

С 345ЛЗ

С-216

4

2150/81

Саутбеков С.С.

Б1-9-81-120.



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Б1-9-81-120

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 1981

Б1 - 9 - 81 - 120

С.С.Саутбеков, Э.И.Уразаков, А.Б.Швачка

ВОЗБУЖДЕНИЕ ДИАФРАГМИРОВАННЫХ ВОЛНОВОДОВ

17. 02. 81

Дубна, 1980

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
БИБЛИОТЕКА

1. Введение

При исследовании проблемы транспортировки электромагнитной (ЭМ) энергии волноводными устройствами возникает необходимость расчета ЭМ полей в цилиндрических волноводах с неоднородными границами^{/1-5/}. Расчет ЭМ полей в таких системах сводится к решению краевой задачи дифракции^{/1/}. К числу особенностей дифракционных задач относятся соизмеримость размеров неоднородностей канала с длиной волны ЭМ поля, возбуждаемого в системе и наличие сложной структуры волн вблизи границ диафрагмированных каналов. Расчет ЭМ полей в волноводных системах с выступами и скачкообразно меняющимися сечениями проводился в работах^{/1,2,6,10-12/}. Как известно (см. также^{/14/}), краевая задача о расчете ЭМ полей в волноводных трактах со скачкообразным изменением поперечного сечения сводится к решению интегральных уравнений относительно поверхностного тока. Так как решение таких систем представляет значительные трудности, то в ряде работ авторы используют физические предпосылки, позволяющие найти приближенные решения.

В настоящей работе задача о возбуждении ЭМ полей в диафрагмированных волноводах различной конфигурации (см. рис. 1) сведена к краевой задаче электродинамики о возбуждении ЭМ волн в полубесконечных волноводах. Решение последней задачи найдено с помощью метода Винера-Хорфа-Фока (ВХФ). Для вычисления полей в диафрагмированных волноводах решена система парных интегральных уравнений для плотности поверхностного тока. Расчет ЭМ полей в сложных волноводных системах (рис. 1, в-и) основан на решении задачи о ЭМ возбуждении простых систем (рис. 1, а, б). Далее решение этой задачи распространено на случай систем со сложной конфигурацией.

2. Постановка задачи о возбуждении простых систем и метод ее решения

Рассмотрим задачу о возбуждении стационарных ЭМ полей внутри диафрагмированных волноводных систем круглого сечения (рис. I) с идеально проводящими стенками. Конфигурация источников такова, что поля, возбуждаемые в системе, являются азимутально симметричными. Вычисления проводятся в цилиндрической системе координат $\{r, \varphi, z\}$.

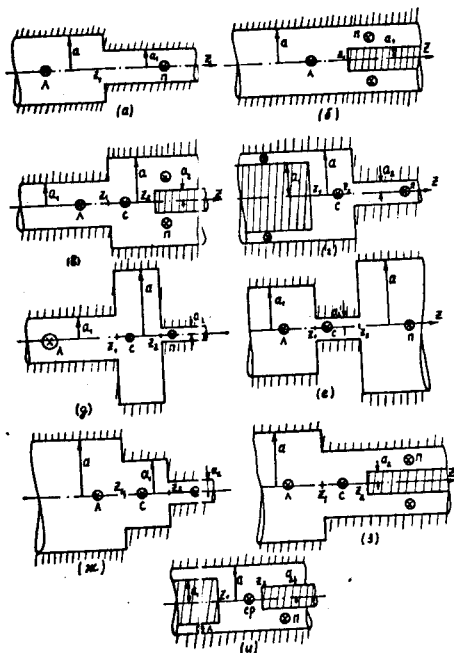


Рис. I. Конфигурации диафрагмированных волноводных каналов.

Кольцевой источник возбуждает ЭМ поле магнитной поляризации в системе, показанной на рис. 1а. Требуется найти распределение индуцированного поверхностного тока на границе системы и возбуждаемое ЭМ поле.

ЭМ поле на продольной границе волновода представим в виде суперпозиции поля активного источника и поля, индуцированного источником на стенке волновода. С учетом граничных условий на стенке волновода

$$(E_{tg} = 0 \quad \text{при } z > z_1, r = a_1; \quad \frac{\partial H_z}{\partial r} = 0 \quad \text{при } z < z_1, r = a_1)$$

сведем систему неоднородных уравнений Максвелла к системе интегральных уравнений ВХФ:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dwe^{i\omega z} \left[\frac{J_1(\nu a_1) \cdot (a_1, a)}{J_1(\nu a)} F_1(\omega) + \frac{J_1(\nu b_0^{\wedge}) (a_1, a)}{J_1(\nu a)} j_{\varphi}^{\wedge}(\omega) \right] = 0$$

при $z > z_1, r = a_1$; (I)

$$\int_{-\infty}^{\infty} dwe^{i\omega z} \left[F_1(\omega) - \frac{J_1(\nu b_0^n)}{J_1(\nu a_1)} j_{\varphi}^n(\omega) \right] = 0$$

при $z < z_1, r = a_1$. (2)

В качестве источников выбраны два круговых переменных тока единичной амплитуды, расположенные на оси системы, причем $b_0 \ll a_1$. Фурье-компоненты (ФК) плотности тока таких излучателей можно представить в виде

$$j_{\varphi}^{\wedge, n} = j_{\wedge, n}(r, \omega, k) = \frac{\delta(r - b_0^{\wedge, n})}{cr} \delta(k - k_0) e^{-i\omega z_{0\wedge, n}}$$

($z_{0\wedge} < z_1 < z_{0n}$)

ЭМ поля этих излучателей разложим в ряд по собственным волнам волновода с радиусом $r = a$. В уравнениях (I), (2) введены обозначения

$$(a_1, a) = J_1(\nu a_1) H_1^{(1)}(\nu a) - J_1(\nu a) H_1^{(1)}(\nu a_1)$$

где $J_1(x), H_1^{(1)}(x)$ - функции Бесселя и Ханкеля первого рода; $\omega^{\pm} = \pm \sqrt{k_0^2 - \nu^2}$, $\text{Im } k_0 > 0$, $ck_0 = \omega_0$ - частота тока излучателя; $z_{0\wedge}, z_{0n}$ - координаты левого и правого источника в собственной системе координат.

