ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Б 1-9-84-209

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 1984

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ.
ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ.

Андрианов С.Н., Дымников А.Д., Осетинский Г.М.

КОРРЕКЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ АБЕРРАЦИЙ В ПРОТОННОМ МИКРОЗОНДЕ ИЗ КВАДРУПОЛЬНЫХ ЛИНЗ.

г.Дубна,
1982 г.

УДК 621.3.036.615+
621.3.036.625

РЕФЕРАТ

к работе "Коррекция геометрических аберраций в протонном микрозонде из квадрупольных линз".

авторы: Андрианов С.Н., Дымников А.Д., Осетинский Г.М.

В работе /1/ описана оптимальная система формирования протонного пучка микронных размеров состоящая из двух диафрагм и антисимметрической системы из четырех квадрупольных линз. Однако такая система обладает сферической аберрацией, устранению которой посвящена настоящая работа. Рассмотрен вариант протонного микрозонда, в котором вместо квадрупольных линз используются квадрупольно-октупольные линзы. Октупольные обмотки выполняют роль корректоров геометрических аберраций. Рассматриваются нелинейные уравнения движения частиц с точностью до членов третьего порядка включительно, которые записываются в виде систем линейных уравнений в пространстве фазовых моментов I и III порядков. Получены аналитические выражения для октупольных полей, при которых происходит полная компенсация сферической аберрации. Приводятся таблицы, позволяющие выбирать необходимые октупольные поля в зависимости от требований к пучку и всей системе. Указываются размеры пятна на мишени в зависимости от размеров предметных диафрагм, длины зонда и разбросе частиц по энергиям. Такая коррекция позволяет примерно в 2 раза уменьшить диаметр пучка на мишени по сравнению с оптимальным диаметром, приведенным в нашей работе /1/, а также дополнительно увеличить интенсивность пучка.

Литература:

1. С.Н.Андрианов, А.Д.Дымников, Г.М.Осетинский, ПТЭ, 1982 г., 1, 39.

В работе /I/ описана оптимальная система формирования протонного пучка микронных размеров, состоящая из квадруплета вращения (антисимметричной системы из четырех квадрупольных линз, аналогичной осесимметричной линзе по своим свойствам первого порядка) и двух диафрагм. Однако такая система обладает сферической аберрацией, устранению которой посвящена настоящая работа.

В качестве устройства для компенсации сферической аберрации использованы четыре октупольные линзы, расположенные таким образом, что каждая из квадрупольных линз пространственно совмещена с одной из октупольных. Рассматриваются нелинейные уравнения движения частиц с точностью до членов третьего порядка включительно:

$$x'' + K_4(z)x = f_{4x} + f_{8x},$$
$$y'' - K_4(z)y = f_{4y} + f_{8y}, \qquad (I)$$

(2)

где

$$f_{4x} = \frac{K_4}{2}(3x'^2 - y'^2)x + \frac{K_4''}{12}x(x^2+3y^2) + (K_4x'y' + K_4'xy')y, \qquad (3)$$

$$f_{4y} = -\frac{K_4}{2}(3y'^2 - x'^2)y - \frac{K_4''}{12}y(y^2+3x^2) - (K_4x'y' + K_4'yx')x, \qquad (4)$$

$$f_{8x} = -K_8(z)\,x(3y^2 - x^2), \qquad (5)$$

$$f_{8y} = K_8(z)\,y(3x^2 - y^2). \qquad (6)$$

Здесь f_{4x} и f_{4y} определяют геометрические аберрации квадрупольных линз, а f_{8x} и f_{8y} – аберрации магнитных октупольных линз.

В приближении прямоугольной модели, когда считается, что поле не зависит от z на протяжении эффективной длины j -ой линзы L_j и равны нулю за её пределами, функции $K_4(z)$ и $K_8(z)$ являются ступенчатыми:

$$z_j < z \leq z_{j+1}\ ,\quad K_4(z) = K_{4j}\ ,\quad K_8(z) = K_{8j}\ ,\quad j = 0,1,\dots,2n\ ,\quad n=4. \tag{7}$$

Для антисимметричного квадруплета, применяемого в качестве объектива микрозонда, имеем:

$$\begin{gathered} K_{4,2j} = 0\ ,\quad K_{8,2j} = 0\ ,\quad j = 0,1,\dots,n\ , \\ K_{41} = -K_{47} = \beta_1^2\ ,\quad K_{43} = -K_{45} = -\beta_2^0\ , \\ K_{8,2j-1} = \gamma_j\ ,\quad j = 1,2,\dots,n. \end{gathered} \tag{8}$$

$$\beta_j^2 = \frac{B_{4j}}{B\rho\, a_{4j}}\ ,\qquad \gamma_j = \frac{B_{8j}}{B\rho\, a_{8j}^3}\ ,$$

где B_{4j} - магнитное поле на полюсах j -ой квадрупольной линзы, B_{8j} - магнитное поле на полюсах j -ой октупольной линзы, $a_{4j}(a_{8j})$ - радиус апертуры j -ой квадрупольной (октупольной) линзы, $B\rho$ - магнитная жесткость частицы.

