

С 345Л

е+

2035/82



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
АЛЕКСАХИН Ю.И. и др.
Б1-9-82-83

Б1-9-82-83

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

• Дубна 1982

ОБЪЕДИНЁННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Отдел новых методов ускорения

Ю.И.Алексахин, И.Габанец, З.Г.Гаврилова, И.Н.Иванов,
Р.Халлер

Б 1-9-82-83

ИССЛЕДОВАНИЕ АНИЗОТРОПНЫХ ЭКРАНОВ ДЛЯ АДГЕЗАТОРА
КОЛЛЕКТИВНОГО УСКОРИТЕЛЯ.

03.02.82

ОБЪЕДИНЁННЫЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
БИБЛИОТЕКА

г.Дубна, 1981 год.

АННОТАЦИЯ

Исследуются анизотропные экраны для адгезатора модели коллективного ускорителя, обладающие емкостной проводимостью и обеспечивающие:

1) экранирование СВЧ-излучения электронного кольца для повышения его устойчивости относительно банчировки;

2) проникновение квазистационарного (частота порядка Г МГц) магнитного поля, служащего для захвата инжектируемых электронов на начальную орбиту.

Приведены результаты аналоговых измерений продольного импеданса связи электронного кольца с такими экранами, а также измерений по проникновению высокочастотных и импульсных полей. Теоретически рассмотрена устойчивость поперечных колебаний электронного кольца при возбуждении поверхностных волн в анизотропных экранах.

I. ВВЕДЕНИЕ.

В коллективном ускорителе тяжёлых ионов ОИЯИ /1/ формирование и сжатие электронных колец производится в узкой тонкостенной металлической камере, подавляющей когерентное синхротронное излучение и связанную с ним радиационную неустойчивость. Металлическим камерам, однако, присущи определённые недостатки: искажение внешнего магнитного поля токами Фуко не позволяет уменьшить время компрессии и располагать инжекционные устройства снаружи камеры; необходимо жидкостное охлаждение камеры при повышенной частоте срабатывания ускорителя; индуцируемые кольцом на стенках камеры заряды оказывают сильное дефокусирующее действие, что ограничивает число электронов в кольце. Для устранения этих нежелательных эффектов стенки камеры должны быть прозрачными для квазистационарных электрических и магнитных полей, но, для подавления радиационной неустойчивости, должны экранировать высокочастотные. Этого можно достичь при использовании стенок камеры с ёмкостной проводимостью. На низких частотах такие стенки являются непроводящими, в то время как на высоких они экранируют поля практически также, как металлические. Примером стенки с ёмкостной проводимостью может служить диэлектрическая стенка, на которую нанесён двойной слой изолированных концентрических проводящих полос так, что полосы одного слоя вполнину перекрывают полосы другого как по длине (по азимуту), так и по ширине (по радиусу), как это показано на рис. I.

В настоящей работе приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований экранирующих свойств таких стенок.

2. ПРОНИКНОВЕНИЕ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ .

Искажения магнитного поля анизотропными экранами рассматриваемого типа связаны, во-первых, с возбуждением замкнутых токов Фуко в каждой из проводящих полос и, во-вторых, с протеканием азимутальных токов по контурам, образованным полосами, последовательно расположенными по окружности, и сопротивлениями радиальных разрезов. Оба этих эффекта могут приводить к заметным искажениям лишь в случае магнитных полей достаточно большой частоты (например, для "быстрого" поля в установке /2/, имеющего характерную частоту $f \sim 1$ МГц).

2.1. Теоретические оценки.

Замкнутые токи Фуко в полосах приводят к модуляции магнитного поля по радиусу ("рипплу") с периодом, равным ширине полос d , и уменьшению среднего уровня поля. Для быстрых полей, характерное время изменения которых мало по сравнению со временем переходных процессов ($\tau_L = L/R$) в каждой из проводящей полос, полосы можно считать идеально-проводящими; так что магнитное поле проникает только через щели между полосами.

Пусть камера образована двумя анизотропными экранами, расположенными на расстоянии h друг от друга. Рассматривая область радиусов $\pi r \gg d, h$, можно, для оценок, пренебречь кривизной и считать поле внешних источников однородным. Тогда задача о нахождении поля внутри камеры сводится к решению уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial r^2} = 0 \quad (1)$$

с граничными условиями

$$B_z|_{z=\pm h/2} = B_0 d \sum_k \delta(r - kd) \quad (2)$$

на внутренней поверхности экранов. Соответствующее решение имеет вид

$$B_z(r, z) = B_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ch}(2\pi k z/d)}{\operatorname{ch}(\pi k h/d)} \cdot \cos(2\pi k r/d) \right\} \quad (3)$$

Таким образом, амплитуда модуляции поля в медианной плоскости камеры не превосходит величины

$$\delta B_z / B_0 \lesssim 4 e^{-\pi h/d} \quad (4)$$

и может быть сделана достаточно малой соответствующим выбором ширины проводящих полос ($d \lesssim h/2$). Оценить аналитически влияние экранов на средний уровень поля сложнее, соответствующие экспериментальные результаты будут приведены в следующем разделе.

Рассмотрим теперь влияние азимутальных токов, протекающих по контурам из полос, расположенных последовательно по окружности. Найдём сначала сопротивление радиального разреза, разделяющего две последовательно расположенные полосы одного слоя. При ширине разрезов, сравнимой или превосходящей толщину Δ_{in} диэлектрической изоляции между слоями полос, это сопротивление, как видно из рис. 2, равно удвоенному входному сопротивлению разомкнутой на конце линии, образованной перекрывающимися частями полосы данного слоя и полос другого слоя ^{*})

^{*}) Для токов, имеющих временную зависимость $\exp(-i\omega t)$

$$Z_{sl} = iZ_0 \frac{2A_{in}}{\sqrt{\epsilon_{in}} d} \operatorname{ctg}(\sqrt{\epsilon_{in}} \frac{\omega l}{c}) \quad (5)$$

где $Z_0 = \frac{4\pi}{c}$ ($Z_0 = 120\pi$ (Ом) в практической системе единиц), ϵ_{in} - диэлектрическая проницаемость изоляции, $l \approx \pi r/N$ - длина перекрытия полос по азимуту, N - число радиальных разрезов одного слоя ($N = 2$ на рис. I), r - средний радиус рассматриваемой полосы.

На низких частотах ($\omega b \ll c$, где b - радиус камеры) импеданс (5) эквивалентен сопротивлению сосредоточенной ёмкости, так что камера представляет собой систему индуктивно-связанных LC - контуров. Оценим частоты собственных колебаний этой системы.

Пусть камера, образованная двумя анизотропными экранами на расстоянии h друг от друга, ограничена при $r=b$ сплошной цилиндрической проводящей поверхностью (обечайкой). Ограничимся симметричными колебаниями, при которых токи на обоих экранах однонаправлены. Если $i_\theta(r)$ - поверхностная плотность азимутальных токов, текущих на каждом из экранов, то векторный потенциал магнитного поля этих токов даётся на экранах выражением

$$A_\theta = \frac{1}{c} \int_0^b G_A(r, r') i_\theta(r') r' dr' \quad (6)$$

где G_A - функция Грина, имеющая, с учетом граничного условия $G_A|_{r=b} = 0$, вид

$$G_A(r, r') = \frac{4\pi}{b} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 + e^{-\mu_k h/b}}{\mu_k} \cdot \frac{J_1(\mu_k r/b) J_1(\mu_k r'/b)}{J_0^2(\mu_k)} \quad (7)$$

где μ_k - корни уравнения $J_1(\mu_k) = 0$, $J_1(x)$ - функция Бесселя.

