

Василишин Б. В. и др.

+

с 345е3

В-19

Б1-9-6536.



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

<sup>2x</sup>  
Б1-9-6536

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 19 72

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория высоких энергий

Б.В.Василишин, И.Б.Иссинский, Е.М.Кулакова,  
В.А.Михайлов

$\frac{С 345 е 3}{В-19}$

Б1-9-6536

РАСЧЕТ СИСТЕМЫ МЕДЛЕННОГО ВЫВОДА ПУЧКА  
ИЗ СИНХРОФАЗОТРОНА ЛВЭ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
РЕЗОНАНСА  $\nu_r = 2/3$

с.ф. 3381

Рукопись поступила  
в издательский отдел  
20.11.72 г.

Дубна, 1972 г.

Специальная библиотека  
Института Ядерных Исследований  
Дубна

## Содержание:

I.	Введение .....	3
II.	Аналитическая оценка параметров резонансной системы .....	I3
III.	I. Уравнение движения при резонансе $\nu_z=2/3$ .....	I3
	2. Анализ устойчивости движения .....	I4
	3. Связь между величиной секступольного возмущения и радиальным положением септума .....	I5
	4. Расчет характеристик пучка на входе в формагнит .....	I6
III.	Численный расчет параметров резонансной системы и характеристик пучка .....	I8
	I. Метод расчета и программы на ЭВМ .....	I8
	2. Расчет для упрощенных моделей ускорителя и выбор резонансных условий .....	I9
	3. Моделирование резонансного движения пучка в реальных условиях .....	3I
IV.	Расчет системы транспортировки .....	40
	I. Внутренняя транспортировка пучка .....	40
	2. Внешняя транспортировка пучка .....	62
V.	Заключение .....	68
VI.	Параметры системы медленного вьвода .....	69
	Литература .....	73

Качество выведенного из ускорителя пучка зависит от условий, определяющих развитие используемого для этой цели резонанса. В настоящей работе выбран режим и определены оптимальные значения параметров синхрофазотрона ДВЭ при медленном выводе, в котором использован резонанс радиальных бетатронных колебаний  $\nu_z = 2/3$ . На основании общей теории нелинейных бетатронных колебаний аналитически получены соотношения величин, характеризующих поведение пучка, наиболее выгодное с точки зрения эффективности вывода и получения наименьшего радиального эмитанса. Точный расчет динамических характеристик пучка и режимов вывода с учетом реальных характеристик ускорителя выполнен численно на ЭМ по разработанным для этой цели программам. Даны также результаты расчетов оптики внутренних элементов и канала транспортировки пучка к внешней мишени.

Для специалистов, работающих в областях, смежных с выводом пучка, изложены некоторые основные свойства применяемого резонанса, что, как мы надеемся, позволит им более полно использовать результаты, полученные в работе.

## I. ВВЕДЕНИЕ

С того времени как в 1958 г. Турниным /1/ был предложен резонансный способ вывода пучка из синхротронов и рассмотрено применение резонанса  $2/3$ , на большинстве ускорителей проводились работы по реконструкции или созданию выводных систем, базирующихся на резонансе этого типа. Опыт показал большую гибкость и универсальность указанного метода, позволяющего выводить первичные пучки с высокой эффективностью и удовлетворять зачастую весьма жестким требованиям, предъявляемыми к параметрам выведенного пучка /2-8/.

В силу многих преимуществ резонанс, соответствующий частоте радиальных бетатронных колебаний  $\nu_r = 2/3$ , был рассмотрен применительно к синхрофазотрону ДВЭ.

Возбуждение при резонансе бетатронных колебаний приводит к корреляции их фазы с азимутом ускорителя и росту амплитуд частиц в циркулирующем пучке. Достаточно быстрый рост амплитуд обеспечивает большой поперечный шаг траекторий частиц, что позволяет им попасть в рабочую область зазора магнита, при прохождении которого частицы отклоняются и направляются в канал, транспортирующий пучок за пределы ускорителя.

Некоторая доля частиц, попавшая в проводник (септум), отделяющий зазор магнита с рабочим полем от свободного пространства, неизбежно погибает, что заставляет выбирать большой шаг нарастания амплитуд и уменьшать толщину септума. В общем случае (включая жесткофокусирующие машины) для бетатронных колебаний в радиальной плоскости условие резонанса записывается в виде:

$$K \nu_r = m \quad (I)$$

где  $\nu_r$  - число радиальных колебаний за оборот,  $K$  и  $m$  - целые положительные числа.

Резонансы возникают при наличии возмущения, представляющего собой  $m$ -ую азимутальную гармонику  $(K-I)$  -ой производной по радиусу вертикальной составляющей  $B_z$  магнитного поля ускорителя. В этом случае происходит передача энергии из продольного движения в радиальное. Величина  $K$  называется порядком резонанса. Поскольку для слабофокусирующих ускорителей  $\nu_z$  не может быть больше единицы, отношение  $m/k$  в случае резонансов принимает значения: 1 (простой резонанс), 1/2 (полуцелый резонанс), 2/3 (рассматриваемый случай резонанса третьего порядка).

Первые два резонанса характерны тем, что частота колебаний для них не зависит от амплитуды, и, как следствие этого, частицы с различными начальными амплитудами вступают в резонанс при одинаковой расстройке. Этим, в частности, объясняется применение полуцелого резонанса для быстрого ( $\sim 10^{-4}$  сек) вывода<sup>/9/</sup>. Нелинейные резонансы (например, резонанс с  $\nu_z = 2/3$ ) имеют зависимость частоты колебаний от амплитуды. Следствием этого является различная ширина резонансной полосы для частиц с разными начальными амплитудами, т.е. в тот момент, когда частицы с большими амплитудами радиальных колебаний вступают в резонанс, частицы с меньшими амплитудами остаются еще устойчивыми. Последнее обстоятельство, а также большая скорость нарастания амплитуд (быстрее, чем по экспоненте), делают предпочтительным использование этих резонансов для медленного вывода периферического пучка. Для создания резонансных условий, соответствующих резонансу  $\nu_z = 2/3$ , необходимо:

- а) введение второй амплитудной гармоники возмущения,
- б) изменение частоты бетатронных колебаний до значения, когда выполняется равенство  $\nu_z = \frac{2 \text{ рад. кол.}}{3 \text{ оборота}}$ .

Действие возмущения в процессе развития резонанса радиальных бетатронных колебаний  $\nu_r = 2/3$  состоит в попеременном усилении и ослаблении возвращающей силы  $(1-n)T$ , что можно представить в виде  $n = n_0 + \Delta n(r, \theta)$ . Если  $\Delta n(r, \theta) = \left(\frac{dn}{dr}\right)_{1,2} r$ ;  $\left|\frac{dn}{dr}\right| = \text{const}$  и, для определенности,  $\left(\frac{dn}{dr}\right)_I > 0$  в I и II квадрантах и  $\left(\frac{dn}{dr}\right)_2 < 0$  во II и IV квадрантах, то это приводит к появлению переменной добавочной возмущающей силы, направленной наружу для нечетных и внутрь для четных квадрантов ускорителя. Если такое возмущение введено в поле ускорителя, но частота радиальных бетатронных колебаний далека от  $2/3$ , резонанс не наступает. Последующее снижение  $n_0$  приводит к тому, что частота колебаний частиц приближается к резонансному значению, а амплитуды быстро нарастают.