Введем обозначения:

$$\begin{gathered} z_2 - z_1 = z_4 - z_3 = z_6 - z_5 = z_8 - z_7 = L\ , \\ z_1 - z_0 = S_0\ ,\quad z_5 - z_4 = S_2\ , \\ z_3 - z_2 = z_7 - z_6 = S_1 = S_3\ ,\quad z_9 - z_8 = S_4 \\ x = x_1\ ,\quad x' = x_2\ ,\quad y = y_1\ ,\quad y' = y_2 \end{gathered} \tag{9}$$

$$\mu_{x1} = \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Vmatrix}, \quad \mu_{y1} = \begin{Vmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Vmatrix},$$

$$\mu_{x2} = \begin{Vmatrix} x_1^3 \\ x_1^2 x_2 \\ x_1 x_2^2 \\ x_2^3 \end{Vmatrix}, \quad \mu_{y2} = \begin{Vmatrix} y_1^3 \\ y_1^2 y_2 \\ y_1 y_2^2 \\ y_2^2 \end{Vmatrix},$$

$$\mu_{x3} = \begin{Vmatrix} x_1 y_1^2 \\ x_1 y_1 y_2 \\ x_1 y_2^2 \\ x_2 y_1^2 \\ x_2 y_1 y_2 \\ x_2 y_2^2 \end{Vmatrix}, \quad \mu_{y3} = \begin{Vmatrix} y_1 x_1^2 \\ y_1 x_1 x_2 \\ y_1 x_2^2 \\ y_2 x_1^2 \\ y_2 x_1 x_2 \\ y_2 x_2^2 \end{Vmatrix}, \tag{10}$$

$$\mu_x = \begin{Vmatrix} \mu_{x1} \\ \mu_{x2} \\ \mu_{x3} \end{Vmatrix}, \quad \mu_y = \begin{Vmatrix} \mu_{y1} \\ \mu_{y2} \\ \mu_{y3} \end{Vmatrix}.$$

Здесь μ_{x1} и μ_{y1} - фазовые моменты первого порядка, μ_{x2}, μ_{x3}, μ_{y2} и μ_{y3} - фазовые моменты третьего порядка.

Пользуясь методом погружения в пространство фазовых моментов /2/, приближенные нелинейные уравнения (I) и (2) заменим приближенными линейными дифференциальными уравнениями:

$$\mu_x' = P_x \cdot \mu_x, \quad \mu_y' = P_y \cdot \mu_y, \tag{11}$$

записанными с той же самой точностью приближения, с какой получены уравнения (I) и (2).

В уравнениях (II) матричные функции P_x и P_y имеют верхнетреугольный блочный вид:

$$P_x = \begin{Vmatrix} P_x^{11} & P_x^{12} & P_x^{13} \\ 0 & P_x^{22} & 0 \\ 0 & 0 & P_x^{33} \end{Vmatrix}, \quad P_y = \begin{Vmatrix} P_y^{11} & P_y^{12} & P_y^{13} \\ 0 & P_y^{22} & 0 \\ 0 & 0 & P_y^{33} \end{Vmatrix}, \tag{12}$$

где

$$P_x^{11} = \begin{Vmatrix} 0 & 1 \\ -K_4 & 0 \end{Vmatrix} , \quad P_y^{11} = \begin{Vmatrix} 0 & 1 \\ K_4 & 0 \end{Vmatrix} , \tag{I3}$$

$$P_x^{12} = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_4''}{12} & 0 & \frac{3K_4}{2} & 0 \end{Vmatrix} , \quad P_y^{12} = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_4''}{12} & 0 & -\frac{3K_4}{2} & 0 \end{Vmatrix} , \tag{I4}$$

$$P_x^{13} = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_4''}{4} & K_4' & -\frac{K_4}{2} & 0 & K_4 & 0 \end{Vmatrix} ,$$