Полная индукционная э.д.с. $U_{ind} = 2\pi r E_\theta = \frac{2\pi i \omega r}{c} A_\theta$ в случае свободных колебаний должна полностью компенсироваться падением напряжения на щелях

$$U_{sl} = N \cdot Z_{sl} \cdot d \cdot i_\theta \quad (8)$$

Приравнявая (8) к индукционной э.д.с. получаем интегральное уравнение

$$N \cdot Z_{sl} \cdot d \cdot i_\theta(r) = \frac{2\pi i \omega r}{c^2} \int_0^b G_A(r, r') i_\theta(r') r' dr' \quad (9)$$

условие существования нетривиальных решений которого даёт спектр частот собственных колебаний. Применяя теперь разложение Фурье-Бесселя

$$i_{\theta}(r) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k J_1(\mu_k r/b) \quad (10)$$

сведем (9) к системе алгебраических уравнений для коэффициентов :

$$a_k = \frac{\pi^2 \epsilon_{in} \omega^2 b^3}{c^2 N^2 \Delta_{in} J_0^2(\mu_k)} \sum_{k'=1}^{\infty} \frac{1 + \exp(-\mu_k h/b)}{\mu_k'} A_{kk'} a_{k'} \quad (11)$$

где введено обозначение

$$A_{kk'} = \int_0^b J_1(\mu_k x) J_1(\mu_{k'} x) x^3 dx \quad (12)$$

и в выражении для Z_{sp} котангенс заменён его приближённым значением для малых аргументов (что соответствует предположению о квазистационарности: $\omega b/c \ll 1$). Матричные элементы (12) интегрируются аналитически

$$A_{kk'} = \frac{1}{6} J_0^2(\mu_k) \quad (13)$$

$$A_{kk'} = \frac{4\mu_k \mu_{k'} J_0(\mu_k) J_0(\mu_{k'})}{(\mu_k^2 - \mu_{k'}^2)^2}, \quad k \neq k'$$

Для низшей собственной частоты при $b \gg 4h$ справедлива оценка

$$f_{min} = \frac{\omega_{min}}{2\pi} \approx \sqrt{\frac{3\mu_0 c^2 N^2 \Delta_{in}}{4\pi^4 \epsilon_{in} b^3}} \approx 0.17 \sqrt{\frac{c^2 N^2 \Delta_{in}}{\epsilon_{in} b^3}} \quad (14)$$

Искажения магнитного поля, имеющего частоту $f = \omega/2\pi$, пропорциональны f^2/f_{min}^2 и при соответствующем выборе числа радиальных разрезов N и толщины диэлектрика Δ_{in} могут быть сделаны достаточно малыми даже для частот $f \sim 1$ МГц.

Для магнитных полей, осуществляющих компрессию электронных колец и имеющих частоту порядка сотен Гц, влияние экранов пренебрежимо мало.

2.2. Экспериментальные результаты.

Для экспериментального исследования проникновения магнитных полей через анизотропные экраны было изготовлено несколько вариантов стенок с различным числом радиальных разрезов N , различной шириной полос d , толщиной диэлектрика Δ_{in} и проницаемостью ϵ_{in} . Стенки представляли собой плоские поверхности, радиальные проводящие границы в измерениях отсутствовали.

Искажения, вносимые замкнутыми на полосках токами Фуко, изучались для реальных витков "быстрого поля" модели коллективного ускорителя ^{1/2}, запитываемых от импульсного генератора ($U \sim 25 \div 30$ кв, длительность импульса ~ 300 нсек). Сигнал с измерительной катушки диаметром 6мм через интегрирующую цепочку с постоянной $\tau \approx 5$ мксек на осциллограф. Измерялась зависимость амплитуды сигнала от радиуса при различных расстояниях катушки от медианной плоскости. В таблице I приведены найденные экспериментально значения амплитуды модуляции магнитного поля в случае полос шириной $d = 3$ см, и значения, рассчитанные по формуле (3) при $h = 8$ см.

Таблица I.

Расстояние до медиан.плоск. (z), см	Расстояние до экрана ($h/2 - z$), см	$\left(\frac{\delta B_z}{B_z}\right)_{\text{эксп}}$	$\left(\frac{\delta B_z}{B_z}\right)_{\text{теор}}$
0	4	-	10^{-3}
2	2	$6 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-2}$
3	I	$2 \cdot 10^{-2}$	0,25

Измеренная модуляция магнитного поля, как следует из таблицы, на порядок ниже рассчитанной для случая плоской геометрии. Хотя к экспериментальным данным следует относиться с осторожностью ввиду недостаточно стабильной работы генератора и высокого уровня наводок, они показывают, что при выбранной ширине полос "рипл" магнитного поля несущественен. Для сравнения на рис.3 приведено распределение магнитного поля по радиусу на расстоянии 0,5 см от экрана с шириной полос $d = 6$ см, снятое измерительной катушкой диаметром 2 см.

При измерении резонансных свойств стенок на низких частотах ($1 \div 20$ МГц) в качестве возбуждающего использовался виток радиусом 31,5 см, запитываемый генератором ГЧ-18А через согласующее сопротивление. В качестве приёмных служили два витка - того же радиуса и диаметром 8 см, сигнал с которых снимался приёмником *SMV-8* или осциллографом. Между витками на одинаковых расстояниях от их плоскостей ставился исследуемый экран. Цилиндрическая проводящая поверхность (обечайка) в измерениях отсутствовала, поэтому использовать аналитический результат (14) для сравнения с экспериментальными данными нельзя. Некоторые функциональные зависимости проследить тем не менее можно.

Если предположить, что в отсутствие обечайки радиальные волновые числа определяются не уравнением $J_1(\mu_k) = 0$, а $J_1'(\mu_k) = 0$, то при $k/b = 0,2$ из теоретических соображений для первых трёх собственных частот следует отношение $f_3 : f_2 : f_{min} = 2,57 : 1,9 : 1$. Для пары экранов с $N = 6$, $d = 3$ см, $\epsilon_{in} = 3$ (лавсан) $\Delta_{in} \approx 0,15$ мм, $b = 42,5$ см и $h = 8$ см отношение измеренных резонансных частот равно $19 : 11,4 : 6,7$ МГц = $2,8 : 1,7 : 1$.

В целом экспериментальные данные подтверждают теоретические результаты и доказывают возможность создания экранов, прозрачных для магнитных полей с частотой вплоть до 1 МГц.

Были определены, в частности, искажения "быстрого поля" в модели коллективного ускорителя [2] экранами рассматриваемого типа. На рис. 4 представлено измеренное распределение амплитуды быстрого поля по радиусу R : χ - в отсутствие анизотропных экранов, A - $\epsilon_{in} = 7$, $\Delta_{in} = 1$ мм, $N = 2$ (стеклотекстолит), o - $\epsilon_{in} = 3$, $\Delta_{in} = 6$ мм, $N = 2$ (оргстекло). Уменьшение амплитуды, как видно из графиков, не превосходит 25%. Искажения формы импульса (длительностью ≈ 300 нсек) и сдвиг по времени в пределах точности измерений (≤ 10 нсек) отсутствуют.