На рис. 1 схематически показаны три периода ускорителя с чередованием возмущения в квадрантах и траектория частицы, для которой частота радиальных бетатронных колебаний близка к  $\nu_r = 2/3$ . Нетрудно видеть, что частота чередования возмущения кратна частоте радиальных бетатронных колебаний в отношении 3:1.

Качественное рассмотрение радиальных бетатронных колебаний на фазовой плоскости дает наглядную картину поведения частиц в окрестности резонанса  $\nu_r = 2/3$ . (Рис. 2). При некоторой фиксированной расстройке  $\Delta\nu_r = \nu_r - 2/3$  и выбранной величине  $dn/dr$  на фазовой плоскости существуют области устойчивого движения, в которых фазовые траектории представляются замкнутыми кривыми, и область неустойчивого движения, в которой фазовые траектории уходят на бесконечность. Границей этих областей является треугольник с вершинами в точках неустойчивого равновесия, частота радиальных бетатронных колебаний в которых точно равна  $2/3$ .

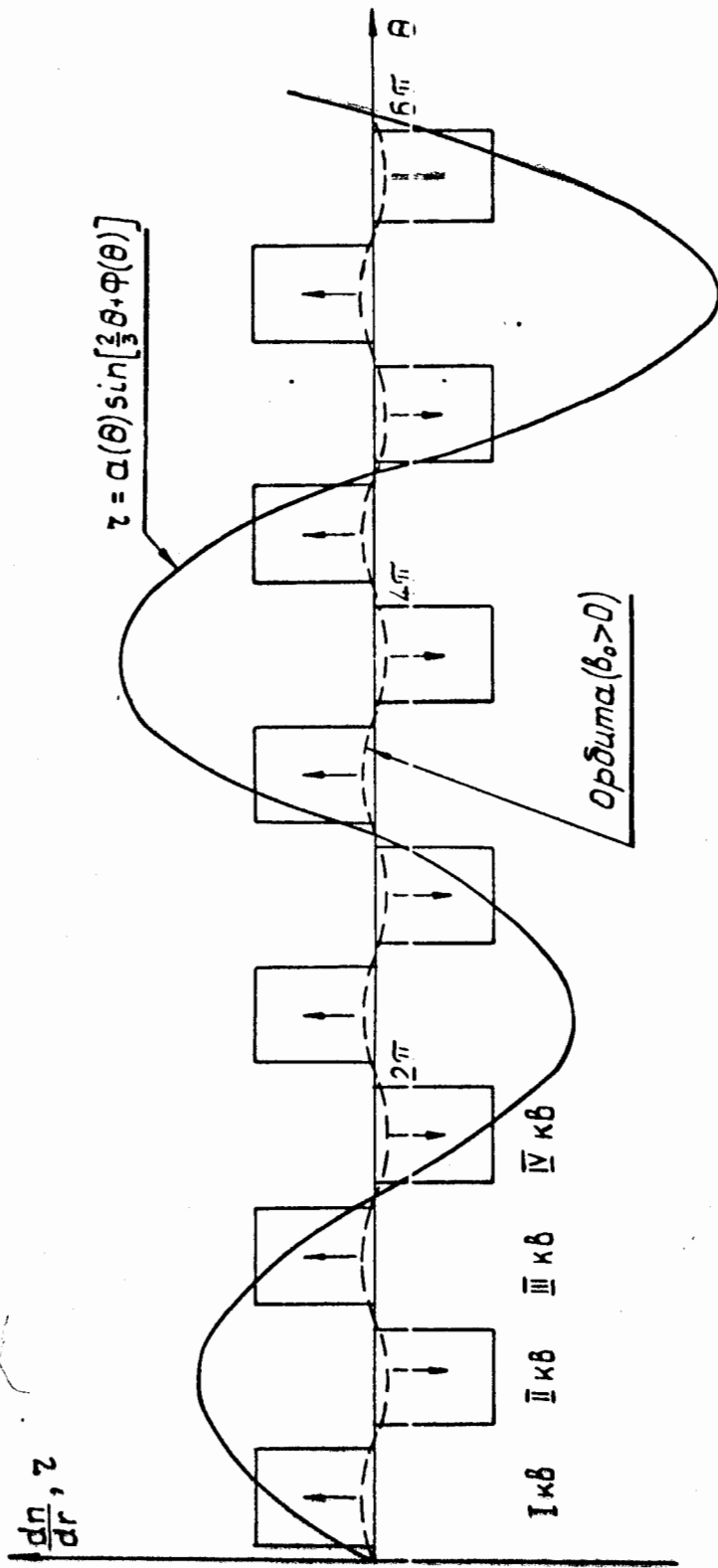


Рис. 1. Траектория протона на протяжении 3-х оборотов в условиях резонанса  $\nu_p = 2/3$ .



