ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Б1-9-9253

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 1975

Е.М.Кулакова, Р.В.Полякова, Л.А.Смирнова

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЕЙ ОТ ВИТКОВ С ТОКОМ В ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ПРОМЕЖУТКАХ СИНХРОФАЗОТРОНА

I. В в е д е н и е

Деформация магнита и погрешности поля синхрофазотрона вызывают искажения его вертикальных орбит, что уменьшает рабочую апертуру камеры. Коррекцию этих орбит можно осуществить введением дополнительной горизонтальной составляющей магнитного поля в квадрантах или в прямолинейных промежутках ускорителя.

В предлагаемой работе рассмотрен один из способов получения горизонтальной составляющей магнитного поля B_y от витков с током в прямолинейном промежутке.

На рис.I схематически представлен прямолинейный промежуток синхрофазотрона (длина 800 см, высота 40-60 см, ширина 200 см) с проводниками и принятая система координат.

Здесь ось X является касательной к окружности равновесного радиуса ускорителя в квадрантах R_o , ось y направлена по радиусу и $y > 0$ соответствует $R > R_o$, а плоскость $z = 0$ совпадает с плоскостью $z = 0$ в квадрантах ускорителя.

В каждом прямолинейном промежутке находятся по четыре витка с током, расположенных на расстоянии $y = \pm 25$ см и $y = \pm 75$ см. Токи в указанных витках изменяются независимо, что позволяет создать требуемое распределение корректирующего поля по радиусу и азимуту ускорителя. На практике такая система позволяет уменьшить искажение вертикальных орбит до $\sim$ I см (без коррекций искажения достигают $>$ 5 см) [I].

2. Подробное описание алгоритма решения задачи

Из формулы Био-Савара -Лапласа для бесконечного проводника [2] имеем, что напряженность магнитного поля в любой точке вычисляется как

$$H = \frac{J}{r_o} \int_0^{\pi} \sin\gamma \, d\gamma \; ; \qquad (I)$$

Напряженность магнитного поля в любой точке A(x, y, z) от конечного прямолинейного проводника $A_I A_2$ (см.рис.I) вычисляется по формуле

$$B_в = \frac{J}{r_0} \int_{\angle AA_1A_2}^{\pi - \angle AA_2A_1} \sin\gamma \, d\gamma , \quad \text{где} \qquad (2)$$

J - ток, протекающий в проводнике,

r_0 - кратчайшее расстояние от т.А до проводника,

γ - переменная интегрированная,

$\angle AA_1A_2$ и $\angle AA_2A_I$ - углы верхнего и нижнего пределов интегрирования определены на рис.I.

Точно так же напряженность в т.A(X, y, z) от нижнего проводника $A_I'A_2'$ будет

$$B_н = \frac{J}{r_0} \int_{\angle AA_1'A_2'}^{\pi - \angle AA_2'A_1} \sin\gamma \, d\gamma \qquad (3)$$

Длина верхнего и нижнего проводников равна l .

Координаты точек начала и конца проводников заданы:

$$A_1(x_1, y_1, z_1), \quad A_2(x_1 + l, y_1, z_1)$$
$$A_1'(x_1, y_1, -z_1), \quad A_2'(x_1 + l, y_1, -z_1). \qquad (4)$$

Обозначим расстояние от т.А до концов верхнего и нижнего первого проводника (на рис. обозначен I) через a_I; a_2, a_I' , a_2' , а углы $\angle AA_IA_2 = \alpha$, $\angle A\,A_2A_I = \beta$, $\angle AA_I'A_2' = \alpha'$, $\angle AA_2'A_I' = \beta'$.

