

СЗ45е

Д-183

Данилов В.И. и
др.



+

Б1-9-6889.

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

✓
Б1-9-6889

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 1973

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

C 34Se
Д-183

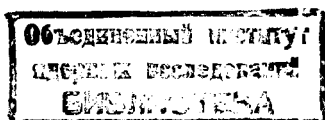
В.И.Данилов, Ю.А.Плис, Л.М.Сороко

Б1-9-6889

ФИЗИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ
АКСИАЛЬНОЙ ИНЖЕКЦИИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ
ИОНОВ УСТАНОВКИ "Ф"

с.ф. 3467

12 января 73



г.Дубна, 1972 гсд

А Н Н О Т А Ц И Я

Проведены расчеты параметров основных элементов модели системы аксиальной инъекции поляризованных протонов с привязкой по магнитному полю в центре установки "Ф".

Изложена теория и подробная схема расчетов.

I. ВВЕДЕНИЕ

Для отработки методов расчета системы аксиальной инжекции поляризованных протонов в фазотроне с пространственной вариацией магнитного поля ("Установка Ф") будет использована модель системы аксиальной инжекции. Модель изготавливается на базе электромагнита СП-47-Б, который имеет в полюсах аксиальные отверстия диаметром 10 см и систему изменения зазора между полюсами. Напряженность магнитного поля, при котором будет производиться моделирование, выбрана равной напряженности поля в центре магнита установки "Ф", а именно 11902 гс.

Схема модели аксиальной инжекции представлена на рис. I. При выборе параметров схемы были учтены различные факторы, связанные как с конструкцией электромагнита СП-47-Б, так и с необходимостью вести моделирование в условиях, близких к рабочим условиям установки "Ф". Чтобы получить возможность гибкого варьирования ионно-оптических параметров пучка, направляемого системой инжекции в межполюсный зазор, была выбрана система из двух квадрупольных электростатических триплетов.

Межполюсный зазор выбран равным 12 см, а расстояние от конца квадрупольного тракта до точки входа в зазор составляет 21,5 см. Длина каждого квадрупольного полюса равняется 9 см, а зазор между квадрупольными полюсами каждого триплета равен 1,5 см. Конец первого квадрупольного триплета отстоит от начала второго триплета на 40 см. Предполагается, что кроссовер ионного пучка располагается на расстоянии 20 см от начала первого триплета. Апертура квадрупольных линз выбирается наибольшей, совместимой с остальными геометри-

ческими размерами. Апертура в данной установке равняется

$2r_E = 3,6$ см. Профиль электродов имеет форму окружности^{/1/} с радиусом $R = 1,15 r_E = 2,07$ см.

Оба квадрупольных триплета крепятся в трубе с внутренним диаметром 6,6 см. и наружным диаметром 7,4 см. В ярмо и полюс электромагнита вставлена стальная труба $\varnothing 10 \times 8,4$ см и длиной 88 см. Эта труба соединяется вакуумплотно с крышкой вакуумной камеры. Крышки вакуумной камеры, прилегающие к полюсам, изготавливаются из мягкого магнитного материала, так что величина межполюсного зазора не уменьшается из-за толщины крышек камеры. Диаметр отверстия на последнем участке длиной 20 см перед входом в зазор составляет 5 см.

2. Расчет квадрупольного триплета в приближении точечного источника

На рис. 2 представлена схема квадрупольного триплета, который обеспечивает ионно-оптическую передачу точечного источника, находящегося на расстоянии U от начала первой линзы, в изображение, получаемое на расстоянии D от конца третьей линзы. Жесткость одной секции триплета K определяется выражением^{/2/}

$$K = \frac{1}{r_E} \left(\frac{nV}{E} \right)^{1/2}, \quad (I)$$

где $2r_E$ - апертура линзы в см,

V - потенциал электрода в вольтах (+ или -),

n - число элементарных зарядов у частицы,

E - кинетическая энергия частицы в Эв.

Для одной секции линзы в плоскости дефокусировки (Рис.3) имеют место следующие соотношения /2/

$$\frac{L}{D_h} = -\kappa L \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{ctg}^2 \\ \operatorname{th} \end{array} \right\} (\kappa L + \phi_h), \quad (2)$$

$$\frac{L}{u_h} = \kappa L \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{ctg}^2 \\ \operatorname{th} \end{array} \right\} (\phi_h). \quad (3)$$

Если $u_h \kappa > 1$, то берется функция th , если же $u_h \kappa < 1$, то функция ctg .

Для плоскости фокусировки имеют место соотношения

$$\frac{L}{D_t} = -\kappa L \operatorname{ctg} (\kappa L + \phi_t), \quad (4)$$

$$\frac{L}{u_t} = \kappa L \operatorname{ctg} \phi_t. \quad (5)$$

Примем, что расчетная длина L линзы совпадает с физической длиной линзы.

Задаемся условием фокусировки $u = D = 20 \text{ см}$.

Остальные параметры равны: $L = 9 \text{ см}$, $S = 1,5 \text{ см}$, $\tau_E = 1,8 \text{ см}$.

С помощью графиков, приведенных в работе /2/, или с помощью соотношений (2) + (5), находим пары значений $\kappa_1 L$ и $\kappa_2 L$, которые удовлетворяют одновременно заданным значениям u и D для плоскости "УХ". То же самое делают для плоскости "ЭХ", затем найденные пары значений $\kappa_1 L$ и $\kappa_2 L$ наносятся на график (Рис.4) для обоих случаев. Пересечение этих двух кривых дает пару значений $\kappa_1 L$ и $\kappa_2 L$, которая соответствует

правильной фокусировке в обеих плоскостях. Пересечение для нашего случая происходит при $k_1 L = 0,95$ и $k_2 L = 1,14$.

Для $L = 9$ см $k_1 = 0,106$, $k_2 = 0,127$. Для протонов с энергией 10 кэВ из соотношения (I) находим для $L = 9$ см и $r_E = 1,8$ см:

$$V = 4 \cdot 10^2 (kL)^2 \quad (6)$$

Откуда $V_1 = 361 \text{ В}$, $V_2 = 520 \text{ В}$.

3. Расчет квадрупольного триплета для пучка с конечным эмиттансом.

А. Теория

В соответствии с общепринятыми обозначениями, пучок движется вдоль оси z . Плоскость " Xz " называется радиальной плоскостью, а плоскость " Yz " - вертикальной плоскостью. Радиальная плоскость в триплете соответствует последовательности $D F D$ (см. Рис.2). В фазовых плоскостях (x, x') и (y, y') , где $x' = \frac{dx}{dz}$, а $y' = \frac{dy}{dz}$ используются единицы см и рад. Размеры эллипсов в кроссовере выражаются через характеристическую длину X /3,4/

$$X_r = \frac{x_0}{x'_0}, \quad X_v = \frac{y_0}{y'_0}, \quad (7)$$

где x_0, x'_0, y_0, y'_0 - размеры полуосей эллипсов.

В кроссовере, получающемся за линзой, размеры эллипсов определяются параметрами X'_r и X'_v . Увеличение характеристической длины задается параметром ρ :

$$X'_{z,v} = \rho_{z,v} X_{z,v} . \quad (8)$$

Величина ρ связана с обычным линейным увеличением M соотношением

$$\rho_{z,v} = M_{z,v}^2 . \quad (9)$$

Матрица передачи для пучка с заданным X_{in} записывается в виде

$$T = \begin{vmatrix} \rho^{1/2} \cos \varphi & X_{in} \rho^{1/2} \sin \varphi \\ - (X_{in} \rho^{1/2})^{-1} \sin \varphi & \rho^{-1/2} \cos \varphi \end{vmatrix} , \quad (10)$$

где φ — произвольный фазовый угол, служащий для описания эллипса изображения.

Рассмотрим теперь следующую задачу. Пусть заданы входное U и выходное расстояния D , которые в общем случае могут быть различными для радиальной и вертикальной плоскости. Даны также $X_{z,in}$ и $X_{v,in}$. Требуется найти параметры квадруполей, при которых кроссовер пучка переходит из положения на расстоянии U перед линзой в положение на расстоянии D после линзы. Если геометрические размеры квадрупольного триплета L и S заданы, то остается два свободных параметра — жесткости квадруполей K_I и K_2 .

Запишем матрицы передачи в виде:

$$T_z = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} , \quad T_v = \begin{vmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{vmatrix} , \quad (11)$$

где элементы матриц α_{ij} , β_{ij} - являются функциями только K_I и K_2 , если геометрия триплета фиксирована. Для того, чтобы передача кроссоверов произошла в обеих плоскостях в соответствии с (10), необходимо выполнить следующие условия

$$\frac{\alpha_{12}}{\alpha_{21}} = -X_{u,in}^2 \rho_u, \quad (I2a)$$

$$\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{22}} = \rho_u, \quad (I2b)$$

$$\frac{\beta_{12}}{\beta_{21}} = -X_{v,in}^2 \rho_v, \quad (I3a)$$

$$\frac{\beta_{11}}{\beta_{22}} = \rho_v. \quad (I3b)$$

При этом здесь для общности допускаются различные значения ρ и X в двух плоскостях. Разделив (I2 a) на (I2b), и (I3a) на (I3b), получим:

$$\frac{\alpha_{12} \alpha_{22}}{\alpha_{21} \alpha_{11}} = -X_{u,in}^2, \quad (I4)$$

$$\frac{\beta_{12} \beta_{22}}{\beta_{21} \beta_{11}} = -X_{v,in}^2. \quad (I5)$$

Аналогично находим соотношения

$$\frac{\alpha_{12} \alpha_{11}}{\alpha_{21} \alpha_{22}} = -X_{u,fin}^2, \quad (I6)$$

$$\frac{\beta_{12} \beta_{11}}{\beta_{21} \beta_{22}} = - X_{v,fin}^2, \quad (I7)$$

где $X_{z,v,fin}$ - характеристические размеры эллипса во втором кроссовере.