Основным предназначением рассматриваемых экранов является экранирование высокочастотных электромагнитных полей, возбуждаемых электронным кольцом, с целью повышения его когерентной устойчивости.

Изучение экранирующих свойств стенок на высоких частотах проводилось по той же схеме, что и определение их низших собственных частот. В качестве возбуждающих использовались два витка с радиусами $r_1 = 31,5$ см и $r_2 = 21$ см. За меру экранирования был принят логарифм отношения амплитуд сигналов с измерительного витка в отсутствие и при наличии анизотропных экранов. Результаты измерений представлены на рис. 5. Сплошная кривая соответствует возбуждающему витку с $r = r_1$, пунктир - $r = r_2$. На рисунке отмечены также частоты, кратные $f_{1,2} = c/2\pi r_{1,2}$. Следует обратить внимание на интересную особенность - с изменением радиуса витка области наибольшего экранирования (максимальных A) смещаются на частоте так, что частоты, кратные $f = c/2\pi r$, оказываются внутри этих областей. Вместе с тем изломы на графике свидетельствуют о большом числе собственных мод колебаний анизотропных экранов, резонансная связь с которыми может привести к неустойчивости электронного кольца.

3. ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПНЫХ ЭКРАНОВ НА АЗИМУТАЛЬНУЮ УСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕКТРОННОГО КОЛЬЦА.

Влияние окружающих структур на кольцо характеризуется предельным импедансом Z_n , связывающим напряжённость азимутального (продольного) электрического поля, возбуждаемого кольцом на n -й гармонике частоты обращения, с амплитудой модуляции его тока ^{/3/}:

$$Z_n = -2\pi r_0 E_{\theta n} / I_n \quad (15)$$

где r_0 - радиус кольца. Для устойчивости кольца с большим током модуль импеданса должен быть мал ^{/3/}.

Так, электронное кольцо с параметрами: число электронов $N_e = 10^{13}$, релятивистский фактор электронов $\gamma = 140$ см/ r_0 , относительный энергетический разброс (полная ширина) $\Delta E/E = 6\%$ устойчиво, если $|Z_n|/n \leq 50$ (Ом).

Импеданс же неэкранированного кольца равен ^{/3/} $|Z_1| \approx 350$ (Ом).

Как следует из рис.5, анизотропные экраны хорошо экранируют излучение кольца на двух первых гармониках частоты обращения, для более же высоких гармоник возможна резонансная связь кольца с собственными колебаниями экранов. К сожалению, теоретический анализ собственных мод колебаний анизотропных экранов и резонансной связи кольца с ними фактически невозможен ввиду отсутствия азимутальной симметрии и системы (приводящей к связи азимутальных гармоник), связи E - и H -волн, анизотропии проводимости стенок. Поэтому следует полагаться только на результаты измерений. Ниже приводятся некоторые из них. Измерения проводились аналоговым методом, разработанным в ^{14/}.

При наличии резонансной связи продольный импеданс может быть представлен в виде

$$Z_n(f) = Z_n^{нер} + iK_n \frac{f_{рез}}{f - f_{рез}(1 - i/2Q)} \quad (16)$$

где $Z_n^{нер}$ - нерезонансная (слабо зависящая от частоты) часть импеданса, K_n - коэффициент связи с резонансной модой собственных колебаний системы, $f_{рез}$ - собственная частота и Q - добротность ненагруженной системы. Импеданс максимален в точном резонансе ($f = f_{рез}$) и равен

$$Z_n = Z_n^{нер} + 2QK_n \quad (17)$$

Величины $Z_n^{нер}$ и K_n могут быть получены из собственных частот аналоговой системы, в которой электронное кольцо имитируется замкнутым проводящим витком того же радиуса r_0 .

Пусть $f_{рез}$ - ближайшая к h -й гармонике "частота кольца" $f_0 = c/2\pi r_0$ собственная частота стенок. Добавление имитирующего эльцо проводника приводит, во-первых к смещению резонансной частоты за счёт связи с ним и, во-вторых, к появлению нового типа колебаний, соответствующего ТЕМ-подобной волне, распространяющейся между проводниками и экранами, так что аналоговая система имеет две частоты $f_{1,2}$ - в интересующей области. Введём обозначения:

$$\delta = \frac{nf_0 - f_{рез}}{nf_0} ; \quad p_{1,2} = \frac{f_{1,2} - nf_0}{nf_0} \quad (18)$$

Тогда величины $Z_n^{неp}$ и K_n можно найти по формулам /4/ :

$$Z_n^{неp} = i n Z_0 L' \left(p_1 + p_2 + \delta + \frac{i}{2Q} \right)$$

$$K_n = - n Z_0 L' \left[p_1 p_2 - \frac{i Z_n^{неp}}{n Z_0 L'} \left(\delta + \frac{i}{2Q} \right) \right] \quad (19)$$

где $Z_0 = 120\pi$ (Ом), $L' = 2 \ln \frac{2h}{\pi a}$ - индуктивность на единицу длины аналоговой линии в Гауссовой системе единиц, h - расстояние между стенками, a - радиус поперечного сечения имитирующего проводника.

В таблице 2 приведены результаты измерения импеданса на четырёх азимутальных гармониках в случае экранов с параметрами $N = 6$, $d = 3$ см, $\Delta_{in} \approx 0,15$ мм, $\epsilon_{in} \approx 3$, $b = 42,5$ см, $h = 8$ см и проводящего кольца с $r_0 = 32,55$ см, $a = 0,75$ см.

Измеренные значения существенно превосходят максимальное значение импеданса кольца, экранированного сплошными проводящими стенками

$$|Z_n/n|_{max} \approx 150 h/r_0 \text{ (Ом)} \quad (20)$$

равное в данном случае $|Z_n/n|_{max} \approx 37$ Ом. Вместе с тем эти значения заметно ниже импеданса неэкранированного кольца, а также кольца в присутствии анизотропных экранов других типов. Более того, высокое значение импеданса на 4-й гармонике связано с незамкнутостью системы в установке для измерений (отсутствием обечайки), а не с резонансом на собственной частоте стенок. Это позволяет надеяться получить в реальной камере достаточно низкие значения импеданса.

4. УСТОЙЧИВОСТЬ АКСИАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ КОЛЬЦА.

На возможность неустойчивости поперечных колебаний электронного кольца за счёт возбуждения волн в экранах с азимутальными разрезами впервые было указано в работе /6/. Однако результаты, полученные в этой работе, некорректны, так как учитывалась связь кольца только с двумя ближайшими полосами (с одной на каждой из стенок). Ниже будет показано, что поперёк решётки из проводящих полос могут распространяться обратные волны (то есть волны с противоположно направленными фазовой и групповой скоростями), взаимодействие с которыми ведёт к сильной неустойчивости поперечных колебаний электронного пучка.

4.1. Аналитические результаты.