Используя эти обозначения преобразуем формулы (2) и (3)

$$B_в = \frac{J}{r_0} \int_{\beta}^{\pi - \alpha} \sin\gamma \, d\gamma = \frac{J}{r_0} (\cos\alpha + \cos\beta), \qquad (5)$$

где

$$r_0 = a_1 \sin\beta , \quad \sin\beta = \sqrt{1 - \cos^2\beta} ;$$

$$B_н = \frac{J}{r_0'} \int_{\beta'}^{\pi - \alpha'} \sin\gamma \, d\gamma = \frac{J}{r_0'} (\cos\alpha' + \cos\beta') \qquad (6)$$

$$r_0' = a_1' \sin\beta , \quad \sin\beta' = \sqrt{1 - \cos^2\beta'} .$$

Используя формулы для треугольника, имеем:

$$\cos\alpha = \frac{l^2 + a_2^2 - a_1^2}{2 l a_2}; \tag{7a}$$

$$\cos\beta = \frac{l^2 + a_1^2 - a_2^2}{2 l a_1}, \tag{7в}$$

$$\cos\alpha' = \frac{l^2 + a_2'^2 - a_1'^2}{2 l a_2'}; \tag{7c}$$

$$\cos\beta' = \frac{l^2 + a_1'^2 - a_2'^2}{2 l a_1'}; \tag{7d}$$

$$a_1 = \sqrt{(x_1 + l - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2}; \tag{8a}$$

$$a_2 = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2}, \tag{8в}$$

$$a_1' = \sqrt{(x_1 + l - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 + z)^2}; \tag{8c}$$

$$a_2' = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 + z)^2}; \tag{8d}$$

Подставляя ($8a \div d$) в ($7a \div d$), имеем

$$\cos\alpha = -\frac{(x_1 - x)}{\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2}}, \tag{9a}$$

$$\cos\beta = \frac{l + (x_1 - x)}{\sqrt{(x_1 + l - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2}}, \tag{9в}$$

$$\cos\alpha' = -\frac{(x_1 - x)}{\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 + z)^2}}, \tag{9c}$$

$$\cos\beta' = \frac{l + (x_1 - x)}{\sqrt{(x_1 + l - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 + z)^2}}, \tag{9 }$$

r_0 и r_0' в координатах выражаются следующим образом:

$$\dot{r}_0 = \sqrt{(x_1 + l - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} \cdot \frac{x - x_1}{\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2}}; \tag{I0}$$

Так как координаты точки A_I x_I, y_I и z_1 величины известные, то все величины ($8a \div d$), ($9a \div d$) и (I0) определены, а следовательно из (5) и (6) определяются $B_в$ и $B_н$ в любой точке $A(x, y, z)$ от верхнего и нижнего прямолинейного проводника заданной длины ℓ.

Во введении было сказано, что нас интересуют значения $B_{в_y}$ и $B_{н_y}$. Их определяем из формулы:

$$B_{в_y} = B_в \cdot \frac{z - z_1}{\sqrt{(y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}}; \tag{II}$$

$$B_{н_y} = B_н \cdot \frac{z + z_1}{\sqrt{(y-y_1)^2 + (z+z_1)^2}};$$

$B_y^{(1)}$ от одного витка, т.е. от суммы верхнего и нижнего проводников, определяется в виде:

$$B_y^{(1)} = B_{в_y} + B_{н_y} \tag{I2}$$

Аналогичным образом (по выше приведенной схеме) вычисляются $B_y^{(2)}$, $B_y^{(3)}$ и $B_y^{(4)}$, создаваемые 2,3 и 4 витками соответственно. Суммарная B_y от всех четырех витков будет:

$$B_y = \sum_{i=1}^{4} B_y^{(i)} \tag{I3}$$

3. Краткое описание вычислительной программы

Для расчета B_y по формуле (I3) написана программа на Фортране в виде подпрограммы с названием BYSUM.

Обращение к ней осуществляется следующим образом

CALL BYSUM(X, Y, Z, N, X1, Y1, Z1, AJ, C, BY).

где X, Y, Z - переменные координаты точки A(x, y, z)

$X1, Y1, Z1$ - координаты начала верхнего проводника витка

N - число витков в прямолинейном промежутке

AJ - массив размерности N, в котором задаются значения токов в каждом из витков

C - длина проводника

BY - вычисляемая величина поля.