Найденное для уравнений (I4) и (I5) решение (K_1, K_2) соответствует передаче кроссовера в обеих плоскостях для заданных параметров пучка на входе $X_{z,v,in}$. Значения ρ_z и ρ_v определяются затем из (I26) и (I35). Если же заданы параметры пучка на выходе $X_{z,v,fin}$, то решают систему уравнений (I6) и (I7).

Один из способов решения системы уравнений (I4), (I5) заключается в следующем. Вычисляюг значения отношений (I4) и (I5). Эти значения наносят в виде графиков как функции K_1 при различных значениях K_2 . В плоскости ($K_1, -X^2$) произвольный пучок изображается прямой, параллельной оси K_1 с ординатой, равной ($-X_{in}^2$). Точка пересечения этой прямой с нанесенными кривыми соответствует паре значений (K_1, K_2). В результате в плоскости (K_1, K_2) получается кривая, которая соответствует радиальной (вертикальной) передаче кроссовера для пучка с заданными параметрами. Точка пересечения двух кривых в плоскости (K_1, K_2) для радиальной и вертикальной плоскостей дает требуемые значения жёсткости квадрупольей для передачи кроссовера одновременно в двух плоскостях. Значение увеличения ρ находят прямыми вычислениями.

Б. Расчет одного квадрупольного триплета

Расчет одного квадрупольного триплета с симметричным расположением входного и выходного кроссовера начинается с нахождения

на ЭВМ БЭСМ-6 следующих матриц:

$$T_z = \begin{vmatrix} 1 & D \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \operatorname{ch}(K_1 L) & \frac{1}{K_1} \operatorname{sh}(K_1 L) \\ K_1 \operatorname{sh}(K_1 L) & \operatorname{ch}(K_1 L) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} \cos(K_2 L) & \frac{1}{K_2} \sin(K_2 L) \\ -K_2 \sin(K_2 L) & \cos(K_2 L) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times \quad (18)$$

$$\times \begin{vmatrix} \operatorname{ch}(K_1 L) & \frac{1}{K_1} \operatorname{sh}(K_1 L) \\ K_1 \operatorname{sh}(K_1 L) & \operatorname{ch}(K_1 L) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & u \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{vmatrix},$$

$$T_v = \begin{vmatrix} 1 & D \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \cos(K_1 L) & \frac{1}{K_1} \sin(K_1 L) \\ -K_1 \sin(K_1 L) & \cos(K_1 L) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} \operatorname{ch}(K_2 L) & \frac{1}{K_2} \operatorname{sh}(K_2 L) \\ K_2 \operatorname{sh}(K_2 L) & \operatorname{ch}(K_2 L) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times \quad (19)$$

$$\times \begin{vmatrix} \cos(K_1 L) & \frac{1}{K_1} \sin(K_1 L) \\ -K_1 \sin(K_1 L) & \cos(K_1 L) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & u \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{vmatrix},$$

а затем - комбинаций матричных элементов :

$$\frac{d_{12} \ d_{22}}{d_{21} \ d_{11}} \quad \text{и} \quad \frac{\beta_{12} \ \beta_{22}}{\beta_{21} \ \beta_{11}}$$

в функции от $(k_1 L)^2$ на интервале значений от 0,01 до 2,00 с шагом 0,01. Параметр $(k_2 L)^2$ изменяется от 0,6 до 1,6 с шагом 0,1. При этом $u = D = 20 \text{ см}$, $L = 9 \text{ см}$, $S = 1,5 \text{ см}$.

Максимальное значение, которое мог принимать X_{in}^2 , равно 10^4 . Каждому значению $(k_2 L)^2$ соответствует одна кривая для радиальной плоскости, и две кривые - для вертикальной плоскости.

В плоскости (K_1, K_2) получается две точки пересечения, одна из которых находится при очень больших значениях K_1 и K_2 . Выбирают как правило первое решение, которое соответствует малым напряжениям. На рис. 5 приведены кривые в плоскости $[-X_c^2, (k_1 L)^2]$, а на Рис.6 - в плоскости $[-X_v^2, (k_1 L)^2]$.

Максимальное значение, которое может принимать величина X_{in}^2 на этих графиках, равно 10^3 . На Рис. 7 приведены кривые в плоскости $[(k_1 L)^2, (k_2 L)^2]$ при $X_{c,v,in} = 0$. Координаты двух точек пересечения равны:

$$1) (k_1 L)^2 = 0,92, \quad (k_2 L)^2 = 1,335;$$

$$2) (k_1 L)^2 = 1,58, \quad (k_2 L)^2 = 1,68.$$

Этот пример соответствует точечному источнику. Сравнение с результатами расчета, полученным в разделе 2 данного отчета, говорит о хорошем совпадении ответов: $(k_1 L)_{\text{точ}}^2 = 0,90$, $(k_2 L)_{\text{точ}}^2 = 1,3$

На рис.8 даны значения $(k_1 L)^2$, $(k_2 L)^2$ и потенциалов на электродах для пучков с начальным X_{in} от 0 до 30. Точность изложенных выше графоаналитических расчетов оценивается в $\pm 2\%$.

В. Расчет двух квадрупольных триплетов

Система из двух квадрупольных триплетов позволяет более гибко производить согласование, так как в ней имеется два свободных параметра: расстояние между выходным кроссовером и последним элементом линзы, а также отношение $\varrho = X_{fin} / X_{in}$.

Кроме этого, промежуточные кроссоверы могут находиться в различных положениях для радиальной и вертикальной плоскостей. Обозначим через D_{1r} и D_{1v} расстояния между промежуточным кроссовером и последним элементом первого триплета для радиальной и вертикальной плоскостей, соответственно (Рис.9). Аналогично, пусть

U_{2r} и U_{2v} - расстояния между промежуточным кроссовером и первым элементом второго триплета, соответственно. При этом $D_{1r} + U_{2r} = D_{1v} + U_{2v} = 40 \text{ см.}$ Положение входного и

выходного кроссовера для радиальной и вертикальной плоскостей совпадают: $U_1 = U_{1r} = U_{1v} = 20 \text{ см.}, D_2 = D_{2r} = D_{2v} = 21,5 \text{ см.}$

Если для радиальной плоскости первый триплет имеет последовательность элементов DFD , то второй триплет характеризуется последовательностью FDF .

Поставленная задача решается следующим образом: вычисляем матрицы передачи первого триплета для радиальной и вертикальной плоскостей:

$$T_2 = \begin{vmatrix} 1 & D_{1r} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \text{ch}(k_1 L) & \frac{1}{k_1} \text{sh}(k_1 L) \\ k_1 \text{sh}(k_1 L) & \text{ch}(k_1 L) \end{vmatrix} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \cos(k_2 L) & \frac{1}{k_2} \sin(k_2 L) \\ -k_2 \sin(k_2 L) & \cos(k_2 L) \end{vmatrix} \times \quad (20)$$

$$X \begin{vmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{vmatrix} X \begin{vmatrix} \operatorname{ch}(K_1 L) & \frac{1}{K_1} \operatorname{sh}(K_1 L) \\ K_1 \operatorname{sh}(K_1 L) & \operatorname{ch}(K_1 L) \end{vmatrix} X \begin{vmatrix} 1 & u_1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{vmatrix},$$

$$T_V = \begin{vmatrix} 1 & D_{IV} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} X \begin{vmatrix} \cos(K_1 L) & \frac{1}{K_1} \sin(K_1 L) \\ -K_1 \sin(K_1 L) & \cos(K_1 L) \end{vmatrix} X \begin{vmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{vmatrix} X$$

$$X \begin{vmatrix} \operatorname{ch}(K_2 L) & \frac{1}{K_2} \operatorname{sh}(K_2 L) \\ K_2 \operatorname{sh}(K_2 L) & \operatorname{ch}(K_2 L) \end{vmatrix} X \begin{vmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{vmatrix} X \quad (21)$$

$$X \begin{vmatrix} \cos(K_1 L) & \frac{1}{K_1} \sin(K_1 L) \\ -K_1 \sin(K_1 L) & \cos(K_1 L) \end{vmatrix} X \begin{vmatrix} 1 & u_1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{vmatrix},$$

а также комбинации элементов матриц:

$$\frac{d_{12} d_{22}}{d_{21} d_{11}} = -X_{v, \text{in}}^2, \quad (22)$$

$$\frac{\beta_{12} \beta_{22}}{\beta_{21} \beta_{11}} = -X_{v, \text{in}}^2 \quad (23)$$

в функции $(k_1 L)^2$ от 0,01 до 2,00 с шагом 0,01 при значениях параметра $(k_2 L)^2$ от 0,1 до 2,0 с шагом 0,1; а также параметров $D_{12,v}$ от 5 см до 35 см с шагом 5 см.

При расчете триплета было выбрано

$X_{c,v,in} = 10$. На Рис. 10 приведены кривые, соответствующие $X_{in} = 10$, в плоскости $[(k_1 L)^2, (k_2 L)^2]$ для различных значений $D_{12,v}$.