Как и в работе /6/, мы ограничим наше рассмотрение случаем плоской геометрии, требуя только периодичности полей вдоль полос (и пучка) с периодом $2\pi a/n$. Геометрия задачи показана на рис. 6. В продольном (y) направлении экраны считаются идеально-проводящими, при этом мы пренебрегаем не только конечной проводимостью полос, но и сопротивлением радиальных разрезов (5). На длинах волн, существенно превосходящих ширину полос d , в радиальном (x) направлении экраны обладают емкостной проводимостью. Нетрудно убедиться, что на частоте ω связь между x -компонентами электрического поля E_x и поверхностной плотностью токов i_x на экране даёт выражением

$$E_x = i \frac{16\pi \Delta \sin}{\epsilon \sin \omega d^2} i_x = iR i_x \quad (21)$$

Для полей с пространственно - временной зависимостью $E \sim \exp(ik_x x + ik_y y - i\omega t)$, введя обозначения $\beta_\phi = \omega / c k_y$, $\alpha^2 = -k_y^2 (1 - \beta_\phi^2) - k_x^2$, $\Delta = k_y^2 (1 - \beta_\phi^2)$ систему граничных условий можно записать в виде

$$\begin{aligned} \Delta \cdot \delta E_z &= -i k_y \left[\delta \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + i k_x \beta_\phi \delta H_y \right] \\ \Delta \cdot \delta H_x &= k_y \left[k_x \delta H_y - i \beta_\phi \delta \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \right] \\ k_x k_y \delta \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} \right) - \Delta \cdot \delta \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} \right) &= i \beta_\phi k_y \alpha^2 \delta H_y \end{aligned} \quad (22)$$

$$\delta E_x = 0, \quad \delta H_y = i \frac{z_0}{R} E_x, \quad E_y|_{z=\pm h/2} = 0$$

$$\delta \left(\frac{\partial E_z}{\partial z} \right) = 0, \quad \delta \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} \right) = 0$$

где под $\delta E = E|_{z=h/2+0} - E|_{z=h/2-0}$ подразумевается скачок величины E при переходе через экран.

При вычислении возмущённых полей мы будем считать пучок бесконечно-тонким и, для устранения расходимостей, связанных с кулоновским полем пучка, положим равновесную скорость электронов равной скорости света: $\beta_0 = v_0/c = 1$.^{*)} Тогда для возмущённых плотностей заряда и тока пучка имеем

$$\begin{aligned} \rho^{(1)} &= -z_0 q \delta(x) \delta'(z), \quad j_y^{(1)} = c \rho^{(1)} \\ j_z^{(1)} &= i c k_y (1 - \beta_0^2) z_0 q \delta(x) \delta(z) \end{aligned} \quad (23)$$

где $z_0 \sim \exp(ik_y y - i\omega t)$ - отклонение центра масс пучка от равновесного положения, q - заряд на единицу длины пучка.

4.1.1. Случай неограниченных экранов.

Порядок выполнения операций следующий. Сначала находится продольное электрическое поле E_y и определяется скачок $\delta(\partial E_y / \partial z)$, входящий в граничные условия на экране для E_x , E_z и H_x . После этого ищется E_x и скачок $\delta(\partial E_x / \partial z)$, также входящий в граничные условия для E_z и H_x . Решая теперь задачу для E_z и H_x , определяющих аксиальную составляющую силы Лоренца $F_z = e(E_z - \beta_0 H_x)$, для случая неограниченных экранов имеем

$$F_z = \int_{-\infty}^{\infty} F_z(k_x) dk_x$$

*) После этого в выражении для полей остается слабая логарифмическая расходимость, легко устраняемая обрезанием соответствующих интегралов при $k_x a \sim 1$.

$$\frac{-1}{z} k_x = \frac{i\mu k_y (1-\beta_\phi^2)^2 (1-\beta_\phi^2) + \frac{i\alpha}{k_y} \frac{\beta_\phi Z_0}{R} \operatorname{ch}\tau \cdot e^{-\tau} - \frac{\alpha^2}{k_y^2} \frac{e^{-\tau}}{\operatorname{sh}\tau}}{(1-\beta_\phi^2) + \frac{i\alpha}{k_y} \frac{\beta_\phi Z_0}{R} \operatorname{sh}\tau \cdot e^{-\tau}} \quad (24)$$

⇒ $\tau = -i\alpha h/2$, $\mu = e\alpha k_y z_0$. Особыми точками подинтегрального выражения являются точки ветвления ($\alpha=0$) и нули знаменателя в (24):

$$1 - A\tau(1 - e^{-2\tau}) = 0 \quad (25)$$

⇒ $A = \frac{\beta_\phi Z_0}{(1-\beta_\phi^2) k_y h R}$. При $A \gg 1$ (что имеет место при $k_y h = \frac{nh}{r_0} \ll 1$ и $\beta_\phi Z_0 \ll 1$) решение уравнения (25)

$$\tau = \tau_0 = 1/\sqrt{2A} \quad (26)$$

Оно соответствует распространяющимся поперек полос волнам, если $\tau_0 > \tau_{\min}$, где τ_{\min} - значение τ при $k_x = 0$. Неравенство $\tau_0 > \tau_{\min}$ сводится к требованию

$$\frac{R}{\beta_\phi Z_0} > \frac{k_y h}{2} \quad (27)$$

Исследуем подробнее дисперсионные характеристики свободных волн в экранах.

Соотношения (26) в раскрытом виде

$$k^4 - k^2(k_y^2 + k_x^2 + \alpha^2) + \alpha^2 k_y^2 = 0 \quad (28)$$

⇒ $\alpha^2 = \delta \Delta_{in} / (\epsilon_{in} h d^2)$, $k = \omega/c$, и является дисперсионным уравнением для таких волн. Решения уравнения (28) имеют вид

$$k_{y,2}^2 = \frac{1}{2} [k_y^2 + k_x^2 + \alpha^2 \pm \sqrt{(k_y^2 + k_x^2 + \alpha^2)^2 - 4\alpha^2 k_y^2}] \quad (29)$$

Поскольку полученные результаты будут применены для кольцевого пучка, длина волны в продольном (y) направлении считается фиксированной ($k_y = n/r_0$), и частота рассматривается как функция длины волны в перпендикулярном направлениям и пучку ($2\pi/k_x$). При $|k_x| \rightarrow \infty$ первое из решений (29) соответствует обычной плоской волне ($k^2 \rightarrow k_x^2$), второе ($k^2 \rightarrow \alpha^2 k_y^2 / k_x^2$) - медленной поверхностной волне. Легко убедиться, что эта волна является обратной:

$$\beta_{\phi x} \beta_{\phi p x} = \frac{k}{k_x} \cdot \frac{dk}{dk_x} < 0 \quad (30)$$

⇒ что обход полюсов при интегрировании (24) должен производиться исходя не из обычного условия излучения, то есть требования направленности фазовой скорости волны от источника, а требования соответствующей направленности потока энергии, то есть групповой скорости.

Путь интегрирования на плоскости комплексной переменной $z = k_x + ik_y$ показан на рис. 7. При выполненных условиях $A \gg 1$ и (27) имеем

$$\bar{z} = \mu \left\{ 2\pi i \frac{(1-\beta_\phi)^{3/2}}{(1+\beta_\phi)^{1/2}} \sqrt{\frac{2}{k_y h} \frac{R}{\beta_\phi Z_0} - 1} + I_{\text{разр}} \right\} \quad (31)$$

$I_{\text{разр}}$ - интеграл по разрезу, определяющий полевую поправку к массе и не представляющий для нас особого интереса.