Настоящая подпрограмма входит в пакет программ BUMP, DISTOR и ORBITA [3], которые обращаются к ней при вычислении корректирующего поля в каждом из четырех прямолинейных промежутках ускорителя.

Кроме того ее можно использовать для расчета магнитного поля для безжелезного прямоугольного магнита.

На рис. 2,3,4 приведены распределения B_y (y) для z = 0 и 2 x = I0, J_1 = I,2,3a; J_2 = Ia; J_3 = -Ia; J_4 = - I,2,3a.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ю.Д.Безногих и др. Некоторые характеристики синхрофазотрона ОИЯИ ~~(отчет за I-II кварталы 1972 г.)~~ Депонированное сообщение ОИЯИ, Б-2-9-7208, Дубна, 1972 г.

2. С.Э.Фриш и А.В. Тиморева . Курс общей физики, т.2.

3. Б.В.Василишин, Е.П.Жидков и др. Математическое моделирование пространственного многооборотного движения частиц в циклических ускорителях с учетом геометрических искажений магнита ОИЯИ Д10-7707, Труды совещания по програм. и мат. методам решения физ. задач Дубна, 1974, с 38-47.

ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

Рис. I. Схематическое расположение проводников в прямолинейном промежутке и принятая прямоугольная система координат.

Рис. 2. Расчетные распределения $B_y(y)$ для X = I0 см и Z = 0,2 см и токах J_1 = Ia, J_2 = Ia, J_3 = - Ia, J_4 = - Ia.

Рис. 3. Расчетные распределения $B_y(y)$ для X = I0 см и Z =0 и 2 см J_1 = 2a, J_2 = Ia, J_3 = -I a, J_4 = - 2a.

Рис. 4. Расчетные распределения $B_y(y)$ для x= I0 см и Z = 0 и 2 см J_1 = 3a, J_2 = Ia, J_3 = -Ia, J_4 = -3a.

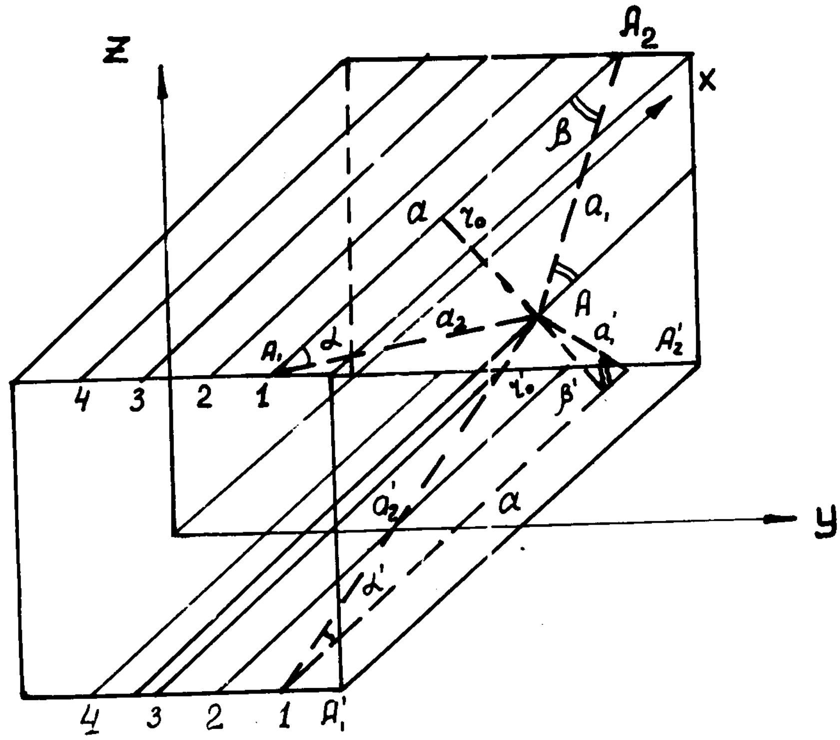
Z
A_2
X
β
a
r_0
a_1
a_2
A
a_1'
A_2'
A_1
α
r_0'
β'
4
3
2
1
a_2'
a
У
α'
4
3
2
1
A_1'

Рис.I.