Далее вычисляются матрицы перехода для второго триплета

$$\begin{aligned}
 T_c' &= \begin{vmatrix} 1 & D_2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \cos(k_1' L) & \frac{1}{k_1'} \sin(k_1' L) \\ -k_1' \sin(k_1' L) & \cos(k_1' L) \end{vmatrix} \times \\
 &\times \begin{vmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \operatorname{ch}(k_2' L) & \frac{1}{k_2'} \operatorname{sh}(k_2' L) \\ k_2' \operatorname{sh}(k_2' L) & \operatorname{ch}(k_2' L) \end{vmatrix} \times \\
 &\times \begin{vmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \cos(k_1' L) & \frac{1}{k_1'} \sin(k_1' L) \\ -k_1' \sin(k_1' L) & \cos(k_1' L) \end{vmatrix} \times \\
 &\times \begin{vmatrix} 1 & U_{2c} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} d_{11}' & d_{12}' \\ d_{21}' & d_{22}' \end{vmatrix},
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
 T_v' &= \begin{vmatrix} 1 & D_2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \operatorname{ch}(k_1' L) & \frac{1}{k_1'} \operatorname{sh}(k_1' L) \\ k_1' \operatorname{sh}(k_1' L) & \operatorname{ch}(k_1' L) \end{vmatrix} \times \\
 &\times \begin{vmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \cos(k_2' L) & \frac{1}{k_2'} \sin(k_2' L) \\ -k_2' \sin(k_2' L) & \cos(k_2' L) \end{vmatrix} \times
 \end{aligned}$$

$$x \begin{vmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{vmatrix} x \begin{vmatrix} \operatorname{ch}(k_1' L) & \frac{1}{k_1'} \operatorname{sh}(k_1' L) \\ k_1' \operatorname{sh}(k_1' L) & \operatorname{ch}(k_1' L) \end{vmatrix} x$$

$$x \begin{vmatrix} 1 & U_{2v} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \beta'_{11} & \beta'_{12} \\ \beta'_{21} & \beta'_{22} \end{vmatrix} \quad (25)$$

и комбинации из элементов этих матриц

$$\frac{d'_{12} d'_{11}}{d'_{21} d'_{22}} = -X_{u, \sin}^2, \quad (26)$$

$$\frac{\beta'_{12} \beta'_{11}}{\beta'_{21} \beta'_{22}} = -X_{v, \sin}^2. \quad (27)$$

Значения $(k_1' L)^2$ и $(k_2' L)^2$ те же, что и для первого триплета. Величина $U_{2\tau, v}$ изменяется в пределах от 5 см до 35 см с шагом 5 см.

Для выходного кроссовера с характеристической длиной, равной $X_{\sin} = 20$, на Рис. II даны кривые в плоскости $[(k_1' L)^2, (k_2' L)^2]$ для различных $U_{2\tau, v}$.

На Рис. I0 и Рис. II имеются пары кривых, которые почти тождественны для всех параметров D и U . Они соответствуют неустойчивым решениям. На рис. I2 даны наинизшие хорошо разделенные точки пересечений в плоскости $[(k_1 L)^2, (k_2 L)^2]$ при различных $D_{1\tau}$ и D_{1v} и в плоскости $[(k_1' L)^2, (k_2' L)^2]$ при различных $U_{2\tau}$ и U_{2v} . Из этого набора точек следует выб-

рать такой, чтобы произведение увеличений первого и второго триплета равнялось 2 :

$$\varrho_z \varrho'_z = \varrho_v \varrho'_v = 2.$$

Для всех отобранных точек были вычислены ϱ . Из рис.13 видно, что величина ϱ_z почти не зависит от положения промежуточного кроссовера в вертикальной плоскости. Аналогично ведет себя величина ϱ_v . На Рис.14 дана зависимость произведений $\varrho_z \varrho'_z$ и $\varrho_v \varrho'_v$ вблизи значения 2 от величины D_{1z} и D_{1v} , соответственно. Точки пересечения с ординатой 2 дают требуемые положения промежуточных кроссоверов. Таким образом $D_{1v} = 24,5$ см, $D_{1z} = 27,5$, откуда $U_{2v} = 15,5$ см, $U_{2z} = 12,5$ см.

С помощью графиков на Рис. 10 и Рис.11 находим

$$(K_1 L)^2 = 0,83 \quad , \quad (K_2 L)^2 = 1,23 ;$$

$$(K'_1 L)^2 = 0,935 \quad , \quad (K'_2 L)^2 = 1,315$$

или

$$V_1 = 332 \text{ в} \quad , \quad V_2 = 492 \text{ в} \quad ; \quad V'_1 = 374 \text{ в} \quad , \quad V'_2 = 526 \text{ в}.$$

4. Вычисление огибающей пучка с заданным

ЭНТИТАНСОМ

Вычисление максимальных размеров пучка в поперечных плоскостях, определяемых формой огибающей, производят в терминах параметров Эллипса R и F (Рис.15), где

$$R = \frac{a}{b} \quad , \quad F = \frac{c}{b} \quad . \quad (28)$$

Для прямого эллипса, т.е. в кроссовере, $F_0 = 0$, а R совпадает с характеристической длиной. При движении частиц пучка в свободном от полей пространстве параметр R не изменяется, в то время как параметр F остается неизменным при прохождении частиц через тонкую линзу.

Эмиттанс пучка по определению равен

$$\varepsilon = a \beta \quad (29)$$

Огибающая пучка в одной из плоскостей, например, "xz", определяется соотношением /5/

$$x_{\max}^s = \left[\varepsilon \left(R + \frac{F^2}{R} \right) \right]^{1/2}, \quad (30)$$

где s - текущая координата вдоль оси z . Параметры R и F находятся из элементов матрицы перехода для данного s

$$R = \left\{ \frac{d_{22}^2}{R_0} + 2d_{21}d_{22} \left(\frac{F_0}{R_0} \right) + d_{21}^2 \left[R_0 + \frac{F_0^2}{R_0} \right] \right\}^{-1}, \quad (31)$$

$$F = R \left\{ \frac{d_{12}d_{22}}{R_0} + (1 + 2d_{12}d_{21}) \left(\frac{F_0}{R_0} \right) + d_{11}d_{21} \left[R_0 + \frac{F_0^2}{R_0} \right] \right\}, \quad (32)$$

где R_0 и F_0 - параметры начального эллипса, причем $F_0 = 0$, так как начальный эллипс прямой. В этом случае соотношения (31)

и (32) упрощаются:

$$R = \left(\frac{d_{22}^2}{R_0} + d_{21}^2 R_0 \right)^{-1}, \quad (33)$$

$$F = R \left(\frac{d_{12}d_{22}}{R_0} + d_{11}d_{21}R_0 \right). \quad (34)$$

Расчет огибающей был выполнен для пучка с эмиттансом $\varepsilon = 10^{-2}$ см.рад = 100 мм мрад. Для пучка с протонов с энергией 10 кэВ это соответствует эмиттансу, равному 1 см.рад. (эВ)^{1/2}

в обычных обозначениях. Пучок протонов с $X_{in} = 10$ см/рад пропускается через систему из двух триплетов, рассчитанную в предыдущем разделе. Начальный кроссовер расположен на расстоянии 20 см от системы квадруполей. Конечный кроссовер с $X_{fin} = 20$ см/рад, расположенный на входе в междупольный зазор, отстоит от последнего квадруполья на расстоянии 21,5 см. В соответствии с соотношением

$$x_0 = \sqrt{\varepsilon X} \quad (35)$$

начальный радиус пучка равен 0,32 см, а начальный угол расходимости равен $3,2 \cdot 10^{-2}$ рад. На выходе размер пучка равен 0,44 см, а расходимость $2,2 \cdot 10^{-2}$ рад. На Рис. 16 приведены огибающие пучка для радиальной и вертикальной плоскостей. В радиальной плоскости максимальный размер, близкий к апертуре квадруполья, достигается в середине первого триплета, а в вертикальной плоскости - в середине второго триплета. Видно, что эмиттанс пучка, равный 10^{-2} см.рад, является предельным для выбранной апертуры квадруполей. Повышение эмиттанса приведет к попаданию частиц на электроды. Следует отметить, что поскольку в расчет квадруполей входят только характеристические ^{чек}длины, то данная система пригодна для согласования пучков с разными эмиттансами. Размер огибающей при этом увеличивается пропорционально корню квадратному из эмиттанса.

5. Расчет дефлектора

Пучок протонов, образующий кроссовер на входе в междупольный зазор, попадает в магнитное поле $B_c = 11902$ гс, и отклоняется в медианную плоскость с помощью электростатического зеркала. Энергия протонов равна 10 кэв ($\beta = 4,6169 \cdot 10^{-3}$;
 $v = 1,3841 \cdot 10^8$ см/сек, $\beta^2 = 2,1316 \cdot 10^{-5}$).

Напряженность электрического поля в зазоре 0,5 см равна $E=20$ кВ/см.

Для расчета дефлектора выберем координатную систему с началом в точке пересечения центральной оси пучка с плоскостью сетки дефлектора (Рис.18). Нормаль к плоскости дефлектора образует с осью x угол α .

Расчет ведем по схеме, разработанной Хазевиндусом /6/. Используем систему единиц СИ. Предполагаем, что частицы начинают движения из некоторой точки в отверстии магнита, где поля нет. Начальное состояние частицы описывается шестью координатами: пространственными координатами x_0, y_0, z_0 и компонентами импульсов p_{x0}, p_{y0}, p_{z0} . Индекс "0" означает начальное положение, индекс 1 - вход в краевое поле, 2- выход из краевого поля, 3 - вход в дефлектор, 4-выход из дефлектора, 5- вход в ускоряющий промежуток. Центральная траектория описывает движение частицы с $x_0 = y_0 = 0$, $p_{x0} = p_{y0} = 0$ и $p_{z0} = -p_0 = -(2meV_0)^{1/2}$. В вычислениях рассматриваются только **параксиальные** траектории, т.е. траектории, близкие к центральной.