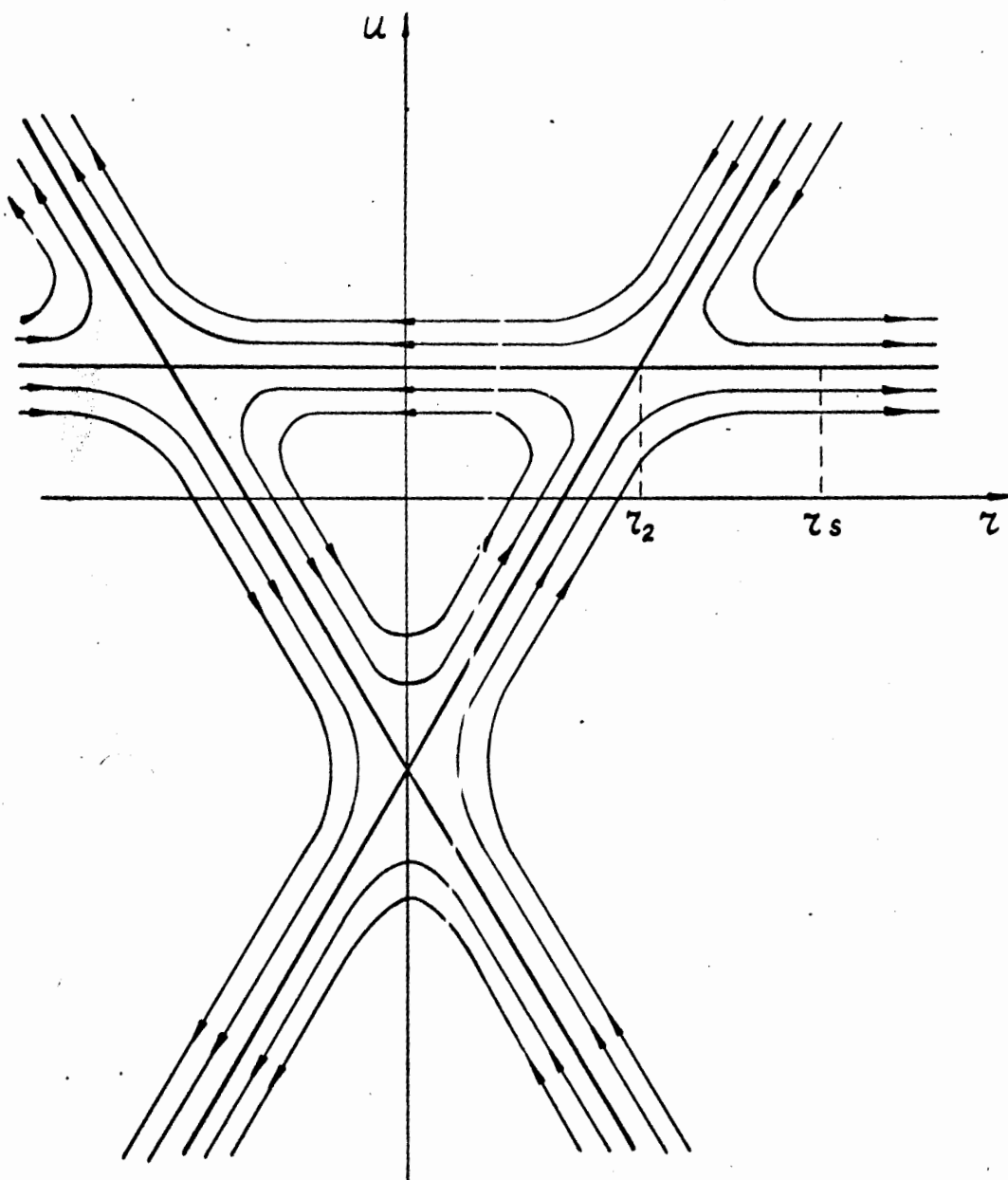


Рис. 2. Область устойчивости и фазовые траектории в окрестности резонанса  $\nu_R = 2/3$ .

среднего показателя поля в машине /4, II/ объясняется появлением второй гармоники в искажении орбиты (рис. 1), фаза которой такова, что частицы при своем движении проходят в квадрантах значения  $n$  большее, чем на  $R_0$ . Это объяснение было подтверждено аналитически (гл. II, I) и численными расчетами (гл. III, 2).

Кроме того, искаженные орбиты дают при выводе дополнительный угол пучка, направленный внутрь ускорителя, что приводит к нежелательному увеличению отклоняющего поля в септум-магните.

Для устранения дипольной компоненты по краям полюсов ускорителя проложены проводники с обратным направлением токов (рис. 3), последовательно включенные с рабочими проводниками, аналогично /12/.

Система полюсных обмоток для создания резонансного квадратичного возмущения при медленном выводе в дальнейшем носит название РОМ-2.

Полюсные обмотки, расположенные на  $\gamma = \pm 10$  см и  $\gamma = \pm 30$  см, которые служат для изменения среднего значения  $n$  в ускорителе, названы РОМ-1 (Рис. 3).

Введение пучка в резонанс в реальных условиях может осуществляться, как изменением  $n$  до  $n_{рез}$ , так и увеличением квадратичного возмущения от нуля до величины, определяемой положением и шириной зазора формагнита. Величина заброса на данном радиусе возрастает с ростом квадратичного возмущения.

Нами рассмотрен следующий способ возбуждения резонанса: вначале квадратичное возмущение возрастает от нуля до величины, определяемой глубиной заброса, а затем показатель поля сдвигается от рабочей точки к  $n_{рез}$ . В данном случае эффективность в процессе вывода остается практически постоянной, а средний угол пучка на входе в формагнит изменяется во времени. Длительность вывода определяется скоростью изменения  $n$  и шириной резонансной полосы для максимальных амплитуд циркулирующего пучка.

Расположение оборудования системы медленного вывода показано на рис.4. Поскольку одним из основных требований к системе вывода является высокая эффективность, толщину септума выводного магнита и, следовательно, угол отклонения в нем необходимо свести к минимуму. Поэтому была выбрана система транспортировки пучка внутри ускорителя, состоящая из двух ступеней. В этом случае толщина септума магнита первой ступени (формагнита) определяется его радиальным положением и радиальным положением магнита второй ступени (основного магнита). Во время вывода пучка формагнит располагается на  $\gamma \leq 40$  (см.гл.Ш,3) и поэтому должен быть подвижным.

В соответствии с направлением пучка в сторону малого измерительного навильона, формагнит установлен во второй прямолинейной секции ускорителя (рис.4). Это определяет фазу гармоника квадратичного возмущения, чтобы обеспечить максимум отклонения на азимуте формагнита. Основной магнит, который сделан неподвижным, не может находиться от центра камеры на расстоянии меньшем, чем инфлекторные пластины ( $\gamma = +70$  см). Для фокусировки пучка в горизонтальной плоскости в каждую из ступеней входит квадрупольная линза. Система внешней транспортировки включает в себя два дублета, состоящих из линз 20 К 100 А и 20 К 200 А, которые позволяют получить изображение на расстоянии 2,5 м и более от выхода из последней линзы.