Условие устойчивости аксиальных колебаний пучка с лоренцевым распределением по частотам обращения может быть записано в виде

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} S_2 \geq \text{Im} W_2 / 2Q_2 \quad (32)$$

$\Delta\omega/\omega_0$ - относительный полуразброс по частотам обращения, S_2 - "коэффициент Ландау", $Q_2 = \sqrt{n_B}$ - когерентная частота аксиальных колебаний (в единицах частоты обращения ω_0), n_B - показатель спада внешнего магнитного поля. Коэффициент W_2 определяется соотношением

$$W_2 = F_2 / m\gamma_0 \omega_0^2 Z_0 \quad (33)$$

Для рассматриваемой задачи

$$\text{Im} W_2 = \frac{\nu}{\gamma_0} \cdot \frac{2\pi r_0}{h} \frac{(1-\beta_\phi)^{3/2}}{(1+\beta_\phi)^{1/2}} \sqrt{\frac{2r_0}{nh} \frac{R}{\beta_\phi Z_0} - 1} \quad (34)$$

где $\nu = eI/mc^3\beta_0$ - погонный электрон, $\beta_\phi = 1 - Q_2/n$.

Для параметров $N_e = 10^{13}$, $r_0 = 32$ см, $\gamma_0 = 4$, $h = 8$ см, $Q_2 = 0,5$, $d = 2$ см, $\Delta_{in} = 0,15$ мм, $\epsilon_{in} = 3$, из (32), (34)

при $n=1$ следует

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} S_2 \geq 5\%$$

Таким образом, для устойчивости пучка при $S_2 = 1$ требуется полный разброс по частотам обращения порядка 10%, соответствующий энергетический разброс $\approx 7.5\%$, что близко к значению, требуемому для азимутальной устойчивости кольца.

4.1.2. Резонансная неустойчивость.

В ограниченной по радиусу системе, какой является реальная камера формирования электронных колец, возможно резонансное взаимодействие пучка со стоячими поверхностными волнами, приводящее к более сильной неустойчивости, чем при возбуждении бегущих волн в неограниченной системе. На частотах, близких к собственной частоте камеры $\omega_{рез}$, коэффициент W_2 может быть представлен в виде

$$W_2 = P + K \frac{\omega_{\text{рез}}}{\omega - \omega_{\text{рез}}(1 - i/2Q)} \quad (35)$$

где P - нерезонансная часть, K - коэффициент связи с резонансной модой, Q - её добротность.

Условие устойчивости пучка может быть записано в виде требования на добротность

$$Q \leq \frac{\Delta\omega}{\omega_0} S_2 \cdot \frac{n - Q_2}{2\Gamma^2} \quad (36)$$

где Γ - относительный инкремент неустойчивости моноэнергетического пучка при $Q \rightarrow \infty$:

$$\Gamma = \sqrt{\frac{(n - Q_2) |K|}{2Q_2}} \quad (37)$$

В приближении плоской геометрии собственные частоты можно найти из соотношений (29), в которых k_x пробегает дискретный ряд значений, определяемый из конкретных условий на радиальных границах. В качестве таких условий в плоской задаче выберем $E_z|_{x=\pm b/2} = 0$. Тогда $k_{x\ell} = \pi\ell/b$, $\ell = 1, 2, \dots$. Коэффициенты разложения Фурье поля Лоренца, связанной с возмущением, можно определить из (24):

$$F_\ell = \frac{4\pi}{b} F_z(k_{x\ell}) \cdot \sin[k_{x\ell}(x + b/2)] \quad (38)$$

Для резонансного коэффициента K нетрудно получить выражение

$$K = -\frac{\nu}{\gamma} \frac{4\pi\gamma_0^2}{hb} \frac{k_{x\ell}^2 (1 - \beta_\parallel^2)^2}{k_{x\ell}^2 + k_y^2 (1 - \beta_\parallel^2)^2} \sin^2[k_{x\ell}(x_0 + b/2)] \quad (39)$$

Из (36)-(39) следует, что для устойчивости пучка с параметрами, приведенными выше и $S_2 \cdot \Delta\omega/\omega_0 = 5\%$, $b = 50$ см требуются значения добротности $Q \sim 1$. Хотя решена была плоская задача, весьма далёкая от реального случая цилиндрической геометрии, тем не менее ясно, что для устойчивости аксиальных колебаний электронного кольца, экранированного анизотропными стенками, необходимо либо снижать добротность до очень низких значений, либо создать условия, при которых поверхностные волны на экранах вообще не возбуждаются. В том, что такая ситуация возможна, нетрудно убедиться, решив уравнение (28) относительно k_x :

$$k_x^2 = \frac{(\alpha^2 - k^2)(k_y^2 - k^2)}{k^2} \quad (40)$$

Условие $\alpha^2 < k_{min}^2$ (обратное, кстати, неравенству (27)), где k_{min} - минимальная частота аксиальной процессии кольца (первой азимутальной гармоники аксиальных колебаний), является достаточным. Возможности уменьшения величины $\alpha^2 = 8\Delta_{in} / (\epsilon_{in} h d^2)$, однако, ограничены, так как значительное увеличение ширины полос d приведёт к появлению "риппла" магнитного поля, уменьшение же толщины изоляции между слоями полос Δ_{in} может вызвать пробой при включении "быстрого поля". Вместе с тем очевидно, что при выборе конструкции стенок следует стремиться к минимальным значениям параметра α .

Отметим попутно, что при переходе к цилиндрической геометрии k_x (то есть k_r), становится функцией радиуса, который входит в (40) через $k_y = n/r$. Из (40) следует, что поверхностная волна на частоте $\omega = kc$ может распространяться только до радиуса $r = n/k$, на котором происходит запираение.

Таким образом радиационная неустойчивость аксиальных колебаний кольцевого пучка невозможна; даже в случае неограниченных по радиусу экранов неустойчивости носит резонансный характер.

4.2. Некоторые экспериментальные результаты.

Для проверки самого факта существования аномальных поверхностных волн и исследования их дисперсионных характеристик был изготовлен макет, содержащий два слоя металлических полос длиной $\ell = 42$ см, шириной $d = 3$ см, разделенных стеклолентой ($\epsilon_{in} = 7$) толщиной $\Delta_{in} = 1$ мм. Надежное прижатие слоев обеспечено, однако, не было, так что эффективное отношение $\Delta_{in} / \epsilon_{in}$ заранее не известно и должно определяться из результатов измерений. Анизотропный экран протяженностью $b = 81$ см в x -направлении (поперёк полос) располагался на расстоянии 4 см от сплошной проводящей поверхности, что эквивалентно двум анизотропным экранам на расстоянии $b = 8$ см друг от друга. На одном из торцов ($x=0$) система была замкнута, на другом ($x=b$) - открыта, чему соответствуют значения волнового числа $k_x = \pi(2m-1)/2b$, $m = 1, 2, \dots$. Измеряемые низкие частоты отвечали полуволновым колебаниям вдоль полос: $k_y = \pi/\ell$. В таблице 3 приведены измеренные собственные частоты в диапазоне $60 \div 200$ МГц и значения, рассчитанные по формуле (29) для $\alpha^2 = 10^{-2} \text{ см}^{-2}$. Некоторые из собственных частот определить не удалось из-за возбуждения подводных кабелей и других окружающих структур. Однако имеющиеся данные достаточно убедительно показывают существование поверхностных

волн с аномальной дисперсией. Из значения α^2 , соответствующего измеренным частотам, следует, что между слоями полос существовал воздушный зазор толщиной $\Delta_{in} \approx 0,8$ мм.