Движение частицы описывается системой уравнений

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= e E_x + e \left(\frac{dy}{dt} \right) B_z - e \left(\frac{dz}{dt} \right) B_y, \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} &= e \left(\frac{dz}{dt} \right) B_x - e \left(\frac{dx}{dt} \right) B_z, \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} &= e E_z + e \left(\frac{dx}{dt} \right) B_y - e \left(\frac{dy}{dt} \right) B_x. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Вводим следующие параметры

$$\tau = \frac{p_0}{eB_0}, \quad A = \frac{m}{p_0 B_0}, \quad \tau = \frac{eB_0}{m} t = \omega t \quad (37)$$

и новые безразмерные координаты

$$X = \frac{x}{r}, \quad Y = \frac{y}{r}, \quad Z = \frac{z}{r},$$

$$P_x = \frac{p_x}{p_0} = \frac{m}{p_0} \left(\frac{dx}{dt} \right), \quad P_y = \frac{p_y}{p_0} = \frac{m}{p_0} \left(\frac{dy}{dt} \right), \quad (38)$$

$$P_z = \frac{p_z}{p_0} = \frac{m}{p_0} \left(\frac{dz}{dt} \right).$$

Уравнения движения записываются в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dX}{d\tau} &= P_x, \\ \frac{dP_x}{d\tau} &= \left(\frac{B_z}{B_0} \right) P_y - \left(\frac{B_y}{B_0} \right) P_z + \frac{AV_1}{D} \cos d, \\ \frac{dY}{d\tau} &= P_y, \\ \frac{dP_y}{d\tau} &= \left(\frac{B_x}{B_0} \right) P_z - \left(\frac{B_z}{B_0} \right) P_x, \\ \frac{dZ}{d\tau} &= P_z, \\ \frac{dP_z}{d\tau} &= \left(\frac{B_y}{B_0} \right) P_x - \left(\frac{B_x}{B_0} \right) P_y + \frac{AV_1}{D} \sin d. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

При этом поле в дефлекторе аппроксимируется следующим образом:

$$E_x = \frac{V_1}{D} \cos \alpha, \quad E_y = 0, \quad E_z = \frac{V_1}{D} \sin \alpha. \quad (40)$$

Значения B_x и B_y задаются характером изменения B_z вдоль оси z . Если ограничиться первыми членами разложения, то

$$\left. \begin{aligned} \frac{B_x}{B_0} &= -\frac{1}{2} X \frac{d(B_z/B_0)}{dz}, \\ \frac{B_y}{B_0} &= -\frac{1}{2} Y \frac{d(B_z/B_0)}{dz}. \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

Частица, движущаяся из начальной точки ($z = z_0, \tau_0 = 0$) вдоль центральной траектории, достигает краевого поля при $z = z_1$, в момент времени $\tau_f = \tau_1 - \tau_0 = z_0 - z_1$ поскольку в этом случае $P_z = -1$.

Произвольное движение через эту область, свободную от поля, описывается выражениями

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= X_0 + \tau_f P_{x0}, & P_{x1} &= P_{x0}, \\ Y_1 &= Y_0 + \tau_f P_{y0}, & P_{y1} &= P_{y0}, \\ Z_1 &= Z_0 - \tau_f, & P_{z1} &= P_{z0}. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Предположим, что область краевого поля настолько коротка, что положение частиц на входе и на выходе из него остается неизменным. Однако, если эту область нельзя считать пренебрежимо короткой, то можно приближенно принять, что B_z скачкообразно увеличивается

ется от 0 до V_c в точке, где $V_z/V_c = 0,5$.

На импульс частицы оказывает влияние взаимодействия вертикального импульса P_z с поперечными компонентами V_x и V_y .

Интегрирование уравнений (41) по бесконечно малому интервалу дает следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} X_2 &= X_1, & P_{x2} &= P_{x1} + \frac{1}{2} Y_1, \\ Y_2 &= Y_1, & P_{y2} &= P_{y1} - \frac{1}{2} X_1; \\ Z_2 &= Z_1, & P_{z2} &= P_{z1}. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

В этом приближении P_{z2} не отличается от $P_{z1} = P_{z0}$.

В следующей области, простирающейся от краевого поля до входа в дефлектор, магнитное поле постоянно, а электрическое поле отсутствует. Интервал по τ для центральной траектории равен $\tau_3 - \tau_2 = \tau_a = Z_2$, так как эта траектория пересекает переднюю плоскость зеркала

$$(X = -Z \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{где} \alpha \approx \frac{\pi}{4}) \text{ при } Z_3 = X_3 = 0.$$

Для других частиц, которые движутся по спиральным орбитам, интервал по τ отличается от τ_a на величину $\Delta\tau_a$. Используя τ как параметр и решая (39), получаем

$$\Delta\tau_a = X_2 + P_{x2} \sin\tau_a + P_{y2} (1 - \cos\tau_a) + (P_{z2} + 1)\tau_a. \quad (44)$$

Траектории описываются следующими выражениями, где оставлены только линейные члены по координатам

$$\left. \begin{aligned}
 X_3 &= X_2 + P_{x2} \sin \tau_d + P_{y2} (1 - \cos \tau_d), \\
 P_{x3} &= P_{x2} \cos \tau_d + P_{y2} \sin \tau_d, \\
 Y_3 &= Y_2 + P_{x2} (\cos \tau_d - 1) + P_{y2} \sin \tau_d, \\
 P_{y3} &= -P_{x2} \sin \tau_d + P_{y2} \cos \tau_d, \\
 Z_3 &= -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} [X_2 + P_{x2} \sin \tau_d + P_{y2} (1 - \cos \tau_d)], \\
 P_{z3} &= P_{z2}.
 \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Движение частиц внутри дефлектора происходит в постоянных электрическом и магнитном полях. Сначала вычисляем интервал

$\tau_m = \tau_4 - \tau_3$ для частицы, движущейся вдоль центральной траектории. Два уравнения связывают τ_m и угол наклона зеркала α . Из требования параллельности плоскости центральной орбиты на выходе дефлектора и плоскости (x, y), следует, что

$$\tau_m = \left[\frac{AV_1}{D} \sin \alpha \right]^{-1}. \quad (46)$$

Точка на выходе расположена в плоскости дефлектора. Это дает соотношение

$$\frac{AV_1}{D} \cos \alpha (1 - \cos \tau_m) = - \left[-\tau_m + \frac{1}{2} \frac{AV_1}{D} \tau_m^2 \sin \alpha \right] \operatorname{tg} \alpha. \quad (47)$$

Из этих двух уравнений находим соотношение

$$1 - \cos \tau_m = \frac{1}{2} \tau_m^2 \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad (48)$$

откуда получается трансцендентное уравнение для нахождения угла α

$$1 - \cos \left(\frac{D}{AV_1} \operatorname{cosec} \alpha \right) = \frac{1}{2} \frac{D^2}{A^2 V_1^2} \operatorname{Sec}^2 \alpha. \quad (49)$$

Для частиц, движущихся вдоль произвольных траекторий

$$\tau_4 - \tau_3 = \tau_m + \Delta \tau_m, \quad \text{где}$$

$$\frac{\Delta \tau_m}{\tau_m} \approx -P_{x3} - \frac{1}{2} \tau_m P_{y3} - (1 + P_{z3}). \quad (50)$$

После этого можно найти координаты частиц на выходе из дефлектора

$$\left. \begin{aligned} X_4 &= \frac{1 - \cos \tau_m}{\tau_m \operatorname{tg} \alpha} + X_3 - \tau_m (1 + P_{z3}), \\ P_{x4} &= \frac{\sin \tau_m}{\tau_m \operatorname{tg} \alpha} + \frac{1}{2} \tau_m P_{y3} - \left(1 - \frac{1}{2} \tau_m^2\right) (1 + P_{z3}), \\ Y_4 &= \frac{\sin \tau_m - \tau_m}{\tau_m \operatorname{tg} \alpha} + Y_3 + P_{y3} \tau_m + \frac{1}{2} \tau_m^2 (1 + P_{z3}), \\ P_{y4} &= \frac{\cos \tau_m - 1}{\tau_m \operatorname{tg} \alpha} + P_{y3} + \tau_m (1 - P_{z3}), \\ Z_4 &= -\frac{1}{2} \tau_m + Z_3 + (1 + P_{z3}) \tau_m, \\ P_{z4} &= -P_{x3} - \frac{1}{2} \tau_m P_{y3}. \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

В (50) и (51) оставлены слагаемые, линейные по координатам и квадратичные по τ_m .

Центральные траектории выходят из дефлектора под углом θ_m к оси x :

$$\operatorname{tg} \theta_m = \frac{P_{y4}}{P_{x4}} = -\operatorname{tg} \frac{\tau_m}{2}, \quad \theta_m = -\frac{\tau_m}{2}. \quad (52)$$

Медианная плоскость расположена при $z = -\frac{1}{2}\tau_m$.

Выберем теперь новую систему координат $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ с началом в точке выхода частиц, движущихся вдоль центральной траектории, из дефлектора. Координаты этой точки равны

$$X_4 = \frac{1 - \cos \tau_m}{\tau_m \operatorname{tg} \alpha}, \quad Y_4 = \frac{\sin \tau_m - \tau_m}{\tau_m \operatorname{tg} \alpha}, \quad Z_4 = -\frac{1}{2}\tau_m. \quad (53)$$

Ось \bar{z} новой системы координат параллельна оси z , а ось \bar{x} направлена вдоль центральной траектории. Уравнения (51) в новой системе координат имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \bar{X} &= \left(1 - \frac{1}{8}\tau_m^2\right) X_3 - \frac{1}{2}\tau_m Y_3 - \frac{1}{2}\tau_m^2 P_{y3} - \tau_m (1 + P_{z3}), \\ \bar{P}_x &= 1 - \left(1 - \frac{1}{8}\tau_m^2\right) (1 + P_{z3}), \\ \bar{Y} &= \frac{1}{2}\tau_m X_3 + \left(1 - \frac{1}{8}\tau_m^2\right) Y_3 + \tau_m P_{y3}, \\ \bar{P}_y &= \left(1 + \frac{1}{8}\tau_m^2\right) P_{y3} + \frac{1}{2}\tau_m (1 + P_{z3}), \\ \bar{z} &= z_3 + (1 + P_{z3}), \\ \bar{P}_z &= -P_{x3} - \frac{1}{2}\tau_m P_{y3}. \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

После выхода из зеркала частицы описывают окружность в плоскости (x, y) , радиус которой определяется импульсом $(P_{x4}^2 + P_{y4}^2)^{1/2}$. В направлении z импульс остается постоянным и равен P_{z4} . Движение по **окружности** задается координатами X_c, Y_c центра орбиты и радиусом окружности R

$$X_c = X_4 + P_{y4},$$

$$Y_c = Y_4 - P_{x4},$$

$$R = (P_{x4}^2 + P_{y4}^2)^{1/2}.$$

(55)