Используя методику, изложенную в /9/, и учитывая, что в области $z > z_1, r > a_1$ $\vec{E} = 0$, получим выражение для тока, индуцированного на стенках волноводной системы:

$$F_1(\omega) = \frac{J_1(\nu, a)_+}{J_1(\nu, a_1)_+} + \left[- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{i\omega_n(z-z_{0\wedge})}}{(\omega - \omega_n)} \left\{ \frac{J_1(\nu b_0^{\wedge})}{J_1^{\times}(\nu a)_+ \cdot J_1(\nu a_1)_-} \right\} + \right]_{\omega = \omega_n}$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-iw_k(z_1 - z_{0n})}}{(w+w_k)} \left\{ \frac{J_1(vb_0^+)}{J_1^*(va_1)_- \cdot J_1(va)_+} \right\}_{w=-w_k} \quad (3)$$

Здесь $J_1(vx)_{\pm}$ - факторизованные по методу ВХФ функции Бесселя; $\pm w_n$ - волновые векторы собственных волн волновода с радиусом $r=a$, соответствующие нулям функции $J_1(v, a)_{\pm}$; $\pm w_k$ - волновые векторы собственных волн волновода с радиусом $r=a_1$, соответствующие нулям функции $J_1(v, a_1)_{\pm}$. Звездочкой обозначен следующий предельный переход:

$$J_1^*(va)_+ = \lim_{w \rightarrow w_n} (w - w_n) J_1(va)_+,$$

$$J_1^*(va_1)_- = \lim_{w \rightarrow -w_k} (w + w_k) J_1(va_1)_-.$$

Выражение (3) является решением краевой задачи для системы, приведенной на рис. I а. Действительно, подставляя значение $F_1(w)$ из (3) в (I), найдем $E(z)$. Для вычисления интеграла (I) замкнем контур интегрирования в верхней полуплоскости (ВП) комплексного переменного w , где подынтегральные функции (ПФ) имеют не более чем степенной рост при $w \rightarrow \infty$. В ВП w члены первого и второго слагаемого ПФ, содержащие полюсы в точках $w_n = \sqrt{k_0^2 - v_n^2}$, взаимно компенсируются. Следовательно, по теореме Коши и с учетом леммы Жордана интеграл (I) тождественно равен нулю. В выражении (2) интегралы от первого и второго слагаемых также взаимно компенсируются, причем в обоих слагаемых вычеты вычисляются в полюсах $w_k^- = -\sqrt{k_0^2 - v_k^2}$ и равны друг другу.

ФК напряженности электрического поля рассчитываем по формуле

$$E(r, w, \omega) = \frac{[0|r, a_1|a]}{J_1(va)} \left[F_1(a_1) + F_{0n}(a_1) \right] + f_{\lambda}(r) + f_{\Pi}(r) \quad (4)$$

$$\text{где } [O|r, a_1|a] = \begin{cases} J_1(vr)(a_1, a) & \text{при } r < a_1 \\ J_1(va_1)(r, a) & \text{при } r > a_1 \end{cases}, \quad F_{on} = - \frac{J_1(vb_0^n) j_n}{J_1(va_1)}$$

$$f_{\wedge, n} = \frac{[O|r, b_0^{\wedge, n}|a]}{J_1(va)}$$

Проделив обратное преобразование Фурье (по переменной w) в формуле (4), получим выражение для электрического поля в области $z < z_1, 0 < r < a$ в координатном представлении. Волновые векторы парциальных волн в этом случае равны $w_n^- = -\sqrt{k_0^2 - v_n^2}$, где $v_n a$ — нули функции $J_1(va)$. При вычислении напряженности электрического поля в области $z < z_1$ первое и второе слагаемое взаимно компенсируются в полжсах $w_k^- = -\sqrt{k_0^2 - v_k^2}$.

В области $z > z_1, 0 < r < a_1$ ЭМ поле определяется только волноводными гармониками, волновые векторы которых равны $w_k^+ = \sqrt{k_0^2 - v_k^2}$ и являются нулями функций $J_1(va_1)$. Слагаемые в F_1 , содержащие полюсы w_n^+ , при умножении на функцию импеданса $\frac{J_1(vr)(a_1, a)}{J_1(va)}$ взаимно уничтожаются с $f_{\wedge}(r)$, содержащей те же полюсы. При $r = a_1$ путем разложения знаменателей функций $\frac{J_1(va_1)(a, a)}{J_1(va)}$ и $f_n(r)$ в ряд Тейлора вблизи нулей в точках $w = w_n^{\pm}$ можно показать, что эти функции равны по величине и обратны по знаку и, согласно (4), не дают вклада в ЭМ поле в области $z > z_1, 0 < r < a_1$. С другой стороны, при $r \neq a_1$ эти функции не имеют полюсов в точках $w = w_n^{\pm}$ и также не вносят вклада в ЭМ поле.