(15)

$$P_y^{13} = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_4''}{4} & -K_4' & \frac{K_4}{2} & 0 & -K_4 & 0 \end{Vmatrix} ,$$

$$P_x^{22} = \begin{Vmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ -K_4 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2K_4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3K_4 & 0 \end{Vmatrix} ,$$

(16)

$$P_y^{22} = \begin{Vmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ K_4 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2K_4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3K_4 & 0 \end{Vmatrix} ,$$

$$P_x^{33} = \begin{Vmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ K_4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2K_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -K_4 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -K_4 & 0 & K_4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -K_4 & 0 & 2K_4 & 0 \end{Vmatrix},$$

(17)

$$P_y^{33} = \begin{Vmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2K_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ K_4 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & K_4 & 0 & -K_4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & K_4 & 0 & -2K_4 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Решение уравнений (II) записывается через матрицант $R\,(z/z_0)$ в виде:

$$\mu_x(z) = X\,(z/z_0)\,\mu_x(z_0)\,,\quad \mu_y(z) = Y\,(z/z_0)\,\mu_y(z_0)\,, \tag{I8}$$

где матричные функции X и Y имеют, как и матрицы функции P_x , P_y , верхнетреугольную блочную структуру:

$$X = \begin{Vmatrix} X^{11} & X^{12} & X^{13} \\ 0 & X^{22} & 0 \\ 0 & 0 & X^{33} \end{Vmatrix}, \quad Y = \begin{Vmatrix} Y^{11} & Y^{12} & Y^{13} \\ 0 & Y^{22} & 0 \\ 0 & 0 & Y^{33} \end{Vmatrix}. \tag{I9}$$

Для матриц X^{11} и Y^{11} введём специальные обозначения

$$X^{11} = H = \begin{Vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{Vmatrix}, \quad Y^{11} = V = \begin{Vmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{Vmatrix} \tag{20}$$

и образуем из элементов матриц H и V квадратные матрицы $\| h^{(2)} \|, \| v^{(2)} \|, \| h^{(3)} \|, \| v^{(3)} \|, \| hv^{(2)} \|, \| vh^{(2)} \|$, где

$$\| h^{(2)} \| = \begin{Vmatrix} h_{11}^2 & 2h_{11}h_{12} & h_{12}^2 \\ h_{11}h_{21} & h_{11}h_{22} + h_{12} \cdot h_{21} & h_{12}h_{22} \\ h_{21}^2 & 2h_{21}h_{22} & h_{22}^2 \end{Vmatrix}, \tag{2I}$$

$$\| vh^{(2)} \| = \begin{Vmatrix} v_{11} \| h^{(2)} \| & v_{12} \| h^{(2)} \| \\ v_{21} \| h^{(2)} \| & v_{22} \| h^{(2)} \| \end{Vmatrix}, \tag{22}$$

$$\| h^{(3)} \| = \begin{Vmatrix} h_{11}^3 & 3h_{11}^2 h_{12} & 3h_{11}h_{12}^2 & h_{12}^3 \\ h_{11}^2 h_{21} & h_{11}^2 h_{22} + 2h_{11}h_{12}h_{21} & h_{12}^2 h_{21} + 2h_{11}h_{12}h_{22} & h_{12}^2 h_{22} \\ h_{11}h_{21}^2 & h_{21}^2 h_{12} + 2h_{11}h_{21}h_{22} & h_{22}^2 h_{11} + 2h_{12}h_{21}h_{22} & h_{12}h_{22}^2 \\ h_{21}^3 & 3h_{21}^2 h_{22} & 3h_{21}h_{22}^2 & h_{22}^3 \end{Vmatrix}. \tag{23}$$

Матрицы $\| v^{(2)} \|$, $\| hv^{(2)} \|$ и $\| v^{(3)} \|$, как следует из обозначений, получаются из матриц (2I)-(23) заменой h_{ik} на v_{ik} и v_{ik} на h_{ik} $(i,k = 1,2)$.

