

10(4)

344.1g + 1т +

932/93
Беляков В.А.
Б2-1-92-550



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Б2-1-92-550

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 1992

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория высоких энергий

Б2-1-92-550

В.А.БЕЛЯНОВ

УЛУЧШЕНИЕ ФОРМУЛ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ
КООРДИНАТ И ИХ ОШИБОК ДЛЯ ДВУХМЕТРОВОЙ ПРОПАНОВОЙ
ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЫ

(депонированное сообщение)

24. 12. 92

Дубна, 1992 г.

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

А Н Н О Т А Ц И Я

Проверены формулы для определения оптических констант и их ошибок двухметровой пропановой пузырьковой камеры ОИЯИ. В формулы для ошибок оптических параметров введена зависимость от всех аргументов, исправлены ряд неточностей в программе ОПТИКА.

1. С 1971 года по настоящее время продолжается обработка физической информации, полученной с помощью двухметровой пропановой пузырьковой камеры [1]. За это время камера облучалась в пучках P^- -мезонов на ускорителе ИФВЭ (Протвино), протонов и легких ядер на синхрофазотроне ЛВЭ ОИЯИ. Накоплен большой экспериментальный материал. В данной работе сообщается только об одном разделе в обработке информации - начальном этапе по восстановлению пространственных координат. Зная эту информацию по другим программам можно рассчитать импульсы и углы частиц, образованных во взаимодействиях пучка с мишенью.

Описание работы большой программы, с помощью которой проводилось определение констант оптической системы двухметровой пропановой пузырьковой камеры ТПК-500, опубликовано в [2]. Программа выдержала испытание временем. Однако улучшение формул этой программы, сделанное отдельно в 1971-1972 годах, не было своевременно опубликовано.

В данной работе приводится описание тех изменений, которые коснулись содержания программы определения оптических констант и восстановления пространственных координат.

Данную работу надо рассматривать как дополнение к работе [2].

2. Напомним вид функционала из работы [2], который подлежит минимизации:

$$F = \sum_{i=1}^n \left[\frac{f_i(a_k, x_i^3)}{\sigma_{f_i}} \right]^2, \quad (1)$$

где a_k - параметры, которые нужно определить,

$k = 1, \dots, m$ для числа параметров,

x_i^3 - экспериментальные данные,

$i = 1, \dots, n$ для числа экспериментальных точек, σ_{f_i} - экспериментальная ошибка для $f_i(a_k, x_i^3)$. Параметры a_k находятся путем минимизации функционала F . Число степеней свободы определяется

как $p = n - m$

и $\chi_p^2 = \min(F)$

В формуле (1) в соответствии с требованием программы МНК [3]

в качестве ошибки ϵ_f задается экспериментальная ошибка. Математически строго это должно быть не так, т.е. должна задаваться ошибка, но не экспериментальная, а другая. Но сейчас это не совсем важно.

В отличие от работы [2] в выражение для ошибки ϵ_f введена зависимость от всех параметров и аргументов функционала F . Приведем новые выражения для ошибки функционала ϵ_f . Съемка крестов камеры проводилась на фотопластинки, положенные на "прижимные" стекла.

3. В данной работе для ошибки функционала f_i , относящегося к определению положения оптических осей на "прижимных" стеклах с помощью программы ОРТАХЕ [2], использовано выражение

$$\epsilon_f^2 = \left(\frac{\Delta x}{\tau_i}\right)^2 \left\{ \left[y_0 - y_i' + \frac{1}{z^3} (x_i' - x_i) \right]^2 + \left[y_i - y_0 - \frac{1}{z^3} (x_i' - x_i) \right]^2 + \left[x_i' - x_0 - \frac{1}{z^3} (y_i' - y_i) \right]^2 + \left[x_0 - x_i - \frac{1}{z^3} (y_i' - y_i) \right]^2 \right\} \quad (2)$$

где x_0, y_0 - иско~~мые~~емые координаты оптических осей на "прижимных" стеклах,

x_i, y_i - координаты донных крестов камеры, сфотографированные на фотопластинках, при заполнении камеры воздухом,

x_i', y_i' - аналогично при заполнении камеры водой,

$$\tau_i = \left[(x_i' - x_i)^2 + (y_i' - y_i)^2 \right]^{1/2}$$

Δx - экспериментальная ошибка измерения крестов на фотопластинке, равная 6 мкм.

Для сравнения отметим, что в программе работы [2] было введено

$\epsilon_{f_i} = 1$, а не формула (2).