Обозначим через $\tau_g = \tau_5 - \tau_4$ угол поворота импульса частицы, движущейся вдоль центральной траектории, от точки выхода из дефлектора до точки пересечения первого ускоряющего промежутка. Тогда вертикальное движение частиц описывается уравнениями

$$\left. \begin{aligned} Z_5 &= Z_4 + \tau_g P_{z4}, \\ P_{z5} &= P_{z4}. \end{aligned} \right\}$$

(56)

Найдем явное соотношение между координатами начальной точки с индексом "0" и выходными параметрами. Координаты центра окружности задаются следующими соотношениями:

$$X_c = \frac{1}{2} X_0 + \frac{1}{2} \tau_f P_{x0} + P_{y0},$$

$$\begin{aligned}
 Y_c = & -ctg\alpha - \frac{1}{2} [\sin\tau_d + \frac{1}{2}\tau_m \cos\tau_d] X_0 + \\
 & + \left[(1 - \frac{1}{4}\tau_m\tau_f) \cos\tau_d - \frac{1}{2} (\tau_f + \tau_m) \sin\tau_d - 1 \right] P_{x_0} + \\
 & + \frac{1}{2} [\cos\tau_d + 1 - \frac{1}{2}\tau_m \sin\tau_d] Y_0 + \\
 & + \left[\frac{1}{2} (\tau_m + \tau_f) \cos\tau_d + (1 - \frac{1}{4}\tau_m\tau_f) \sin\tau_d + \frac{1}{2}\tau_f \right] P_{y_0} + \\
 & + (1 + P_{z_0}), \tag{57}
 \end{aligned}$$

$$R = 1 - (1 - \frac{1}{2}\tau_m^2) (1 + P_{z_0}).$$

Используя соотношения (42) (43) (45) (51) и (57), находим

$$\left. \begin{aligned}
 Z_u = & -\frac{1}{2}\tau_m - \frac{1}{2} ctg\alpha [1 + \cos\tau_d] X_0 - ctg\alpha [\sin\tau_d + \\
 & + \frac{1}{2}\tau_f (1 + \cos\tau_d)] P_{x_0} - \frac{1}{2} ctg\alpha \sin\tau_d Y_0 - \\
 & - ctg\alpha [1 - \cos\tau_d + \frac{1}{2}\tau_f \sin\tau_d] P_{y_0} + \tau_m (1 + P_{z_0}), \\
 P_{Z_u} = & \frac{1}{2} [\sin\tau_d + \frac{1}{2}\tau_m \cos\tau_d] X_0 + \\
 & + \left[(-1 + \frac{1}{4}\tau_m\tau_f) \cos\tau_d + \frac{1}{2} (\tau_m + \tau_f) \sin\tau_d \right] P_{x_0} + \\
 & + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}\tau_m \sin\tau_d - \cos\tau_d \right] Y_0 + \\
 & + \left[-\frac{1}{2} (\tau_f + \tau_m) \cos\tau_d + (-1 + \frac{1}{4}\tau_m\tau_f) \sin\tau_d \right] P_{y_0}.
 \end{aligned} \right\} \tag{58}$$

В интересующей нас **конкретной** задаче параметры (37) имеют следующие значения:

$$\tau = 1,214 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad A = 6,0703 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad \omega = 1,1401 \cdot 10^3 \text{ сек}^{-1}.$$

Решая графически уравнение (39), находим

$$\alpha = 0,75486, \quad \alpha \approx 43,25^\circ.$$

Далее из (46) определяем

$$\tau_m = 1,2020.$$

Медианная плоскость имеет координату

$$Z = -0,6010 \quad \text{или} \quad Z = 7,296 \text{ мм} \approx 7,3 \text{ мм}.$$

Координаты точки выхода из дефлектора центральной траектории равны

$$X_4 = 0,5655; \quad Y_4 = -0,2380, \quad Z_4 = -0,6010$$

или

$$x_4 \approx 2,89 \text{ мм}, \quad y_4 \approx -6,86 \text{ мм}, \quad z_4 \approx 7,3 \text{ мм}.$$

Угол между центральной траекторией и осью x равен

$\theta_m = -0,6010$. Параметры окружности центральной траектории равны

$$X_c = 0, \quad Y_c = -1,0629 \quad \text{или} \quad x_c = 0, \quad y_c \approx -12,9 \text{ мм}.$$

Рассмотрим теперь эффект разброса начальных координат на разброс выходных координат. Предположим, что точка с начальной координатой Z_0 расположена на входе в межполюсный зазор, а поле скачкообразно возрастает от нуля до максимального значения.

В **выбранной** системе координат $Z_0 = Z_1 = 4,3413$

Форму пучка на входе характеризуем значениями полуосей эллипса, который дает кроссовер на входе в зазор с параметрами

$$x_0 = y_0 = 4,4 \text{ мм}, \quad x'_0 = y'_0 = 2,2 \cdot 10^{-2}.$$

Для проведения численных расчетов возьмем следующие 9 точек с координатами

N	X_1	Y_1	Z_1	P_{x_1}	P_{y_1}	P_{z_1}
1	0	0	4,3413	0	0	-I
2	+0,3624	0	4,3413	0	0	-I
3	-0,3624	0	4,3413	0	0	-I
4	0	+0,3624	4,3413	0	0	-I
5	0	-0,3624	4,3413	0	0	-I
6	0	0	4,3413	$+2,2 \cdot 10^{-2}$	0	-I
7	0	0	4,3413	$-2,2 \cdot 10^{-2}$	0	-I
8	0	0	4,3413	0	$+2,2 \cdot 10^{-2}$	-I
9	0	0	4,3413	0	$-2,2 \cdot 10^{-2}$	-I

На выходе непосредственно после участка краевого поля имеем:

N	X_2	Y_2	Z_2	P_{x_2}	P_{y_2}	P_{z_2}
1	0	0	4,3413	0	0	-I
2	+0,3624	0	4,3413	0	-0,1812	-I
3	-0,3624	0	4,3413	0	+0,1812	-I
4	0	+0,3624	4,3413	+0,1812	0	-I
5	0	-0,3624	4,3413	-0,1812	0	-I
6	0	0	4,3413	$+2,2 \cdot 10^{-2}$	0	-I
7	0	0	4,3413	$-2,2 \cdot 10^{-2}$	0	-I
8	0	0	4,3413	0	$+2,2 \cdot 10^{-2}$	-I
9	0	0	4,3413	0	$-2,2 \cdot 10^{-2}$	-I

Соответствующие параметры на входе в дефлектор равны :

N	X_3	Y_3	Z_3	P_{x_3}	P_{y_3}	P_{z_3}
1	0	0	0	0	0	-1
2	0,1155	0,1688	-0,1227	0,1688	$6,572 \cdot 10^{-2}$	-1
3	-0,1155	-0,1688	0,1227	-0,1688	$-6,572 \cdot 10^{-2}$	-1
4	-0,1688	0,1155	0,1794	$-6,572 \cdot 10^{-2}$	0,1688	-1
5	0,1688	-0,1155	-0,1794	$6,572 \cdot 10^{-2}$	-0,1688	-1
6	$-2,05 \cdot 10^{-2}$	$-3 \cdot 10^{-2}$	$2,18 \cdot 10^{-2}$	$-0,7979 \cdot 10^{-2}$	$2,05 \cdot 10^{-2}$	-1
7	$2,05 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$-2,18 \cdot 10^{-2}$	$0,7979 \cdot 10^{-2}$	$-2,05 \cdot 10^{-2}$	-1
8	$3 \cdot 10^{-2}$	$-2,05 \cdot 10^{-2}$	$-3,1868 \cdot 10^{-2}$	$-2,05 \cdot 10^{-2}$	$-0,7979 \cdot 10^{-2}$	-1
9	$-3 \cdot 10^{-2}$	$2,05 \cdot 10^{-2}$	$3,1868 \cdot 10^{-2}$	$2,05 \cdot 10^{-2}$	$0,7979 \cdot 10^{-2}$	-1

После выхода из дефлектора соответствующие параметры равны

N	X_4	Y_4	Z_4	P_{x_4}	P_{y_4}	P_{z_4}
1	0,5655	-0,238	-0,601	0,8249	-0,5655	0
2	0,6810	0,0097	-0,7237	0,8543	-0,4998	-0,2082
3	0,4500	-0,4857	-0,4783	0,7355	-0,6312	0,2082
4	0,3967	0,0803	-0,4216	0,9263	-0,3967	-0,0357
5	0,7343	-0,5563	-0,7804	0,7235	-0,7343	0,0357
6	0,5450	-0,2434	-0,5792	0,8372	-0,5450	-0,0043
7	0,5860	-0,2326	-0,6228	0,8126	-0,5860	0,0043
8	0,5955	-0,2681	-0,6329	0,8297	-0,5735	0,0253
9	0,5355	-0,2079	-0,5691	0,8201	-0,5575	-0,0253

Теперь найдем разброс центров окружностей

N	X_c	Y_c	x_c (мм)	y_c (мм)	$y_c + 12,903$ (мм)
1	0	-1,0629	0	-12,903	0
2	0,1812	-0,8552	2,129	-10,382	2,521
3	-0,1812	-1,2712	-2,129	-15,342	-2,439
4	0	-0,8460	0	-10,270	2,633
5	0	-1,2798	0	-15,536	-2,633
6	0	-1,0806	0	-13,118	-0,215
7	0	-1,0452	0	-12,688	0,215
8	0,0220	-1,0978	0,267	-13,327	-0,424
9	-0,0220	-1,0280	-0,267	-12,479	0,424

Видно, что разброс центров окружностей составляет $\pm 2,7$ мм по y и $\pm 2,2$ мм по x .