Используя введенные обозначения, запишем матрицы X^{22}, X^{33}, Y^{22} и Y^{33} в виде:

$$X^{22} = \| h^{(3)} \| \quad , \quad Y^{22} = \| v^{(3)} \| , \tag{24}$$

$$X^{33} = \| h v^{(2)} \| \quad , \quad Y^{33} = \| v h^{(2)} \| . \tag{25}$$

Для j -ой квадрупольной линзы при $K_{4,2j-1} = \beta_j^2$ матрицант $X(z_{2j}/z_{2j-1})$ будем обозначать через $F^4(\varkappa_j)$, а матрицант $Y(z_{2j}/z_{2j-1})$ – через $\mathcal{D}^4(\varkappa_j)$. Тогда при $K_{4,2j-1} = -\beta_j^2$ будем иметь:

$$X(z_{2j}/z_{2j-1}) = \mathcal{D}^4(\varkappa_j) \quad , \quad Y(z_{2j}/z_{2j-1}) = F^4(\varkappa_j) .$$

Для квадрупольно-октупольной линзы при $K_{4,2j-1} = \beta_j^2$ получим:

$$\begin{aligned} X(z_{2j}/z_{2j-1}) &= F^4(\varkappa_j) + \gamma_j F^8(\varkappa_j), \\ Y(z_{2j}/z_{2j-1}) &= \mathcal{D}^4(\varkappa_j) + \gamma_j \mathcal{D}^8(\varkappa_j) . \end{aligned} \tag{26}$$

Для свободного промежутка $z_{2j+1} - z_{2j} = s_j$ $(j=0,1,\ldots,4)$ введем следующее обозначение матрицанта:

$$X(z_{2j+1}/z_{2j}) = Y(z_{2j+1}/z_{2j}) = S(s_j) , \tag{27}$$

где

$$S^{11}(s) = \begin{Vmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{Vmatrix} , \tag{28}$$

$$S^{22}(s) = \begin{Vmatrix} 1 & 3s & 3s^2 & s^3 \\ 0 & 1 & 2s & s^2 \\ 0 & 0 & 1 & s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} , \tag{29}$$

$$\overset{33}{S}(s)= \begin{Vmatrix} S^{(2)}(s) & s\cdot S^{(2)}(s) \\ 0 & S^{(2)}(s) \end{Vmatrix}, \qquad (30)$$

$$S^{(2)}(s)= \begin{Vmatrix} 1 & 2s & s^2 \\ 0 & 1 & s \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}, \qquad (31)$$

$$S^{12}=S^{13}=S^{23}=0\,. \qquad (32)$$

Матрицант квадрупольной линзы. Матриданты $F^{11}(\text{æ})$ и $\mathcal{D}^{11}(\text{æ})$ для одиночной квадрупольной линзы длины L в приближении прямоугольной модели имеют вид:

$$F^{11}(\text{æ})= \begin{Vmatrix} \cos\text{æ} & \frac{L}{\text{æ}}\sin\text{æ} \\ -\frac{\text{æ}}{L}\sin\text{æ} & \cos\text{æ} \end{Vmatrix}, \qquad (33)$$

$$\mathcal{D}^{11}(\text{æ})= \begin{Vmatrix} \operatorname{ch}\text{æ} & \frac{L}{\text{æ}}\operatorname{sh}\text{æ} \\ \frac{\text{æ}}{L}\operatorname{sh}\text{æ} & \operatorname{ch}\text{æ} \end{Vmatrix}, \qquad (34)$$

где

$$\text{æ}=\beta L\,. \qquad (35)$$

В приближении прямоугольной модели для магнитной квадрупольной линзы матрица $F^4(\text{æ})$ имеет вид:

$$F^{412}_{11}=\frac{\text{æ}^2}{192L^2}\left\{13(\cos\text{æ}-\cos3\text{æ})-36\,\text{æ}\sin\text{æ}\right\},$$

$$F^{412}_{12}=\frac{\text{æ}}{64L}\left\{-5\sin\text{æ}-13\sin3\text{æ}+12\,\text{æ}\cos\text{æ}\right\},$$

$$F_{13}^{412} = -\frac{1}{64}\left\{13(\cos\varkappa - \cos 3\varkappa) + 12\varkappa\sin\varkappa\right\},$$

$$F_{14}^{412} = \frac{L}{192\varkappa}\left\{-75\sin\varkappa + 13\sin 3\varkappa + 36\varkappa\cos\varkappa\right\}, \tag{36}$$

$$F_{21}^{412} = -\frac{\varkappa^3}{192L^3}\left\{73\sin\varkappa - 15\sin 3\varkappa + 36\varkappa\cos\varkappa\right\},$$

$$F_{22}^{412} = \frac{3\varkappa^2}{64L^2}\left\{5(\cos\varkappa - \cos 3\varkappa) - 4\varkappa\sin\varkappa\right\},$$

$$F_{23}^{412} = -\frac{\varkappa}{64L}\left\{7\sin\varkappa + 15\sin 3\varkappa + 12\varkappa\cos\varkappa\right\}, \tag{37}$$