Была предпринята также попытка исследовать поверхностные волны в цилиндрической системе, образованной анизотропными экранами, для которых производилось измерение продольного импеданса (3^й раздел). Были зафиксированы собственные колебания E - типа с частотами, образующими последовательность в интервале $100 \div 146$ МГц с шагом $4 \div 5$ МГц. Измеренная добротность $Q \sim 100$. Для того, чтобы избежать резонансной неустойчивости аксиальных колебаний в модели коллективного ускорителя ^{/2/}, максимальная частота собственных колебаний экранов на первой азимутальной гармонике должно быть ниже или порядка 70 МГц. Измеренное же значение вдвое выше. Следует, однако, отметить, что для более тщательно изготовленных экранов, не имеющих воздушного зазора, максимальная частота будет существенно уменьшена.

5. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ АНИЗОТРОПНЫХ ЭКРАНОВ.

Из результатов предыдущего раздела следует, что толщину изоляции между слоями проводящих полос Δ_{in} желательно выбирать по возможности меньшей. Минимальная толщина изоляции определяется требованием электрической прочности стенок относительно импульсных напряжений - в установке ^{/2/} индуцируемое катушками "быстрого поля" напряжение составляет $25 \div 30$ кВ.

Ввиду скудности данных в литературе по электрической прочности относительно импульсных напряжений, были проведены соответствующие исследования при различных расстояниях между электродами и различными технологиями изготовления изоляции.

5.1. Техника эксперимента.

Для исследований применялись образцы, изображенные на рис.8а. При заданном расстоянии между электродами - $d = 1, 2, 3$ мм - по 30 образцов покрывалось стеклолентой толщиной 0,2 мм, как с лаком, так и с одним или двойным слоем эпоксидной смолы. Во время испытания образцы помещались в масляный бак. Пробивное напряжение измерялось по методике так называемого нарастающего по импульсу испытательного напряжения (рис.8б). Сначала проверялось с помощью графического теста или теста по Колмогорову ^{/8/}, могут ли аппроксимироваться полученные результаты по пробивному напряжению распределением Гаусса. Во всех случаях эта гипотеза была подтверждена, получен-

ное распределение Гаусса характеризуется следующими параметрами:

1. Среднее значение пробивного напряжения $U_{0.5}$.
2. Среднее значение расстояния между электродами d .
3. Среднее значение пробивной напряженности $E_{0.5}$, из 1 и 2 по $E_{0.5} = U_{0.5}/d$.
4. Стандартное отклонение пробивного напряжения σ .
5. Относительное отклонение $\nu = \sigma / U_{0.5}$
(4 и 5 служат мерой разброса результатов).
6. Пробивное напряжение выдержки $U_{0.02}$, получено из

$$U_{0.02} = U_{0.5} - 2\sigma$$

(Надо отметить, что определение $U_{0.02}$ только ориентировочно, так как объём выборки $N = 10$ для определения таких параметров недостаточен).

5.2. Результаты.

Результаты представлены в виде таблицы (см. табл. 4), из которой видно, что самое низкое пробивное напряжение, связанное с большим разбросом, получается на образцах с двойным слоем эпоксидной смолы и стеклолентой. При этом наблюдался пробой между первым и вторым слоем, что указывает на несовершенство технологии изготовления.

Самые высокие значения пробивного напряжения получены на образцах с одним слоем эпоксидной смолы и стеклолентой, причем в этом случае разброс минимален. Значения пробивного напряжения для образцов с лаком находятся между этими двумя пределами. Как и ожидалось, значение пробивной напряжённости понижается с увеличением расстояния между электродами, так например, для образцов с одним слоем эпоксидной смолы от 65,6 кВ/мм при $d = 0,9$ мм до 39,5 кВ/мм при $d = 2,9$ мм.

Из полученных результатов можно сделать вывод о том, что для применения в качестве изоляции стенок адгезатора, эпоксидная смола с одним слоем стеклоленты является предпочтительней. При переносе полученных с образцами результатов на реальные узлы надо учитывать, что, как с увеличением объёма, так и с электрическим старением вследствие длительной нагрузки, пробивное напряжение может снижаться.

Таблица 2.

Измерения без кольца		Измерения с кольцом				Расчитанные параметры				
$f_{рез}$ (МГц)	Q	f_1 (МГц)	Q_1	f_2 (МГц)	Q_2	$Re Z_n^{нез}$ (Ом)	$Im Z_n^{нез}$ (Ом)	K (Ом)	$ Z_n /n$ (Ом)	
1	--	147,3	219	--	--	3	6	--	7	
2	298,2	78	291,3	120	299,4	110	7	-9	0,3	27
3	442,8	99	439,3	160	451,8	150	6	81	0,7	55
4	590,8	136	567,6	53	593,0	98	63	-168	0,9	87

Таблица 3.

m	f_m (МГц)	
	расчёт	измерение
4	199	200
5	169	169
6	146	141
7	127	123
8	113	112
9	101	--
10	92	89
11	84	--
12	77	74
13	71	--
14	66	66
15	62	61

Таблица 4.

	покрытие с лаком	покрытие с одним слоем э.с.		покрытие с двойным слоем э.с.	
$U_{0,5}$ (кВ)	91 96,1	59,1 104	114,6	54,8 80,9	106,7
d (мм)	1 2,4 2,7	0,9 2,2	2,9	1,1 2,3	3,1
$F_{0,5}$ (кВ/мм)	47 37,9 35,6	65,6 47,3	39,5	49,8 35,1	34,4
δ (кВ)	13,4 10,9 16,3	13,1 16,6	9,2	23,5 25,9	17,1
v (%)	29 12 17	22 16	8	43 32	16
$U_{0,02}$ (кВ)	20,2 68,3 62,9	32,9 70,5	97,4	7,8 29,2	72,1

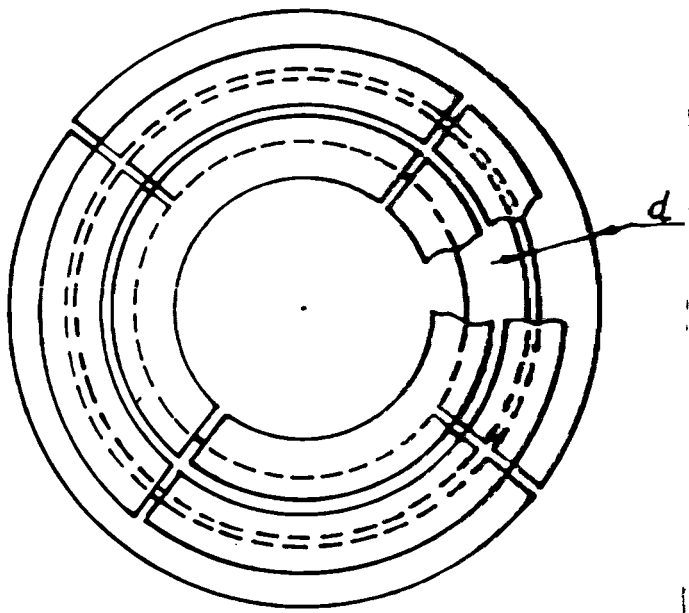


Рис.1. Взаимное расположение проводящих полос на экране.