В системе координат $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ имеем:

N	\bar{X}	\bar{Y}	\bar{Z}	\bar{P}_x	\bar{P}_y	\bar{P}_z
1	0	0	0	1	0	0
2	-0,0448	0,2696	-0,1227	0,9955	0,0765	-0,2082
3	0,0448	-0,2696	0,1227	1,0045	-0,0765	0,2082
4	-0,3191	0,1671	0,1794	0,9880	0,1966	-0,0357
5	0,3191	-0,1671	-0,1794	1,0120	-0,1966	0,0357
6	-0,0139	-0,0159	+0,0218	0,9984	0,0238	-0,0043
7	+0,0139	0,0159	-0,0218	1,0016	-0,0238	0,0043
8	0,0417	-0,0079	-0,0319	1,0087	-0,0039	0,0253
9	-0,0417	0,0079	0,0319	0,9913	0,0039	-0,0253

Пусть вход в ускоряющий промежуток находится под углом 90° к оси x . Тогда τ_g из (56) равно $\tau_g = \frac{\pi}{2} - \Theta_m = 0,97$. Разброс вертикальных координат на входе в ускоряющий промежуток в выбранных точках составляет:

N	Z_5	Z_5 (мм)
1	0	0
2	-0,3246	-3,94
3	0,3246	3,94
4	0,1448	1,76
5	-0,1448	-1,76
6	0,0177	0,214
7	-0,0177	-0,214
8	-0,0074	-0,089
9	0,0074	0,089

Таким образом, максимальный разброс пучка по вертикали^и на входе в ускоряющий промежуток составляет ± 4 мм.

На Рис. 18 даны координаты контуров параллельного пучка на входе (а), после прохождения краевого поля на входе дефлектора (б) и выходе из дефлектора (в). На Рис. 19 показаны основные стадии трансформации входных эллипсов на входе в дефлектор и на выходе из дефлектора.

Эмиттанс пучка, равный на входе 10^{-2} см.рад., составляет перед дефлектором в плоскостях (x, p_x) и (y, p_y) около $2,5 \cdot 10^{-2}$ см.рад., а на выходе из дефлектора в плоскости (\bar{y}, \bar{p}_y) равен $4,8 \cdot 10^{-2}$ см.рад., а в плоскости (\bar{z}, \bar{p}_z) равняется $6 \cdot 10^{-2}$ см.рад. Основной вклад в повышение эмиттанса пучка создают поперечные размеры пучка, которые, естественно, надлежит стремиться уменьшить в точке входа в межполюсный зазор.

Авторы выражают благодарность Т.А.Стриж за проведение расчетов на ЭВМ БЭСМ-6.

Дан

ЛИТЕРАТУРА

1. А.П.Бенфорд, Транспортировка пучков заряженных частиц
Атомиздат, 1968.
2. H. A. Engle, Rev. Sci. Instr. 32, 662 (1961).
3. F. Resmini, Nucl. Instr. Meth. 68, 235 (1969).
4. F. Resmini, UCRL-18442, Berkeley, 1968.
5. M. Bassetti et al., Nucl. Instr. Meth. 45, 93 (1966).
6. N. Hazewindus, Nucl. Instr. Meth. 76, 273 (1969).

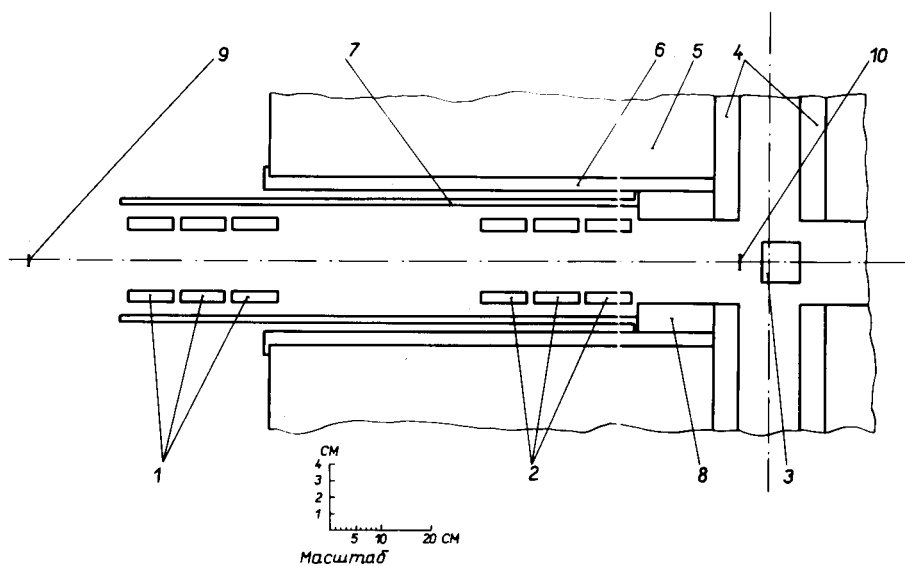


Рис. 1. Схема модели аксиальной инжекции:

1- первый триплет квадрупольного электростатического тракта, 2- второй триплет, 3 - дефлектор, 4 - крышки вакуумной камеры, 5- ядро магнита СП-47-Б, 6-вакуумная труба в ядре магнита, 7-труба для крепления и юстировки квадруполей, 8- стальное кольцо в ядре, 9- кроссовер на входе ионного пучка, 10- кроссовер на выходе.

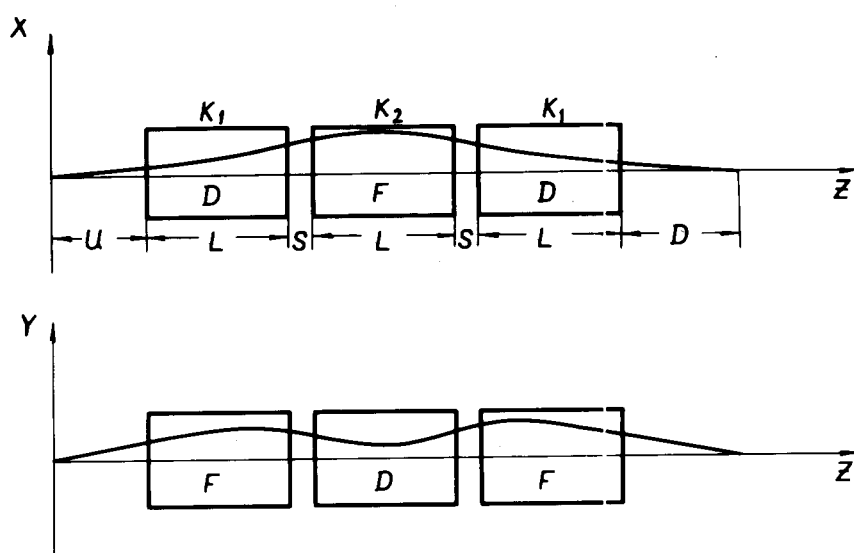


Рис. 2. Схема одного квадрупольного триплета; " xz " - радиальная плоскость, " yz " - вертикальная плоскость

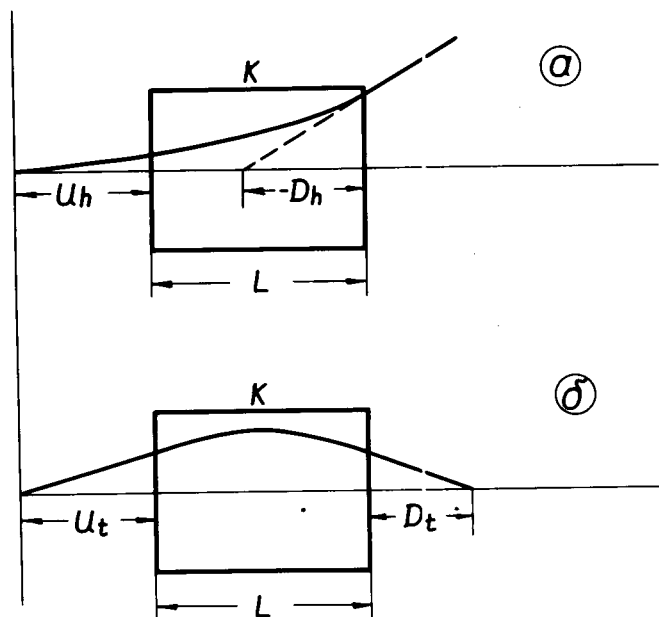


Рис. 3. Элемент квадрупольной линзы, а - плоскость дефокусировки, б - плоскость фокусировки .

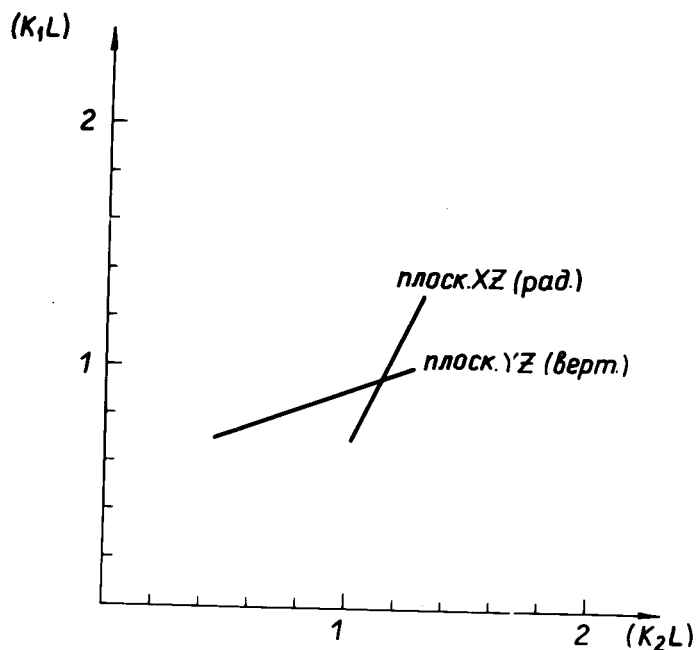


Рис. 4. Схема определения параметров квадрупольного поля одного триплета для пучка частиц с нулевым эмиттансом.