Волновые векторы волн индуцированного тока соответствуют нулям знаменателя "нескомпенсированного" члена $\frac{J_1(va)_+}{J_1(va_1)_+}$ (см. формулу (3)). Волны тока распространяются по границе диафрагмы от точки $z = z_1$ в направлении $z = +\infty$.

В случае системы, показанной на рис. 1 б, поле в области $z > z_1, 0 < r < a_1$ равно нулю и выражение для плотности наведенного тока имеет следующий вид:

$$F_1(w) = - \frac{J_1(va)_+}{J_1(va_1)_+} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{i w_n (z_1 - z_{on})}}{(w - w_n)} \left[\frac{J_1(v, b_0^{\wedge}) (a_1, a)_+}{J_1^*(va) J_1(va_1)} \right]_{w=w_n} \quad (5)$$

В этой формуле отсутствует "правый" источник ($j^r = 0$), поэтому

$F_{0n}(a_1)$ и сумма по w_k^- отсутствуют.

Напряженность поля в области $z > z_1$, $a_1 < r < a$ рассчитываем по формуле

$$E(r, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dw e^{iwz} (r, a) \cdot \left\{ - \frac{J_1(va_1)}{J_1(va)_- \cdot (a_1 a)_+} \sum_n e^{\frac{iw_n(z-z_{0\Lambda})}{(w-w_n)}} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{J_1(vb_0^{\wedge})(a_1, a)_+}{J_1^*(va)_+ \cdot J_1(va_1)} \right]_{w=w_n} + \frac{J_1(vb_0^{\wedge})}{J_1(va)} e^{-iwz_{0\Lambda}} \right\}$$

В этом выражении интеграл вычисляем, замыкая контур интегрирования в ВП w , где ПФ имеет не более чем степенной рост при $w \rightarrow \infty$. Слагаемые в фигурных скобках, имеющие полюсы в точках w_n^+ , взаимно уничтожаются. По теореме Коши о вычетах этот интеграл равен сумме вычетов в полюсах $w_k^+ = \sqrt{k_0^2 - v_k^2}$, где v_k соответствует нулям функции $(a_1, a)_+$.

При $a_1 < r < a$ волны, формирующие ЭМ поле в этой области, распространяются от точки z_1 в $+\infty$ с волновыми векторами w_k^+ .

3. Возбуждение электромагнитных волн в цилиндрических резонаторах с подводящими волноводами

Рассмотрим задачу о возбуждении ЭМ поля в системе, показанной на рис. I д. В системе имеются два скачкообразных сужения поперечного сечения волновода в точках $z=z_1$ и $z=z_2$. Накладывая граничные условия на продольных стенках диафрагм и их продолжении на радиусах $r=a_1$ и $r=a_2$, получим уравнения для индуцированных токов F_1 и F_2 . Воспользовавшись решением задачи, приведенной в п. 2, запишем формулы для определения плотности индуцированного тока в виде

$$F_1 = \frac{J_1(va)_-}{J_1(va_1)_-} \left[A_{1-}(w) + B_{1+}(w) \right] e^{-iwz_1} + F_{0\Lambda}(a_1, w)$$

$$F_2 = \frac{J_1(va)_+}{J_1(va_2)_+} \left[A_{2+}(w) + B_{2-}(w) \right] e^{-iwz_2} + F_{on}(a_2, w), \quad (6)$$

где

$$F_{o\Lambda} = - \frac{J_1(vb_0^\Lambda) j_\varphi^\Lambda}{J_1(va_1)}$$

$$F_{on} = - \frac{J_1(vb_0^n) j_\varphi^n}{J_1(va_2)}$$

При $z > z_1$ с учетом условия $\int_{-\infty}^{\infty} dw e^{iwz} F_1(a_1, w) = 0$ на плотность тока вычислим интеграл (6), замыкая контур интегрирования в ВП w .

В результате для коэффициента $B_{1+}(w)$ получим выражение

$$B_{1+}(a_1, w) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{iw_k z_1}}{(w-w_k) J_1^*(va_1)_+} \cdot \left[\frac{J_1(vb_0^\Lambda) j_\varphi^\Lambda}{J_1(va)_-} \right]_{w=w_k}$$

При $z < z_2$ с учетом условия $\int_{-\infty}^{\infty} dw e^{iwz} F_2(a_2, w) = 0$ вычислим интеграл (6), замыкая контур интегрирования в НП w . Тогда для коэффициента $B_{2-}(a_2, w)$ получим выражение

$$B_{2-}(a_2, w) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-iw_m z_2}}{(w+w_m) J_1^*(va_2)_-} \left[\frac{J_1(vb_0^n) j_\varphi^n}{J_1(va)_+} \right]_{w=-w_m}$$

При $z < z_1$ запишем граничное условие на напряженность электрического поля в виде

$$E(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} dw e^{iwz} \left[L(a_1, w) F_1 + L(a_1, a_2, w) F_2 + f(a_1, w) \right] = 0,$$