$$F_{24}^{412} = -\frac{1}{64}\left\{5(\cos\varkappa - \cos 3\varkappa) + 12\varkappa\sin\varkappa\right\},$$

$$F_{11}^{413} = \frac{\varkappa^2}{32L^2}\left\{-3\cos\varkappa(\mathrm{ch}2\varkappa - 1) - \sin\varkappa(4\varkappa - 3\,\mathrm{sh}2\varkappa)\right\},$$

$$F_{12}^{413} = \frac{\varkappa}{16L}\left\{-3\cos\varkappa\,\mathrm{sh}2\varkappa + \sin\varkappa(9 - 3\,\mathrm{ch}2\varkappa)\right\},$$

$$F_{13}^{413} = -\frac{1}{32}\left\{3\cos\varkappa(\mathrm{ch}2\varkappa - 1) + \sin\varkappa(4\varkappa + 3\,\mathrm{sh}2\varkappa)\right\},$$

$$F_{14}^{413} = \frac{\varkappa}{32L}\left\{\cos\varkappa(3\,\mathrm{sh}2\varkappa - 4\varkappa) - \sin\varkappa(3\,\mathrm{ch}2\varkappa + 15)\right\}, \tag{38}$$

$$F_{15}^{413} = \frac{3}{16}\left\{\cos\varkappa(\mathrm{ch}2\varkappa - 1) - \sin\varkappa\,\mathrm{sh}2\varkappa\right\},$$

$$F_{16}^{413} = \frac{L}{32\varkappa}\left\{\cos\varkappa(3\,\mathrm{sh}2\varkappa + 4\varkappa) - \sin\varkappa(3\,\mathrm{ch}2\varkappa + 7)\right\},$$

$$F_{21}^{413} = \frac{\varkappa^3}{32L^3}\left\{\cos\varkappa(4\varkappa - 9\,\mathrm{sh}2\varkappa) - \sin\varkappa(7 + 11\,\mathrm{ch}2\varkappa)\right\},$$

$$F_{22}^{413} = \frac{\varkappa^2}{16L^2}\left\{9\cos\varkappa(1 - \mathrm{ch}2\varkappa) - 11\sin\varkappa\,\mathrm{sh}2\varkappa\right\}, \tag{39}$$

$$F_{23}^{413} = -\frac{\varkappa}{32L}\left\{\cos\varkappa(4\varkappa + 9\,\mathrm{sh}2\varkappa) + \sin\varkappa(11\,\mathrm{ch}2\varkappa - 1)\right\},$$

$$F_{24}^{413} = \frac{\ae^2}{32L^2}\left\{11\cos\ae(\mathrm{ch}2\ae-1)+\sin\ae(4\ae-9\,\mathrm{sh}2\ae)\right\},$$

$$F_{25}^{413} = \frac{\ae}{16L}\left\{11\cos\ae\,\mathrm{sh}2\ae+\sin\ae(3-9\,\mathrm{ch}2\ae)\right\},$$

$$F_{26}^{413} = \frac{1}{32}\left\{11\cos\ae(\mathrm{ch}2\ae-1)-\sin\ae(4\ae+9\,\mathrm{sh}2\ae)\right\}.$$

В приближении прямоугольной модели для магнитной октупольной линзы матрица F^8 записывается в виде:

$$F_{11}^{812} = \frac{L^2}{32\ae^2}\left\{\cos\ae-\cos3\ae+12\ae\sin\ae\right\},$$

$$F_{12}^{812} = \frac{3L^3}{32\ae^3}\left\{7\sin\ae-\sin3\ae-4\ae\cos\ae\right\}, \tag{40}$$

$$F_{13}^{812} = \frac{3L^4}{32\ae^4}\left\{-\cos\ae+\cos3\ae+4\ae\sin\ae\right\},$$

$$F_{14}^{812} = \frac{L^5}{32\ae^5}\left\{9\sin\ae+\sin\ae-12\ae\cos\ae\right\},$$

$$F_{21}^{812} = \frac{L}{32\ae}\left\{11\sin\ae+3\sin3\ae+12\ae\cos\ae\right\},$$

$$F_{22}^{812} = \frac{3L^2}{32\ae^2}\left\{3(\cos\ae-\cos3\ae)+4\ae\sin\ae\right\}, \tag{4I}$$

$$F_{23}^{812} = \frac{3L^3}{32\ae^3}\left\{5\sin\ae-3\sin3\ae+4\ae\cos\ae\right\},$$

