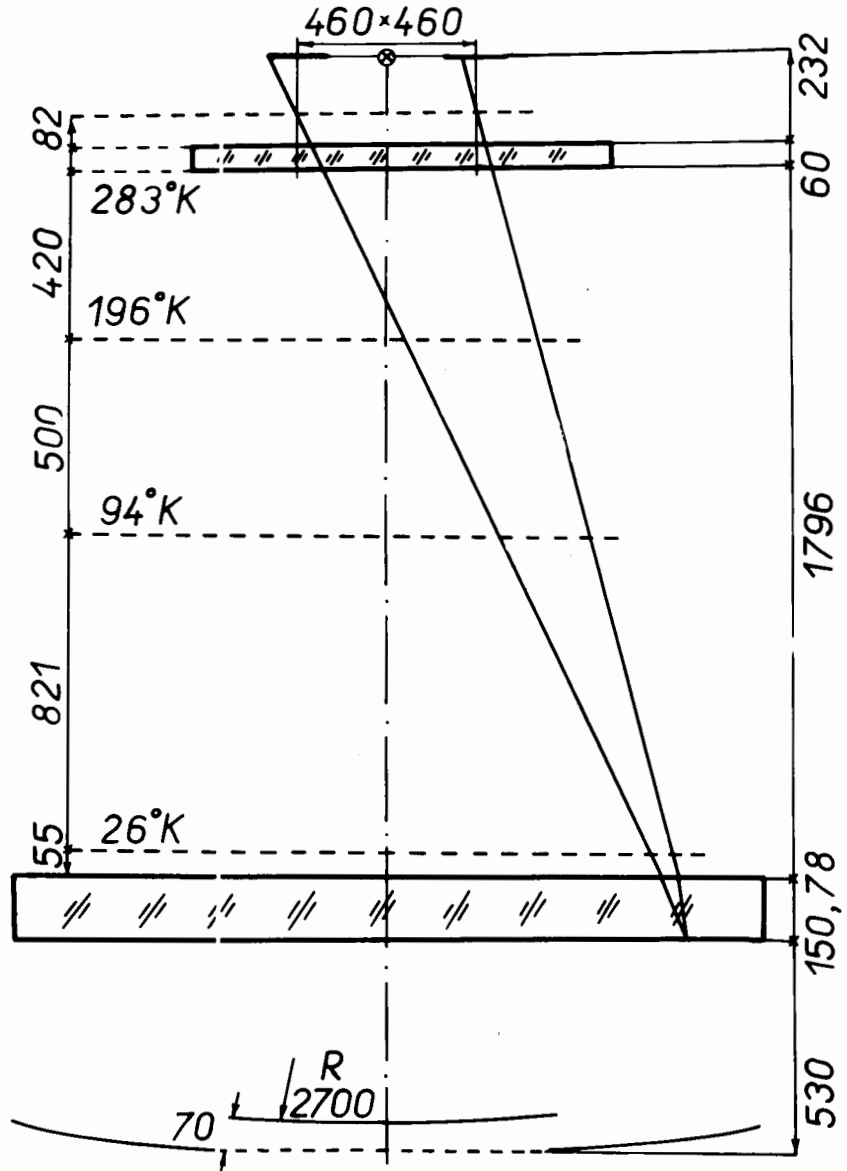


Рис. 3

SUBROUTINE GENFIT

COMMON/JR/JR/NFIT/NFIT, JF/NFGLU/NFGLU/JZ/JZ

COMMON/DATA/NAME, NCAM, NFCAM, NFGLA, NPAR, LMAX, LIM, EPS, SIG

COMMON/TERM/T(6,20), FT(20), GX(200), GY(200)

COMMON/FLU/FTL(20), FPU(20)/LL/LL(6,20)

DATA(FTU=20(999999.)) \$ DATA(FTL=20(-999999.))

DATA(JF=1) \$ DATA(NFIT=1) \$ DATA(JR=1) \$ DATA(JZ=1)

C-- IF NFIT=1 FIT ONLY ON FILM, IF NFIT=2 FIT IN SPACE TOO

C-- IF JF=0 FILM COORD. SUPPOSED IN SAME SYSTEM

C-- IF JF=1 DIFF. SYSTEMS FOR DIFF. VIEWS CAN BE USED

C-- IF JR=0 FIDUC. SUPPOSED IN SAME SYSTEM

C-- IF JR=1 DIFF. SYSTEMS FOR DIFF. FIDUC. PLANES CAN BE USED

C-- IF JZ=0 PUPILS Z-COORD. SUPPOSED THE SAME FOR ALL VIEWS

C-- IF JZ=1 PUPILS Z-COORD. CAN BE DIFFERENT

KMIN=5 \$ DO 24 J1=1,2 \$ CALL ZERO \$ DO 20 K=1,3 \$ LL(2,K)=1

20 LL(1,K)=1 \$ CALL FUMFIT(1,NCAM)

DO 24 I=1, NCAM \$ CALL ZERO \$ DO 41 K=KMIN,15

41 LL(I,K)=1 \$ LL(I,7)=0

24 CALL FUMFIT(I,I)

PRINT 2012

PRINT 2009,((T(K,I),E=1,6),I=1,NPAR)

2009 FORMAT(6(2X,E12.5))

2012 FORMAT(/4X,35H((T(ICAM,IPAR),ICAM=1,6),IPAR=1,18))

RETURN

END

1 10 20 30 40 50 60 70 80

\*LUDMILA

IRUN 0 201 4 FIDUCIALS 7 29 30 11

PREL. OPTICAL CONSTANTS FOR 2-M HBC

7  
1.0000277 5.  
1.5163 6.  
1.000186 42.  
1.000301 50.  
1.000730 82.  
1.001680 5.  
1.2162 15.078

NCAM 4 NFGLA  
1 69.96867 15.00130  
2 69.96870 -14.98860

44 -39.98957 -24.98341  
MAIN GLASS COORD -1.0477+00  
-1.0922+00 -7.5504-01  
CAMERA 1 23.49426 -39.08112 208.9  
2.97933-03 1.54904-02 -5.71197-03 2.7817-02 -8.6717-02 -3.2681-02 2.7409-01  
1.52045+01  
CAMERA 2 -22.51557 -39.07230 208.9

1 VIEW 5  
1 1 29.89400 -40.07780  
1 5 23.49350 -40.07810  
2 VIEW 5

5 NFGLA 44 NFGLJ 3  
-1.0052+00 1.1114-02  
1.0212-02 0.99876