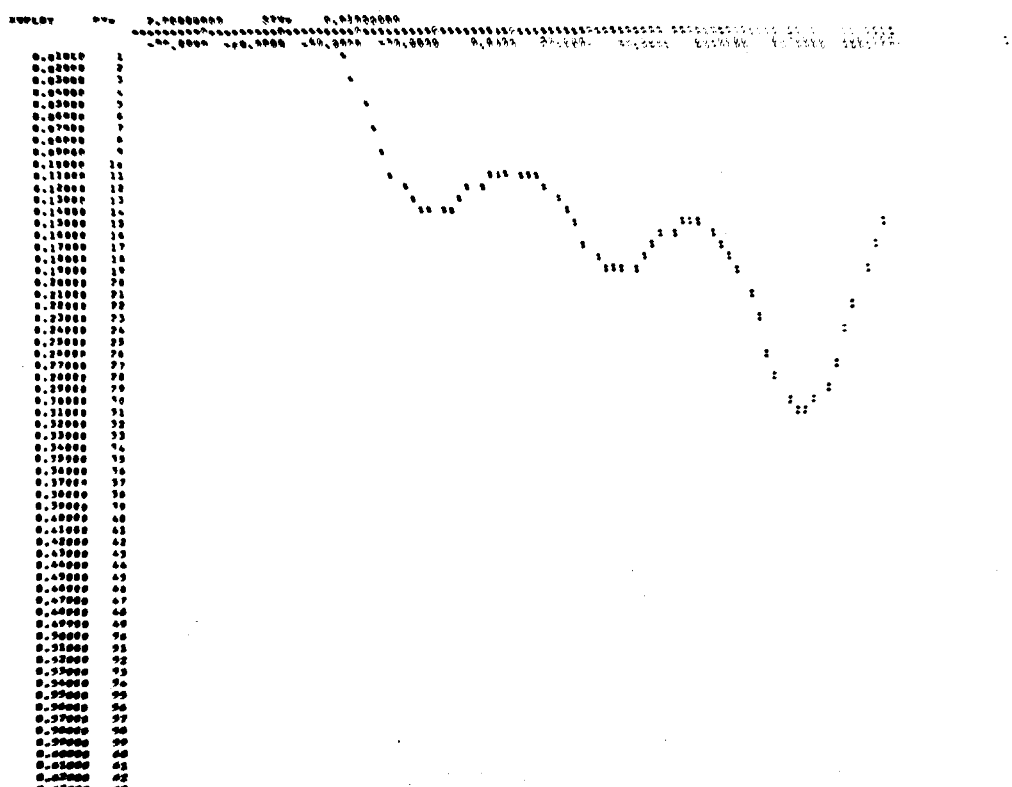

Рис.2.