где $f = f_\Lambda + f_{cp} + f_n$ - напряженность электрического поля сторонних источников, расположенных слева от точки z_1 (f_Λ), между точками z_1 и z_2 (f_{cp}) и справа от точки z_2 (f_n) соответственно. Для вычисления интеграла в последнем выражении замкнем контур интегрирования в НП w . Тогда для $A_{1-}(a_1, w)$ получим выражение

$$A_{1-} = - \sum_n \frac{e^{-iw_n z_1}}{(w+w_n) J_1^*(va)_-} \left\{ \frac{J_1(vb_0^{cp}) j_\varphi^{cp}}{J_1(va_1)_+} + \frac{J_1(va_1)_- J_1(va)_+}{J_1(va_2)_+} \times \frac{(a_2, a)_-}{(a_1, a)_+} \right\}$$

$$\times \left[A_{2+}(a_2, -w_n) + B_{2-}(a_2, -w_n) \right] e^{iw_n z_2} \Bigg\}_{w=w_n^-}$$

Аналогично при $z > z_2$ из граничного условия на напряженность электрического поля для $A_{2+}(a_2, -w_n)$ получаем:

$$A_{2+}(a_2, -w_n) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{iw_n z_2}}{(w-w_n) J_1^*(va)_+} \left\{ \frac{J_1(vb_0^{cp}) J_\varphi^{cp}}{J_1(va_2)_-} + \frac{J_1(va_1)_+ \cdot J_1(va)_-}{J_1(va_2)_-} \times \right. \\ \left. \times \left[A_{1-}(a_1, w_n) + B_{1+}(a_1, w_n) \right] e^{-iw_n z_1} \right\}_{w=w_n^+}$$

Вычислив коэффициенты $A_{1-}, A_{2+}, B_{1+}, B_{2-}$ и подставив их в (6), найдем плотность индуцированного тока. Подставив полученное выражение для тока в (4), вычислим ФК напряженности электрического поля, возбуждаемого в системе:

$$E(r, w) = \frac{J_1(vr)}{J_1(va)} \left\{ \frac{J_1(va)_- \cdot (a_1, a)}{J_1(va_1)_-} \left[A_{1-} + B_{1+} \right] e^{-iwz_1} - \frac{J_1(vb_0^\lambda) j_\varphi^\lambda \cdot (a_1, a)}{J_1(va_1)} \right. \\ \left. + \frac{J_1(va)_+ \cdot (a_2, a)}{J_1(va_2)_+} \left[A_{2+} + B_{2-} \right] e^{-iwz_2} - \frac{J_1(vb_0^n) j_\varphi^n \cdot (a_2, a)}{J_1(va_2)} \right\} \text{ при } r < a_2.$$

При $a_2 < r < a_1$ и $a_1 < r < a$ получим аналогичные выражения.

Проделав обратное преобразование Фурье по переменной w , вычислим напряженность электрического поля в координатно-частотном представлении в различных пространственных областях системы.

В области $z < z_1, 0 < r < a_1$ возбуждаемое поле определяется первым слагаемым в (7), содержащим нескомпенсированные k^- -полюсы *). Слагаемые, содержащие m^- -полюсы, компенсируют друг друга

*) Для краткости назовем k^\pm -полюсами нули функций $J_1(va_1)_\pm$; m^\pm -полюсами - нули функций $J_1(va_2)_\pm$ и n^\pm -полюсами - нули функций $J_1(va)_\pm$.

в силу граничного условия (I). Первое слагаемое в (7) и $f_{cp}(r)$, содержащие n^- -полюсы, взаимно уничтожаются при переходе к координатному представлению. При $z < z_{0\wedge}$ следует учесть дополнительный вклад от полей волн, излучаемых источником, расположенным в точке $z_{0\wedge}$ и распространяющихся в отрицательном направлении оси z .

В области $z_1 < z < z_2, 0 < r < a$ возбуждаемое ЭМ поле определяется первым слагаемым в (7), пропорциональным выражению $(A_{1-} + B_{1+})e^{-i\omega z_1}$ и имеющим нескомпенсированные n^+ -полюсы, а также вторым слагаемым в (7), пропорциональным $(A_{2+} + B_{2-})$ и имеющим нескомпенсированные n^- -полюсы. Кроме того, следует учесть вклад в напряженность электрического поля волн, излучаемых активным источником, расположенным в этой же области. Вычеты в k^+ - и m^- -полюсах вклада в ЭМ поле не дают, так как при переходе к координатному представлению в (7) они взаимно уничтожаются в слагаемых, пропорциональных $B_{1+}e^{-i\omega z_1}$ и $\frac{J_1(\sqrt{\beta_0^2})J_0^{\wedge}}{J_1(\nu\alpha_1)}$, а также в слагаемых, пропорциональных $B_{2-}e^{-i\omega z_2}$ и $\frac{J_1(\sqrt{\beta_0^2})J_0^n}{J_1(\nu\alpha_2)}$ соответственно. Остальные полюсы в (7) при переходе к координатному представлению напряженности электрического поля в этой области оказываются за пределами контура интегрирования.

В области $z > z_2, 0 < r < a_2$ расчет напряженности ЭМ поля проводится аналогично расчету поля в области $z < z_1, 0 < r < a_1$. Напряженность электрического поля определяется вторым слагаемым в (7), содержащим нескомпенсированные m^+ -полюсы, и полями парциальных волн, испущенных источником, расположенным в точке $z = z_{0\cap}$, в положительном направлении оси z . Слагаемые в (7), содержащие k^+ - и n^+ -полюсы, вклада в возбуждаемое поле не вносят, так как они расположены вне контура интегрирования.

Рассмотрим теперь возбуждение ЭМ поля в системе, показанной на рис. I е. В этой системе два круглых волновода радиусов a_1 и a связаны отрезком волновода малого радиуса $a_2 < a_1 < a$ длиной $|z_2 - z_1|$. Такого рода системы используются в технике СВЧ для согласования и фильтрации СВЧ сигналов, а также управления мощностью.