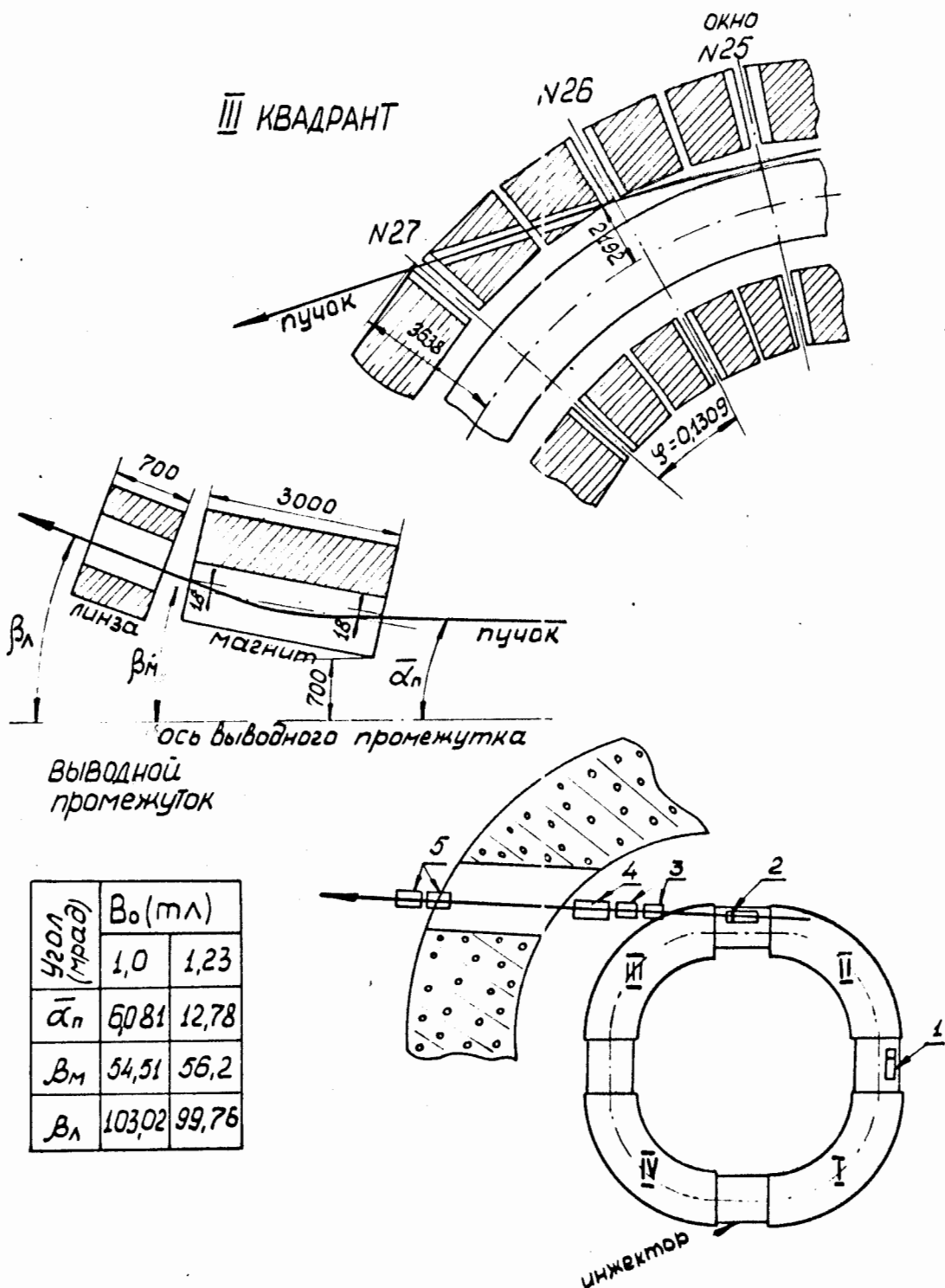


Рис. 4. Расположение оборудования системы вывода. 1 - форм-магнит и форлинза; 2 - основной магнит и линза; 3 - дублет линз 20К100 системы внешней транспортировки; 4 - магнит СП-12; 5 - дублет линз 200К200А.

## II. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РЕЗОНАНСНОЙ СИСТЕМЫ

### I. Уравнение движения при резонансе $\nu_z = 2/3$ .

Уравнение бетатронных колебаний в плоскости  $Z = 0$  с учетом членов, ответственных за резонанс  $\nu_z = 2/3$ , имеет вид:

$$\gamma'' + \nu_z^2 \gamma = - \frac{4}{\pi} \frac{R_{zz}}{B_{zz}} (b_0 + b_2 \gamma^2 + b_4 \gamma^4) \sin 2\theta, \quad (4)$$

где в гладком приближении  $|12|$ :

$\theta$  - азимут,

$R_{zz} = R_0 I$  - сглаженный центральный радиус,

$\gamma = R - R_{zz}$  - отклонение от центрального радиуса,

$I = 1 + \frac{2L}{\pi R_0}$  - коэффициент рейстречности,

$B_{zz} = \frac{B_0 R_0}{R_{zz}} \cdot Z \cdot \alpha$  - проекция магнитного поля на радиусе  $R_{zz}$

$R_0$  - центральный радиус в квадранте ускорителя,

$B_0 \cdot Z \cdot \alpha$  - проекция магнитного поля на радиусе  $R_0$ ,

$L$  - длина прямолинейного промежутка,

$b_0, b_2, b_4$  - соответственно дипольное, секступольное и октупольное возмущения в магнитном поле ускорителя.

Связь между собственной частотой радиальных бетатронных колебаний  $\nu_z$ , соответствующей, линейной системы и показателем поля  $n$  дается формулой

$$\nu_z = \sqrt{(1-n)I} \quad (5)$$

Вклад секступольного возмущения

$$\Delta B_z = \frac{4}{\pi} b_2 \gamma^2 \sin 2\theta \quad (6)$$

в разложение показателя поля

$$n(\gamma) = \sum_{k=0}^{\infty} n_k \gamma^k \quad (7)$$

где  $n_k = \frac{1}{k!} \frac{d^k n}{d\gamma^k}$ ,

описывается членом  $\delta n_1 \gamma \sin 2\theta$ , здесь

$$\delta n_1 = - \frac{R_{\text{ш}}}{B_{\text{ш}}} \frac{d^2(\Delta B_z)}{d\gamma^2} = - 2 \frac{4}{\pi} \frac{R_{\text{ш}}}{B_{\text{ш}}} b_2$$

Обозначим  $K_m = \frac{4}{\pi} \frac{R_{\text{ш}}}{B_{\text{ш}}} b_m$ , тогда

$$n_1 = - 2 K_2 \quad (8)$$

Искажение замкнутой орбиты <sup>1/13/</sup>, вызываемое присутствием второй гармоники дипольного возмущения в правой части уравнения (4)

имеет вид:

$$\gamma_{p.o.} = \frac{K_0}{4 - I(1 - n)} \sin 2\theta; \quad (9)$$

$$\gamma'_{p.o.} = \frac{2 K_0}{4 - I(1 - n)} \cos 2\theta$$

Оно приводит к смещению показателя поля, которое можно оценить аналитически, усредняя  $\delta n$  за один оборот с учетом зависимостей

(8) (9):

$$\delta n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} n_1 \gamma_{p.o.} \sin^2 \theta d\theta = - \frac{K_0 K_2}{4 - I(1 - n)} \quad (10)$$

Для синхротрона  $R_{\text{ш}} = 3309$  см и  $B_{\text{ш}} = 10677,8$  Гс, что при

$\gamma_c = 2/3$ ,  $K_0 = 3,946$  см и  $K_2 = 0,00296$  см (см. ниже) дает  $\delta n = 0,00329$ .

Связь между расстройкой в частоте  $\Delta \gamma_c$  и расстройкой в показателе поля  $\Delta n$  выражается формулой

$$\Delta \gamma_c = - \frac{3}{4} I \Delta n \left( 1 + \frac{91 K_0 K_2}{1024} \right) \quad (11)$$

В нашем случае <sup>членом</sup>  $\frac{91 K_0 K_2}{1024}$  в силу его малости можно пренебречь.