4. Для определения положения оптических осей по программе **ОРТИС** [2] на нижней поверхности толстого камерного стекла было предложено и использовалось выражение для ошибки σ_{f_i}

$$\sigma_{f_i}^2 = \left[\frac{1}{(X_i - X_0)^2} + \frac{1}{(Y_i - Y_0)^2} \right] \cdot \left[(\Delta x_0)^2 + \left(\frac{\Delta X}{\bar{M}} \right)^2 \right] + \left[\frac{\sin \varphi}{Y_i - Y_0} - \frac{\cos \varphi}{X_i - X_0} \right]^2 (\Delta x_0)^2 + \left[\frac{\sin \varphi}{X_i - X_0} + \frac{\cos \varphi}{Y_i - Y_0} \right]^2 (\Delta y_0)^2 \quad (3)$$

где X_0, Y_0 - искомые координаты оптических осей на камерном стекле,

X_i, Y_i - координаты "живых" крестов на камерном стекле,

\bar{M} = 10.65 - усредненная величина масштаба съемки крестов на камерном стекле,

φ - угол между системами координат на камерном стекле и на "прижимных" стеклах,

Δx = 6 мкм - ошибка в измерении крестов на фотопластинке,

ΔX = 35 мкм - ошибка в нанесении крестов на камерное стекло,

$\Delta x_0, \Delta y_0$ - вычисленные с помощью программы **ОРТАХЕ** ошибки положения оптических осей на "прижимных" стеклах.

В программе по работе [2] ошибки Δx_0 и Δy_0 не были учтены.

5. Для ошибки функционала, определяющего масштаб съемки крестов на камерном стекле по программе **ОРТИС** [2] использовано выражение

$$\sigma_{f_i}^2 = \left[\frac{R_i}{z_i^3} + 2\alpha_1 + 4\alpha_2 z_i^2 \right] \left\{ (x_i' - x_0')^2 [(\Delta x_i)^2 + (\Delta x_0)^2] + (y_i' - y_0')^2 [(\Delta y_i)^2 + (\Delta y_0)^2] \right\} + \left(\frac{X_i - X_0}{\bar{M} z_i^2} \right)^2 [(\Delta X_i)^2 + (\Delta X_0)^2] + \left(\frac{Y_i - Y_0}{\bar{M} z_i^2} \right)^2 [(\Delta Y_i)^2 + (\Delta Y_0)^2], \quad (4)$$

α_1, α_2 - искомые параметры,

x_i', y_i' - повернутые на угол φ координаты камерных крестов, измеренные на фотопластинке, для совпадения с крестами на камерном стекле,

$$R_i = [(X_i - X_0)^2 + (Y_i - Y_0)^2]^{1/2},$$

$$z_i = [(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2]^{1/2},$$

$\Delta X_0, \Delta Y_0$ - вычисленные в предыдущем функционале ошибки координат пересечения оптических осей с камерным стеклом.

Описание остальных символов (переменных) совпадают с описанием величин после формулы (3).

В программе по работе [2] в выражении для ϵ_{f_i} не учитывались ошибки $\Delta x_0, \Delta y_0, \Delta X_0, \Delta Y_0$.

6. Приведем общее выражение для ошибки функционала ϵ_{f_i} , относящегося к определению зависимости изменения масштаба съемки по глубине камеры. В роли функционала f_i берется выражение для нахождения координаты (Z) точки (креста) на дне камеры из работы [2].

$$\begin{aligned} \epsilon_{f_i}^2 = & \left(\frac{\partial f}{\partial x_{in}} \Delta x_{in} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_{in}} \Delta x_{in} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y_{in}} \Delta y_{in} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y_{in}} \Delta y_{in} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y_{on}} \Delta y_{on} \right)^2 + \\ & + \left(\frac{\partial f}{\partial x_{on}} \Delta x_{on} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_{on}} \Delta x_{on} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y_{on}} \Delta y_{on} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_{on}} \Delta X_{on} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial M_{on}} \Delta M_{on} \right)^2 + \\ & + \left(\frac{\partial f}{\partial X_{on}} \Delta X_{on} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial Y_{on}} \Delta Y_{on} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial Y_{on}} \Delta Y_{on} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial M_{on}} \Delta M_{on} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \alpha_{1n}} \Delta \alpha_{1n} \right)^2 + \\ & + \left(\frac{\partial f}{\partial \alpha_{1n}} \Delta \alpha_{1n} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \alpha_{2n}} \Delta \alpha_{2n} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \alpha_{2n}} \Delta \alpha_{2n} \right)^2 + (\Delta Z_{экс})^2 \quad (5) \end{aligned}$$

С помощью (5) нетрудно получить развернутое конкретное выражение для $\epsilon_{f_i}^2$, но дадим некоторые пояснения.