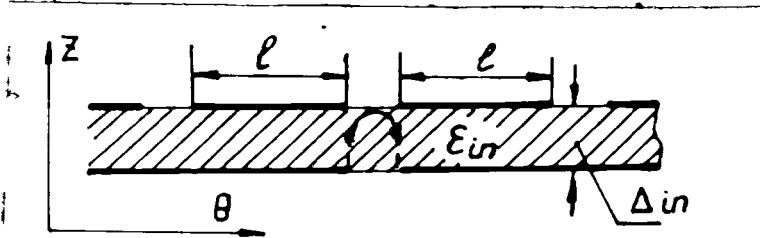


Рис.2. Контур протекания высокочастотных азимутальных токов.

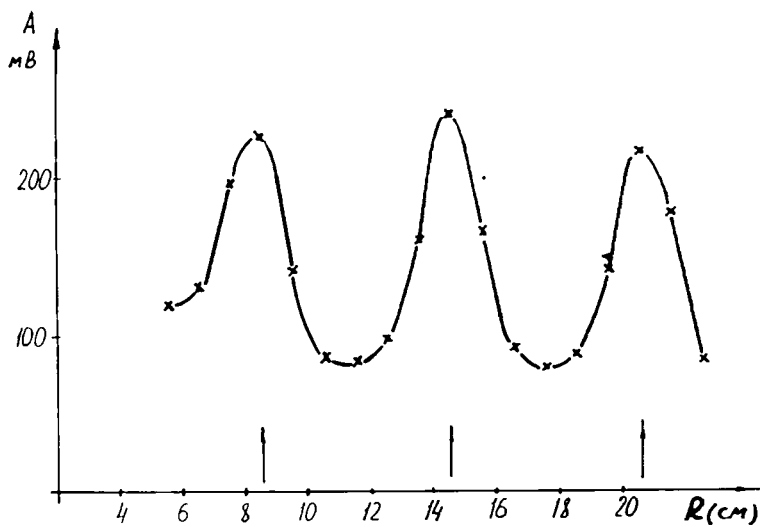


Рис.3. "Риппл" магнитного поля.

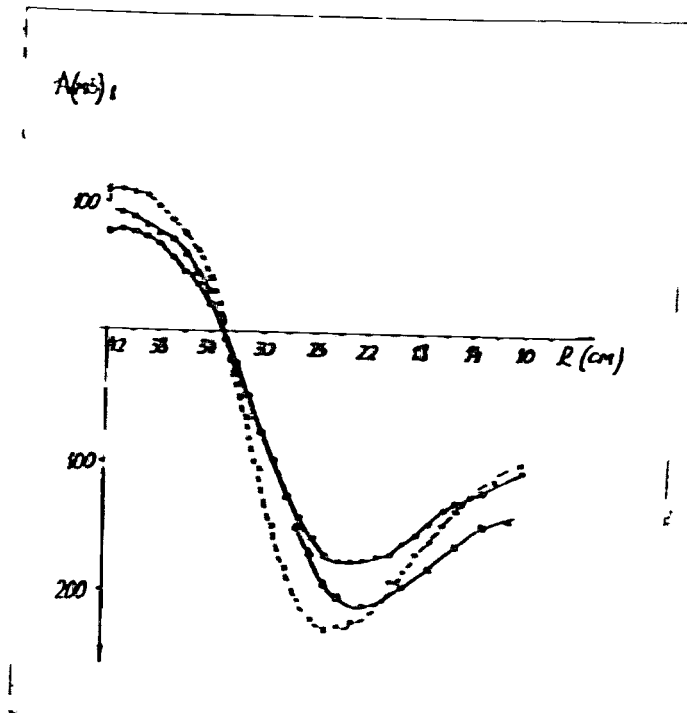


Рис.4. Распределение амплитуды "быстрого поля" по радиусу.

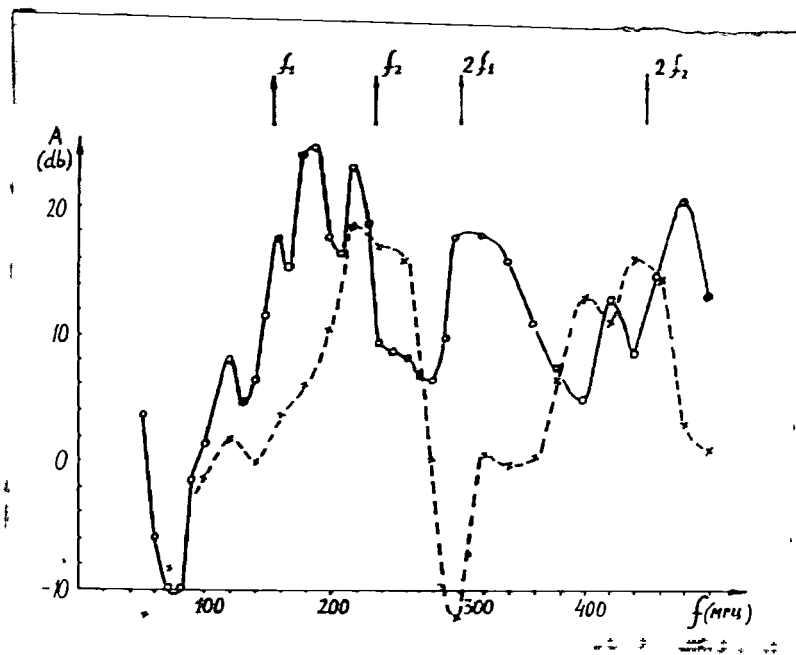


Рис.5. Экранирование высокочастотных полей анизотропными экранами.

Рис. 7. Контуры интегрирования.