## 2. Анализ устойчивости движения.

Рассмотрим уравнение бета-тронных колебаний в окрестности устойчивого равновесия:

$$\gamma'' + \gamma_c \gamma = - (K_2 \gamma^2 + K_4 \gamma^4) \sin 2\theta \quad (12)$$

Решение будем искать в виде

$$\gamma = a(\theta) \sin \left[ \frac{2}{3} \theta + \phi(\theta) \right] \quad (13)$$

Укороченные уравнения <sup>144/</sup> для амплитуды  $a$  и фазы  $\phi$  имеют вид:

$$\frac{da}{d\theta} = - \left( \frac{3}{16} K_2 a^2 + \frac{9}{64} a^4 \right) \sin 3\phi \quad (14)$$

$$\frac{d\phi}{d\theta} = - \frac{3}{11} I \Delta n - \left( \frac{3}{16} K_2 a + \frac{16}{64} K_4 a^3 \right) \cos 3\phi - \frac{9}{16} n_2 a^2$$

Здесь мы не будем рассматривать влияние членов  $K_4$  и  $n_2$  на резонанс третьего порядка, т.к. этот вопрос хорошо изучен применительно к синхрофазотрону в работе /13/.

С учетом зависимости (13) следующей заменой переменных

$$\chi = a \sin \phi ; \quad \psi = a \cos \phi$$

в уравнениях (14) перейдем к декартовой системе координат:

$$\frac{d\chi}{d\theta} = \frac{3}{16} K_2 (\chi^2 - \psi^2) - \frac{3}{4} I \Delta n \psi \quad (15)$$

$$\frac{d\psi}{d\theta} = -\frac{3}{16} K_2 2\chi\psi + \frac{3}{4} I \Delta n \chi$$

Система дифференциальных уравнений (15) описывает фазовые траектории в плоскости  $(\chi, \psi)$ , где  $\chi$  - отклонение от  $R_{21}$ ,

$\psi = \frac{\chi'}{\sqrt{(1-n)I}}$  - приведенный угол.

Приравняв правые части этих уравнений нулю и решая алгебраическую систему уравнений, получим координаты точек неустойчивого равновесия:

$$\chi_1 = 0 ; \quad \psi_1 = -4 \frac{\Delta n I}{K_2} ; \quad (16)$$

$$\chi_{2,3} = \pm 2\sqrt{3} \frac{\Delta n I}{K_2} ; \quad \psi_{2,3} = 2 \frac{\Delta n I}{K_2}$$

Площадь треугольника (область устойчивости) с вершинами в этих точках равна

$$S = 12\sqrt{3} \left( \frac{\Delta n I}{K_2} \right)^2 \quad (17)$$

На рис. 2 показана область устойчивости и фазовые траектории в окрестности точек равновесия для  $\Delta n > 0$ .

### 3. Связь между величиной секступольного возмущения и радиальным положением септума.

Укороченные уравнения для случая движения представляющей точки по прямой  $\psi = 2 \frac{\Delta n I}{K_2}$  имеют вид:

$$\frac{d\chi}{d\theta} = \frac{3}{16} K_2 (\chi^2 - \chi_2^2) ; \quad \frac{d\psi}{d\theta} = 0 , \quad (18)$$

где  $\chi_2 = 2\sqrt{3} \frac{\Delta n I}{K_2}$  (см. Рис. 2)

В момент, когда кривая, ограничивающая заполненную фазовую область, трансформируется в треугольник, площадь которого в плоскости  $(\gamma, \gamma')$  равна

$$S = 12 \sqrt{3} \left( \frac{\Delta n_H I}{K_2} \right)^2 \sqrt{(1-n_H)I} \quad (22)$$

начинается вывод.

Максимальную расстройку  $\Delta n$ , соответствует началу вывода, определим из равенства площадей формул (21,22)

$$\pi a_0^2 \sqrt{(1-n_0)I} = 12 \sqrt{3} (\Delta n_H I / K_2)^2 \sqrt{(1-n_H)I} \quad (23)$$

Полагая в равенстве (23)  $\sqrt{\frac{1-n_0}{1-n_H}} \approx 1$ , получим

$$\Delta n_H = n_H - n_{рез.} = \sqrt{\pi} a_0 K_2 / 2 \sqrt[4]{27} \quad (24)$$

Для наибольших амплитуд радиальных бетатронных колебаний в конце ускорения  $a_0 = 6$  см и  $K_2 = 0,00296$  см<sup>-1</sup>,  $\Delta n_H = 0,0069$ .

Резонансное значение показателя поля  $n_{рез.}$  найдем из формулы (5)

$$n_{рез.} = 1 - \frac{4}{9I} = 0,624$$

Тогда  $\Delta n_H = \Delta n_H + n_{рез.} = 0,6309$

Из формул (16,19a) оценим максимальный угловой разброс и эмитанс на входе в формагнит

$$\alpha_H = 2 \Delta n_H \sqrt{(1-n_H)I} / (R_{zm} + r_s) K_2 \quad (25)$$

$$\varepsilon \approx \int \Delta \alpha d\alpha = \frac{9\pi \sqrt{(1-n_H)I} \Delta n_H}{4(R_{zm} + r_s)} \left[ \alpha_s^2 - \left( \frac{2I \Delta n_H}{K_2} \right)^2 \right] \quad (26)$$

Для полученных значений параметров резонансной системы  $\alpha_H \approx 0,92I$  мрад;  $\varepsilon \approx I4$  см мрад.

Используя (19a) и принимая, что плотность частиц на данном радиусе обратно пропорциональна приросту амплитуды за три оборота, получим выражение для эффективности вывода

$$E_f = 1 - \int_{\gamma_s}^{\gamma_s + \delta} \frac{\delta}{9\pi} \frac{d\gamma}{K_2(\gamma^2 - \gamma_2^2)} / \int_{\gamma_s}^{\gamma_s + 9\pi K_2(\gamma_s^2 - \gamma_2^2)/\delta} \frac{\delta}{9\pi} \frac{d\gamma}{K_2(\gamma^2 - \gamma_2^2)}$$

где  $\delta$  - толщина септума формагнита.

После преобразований получим

$$E_f = 1 - \frac{\delta}{9\pi} \frac{\delta}{K_2(\gamma_s^2 - \gamma_2^2)}$$

Подставляя  $\delta = 0,3$  см,  $K_2 = 0,00296$  см<sup>-1</sup>,  $\gamma_s = 35$ ,  $\gamma_2 = 0$ , получим

$$E_f = 0,976.$$



### III. ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ РЕЗОНАНСНОЙ СИСТЕМЫ

#### И ХАРАКТЕРИСТИК ПУЧКА

##### I. Метод расчета и программы на ЭВМ.

Параметры разработанной резонансной схемы вывода и характеристики пучка рассчитаны на ЭВМ (цикл программ на ФОРТРАНе).

Поле ускорителя  $B_z$ , в котором присутствует вторая гармоника квадратичной зависимости  $B_z$  от  $\gamma$ , имеет вид:

$$B_z = B_{z\text{осн}} + (b_0 + b_2 \gamma^2) \sin 2\theta \quad (27)$$

где  $B_{z\text{осн}}$  невозмущенное поле ускорителя;  $b_0$  и  $b_2$  определяются токами в проводниках системы полюсных обмоток РОМ2.

Чтобы определить влияние отдельных факторов на поведение пучка при резонансе, вначале был рассмотрен вариант круговой машины с  $n(R) = \text{const}$ , затем была учтена рейстречность, зависимость  $n(R)$  и, наконец, выполнено моделирование движения пучка в реальных условиях.