B - расстояние между осями пары объективов на нижней поверхности камерного стекла,

$CT = (X_{on} - X_{0n})/B, ST = (Y_{on} - Y_{0n})/B$ для изменения величин X_0, Y_0 , чтобы B было параллельно базе двух объективов (поворот на угол ψ), СФР и SFR подгоняют систему координат реперов на фотопластинке к системе координат крестов на камерном стекле (угол φ определяется в предыдущем функционале).

$$\left. \begin{aligned} CR &= CT \cdot CFR + ST \cdot SFR \\ SR &= ST \cdot CFR - CT \cdot SFR \\ CL &= CT \cdot CFL + ST \cdot SFL \\ SL &= ST \cdot CFL - CT \cdot SFL \end{aligned} \right\} \text{ для поворота на углы } (\psi + \varphi)$$

$$x'_{in} = (x_{in} - x_{on}) \cdot CR + (y_{in} - y_{on}) \cdot SR$$

$$x'_{i\lambda} = (x_{i\lambda} - x_{o\lambda}) \cdot CL + (y_{i\lambda} - y_{o\lambda}) \cdot SL$$

$$y'_{in} = (y_{in} - y_{on}) \cdot CR - (x_{in} - x_{on}) \cdot SR$$

$$y'_{i\lambda} = (y_{i\lambda} - y_{o\lambda}) \cdot CL - (x_{i\lambda} - x_{o\lambda}) \cdot SL$$

$$X'_{on} = X_{on} \cdot CT + Y_{on} \cdot ST$$

$$X'_{o\lambda} = X_{o\lambda} \cdot CT + Y_{o\lambda} \cdot ST$$

$$z_{\lambda}^2 = (x'_{i\lambda})^2 + (y'_{i\lambda})^2$$

$$z_{\pi}^2 = (x'_{in})^2 + (y'_{in})^2$$

$$M_{\lambda} \cdot x'_{i\lambda} = (M_{o\lambda} + \alpha_{1\lambda} \cdot z_{\lambda}^2 + \alpha_{2\lambda} \cdot z_{\lambda}^4) \cdot [(x_{i\lambda} - x_{o\lambda}) \cdot CL + (y_{i\lambda} - y_{o\lambda}) \cdot SL]$$

$$M_{\pi} \cdot x'_{in} = (M_{o\pi} + \alpha_{1\pi} \cdot z_{\pi}^2 + \alpha_{2\pi} \cdot z_{\pi}^4) \cdot [(x_{in} - x_{on}) \cdot CR + (y_{in} - y_{on}) \cdot SR]$$

$$N_{\lambda} \cdot x'_{i\lambda} = (N_{o\lambda} + \beta_{1\lambda} \cdot z_{\lambda}^2 + \beta_{2\lambda} \cdot z_{\lambda}^4) \cdot [(x_{i\lambda} - x_{o\lambda}) \cdot CL + (y_{i\lambda} - y_{o\lambda}) \cdot SL]$$

$$N_{\pi} \cdot x'_{in} = (N_{o\pi} + \beta_{1\pi} \cdot z_{\pi}^2 + \beta_{2\pi} \cdot z_{\pi}^4) \cdot [(x_{in} - x_{on}) \cdot CR + (y_{in} - y_{on}) \cdot SR]$$

$$W = X'_{on} - X'_{o\lambda} + M_{\pi} \cdot x'_{in} - M_{\lambda} \cdot x'_{i\lambda}$$