Предположим, что по стенке волновода радиуса $r = a_1$ течет ток F_1 и по стенке трубы радиуса $r = a_2$ течет ток F_2 .

С учетом асимметрии системы запишем F_1 и F_2 в виде

$$F_1(a_1, w) = \frac{J_1(va)_-}{J_1(va_1)_-} \cdot B_{1+}(a_1, w) e^{-iwz_1} - \frac{J_1(vb_0^\wedge)}{J_1(va_1)} j_\varphi^\wedge, \quad (8)$$

$$F_2(a_2, w) = \frac{J_1(va)_+}{J_1(va_2)_+} \left[A_{1+}(a_2, w) + B_{1-}(a_2, w) \right] e^{-iwz_1} +$$

$$+ \frac{J_1(va)_-}{J_1(va_2)_-} \left[A_{2-}(a_2, w) + B_{2+}(a_2, w) \right] e^{-iwz_2} - \frac{J_1(vb_0^{cp})}{J_1(va_2)} j_\varphi^{cp}. \quad (9)$$

Коэффициенты $B_{1+}(a_1)$, $B_{1-}(a_2)$ и $B_{2+}(a_2)$ находим из условия непрерывности z -компоненты напряженности магнитного поля на продолжении продольных стенок волноводной системы.

$$B_{1+} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{iw_k z_1}}{(w-w_k)} \left\{ \frac{J_1(vb_0^\wedge) j_\varphi^\wedge}{J_1(va)_- \cdot J_1^*(va_1)_+} \right\}_{w=w_k},$$

$$B_{1-} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-iw_m z_1}}{(w+w_m)} \left\{ \frac{J_1(vb_0^{cp}) j_\varphi^{cp}}{J_1(va)_+ \cdot J_1^*(va_2)_-} - \frac{J_1(va)_- \cdot J_1(va_2)_+}{J_1(va)_+ \cdot J_1^*(va_2)_-} \right\} \times$$

$$\times \left[A_{2-} + B_{2+} \right] e^{iw z_2} \Bigg\}_{w=-w_m},$$

$$B_{2+} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{iw_m z_2}}{(w-w_m)} \left\{ \frac{J_1(vb_0^{cp}) j_\varphi^{cp}}{J_1(va)_- \cdot J_1^*(va_2)_+} - \frac{J_1(va)_+ \cdot J_1(va_2)_-}{J_1(va)_- \cdot J_1^*(va_2)_+} \right\} \times$$

$$\times \left[A_{1+} + B_{1-} \right] e^{-iw z_1} \Bigg\}_{w=w_m}.$$

Запишем граничное условие для напряженности электрического поля $E_{t\alpha} = 0$ при $z_1 < z < z_2$, $r = a_2$.

$$E(a_2, w) = \frac{J_1(va_2)}{J_1(va)} (a_1, a) F_1(a_1) + \frac{J_1(va_2)_-}{J_1(va)_-} \cdot (a_2, a) [A_{1+} + B_{1-}] e^{-iwz_1} + \frac{J_1(va_2)_+}{J_1(va)_+} \cdot (a_2, a) [A_{2-} + B_{2+}] e^{-iwz_2 + f_\Lambda(a_2) + f_n(a_2)} \quad (10)$$

Последнее выражение обращается в нуль при переходе к координатному представлению.

Используя выражения для B_{1+} , B_{1-} и B_{2+} , из (10) найдем $A_{1+}(a_1)$ и $A_{2-}(a_2)$.

$$A_{1+} = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{iw_n z_1}}{(w-w_n)} \left\{ \frac{J_1(va)_-}{J_1^*(va)_+} \cdot \frac{J_1(va_1)_+}{J_1(va_2)_-} \cdot B_{1+}(a_1) \right\}_{w=w_n}$$

$$A_{2-} = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-iw_n z_2}}{(w+w_n)} \left\{ \frac{J_1(vb_0^n) J_\psi^n}{J_1(va_2)_+ J_1^*(va)_-} \right\}_{w=-w_n}$$

С учетом (8) и (9) вычислим напряженность электрического поля в различных пространственных областях системы.

При $z < z_1$, $0 < r < a_1$ ФК напряженности электрического поля имеет вид

$$E(r, w) = \frac{J_1(vr)}{J_1(va)} \left[(a_1, a) F_1 + (a_2, a) F_2 \right] + f(r) \quad (II)$$

ЭМ поле определяется слагаемыми, содержащими k^- -полюсы. При вычислении интеграла от первого слагаемого n^+ - и k^+ -полюсы оказываются вне контура интегрирования и не дают вклада в напряженность электрического поля.

Проделав обратное преобразование Фурье, получим выражение для напряженности электрического поля. При $z_1 < z < z_2$, $0 < r < a$ проделав преобразование Фурье по переменной w , получим выражение для напряженности электрического поля в координатном представлении:

$$E(r, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty+i\epsilon}^{\infty+i\epsilon} dw e^{iwz} \frac{J_1(vr)(a_2, a)}{J_1(va)_- J_1(va_2)_+} [A_{1+} + B_{1-}] e^{-iwz_1} +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty-i\epsilon}^{\infty-i\epsilon} dw e^{i\omega z} \frac{J_1(\nu r)(a_2, a)}{J_1(\nu a)_+ J_1(\nu a_2)_-} \left[A_{2-} + B_{2+} \right] e^{-i\omega z_2}$$

$$+ \int_{-\infty+i\epsilon}^{\infty+i\epsilon} dw e^{i\omega(z-z_0^{cp})} \frac{J_1(\nu r)(a_2, a)}{J_1(\nu a) J_1(\nu a_2)} J_1(\nu b_0^{cp})$$