В случае показателя поля постоянного по радиусу:

$$B_{z\text{осн}} = B_0 \left( \frac{R_0}{R} \right)^n \quad (28)$$

В данном расчете использовалось уравнение движения частицы в горизонтальной плоскости с точностью до вторых степеней  $\gamma/R_0$  (программа *RESNT*):

$$\frac{d^2 \gamma}{d\theta^2} = (n-1)\gamma - \frac{R_0}{B_0} (b_0 + b_2 \gamma^2) \left( \frac{2\gamma}{R_0} + 1 \right) \sin 2\theta \quad (29)$$

Программа *RESNT* позволяет также учитывать наличие прямых промежутков ускорителя и реальное распределение  $n(\gamma)$ , представленное степенным рядом:

$$n = n_0 + n_1 \gamma + n_2 \gamma^2 + n_3 \gamma^3 + \dots \quad (30)$$

Для определения областей стабильного движения в зависимости от величины показателя поля ускорителя была использована программа *FIXPNT /15/*, определяющая с помощью итеративного процесса точки на фазовой плоскости, в которых перемещение представляющей точки вдоль фазовой траектории имеет минимум равный нулю.

Моделирование движения протона с учетом вклада поля от проводников полюсных обмоток производилось по программе *MFIELD* (1). В этой программе использовались полные уравнения движения, а также учитывалось реальное распределение  $B_{z\text{оч}}(R)$  и структура синхротрона. Поле в квадрантах ускорителя принято азимутально-однородным с эффективной длиной  $\lambda/2$ . Программа *MFIELD* суммирует поле заданного числа проводников полюсных обмоток и учитывает изменение тока в них во времени.

Исследование формы поля, создаваемого проводниками полюсных обмоток и выбор поля, требуемой конфигурации, производилось с помощью вспомогательной программы *QUADR*.

## 2. Расчеты для упрощенных моделей ускорителя в любых резонансных условиях

Зависимости скорости развития резонанса  $\nu_r = 2/3$  от величины  $b_2$ , расстройки  $\Delta n = n - n_{\text{пр}}$  и амплитуды были получены впервые для круговой машины в идеальных условиях при  $n$  постоянном во времени. На рис. 5 показана зависимость номера оборота, на котором частица достигает  $R_0 \pm 60$  см от величины  $b_2$ . Здесь взята начальная амплитуда  $a_0 = 6$  см и  $n = 5/9$ . При тех же условиях частице с начальной амплитудой  $a_0 = 0,2$  см требуется  $N = 11720$  оборота для выхода на указанные радиусы, т.е. для  $a = 5,8$  см время выхода  $\tilde{t}(a)$  соответствует  $N = 1133$  оборотам. При увеличении  $b_2$  в 2,5 раза время выхода сокращается в то же число раз.

Время, необходимое для выхода частиц на указанные радиусы, рассчитано также для фиксированной величины  $b_2 = 0,05 \text{ гс}^2/\text{см}^2$  и разных расстройках  $\Delta n$ . Результаты этих расчетов приведены в таблице I.

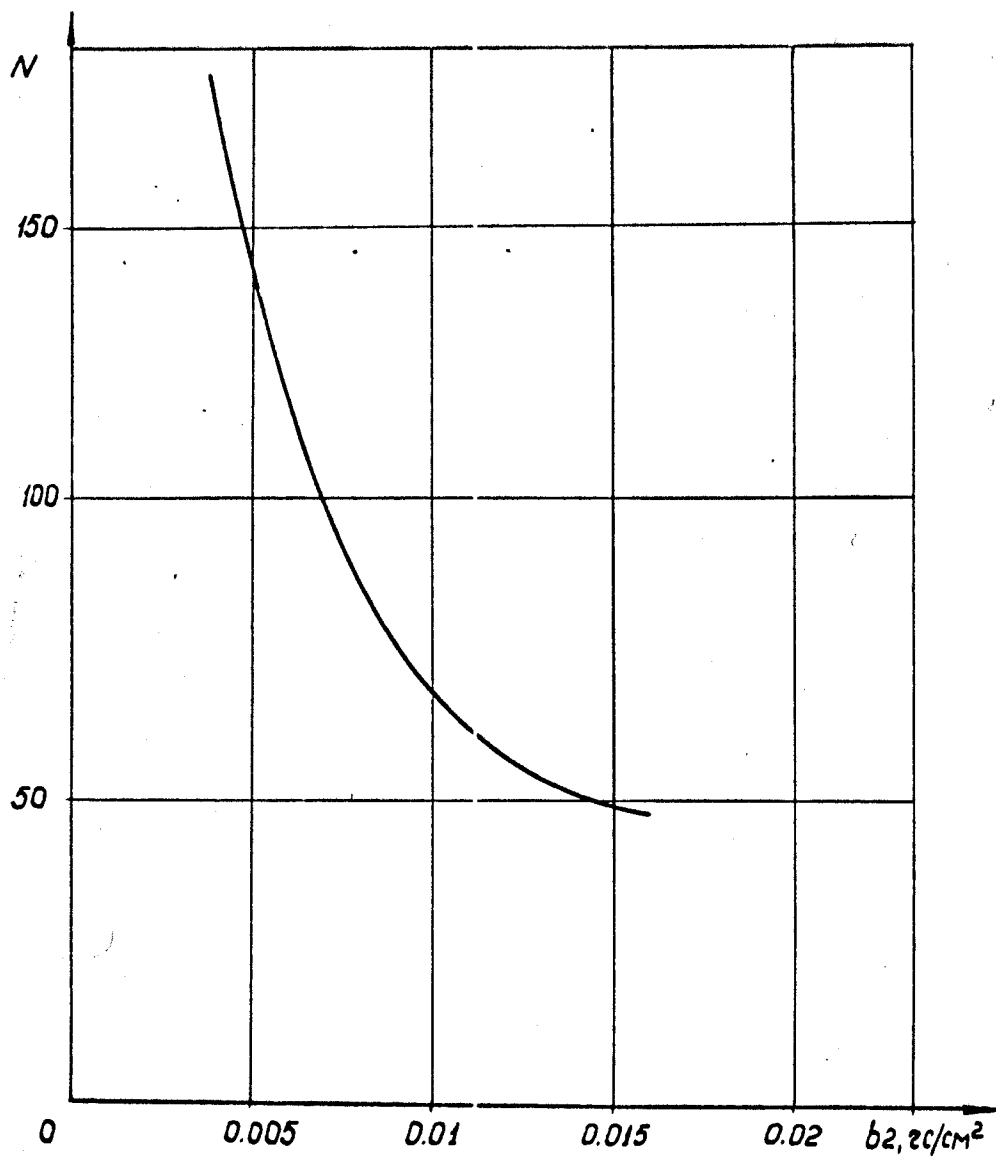


Рис. 5. Зависимость номера оборота, на котором протон выходит на радиус  $R_0 \pm 50$  см, от величины  $b_2$  для начальной амплитуды  $a = 6$  см.