$$F_{24}^{812} = \frac{L^4}{32\ae^4}\left\{-3(\cos\ae-\cos3\ae)+12\ae\sin\ae\right\},$$

$$F_{11}^{813} = -\frac{3L}{16\ae}\left\{3\cos\ae\,\mathrm{sh}2\ae+\sin\ae\,\mathrm{ch}2\ae+5\sin\ae+4\ae\cos\ae\right\},$$

$$F_{12}^{813} = -\frac{3L^2}{8\ae^2}\left\{3\cos\ae(\mathrm{ch}2\ae-1)+\sin\ae\,\mathrm{sh}2\ae\right\},$$

$$F_{13}^{813} = -\frac{3L^3}{16\ae^3}\left\{3\cos\ae\,\mathrm{sh}2\ae+\sin\ae\,\mathrm{ch}2\ae-3\sin\ae-4\ae\cos\ae\right\},$$

$$F_{14}^{813} = -\frac{3L^2}{16\ae^2}\left\{3\sin\ae\,\mathrm{sh}2\ae-\cos\ae(\mathrm{ch}2\ae-1)+4\ae\sin\ae\right\}, \tag{42}$$

$$F_{15}^{813} = -\frac{3L^3}{8\varkappa^3}\left\{3\sin\varkappa\, ch2\varkappa - \cos\varkappa\, sh2\varkappa - \sin\varkappa\right\},$$

$$F_{16}^{813} = -\frac{3L^4}{16\varkappa^4}\left\{3\sin\varkappa\, sh2\varkappa - \cos\varkappa(ch2\varkappa-1) - 4\varkappa\sin\varkappa\right\},$$

$$\vdots$$

$$F_{21}^{813} = -\frac{3L}{16\varkappa}\left\{3\cos\varkappa\, sh2\varkappa + \sin\varkappa\cdot ch2\varkappa + 5\sin\varkappa + 4\varkappa\cos\varkappa\right\},$$

$$F_{22}^{813} = -\frac{3L^2}{8\varkappa^2}\left\{3\cos\varkappa(ch2\varkappa-1) + \sin\varkappa\, sh2\varkappa\right\},$$

$$F_{23}^{813} = -\frac{3L^3}{16\varkappa^3}\left\{3\cos\varkappa\, sh2\varkappa + \sin\varkappa\, ch2\varkappa - 3\sin\varkappa - 4\varkappa\cos\varkappa\right\},$$

$$F_{24}^{813} = -\frac{3L^2}{16\varkappa^2}\left\{3\sin\varkappa\, sh2\varkappa - \cos\varkappa(ch2\varkappa-1) + 4\varkappa\sin\varkappa\right\}, \tag{43}$$

$$F_{25}^{813} = -\frac{3L^3}{8\varkappa^3}\left\{3\sin\varkappa\, ch2\varkappa - \cos\varkappa\, sh2\varkappa - \sin\varkappa\right\},$$

$$F_{26}^{813} = -\frac{3L^4}{16\varkappa^4}\left\{3\sin\varkappa\, sh2\varkappa - \cos\varkappa(ch2\varkappa-1) - 4\varkappa\sin\varkappa\right\}.$$

Матрицы $\mathcal{D}^4(\varkappa)$ и $\mathcal{D}^8(\varkappa)$ получаются из матриц $F^4(\varkappa)$ и $F^8(\varkappa)$ заменой $\varkappa$ на $i\varkappa$, где i – мнимая единица.

Матрицант квадрупольно-октупольной линзы. Линзу, полученную совмещением квадрупольной и октупольной линз равной длины L, назовём совмещенной квадрупольно-октупольной линзой. Матрицант такой линзы записывается в виде:

$$X^{1K} = F^{41K} + \gamma F^{81K},$$
$$Y^{1K} = \mathcal{D}^{41K} + \gamma \mathcal{D}^{81K}. \tag{44}$$

На выражения для X^{11}, Y^{11}, X^{22}, Y^{22}, X^{33}, Y^{33} октупольная линза не влияет.