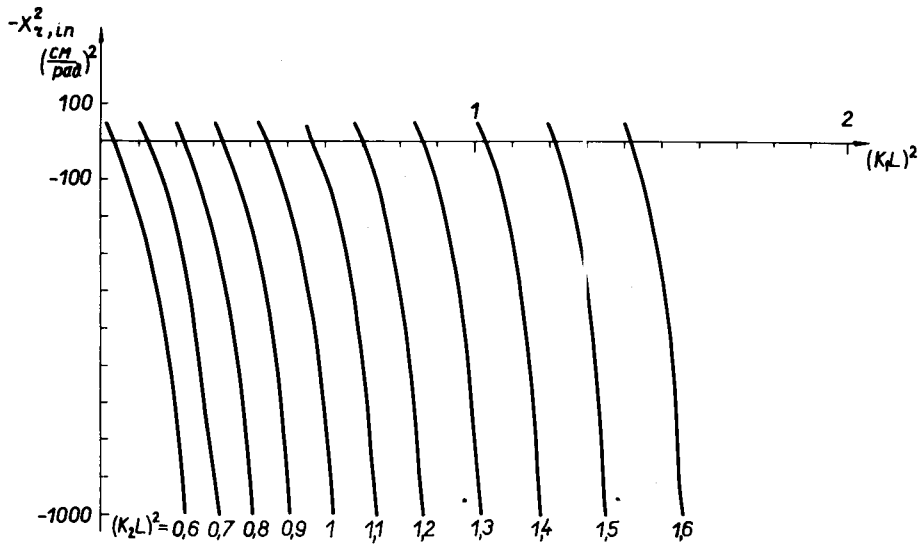


Рис. 5. Графическое представление решений уравнения (14) для одного триплета.

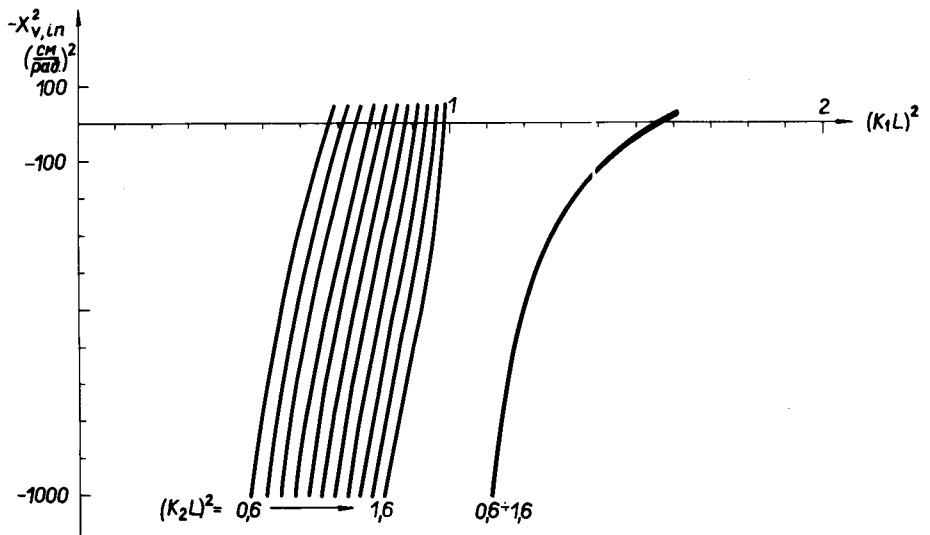


Рис. 6. Графическое представление решений уравнения (15) для одного триплета.

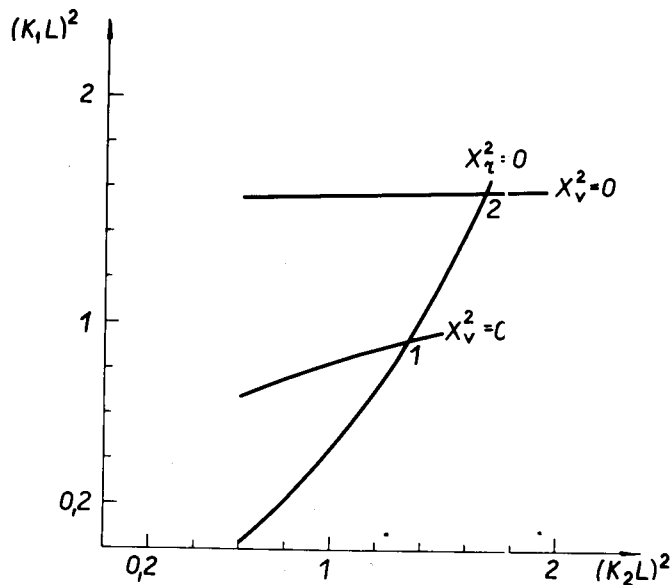


Рис. 7. Графическое определение параметров квадрупольных одного триплета для пучка с нулевым эмиттансом (решение системы уравнений (14) и (15))

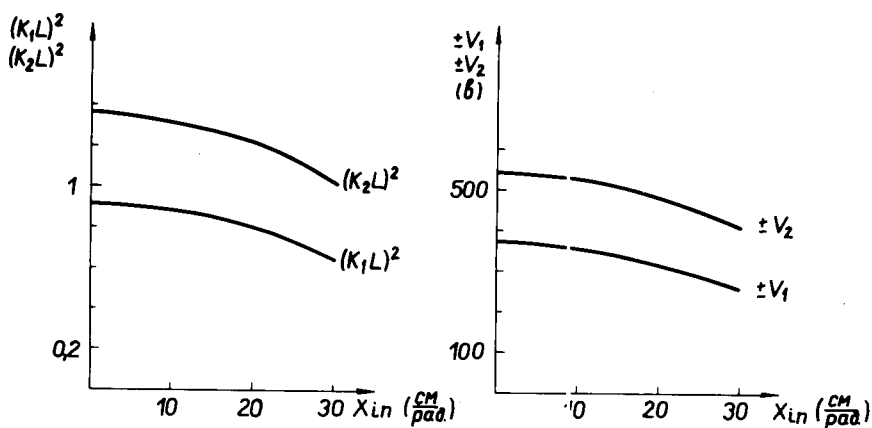


Рис. 8. Зависимость параметров квадрупольных при симметричной передаче кроссоверов одним квадрупольным триплетом от начальных характеристик пучка.

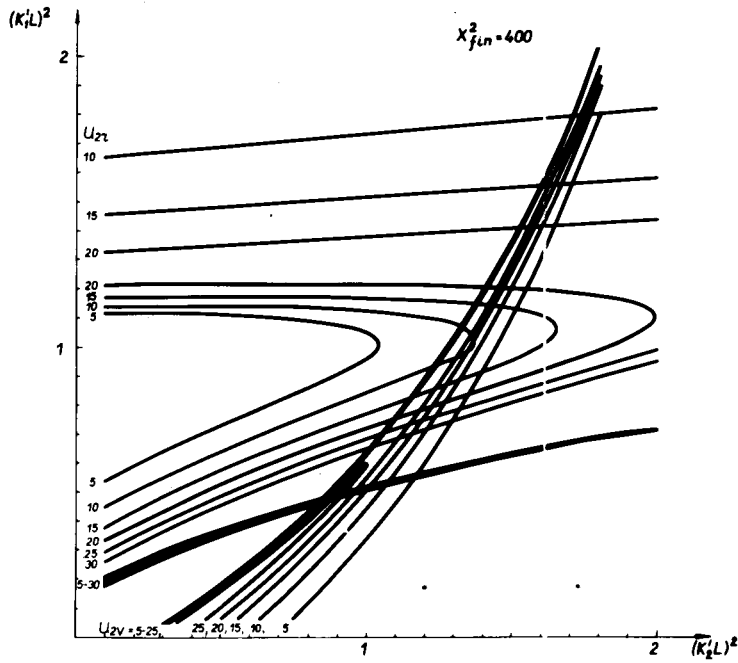


Рис. II. Графическое решение системы уравнений (26) и (27) для второго триплета при различных положениях промежуточного кроссовера.

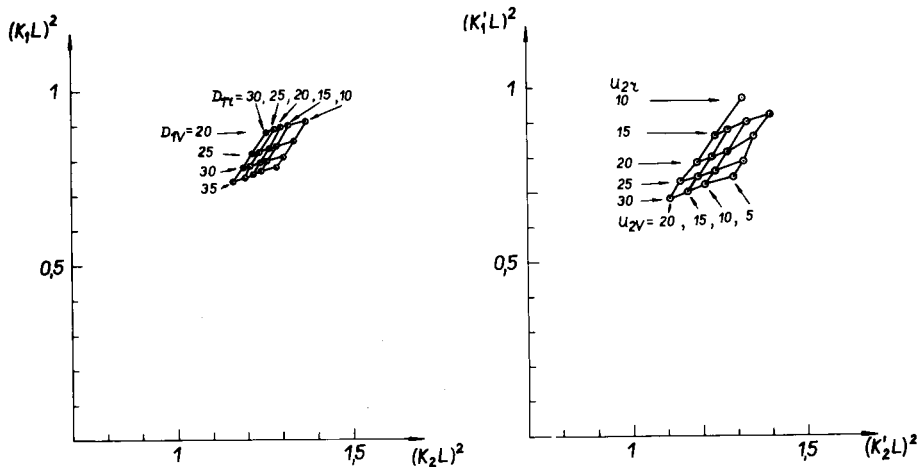


Рис. I2. Область возможных значений параметров триплетов $(k_1 L)^2$ и $(k_2 L)^2$.