Таблица I

$a_0, \text{см}$	Нижняя граница области устойчивости по $n$ .		Точный резонанс $\Delta n = 0$		Верхняя граница области устойчивости по $n$ .	
	$n$	$N$	$n$	$N$	$n$	$N$
0,2	0,5550034	1500	0,5555555	465	0,55666601	1412
6	0,539645894	138	0,5555555	15	0,58986429	61

При дальнейших расчетах была использована модель машины с прямолинейными промежутками, рассматриваемыми как свободное пространство, прямоугольной по азимуту формой возмущения в квадрантах  $n(R) = \text{const}$ .

На рис. 6 приведены области устойчивости на фазовой плоскости при  $b_0 = 0$ ,  $b_2 = 0,0075 \text{ гс/см}^2$  и различных фиксированных во времени  $n$ . Как видно из этого рисунка, при уменьшении  $n$  площадь области устойчивости  $S'$  уменьшается и равна нулю при  $n = 0,625$ , которое соответствует  $n_{\text{рез}}$ .

На рис. 7 показана зависимость  $S'$  от  $n$  при различных  $b_0$  и  $b_2 = 0,0075 \text{ гс/см}^2$ . Точка касания каждой кривой оси абсцисс соответствует  $n_{\text{рез}}$ . Таким образом изменение  $b_0$  смещает  $n_{\text{рез}}$  от 0,625 ( $b_0 = 0$ ) в ту или иную сторону. Расчеты показали, что в данных условиях изменение  $b_0$  на 20 гс снижает  $n_{\text{рез}}$  на  $\sim 0,005$ . Аналогичные расчеты показали, что при  $b_0 = 0$  изменение не смещает  $n_{\text{рез}}$ , а лишь изменяет площадь области устойчивости.

Выбор величины  $b_2$  производился из условия получения заброса  $\Delta z = 20 \text{ см}$  на входе формазита, расположенного на азимуте  $\theta = \pi/2$  и заданном радиусе. При этом в качестве начальных условий для программы *RESNT* использовался набор различных фаз для амплитуд  $a_0 = 2; 4$  и  $6 \text{ см}$ .

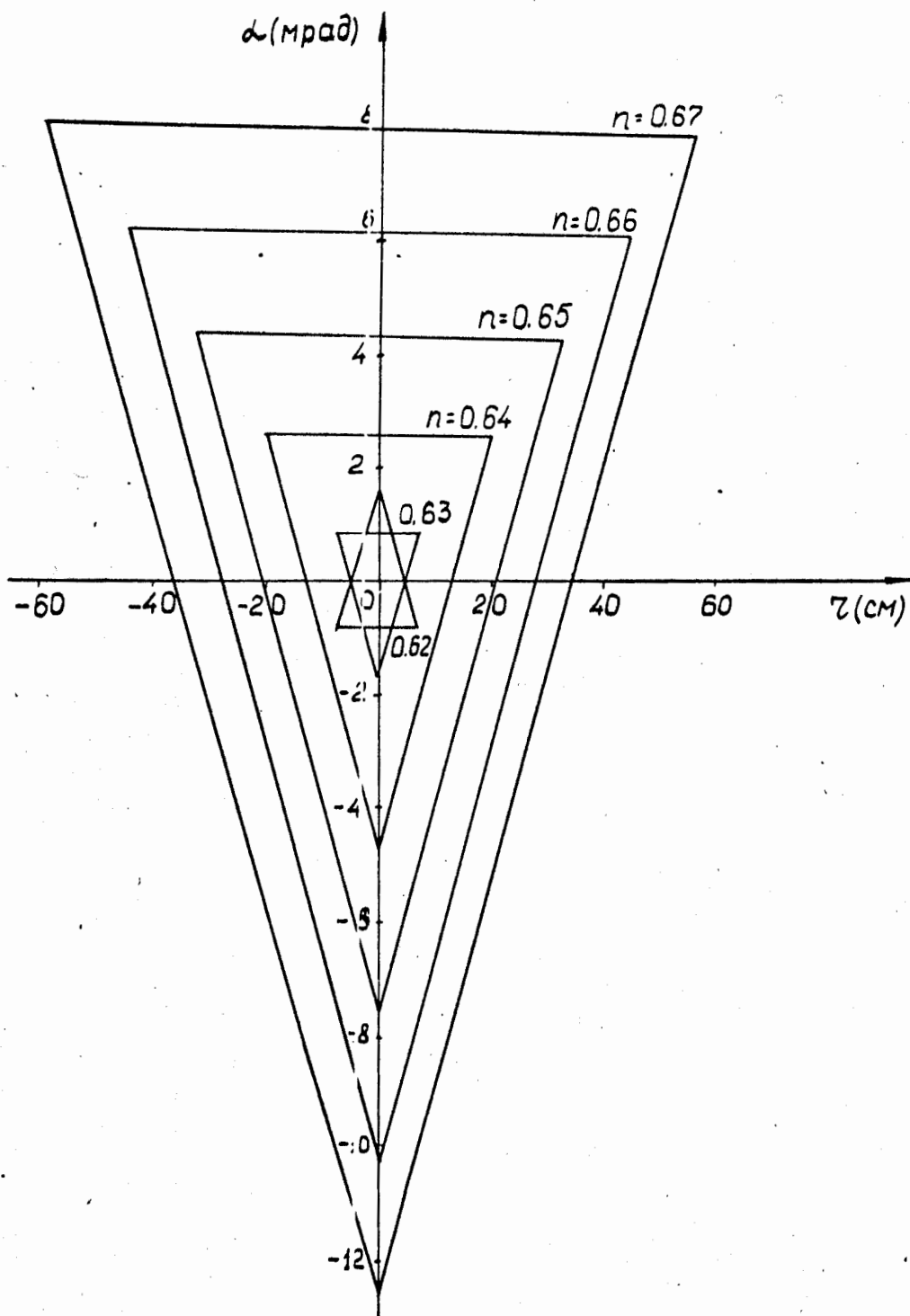


Рис. 6. Области устойчивости радиальных свободных колебаний при изменении  $n$  /  $v_0 = 0$ ,  $v_2 = 0,0075$  гс/см<sup>2</sup> /.