$$D = -N_{\pi} \cdot x'_{in} + N_{\lambda} \cdot x'_{i\lambda}$$

$$f = \bar{x} = W / D$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_{in}} = \frac{CR}{D^2} \left\{ D [x_{in}'^2 \cdot 2(\alpha_{1\pi} + 2\alpha_{2\pi} \cdot z_{\pi}^2) + M_{\pi}] + W [x_{in}'^2 \cdot 2(\beta_{1\pi} + 2\beta_{2\pi} \cdot z_{\pi}^2) + N_{\pi}] \right\}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_{i\lambda}} = - \frac{CL}{D^2} \left\{ D [x_{i\lambda}'^2 \cdot 2(\alpha_{1\lambda} + 2\alpha_{2\lambda} \cdot z_{\lambda}^2) + M_{\lambda}] + W [x_{i\lambda}'^2 \cdot 2(\beta_{1\lambda} + 2\beta_{2\lambda} \cdot z_{\lambda}^2) + N_{\lambda}] \right\}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_{on}} = -\frac{CR}{D^2} \left\{ D \left[2\alpha_{in}^{\prime 2} (\alpha_{1n} + 2\alpha_{2n} \cdot z_n^2) + M_n \right] + W \left[2\alpha_{in}^{\prime 2} (\beta_{1n} + 2\beta_{2n} \cdot z_n^2) + N_n \right] \right\}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_{on}} = \frac{CL}{D^2} \left\{ D \left[2\alpha_{in}^{\prime 2} (\alpha_{1n} + 2\alpha_{2n} \cdot z_n^2) + M_n \right] + W \left[2\alpha_{in}^{\prime 2} (\beta_{1n} + 2\beta_{2n} \cdot z_n^2) + N_n \right] \right\}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y_{in}} = \frac{1}{D^2} \left\{ D \left[2\alpha_{in}^{\prime} (y_{in}^{\prime} \cdot CR + \alpha_{in}^{\prime} \cdot SR) (\alpha_{1n} + 2\alpha_{2n} \cdot z_n^2) + M_n \cdot SR \right] + W \left[2\alpha_{in}^{\prime} (y_{in}^{\prime} \cdot CR + \alpha_{in}^{\prime} \cdot SR) (\beta_{1n} + 2\beta_{2n} \cdot z_n^2) + N_n \cdot SR \right] \right\}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y_{in}} = \frac{1}{D^2} \left\{ D \left[2\alpha_{in}^{\prime} (y_{in}^{\prime} \cdot CL + \alpha_{in}^{\prime} \cdot SL) (\alpha_{1n} + 2\alpha_{2n} \cdot z_n^2) + M_n \cdot SL \right] + W \left[2\alpha_{in}^{\prime} (y_{in}^{\prime} \cdot CL + \alpha_{in}^{\prime} \cdot SL) (\beta_{1n} + 2\beta_{2n} \cdot z_n^2) + N_n \cdot SL \right] \right\}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y_{on}} = -\frac{1}{D^2} \left\{ D \left[2\alpha_{in}^{\prime} (y_{in}^{\prime} \cdot CR + \alpha_{in}^{\prime} \cdot SR) (\alpha_{1n} + 2\alpha_{2n} \cdot z_n^2) + M_n \cdot SR \right] + W \left[2\alpha_{in}^{\prime} (y_{in}^{\prime} \cdot CR + \alpha_{in}^{\prime} \cdot SR) (\beta_{1n} + 2\beta_{2n} \cdot z_n^2) + N_n \cdot SR \right] \right\}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y_{on}} = \frac{1}{D^2} \left\{ D \left[2\alpha_{in}^{\prime} (y_{in}^{\prime} \cdot CL + \alpha_{in}^{\prime} \cdot SL) (\alpha_{1n} + 2\alpha_{2n} \cdot z_n^2) + M_n \cdot SL \right] + W \left[2\alpha_{in}^{\prime} (y_{in}^{\prime} \cdot CL + \alpha_{in}^{\prime} \cdot SL) (\beta_{1n} + 2\beta_{2n} \cdot z_n^2) + N_n \cdot SL \right] \right\}$$

$$\frac{\partial f}{\partial X_{on}} = CT/D$$

$$\frac{\partial f}{\partial Y_{on}} = ST/D$$

$$\frac{\partial f}{\partial X_{on}} = -CT/D$$

$$\frac{\partial f}{\partial Y_{on}} = -ST/D$$

$$\frac{\partial f}{\partial M_{0п}} = x'_{iп} / D$$

$$\frac{\partial f}{\partial M_{0л}} = -x'_{iл} / D$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha_{1п}} = x'_{iп} \cdot z_{п}^2 / D$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha_{2п}} = x'_{iп} \cdot z_{п}^4 / D$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha_{1л}} = -x'_{iл} \cdot z_{л}^2 / D$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha_{2л}} = -x'_{iл} \cdot z_{л}^4 / D$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x_{iп}, \Delta y_{iп}, \Delta x_{iл}, \Delta y_{iл} \\ \Delta x_{oп}, \Delta x_{oл}, \Delta y_{oп}, \Delta y_{oл} \end{array} \right\}$$

- ошибки координат **д**анных крестов для правого (п) и левого (л) объективов для координат крестов (знак i) и координат оптических осей (знак o) на фотопластинке.

$\Delta X_{оп}, \Delta X_{ол}, \Delta Y_{оп}, \Delta Y_{ол}$

- ошибки определения координат оптических осей на нижней поверхности камерного стекла для правого (п) и левого (л) объективов.