(I2)

Как видно из (II), ЭМ поле в этой области формируется парциальными гармониками, волновые векторы которых соответствуют нулям функций $J_1(\nu a_2)_\pm$. Остальные слагаемые взаимно компенсируются или являются аналитическими функциями, не содержащими особых точек либо в ВП, либо в НП комплексного переменного w . Первый интеграл в (I2) вычислим, замыкая контур интегрирования в ВП, второй — замыкая контур интегрирования в НП переменной w . Вклад в ЭМ поле дают вычеты функций $J_1^{-1}(\nu a_2)_+$ в ВП и функций $J_1^{-1}(\nu a_2)_-$ в НП переменной w .

При $z > z_2$, $0 < r < a$ напряженность электрического поля найдем из выражения

$$E(r, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty+i\epsilon}^{\infty+i\epsilon} dw e^{i\omega z} \left\{ \frac{J_1(\nu r)(a_2, a)}{J_1(\nu a)_+ J_1(\nu a_2)_-} \left[A_{2-}(a_2) + B_{2+}(a_2) \right] e^{-i\omega z_2} + \frac{J_1(\nu b_0^{cp})(r, a)}{J_1(\nu a)} e^{-i\omega z_{0\Lambda}} \right\} \quad (I3)$$

которое определяется суммой вычетов ПФ в нулях $J_1(\nu a)_+$. Напряженность электрического поля в координатном представлении в этой области рассчитываем по формуле

$$E(r, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty-i\epsilon}^{\infty-i\epsilon} dw e^{i\omega z} \left\{ \frac{J_1(\nu r)}{J_1(\nu a)} (a_1, a) F_1(a_1) + f_\Lambda(r) \right\} \quad (I4)$$

При вычислении интеграла следует учесть, что возбуждаемое ЭМ поле определяется суммой полей волноводных волн, волновые числа которых соответствуют нулям функции $J_1(va_1)$. При $z < z_{0\Delta}$ необходимо учесть вклад в поле излучения от стороннего источника.

Расчет ЭМ полей в системах, приведенных на рис. I в, г, ж, з, и проводится аналогично с использованием приведенной выше методики. Вычисление напряженности электрического поля, возбуждаемого в этих системах, не составляет особого труда, поэтому выражения для напряженности электрического поля для указанных систем здесь не приводятся.

4. Обсуждение результатов

Сравним полученные выше аналитические результаты с приведенными в работах /1, 6/.

Волноводная система, показанная на рис. Iб, переходит в систему, рассмотренную в монографии /1/ (см. § 62) при $a \rightarrow \infty, z_{0\Delta} \rightarrow -\infty, j_n = 0$. Система уравнений (1), (2) сводится к системе парных интегральных уравнений, аналогичных уравнениям (62.13) и (62.14) для волн электрической поляризации /1/. Как и в /1/, краевая волна тока магнитной поляризации может быть представлена в виде произведения медленно меняющейся функции $f(z)$ на экспоненциальный множитель $\exp\{i w_n z\}$.

В работе /6/ решена задача о дифракции H_{10} -волны в круглом волноводе с цилиндрической диафрагмой. Выражение для фазочастотной характеристики коэффициента передачи фазовращателя (волноводная система, изображенная на рис. I е при $a_1 = a$), найденное при помощи формулы (12), совпадает с точностью до несущественного множителя с формулой (20) работы /6/ в случае возбуждения лишь H_{10} -волны и при выполнении условия $v_1 < ka_2 < ka < v_2$.

Отметим также, что граничное условие, накладываемое на ребрах диафрагм на касательную составляющую напряженности электрического поля ($E_\varphi = 0$) в предложенном подходе автоматически выполняется /8/.

Для исследования поведения поверхностных токов в системах, представляющих практический интерес в СВЧ - радиофизике и ускорительной технике, были выполнены численные расчеты на БЭСМ-6 с помощью специального пакета программ /17/. Параметры расчета:

возбуждающий источник — круговой переменный электрический ток с радиусом $b_0 \ll a_1$, осциллирующий с частотой $\omega_0 = k_0 c$ сек⁻¹, $k_0 = \pi$ см⁻¹; магнитный момент тока направлен вдоль оси z , источник расположен на оси z в точке $z_{0\Lambda} = (z_1 - 10)$ см (начало координат помещено в точку $z_1 = 0$); $b_0 = 10^{-2}$ см, $a = 8$ см, $4 \leq a_1 \leq 7$ см.

На рис. 2, 3 приведены зависимости модуля и фазы тока, текущего по поверхности диафрагмы, от координаты z .

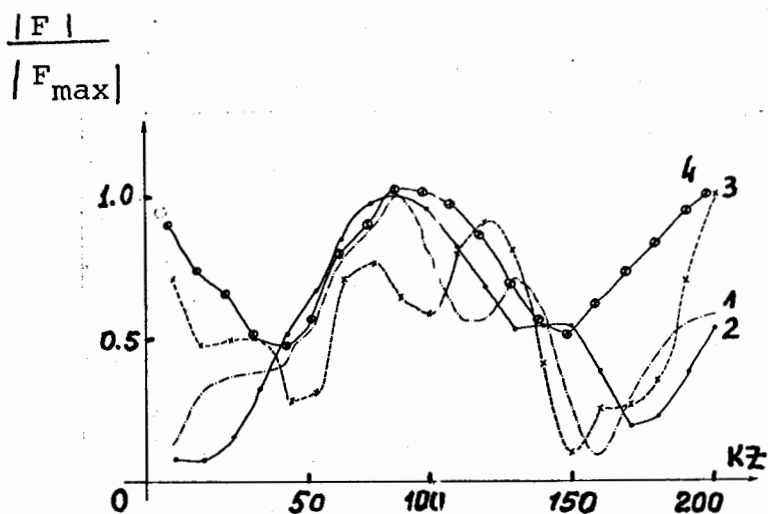


Рис. 2.