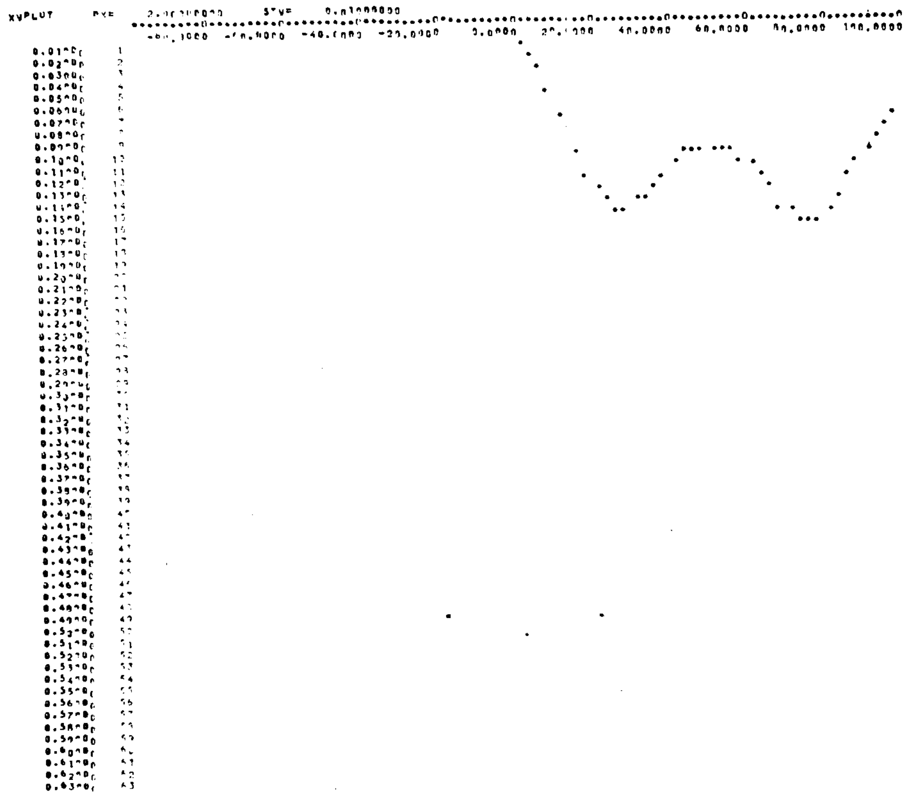

Рис.3.

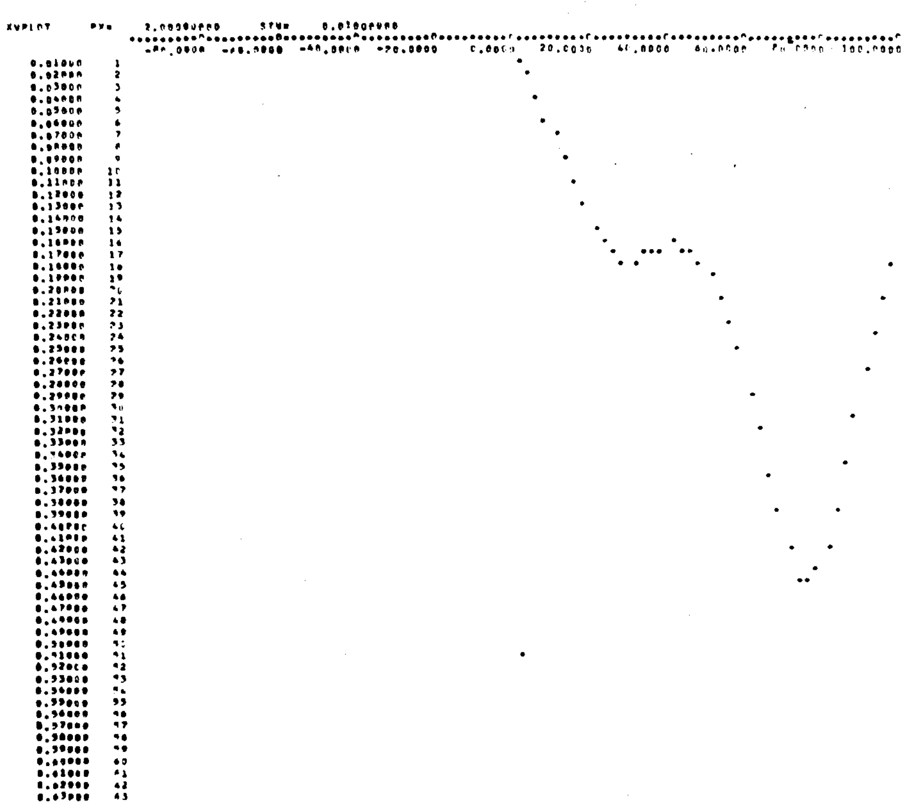

Рис.4.