Матрицант нелинейного микрозонда. Пользуясь методом погружения в пространство фазовых моментов, на выходе из микрозонда получим:

$$\mu(вых) = R(вых)\cdot\mu(0) \quad , \tag{45}$$

где

$$R(вых) = S(s_4)\,R(4)\,S(s_3)\,R(3)\,S(s_2)\,R(2)\,S(s_1)R(1)\,S(s_0)\,. \tag{46}$$

Для плоскостей xz и yz соответственно имеем:

$$R_x = X \;, \qquad R_y = Y\,, \tag{47}$$

$$\begin{aligned} &X^{11}(1) = Y^{11}(4) = F^{11}(\varkappa_1) \quad , \quad X^{11}(2) = Y^{11}(3) = D^{11}(\varkappa_2)\,, \\ &X^{11}(3) = Y^{11}(2) = F^{11}(\varkappa_2) \quad , \quad X^{11}(4) = Y^{11}(1) = D^{11}(\varkappa_1)\,, \end{aligned} \tag{48}$$

$$\begin{aligned} &X^{1K}(1) = F^{41K}(\varkappa_1) + \gamma_1\,F^{81K}(\varkappa_1)\,, \\ &X^{1K}(2) = D^{41K}(\varkappa_2) + \gamma_2\,F^{81K}(\varkappa_2)\,, \\ &X^{1K}(3) = F^{41K}(\varkappa_3) + \gamma_3\,F^{81K}(\varkappa_3)\,, \\ &X^{1K}(4) = F^{41K}(\varkappa_4) + \gamma_4\,F^{81K}(\varkappa_4)\,. \end{aligned} \tag{49}$$

Выражения для $Y^{1K}(j),\ j=\overline{1,4}$ получаются из выражений (49) заменой символов F на D и D на F .

Будем считать, что

$$x_m(0) \ll L\cdot x'_m(0) \quad , \quad y_m(0) \ll L\cdot y'_m(0)\,, \tag{50}$$

где индекс m означает максимальное значение данной величины по фазовому множеству.

Из неравенств (50) следует, что рассматривается такой случай, когда начальный канонический фазовый портрет близок к портрету точечного источника. В этом случае для поперечных координат пучка на выходе из микрозонда можно приближенно записать:

$$\begin{aligned} &x(вых) = X^{11}_{11}(вых)\,x(0) + X^{12}_{14}(вых)\,x'^3(0) + X^{13}_{16}(вых)\,x'(0)\,y'^2(0)\,, \\ &y(вых) = Y^{11}_{11}(вых)\,y(0) + Y^{12}_{14}(вых)\,y'^3(0) + Y^{13}_{16}(вых)\,y'(0)\,x'^2(0)\,. \end{aligned} \tag{51}$$

В выражениях (5I) учтено, что для микрозонда при условии выполнения неравенств (50) должно выполняться

$$X^{11}_{12}(вых) = Y^{11}_{12}(вых) \cong 0 . \tag{52}$$

Компенсация сферической аберрации. Таким образом, основной вклад в нелинейные искажения в микрозонде вносят матричные элементы $X^{12}_{14}(вых)$, $X^{13}_{16}(вых)$, $Y^{12}_{14}(вых)$ и $Y^{13}_{16}(вых)$, которые носят название коэффициентов сферической аберрации. Из выражений (5I) следует, что для получения нелинейного оптимального микрозонда необходимо обратить в нуль четыре коэффициента сферической аберрации. Для решения такой задачи проделаем следующие операции.

Представим матричные блоки X^{1K} и Y^{1K} $(K=2,3)$ в виде сумм:

$$\begin{aligned} X^{1K} &= X^{41K} + X^{81K}, \\ Y^{1K} &= Y^{41K} + Y^{81K}. \end{aligned} \tag{53}$$

Первое слагаемое в последних выражениях отвечает только за квадрупольные линзы, а второе - есть та добавка, которую вносят октупольные линзы.

Выполнив умножение матриц, получим:

$$\begin{aligned} X^{81K}(вых) &= \gamma_1 X^{1K}(18) + \gamma_2 X^{1K}(28) + \gamma_3 X^{1K}(38) + \gamma_4 X^{1K}(48), \\ Y^{81K}(вых) &= \gamma_1 Y^{1K}(18) + \gamma_2 Y^{1K}(28) + \gamma_3 Y^{1K}(38) + \gamma_4 Y^{1K}(48), \quad K=2,3, \end{aligned} \tag{54}$$

где

$$\begin{aligned} X^{1K}(18) &= S^{11}(s_4) X^{11}(4) S^{11}(s_3) X^{11}(3) S^{11}(s_2) X^{11}(2) S^{11}(s_1) F^{81K}(\varkappa_1) S^{KK}(s_0) \\ X^{1K}(28) &= S^{11}(s_4) X^{11}(4) S^{11}(s_3) X^{11}(3) S^{11}(s_2)\, \mathcal{D}^{81K}(\varkappa_2) S^{KK}(s_1) X^{KK}(1) S^{KK}(s_0), \\ X^{1K}(38) &= S^{11}(s_4) X^{11}(4) S^{11}(s_3) F^{81K}(\varkappa_2) S^{KK}(s_2) X^{KK}(2) S^{KK}(s_1) X^{KK}(1) S^{KK}(s_0), \\ X^{1K}(48) &= S^{11}(s_4) \mathcal{D}^{81K}(\varkappa_1) S^{KK}(s_3) X^{KK}(3) S^{KK}(s_2) X^{KK}(2) S^{KK}(s_1) X^{KK}(1) S^{KK}(s_0). \end{aligned} \tag{55}$$