Зависимость модуля плотности тока (в безразмерных единицах), индуцированного на стенке диафрагмированного канала (ДК), изображенного на рис. 1 а, от приведенной длины канала.

1 — плотность тока на стенке полубесконечного волновода (ПВ) радиуса $a_I = 6,9$ см, помещенного внутрь бесконечного волновода.

$$|F_{\max}| = 1,4 \cdot 10^3 \text{ а/м}^2;$$

2 — плотность тока на стенке ДК радиуса $a_I = 6,9$ см;

$$|F_{\max}| = 3 \cdot 10^2 \text{ а/м}^2;$$

3 — плотность тока на стенке ПВ радиуса $a_I = 4,0$ см;

$$|F_{\max}| = 4 \cdot 10^2 \text{ а/м}^2;$$

4 — плотность тока на стенке ДК радиуса $a_I = 4,0$ см;

$$|F_{\max}| = 10^2 \text{ а/м}^2.$$

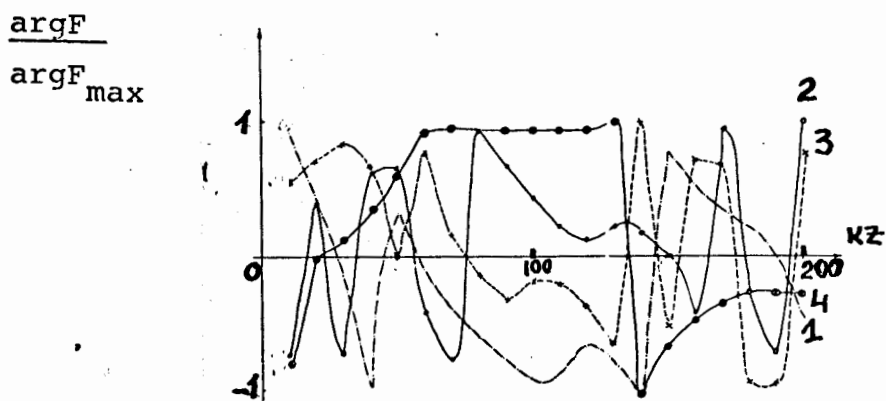


Рис.3.

Распределение вдоль оси z фазы плотности тока (в относительных единицах), индуцированного на стенке ДК (см.рис.1 а).

- 1 - плотность тока на стенке ПВ радиуса $a_I=6,9$ см;
 $\arg F_{\max} = 1,4$ рад;
- 2 - плотность тока на стенке ДК радиуса $a_I=6,9$ см;
 $\arg F_{\max} = 1,25$ рад;
- 3 - плотность тока на стенке ПВ радиуса $a_I=4,0$ см;
 $\arg F_{\max} = 1,4$ рад;
- 4 - плотность тока на стенке ДК радиуса $a_I=4,0$ см;
 $\arg F_{\max} = 1,22$ рад.

Для системы, изображенной на рис.1 а, распределение модуля плотности тока вдоль оси z показано на рис.2 кривыми 2 ($a_I=6,9$ см) и 4 ($a_I=4,0$ см). Распределение фазы плотности тока иллюстрируют кривые 2 ($a_I=6,9$ см) и 4 ($a_I=4,0$ см) на рис.3.

Распределение модуля и фазы плотности поверхностного тока по оси z приведено на рис.4 и 5 соответственно для случая диафрагмированного волновода, изображенного на рис.1 б. В волноводе с диафрагмой в виде цилиндрического стержня коэффициент отражения ЭМ поля от источника, расположенного в точке $z_{0\Lambda} < z_1$ в несколько раз больше коэффициента отражения в волноводе с диафрагмой в виде скачка поперечного сечения (рис.1 а). Коэффициент передачи ЭМ энергии в случае волноводной системы с полубесконечным волноводом более чем в 10 раз превышает коэффициент передачи для случая диафрагмированных систем (рис.1 а, 1 б).

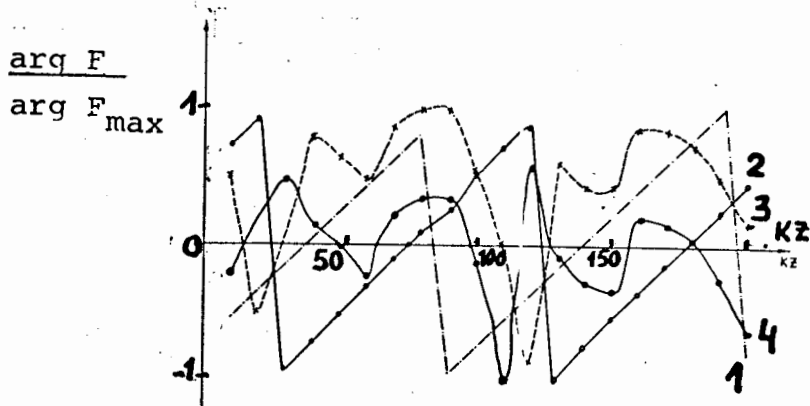


Рис. 5.