$\left. \begin{array}{l} \Delta M_{оп}, \Delta M_{ол}, \Delta \alpha_{1п} \\ \Delta \alpha_{1л}, \Delta \alpha_{2п}, \Delta \alpha_{2л} \end{array} \right\}$

- ошибки в значении коэффициентов, определяющих масштаб съемки.

$\Delta Z_{экс} = 0.2 \text{ мм}$

- экспериментальная ошибка определения высоты рабочего объема камеры.

В программе по работе [2] бралась $\delta_{f_i} = 1$, а не формула (5). Вместо сложного выражения для δ_{f_i} можно брать величину равную 1, но в таком случае найденная величина χ^2 не будет соответствовать χ^2 -распределению. А это в свою очередь приведет к невозможности иметь величину ошибки I рода, которая определяет качество работы процесса минимизации. Это и будет плата за $\delta_{f_i} = 1$.

7. С помощью двух специально написанных программ для ЭВМ проведен поиск погрешностей в измерениях крестов на фотопластинках и сделано исправление обнаруженных ошибок, т.е. описок, сбоев измерительного прибора и др. Это было сделано с целью подать на вход оптической программы, очищенной от грубых ошибок материал.

В программе по работе [2] такой проверки качества входной информации не проводилось.

8. Для удобства изучения программы OPTICS, улучшения ее внутренней структуры и придания ей большой четкости в ее построении вся программа OPTICS была разбита на 6 подпрограмм, убрана избыточная промежуточная печать и т.д.

9. При усреднении величин по разным измерениям крестов на фотопластинке все веса W брались по обычной формуле

$$W = 1/\delta^2 \quad (6)$$

где δ - экспериментальная ошибка некоторой измеряемой величины.

В программе по работе [2] использовалось выражение

$$W' = 1 / (\chi_1^2 \cdot \sigma^2) \quad (7)$$

где χ_1^2 - величина χ^2 , приходящаяся на 1 степень свободы, полученная при определении величины Q по методу наименьших квадратов.

Считая, что введение величины χ_1^2 является необоснованным, в программе OPTIC вычисление веса W делалось по формуле (6).

10. В программе работы [2] выправлены ряд неточностей, попавших на страницы работы [2]:

а) в таблице II "Оптические параметры 2-х метровой пропановой камеры (в см)" к величинам ~~Y50~~ добавлены их настоящие ошибки, аналогично и для таблицы I,

б) выведены на печать величины BETA2 для объективов 1,2,5,6,

в) исправлено вычисление величины BETA1 для объективов 3 и 4,

г) исправлена команда для перфорации координат камерных крестов, используемые для работы геометрической программы ГЕОФИТ [4].

д) на странице 8 работы [2] должно быть более точное выражение для

$$Y' = (y_i + y_j) \left((x' N_i(\tau) + M_i(\tau))^{-1} + (x' N_j(\tau) + M_j(\tau))^{-1} \right)^{-1} + Y_0'$$

е) на странице 9 работы [2] должно быть более точное выражение для X

$$X = X' \cos \psi - Y' \sin \psi$$

ж) на странице 11 работы [2] в выражении для σ_{d_i} пропущен множитель $\sqrt{2}$.

11. С целью более точного определения изменения масштаба съемки по высоте рабочего объема камеры на дно камеры было нанесено дополнительное количество крестов (к 35 крестам было добавлено ~~до~~ 20 крестов).

Добавление дополнительных крестов и указанные выше изменения в оптической программе позволили определить уточненные оптические константы двухметровой пропановой камеры, помещенные в таблицах 1 и 2 в работе [2].

С помощью этих уточненных констант проведена обработка физического материала, полученного в пучке π^- -мезонов на серпуховском ускорителе.

От ускорителя на камеру был выведен пучок π^- -мезонов с импульсом 40.0 ± 0.2 ГэВ/с. По уточненным оптическим константам величина импульса пучковых частиц оказалась равной $39,5 \pm 2,0$ ГэВ/с. Без уточнения оптических констант величина импульсов пучковых частиц имела значительное отклонение от величины 40 ГэВ/с.

12. Автор выражает благодарность профессору М.И.Соловьеву за обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Balandin M.P. et al NIM, v.20, p.110 (1963)
2. Нгуен Дин Ты и др. ОИЯИ, 13-5942 (1971)
3. Соколов С.Н., Силин И.Н. ОИЯИ, Д-810 (1961)
4. Абдурахимов А.У. и др. ОИЯИ, 1-5140 (1970)