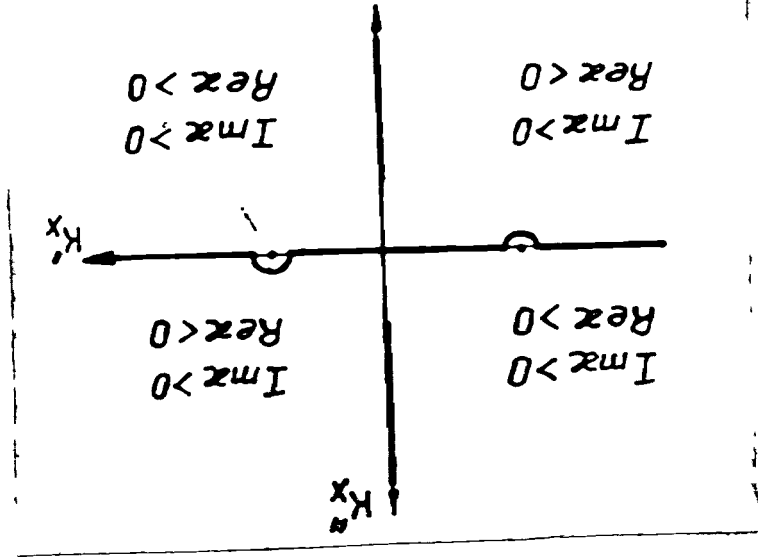
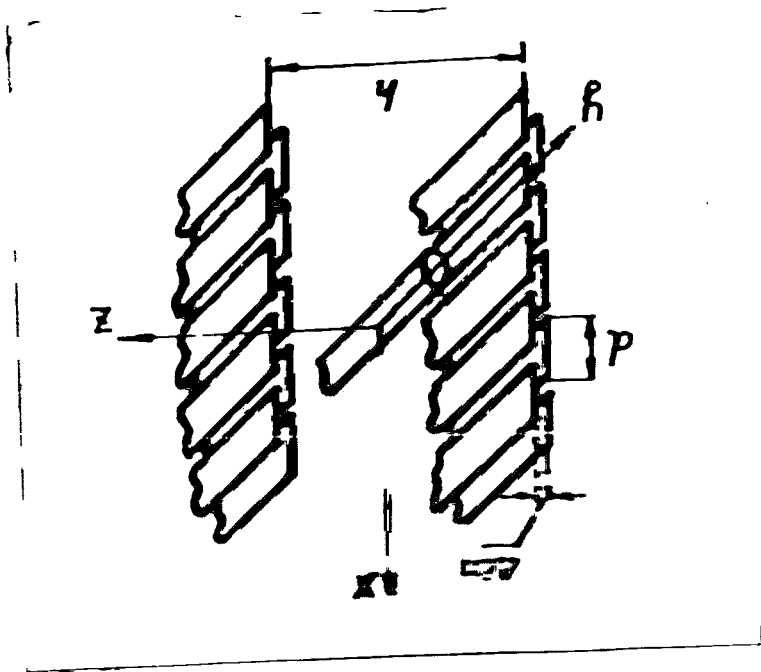
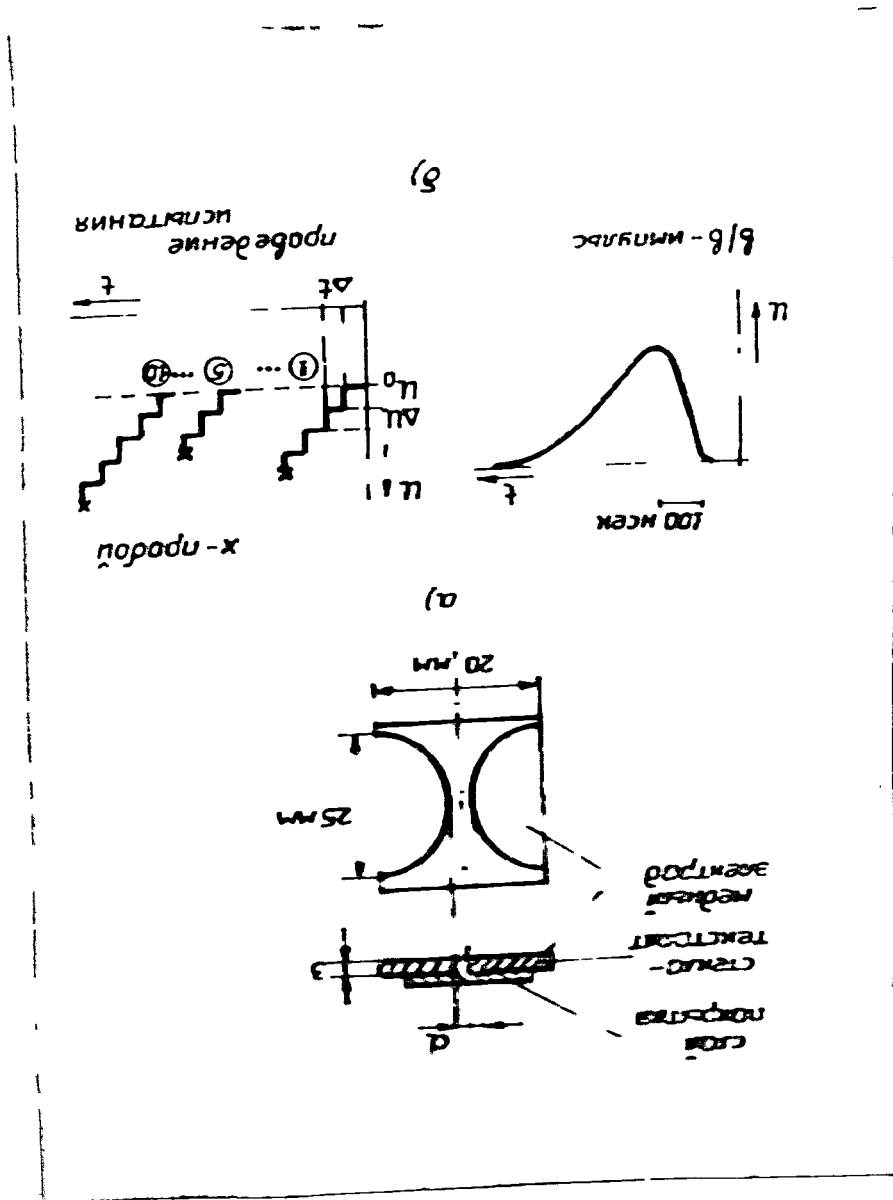


Рис. 6. Расположение экранов и щели в плоской геометрии.



изоляция.

Рис. 8. Схема и результаты измерений электрической прочности



ЛИТЕРАТУРА.

1. Саранцев В.П. и др. ОИЯИ, Р9-10054, Дубна, 1976.
2. Fartushny et al. Czech. Journ. of Phys, 1976, B26, p.1200.
3. Саранцев В.П., Перельштейн Э.А. Коллективное ускорение ионов электронными кольцами. Атомиздат, М., 1979.
4. Алексахин Ю.И., Габанец И., Гаврилова З.Г. ОИЯИ, Р9-12739, Дубна, 1979.
5. Алексахин Ю.И., Казаринов Н.Ю. ОИЯИ, Р9-13057, Дубна, 1980.
6. Mohl D. LBL Internal Report ERAN-183, Berkeley, 1971.
7. Алексахин Ю.И., Коренев И.Л., Юдин Л.А., ОИЯИ, Р9-7066, Дубна, 1973.
8. Брандт З. Статические методы анализа наблюдений. "Мир", М., 1975.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Саранцев В.П. и др. ОИЯИ, Р9-10054, Дубна, 1976.
2. Fartushny et al. Czech. Journ. of Phys, 1976, B26, p.1200.
3. Саранцев В.П., Перельштейн Э.А. Коллективное ускорение ионов электронными кольцами. Атомиздат, М., 1979.
4. Алексахин Ю.И., Габанец И., Гаврилова З.Г. ОИЯИ, Р9-12739, Дубна, 1979.
5. Алексахин Ю.И., Казаринов Н.Ю. ОИЯИ, Р9-13057, Дубна, 1980.
6. Mohl D. LBL Internal Report ERAN-183, Berkeley, 1971.
7. Алексахин Ю.И., Коренев И.Л., Юдин Л.А., ОИЯИ, Р9-7066, Дубна, 1973.
8. Брандт З. Статические методы анализа наблюдений. "Мир", М., 1975.