Распределение вдоль оси z фазы плотности тока (в относительных единицах), индуцированного на поверхности проводящего стержня (см. рис. 1б).

- 1 - плотность тока на стенке ПВ радиуса $a_I = 6,9$ см;
 $\arg F_{\max} = 1,4$ рад;
- 2 - плотность тока на поверхности стержня радиуса $a_I = 6,9$ см;
 $\arg F_{\max} = 1,46$ рад;
- 3 - плотность тока на стенке ПВ радиуса $a_I = 4,0$ см;
 $\arg F_{\max} = 1,4$ рад;
- 4 - плотность тока на поверхности стержня радиуса $a_I = 4,0$ см;
 $\arg F_{\max} = 1,43$ рад.

В случае системы с диафрагмой в виде стержня при $a_I = 6,8 \div 7,0$ см, $a = 8$ см коэффициент передачи ЭМ энергии $< 10^{-2}$; ЭМ поле переносится единственной волноводной гармоникой с $w \approx k_0$ в области $z > z_1$, $a_1 \leq r \leq a$ (такая система может служить фильтром для парциальных волн). Модуль плотности тока, индуцированного на стенке диафрагмы, как функция радиуса имеет максимум в некоторой точке по r . Так, в случае системы, показанной на рис. 1 а

$|F_{\max}| = 4,8 \cdot 10^2$ а/м² при $a_I = 5,7$ см; для системы, изображенной на рис. 1 б $|F_{\max}| \approx 32$ а/м² при $a_I = 4,5$ см.

Изломы кривых на рис. 2-5 связаны с пороговыми явлениями, а именно, с появлением новых гармоник в спектре волн, возбуждаемых в волноводе. Как известно^{/15/}, появление новых гармоник в спектре сопровождается немонотонным изменением амплитуд волн, возбужденных ранее. Такие пороговые изменения в оптическом диапазоне спектра были экспериментально обнаружены еще в начале века Р. Вудом^{/16/} и называются аномалиями Вуда.

В последние годы в акустике разработан так называемый активный метод гашения полей^{/13/}. Метод основан на аналитическом построении приемно-излучающих поверхностей Гюйгенса. При этом гашение поля производится путем размещения сторонних источников (распределенных электрических и магнитных диполей) в определенных точках пространства. В более ранней работе^{/9/} (см. также^{/8/}) компенсация ЭМ поля в заданных точках пространства осуществлялась путем построения сторонних источников по методу ВХФ в точках разрыва граничных условий, что эквивалентно использованию приемно-излучающих поверхностей Гюйгенса. В отличие от^{/13/} предложенный в настоящей работе способ расчета полей не накладывает ограничений на расположение приемных и излучающих источников - "компенсаторов" - в волноводе. Выполнение условия $\vec{E} = 0$ в области, занятой диафрагмой, обеспечивается за счет построения сторонних источников на ребрах диафрагм.

5. Заключение

Предложен способ расчета ЭМ полей, возбуждаемых источником волн магнитной поляризации в диафрагмированных волноводах с идеально проводящими стенками. С помощью ЭВМ исследовано поведение индуцированного тока на поверхности диафрагм. Расчет предсказывает пороговое изменение тока на продольной поверхности диафрагмы. Предложенная методика может быть использована для расчета ЭМ возбуждения волн электрической поляризации в диафрагмированных волноводах и резонаторах с подводными волноводами.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность профессору Е.П.Жидкову за интерес к работе и А.Ш.Иркегулову - за помощь в проведении численных расчетов.

Литература

- I. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации, "Советское радио", М., 1966.
2. Mittra R., Lee S.W. J.Math. Phys., 1970, 3 , p.775.
3. Носич А.И., Шестопалов В.П. ДАН СССР, 1979, 248,2, с.340.
4. Справочник по волноводам, "Советское радио", М., 1953.
5. Техника сверхвысоких частот, т.П, "Советское радио", М,1963.
6. Вайслейб Ю.В. Известия вузов, сер. Радиофизика,1976,19,8, с.1208.
7. Теория линии передачи сверхвысоких частот, под редакцией Шпунтова А.И."Советское радио", М., 1951.
8. Саутбеков С.С., Уразаков Э.И., Швачка А.Б. ОИЯИ, Р9-80-228, Дубна, 1980.
9. Игушкин Л.П., Уразаков Э.И. Цилиндрические электромагнитные поля и плазменные сгустки, изд. НИИЯФ МГУ, ч.1-3, М., 1969.
10. Einarsson O. Trans. Roy. Instr. Technology, No 216 , Stockholm, 1963.
11. Веселов Г.И., Ильинская О.К. Радиотехника и электроника,1975, 20, II, с.2272.
12. Карушкин Н.Ф., Фиалковский А.Т. Известия вузов, сер.Радиофизика, 1976, 21, 8. с.1219.
13. Тюткин В.В., Уколов А.Т., Федорук М.В. Радиотехника и электроника, 1979, 24, 10, с.1982.
14. Свешников А.Г. ДАН СССР, 1951, 80, с.3.
15. Болотовский Б.М., Кугель К.И. ЖЭТФ, 1969,57,1,с.165.
16. Wood R.W. Phil. Magaz. 1912, 23 , p.310.
17. Иркегулов А.Ш., Швачка А.Б. ОИЯИ, Р11-12661, Дубна, 1979.