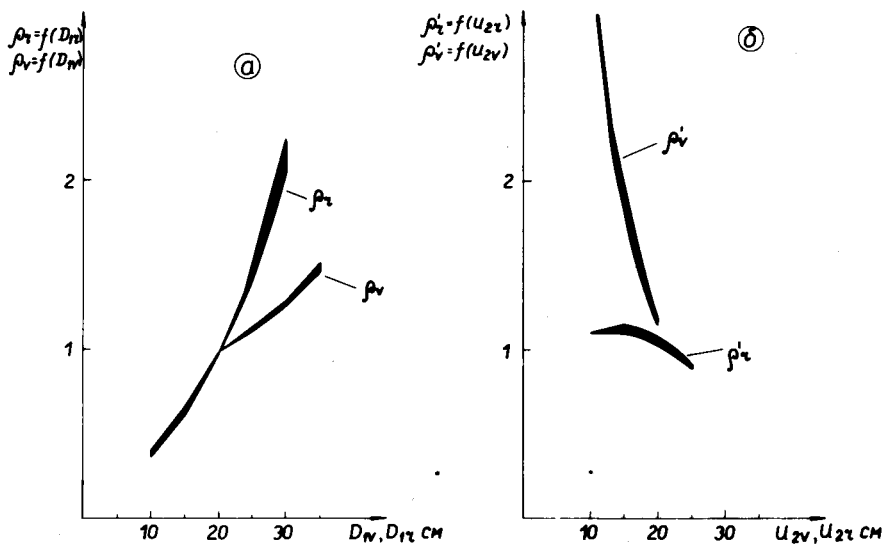


Рис. 13. Значение параметров увеличения $\rho_{1,2}$ для первого триплета (а) и для второго триплета (б).

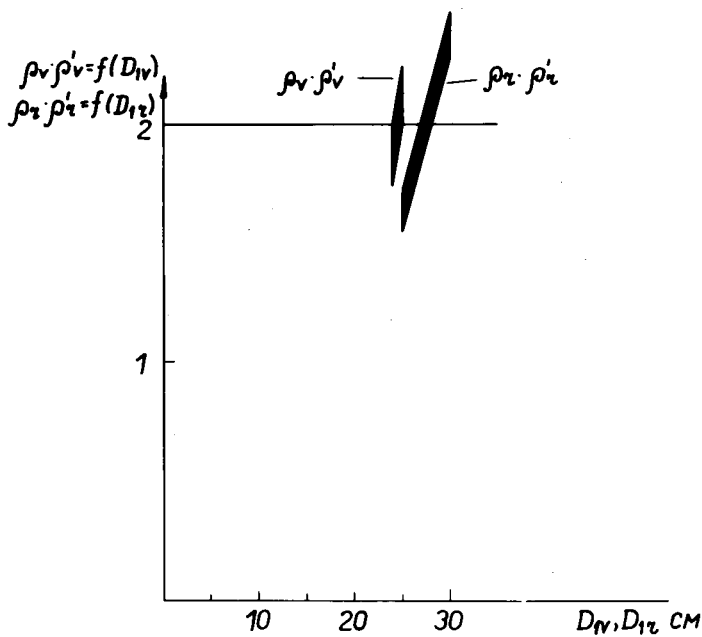


Рис. 14. Графическое определение положения промежуточного кроссовера двух триплетов.

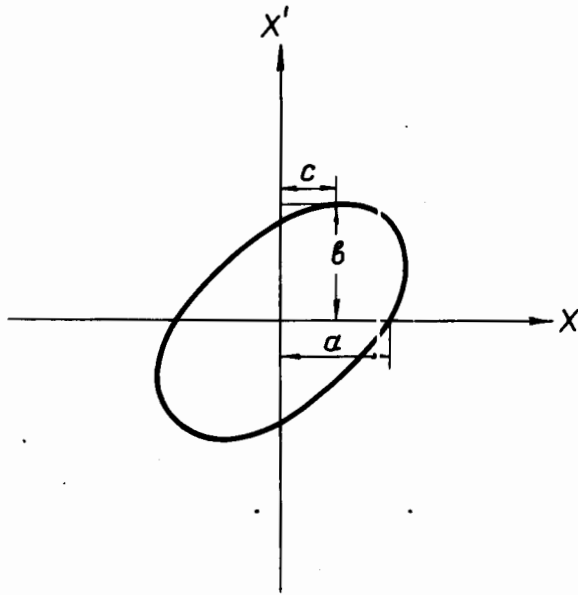


Рис. 15. Характеристические параметры эллипса пучка в фазовой плоскости .

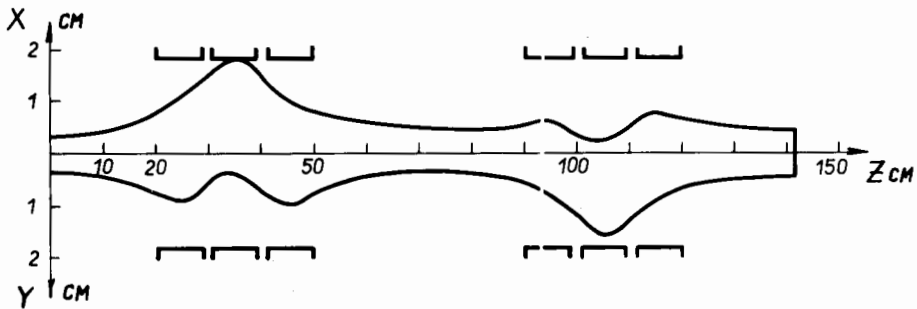


Рис. 16. Огибающая пучка протонов в системе из двух триплетов в радиальной (**вверху**) и вертикальной (**внизу**) плоскостях. Эмиттанс пучка равен 10^{-2} см. рад.

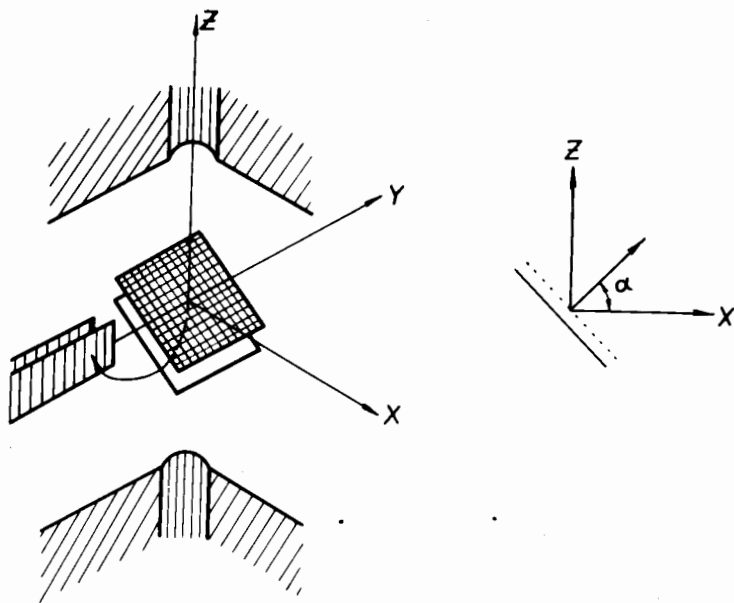


Рис. 17. Схема дефлектора и первого ускоряющего промежутка.

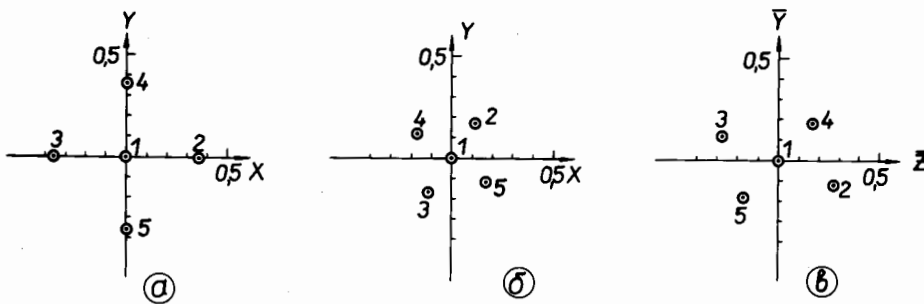


Рис. 18. Трансформация конфигурации пучка кругового сечения параллельно движущихся частиц. Форма пучка на входе в межполюсный зазор (а). Форма пучка на входе в дефлектор (б). Форма пучка на выходе из дефлектора (в).

-42-

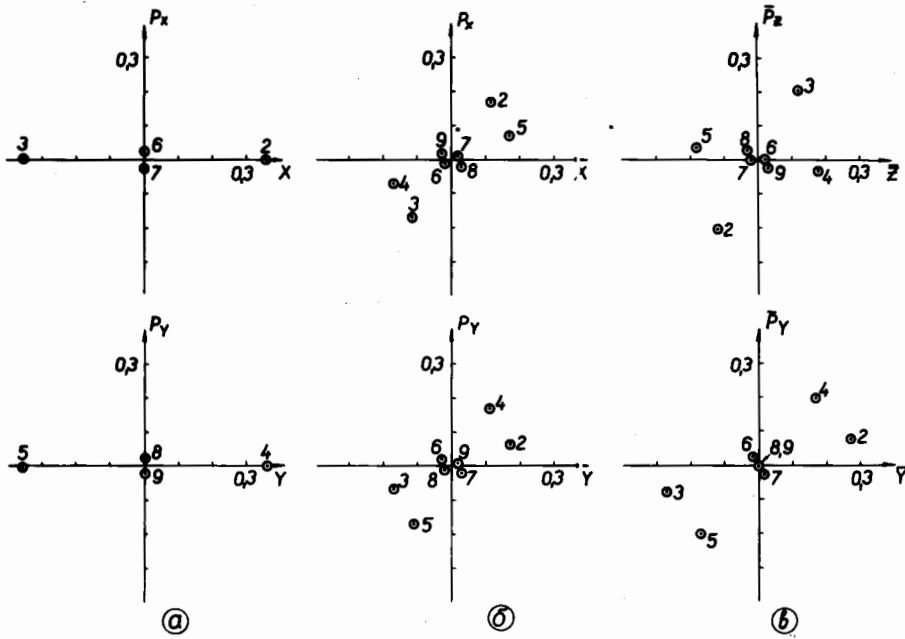


Рис. 19. Трансформация формы пунка в фазовой плоскости. На входе в межполюсный зазор (а). На входе в дефлектор (б). На выходе из дефлектора (в)