Выражения для $Y^{1K}(j8)$, $K=2,3$, $j=\overline{1,4}$ получаются из формул (55) заменой символов X на Y , F на $\mathcal{D}$ и $\mathcal{D}$ на F .

В выражениях (55) величина $X^{1K}(j8)$ равна величине октупольной добавки $X^{81K}(вых)$ для микрозонда, в котром имеется только одна октупольная линза с $\gamma=1$, совмещенная с j -ой квадрупольной линзой ($j=\overline{1,4}$).

Приравнивая нулю элементы $X_{14}^{12}(вых)$, $X_{16}^{13}(вых)$, $Y_{14}^{12}(вых)$ и $Y_{16}^{13}(вых)$, получим следующее линейное векторное уравнение для определения октупольных возбуждений γ_j ($j=\overline{1,4}$):

$$a = A\cdot\gamma \quad , \tag{56}$$

где

$$\gamma = \begin{Vmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \end{Vmatrix} , \qquad a = -\begin{Vmatrix} X_{14}^{412}(вых) \\ Y_{14}^{412}(вых) \\ X_{16}^{413}(вых) \\ Y_{16}^{413}(вых) \end{Vmatrix} , \tag{57}$$

$$A = \begin{Vmatrix} X_{14}^{12}(18) & X_{14}^{12}(28) & X_{14}^{12}(38) & X_{14}^{12}(48) \\ Y_{14}^{12}(18) & Y_{14}^{12}(28) & Y_{14}^{12}(38) & Y_{14}^{12}(48) \\ X_{16}^{13}(18) & X_{16}^{13}(28) & X_{16}^{13}(38) & X_{16}^{13}(48) \\ Y_{16}^{13}(18) & Y_{16}^{13}(28) & Y_{16}^{13}(38) & Y_{16}^{13}(48) \end{Vmatrix} , \tag{58}$$

откуда искомый вектор γ равен

$$\gamma = A^{-1}a \quad . \tag{59}$$

Таким образом, получен однозначный набор возбуждений октупольных линз октуполя-корректора, при котором сферическая аберрация микрозонда обращается в нуль.

Для одного из вариантов микрозонда с параметрами: $S_0=348{,}95\,см$, $S_1=S_3=2{,}4\,см$, $S_2=0{,}5\,см$, $S_4=30{,}25\,см$, $L_1=L_2=20{,}15\,см$, $\varkappa_1=0{,}6313$, $\varkappa_2=1{,}0229$, $M=0{,}198$, $W=3\,Mev$ возбуждения октупольных линз октуполя-корректора равны: $\gamma_1=49{,}37\,м^{-4}$, $\gamma_2=-249{,}93\,м^{-4}$, $\gamma_3=124{,}18\,м^{-4}$, $\gamma_4=2056{,}88\,м^{-4}$.

Для радиуса апертуры $a_{4j}=a_{8j}=2\,см$ ($j=\overline{1,4}$) получаем следующие величины магнитных полей на полюсах квадрупольной и октупольной линз: $B_{41}=B_{44}=493\,гс$, $B_{42}=B_{43}=1294\,гс$,

$B_{81}=0.99$ гс , $B_{82}=5.02$ гс , $B_{83}=2.49$ гс , $B_{84}=41,32$ гс .

Такая коррекция позволяет либо уменьшать диаметр пучка на мишени, либо увеличивать интенсивность пучка.

Следует отметить, что при коррекции геометрических аберраций третьего порядка необходимо следить за тем, чтобы не появились большие "наведённые" аберрации пятого порядка. Последние могут привести к тому, что в результате использования октуполя-корректора пятно на мишени увеличится вопреки ожидаемому уменьшению.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андрианов С.Н., Дымников А.Д., Осетинский Г.М., ПТЭ, 1982, I, с.39.
2. Андрианов С.Н., Дымников А.Д., Осетинский Г.М., ОИЯИ, БI-9-12851, Дубна, 1979.