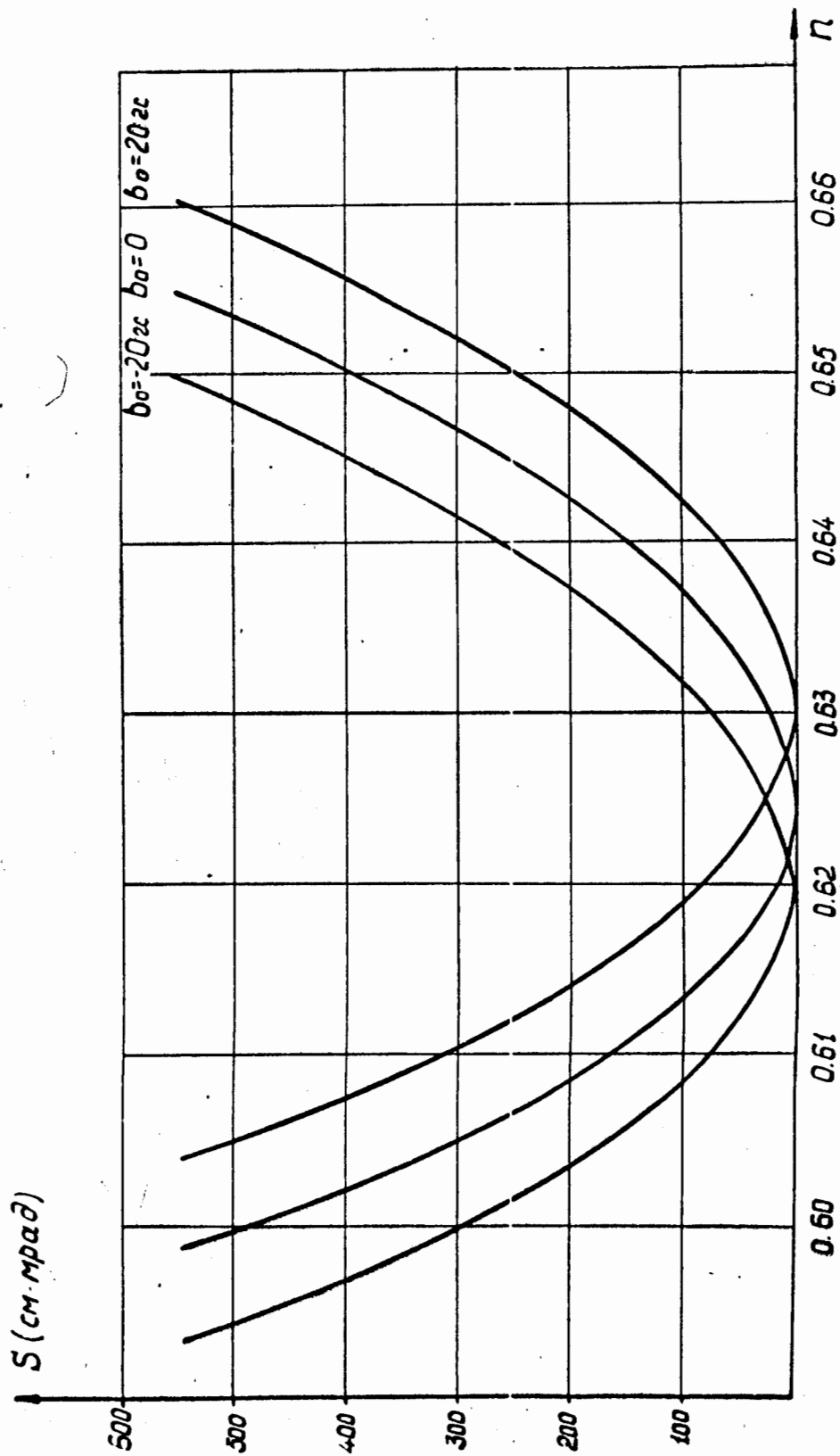


Рис. 7. Зависимость площади области устойчивости от  $\eta$  при различных  $b_0$  и  $B_2 = 0,0075$  гс/см<sup>2</sup>.

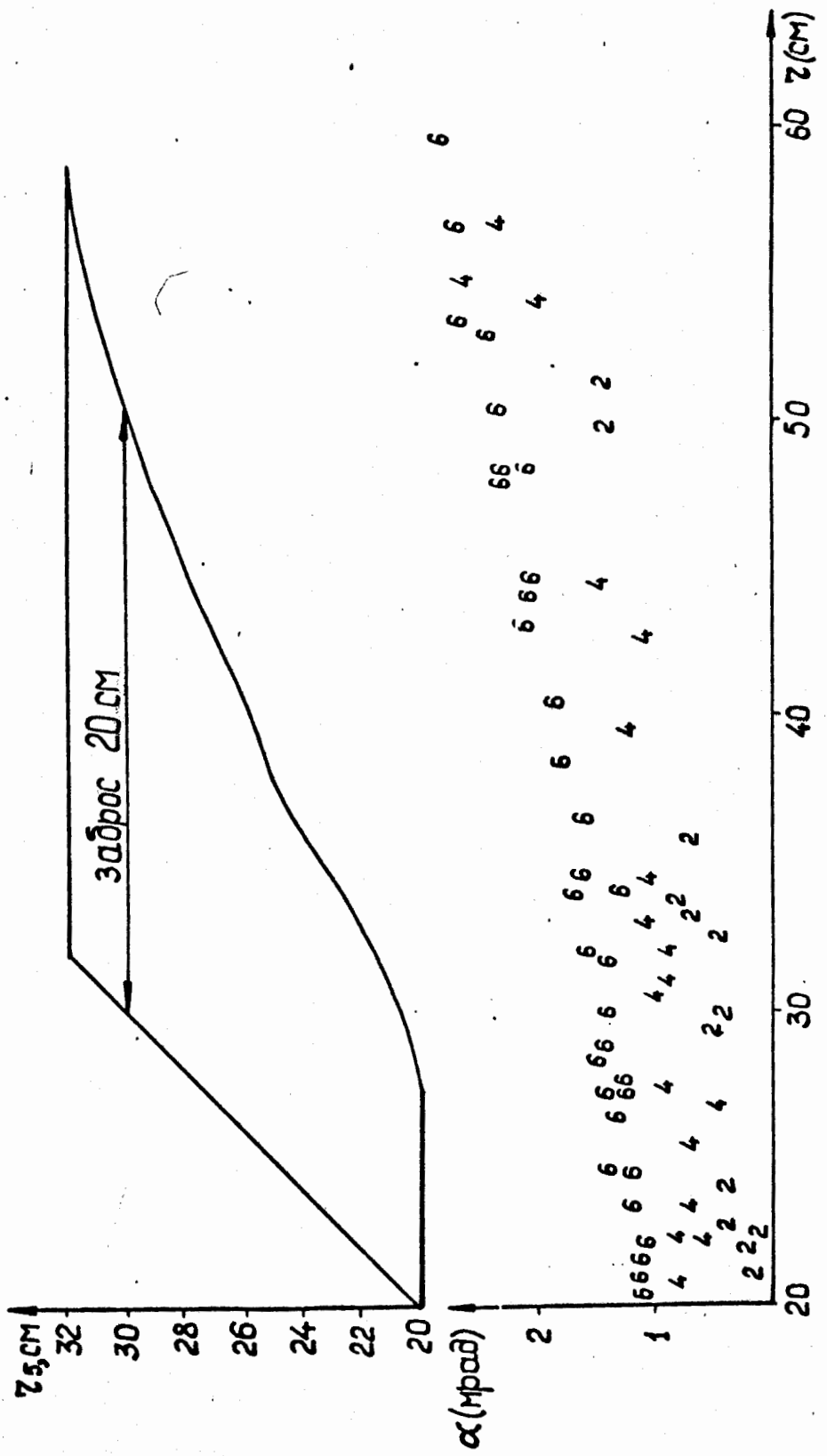
На рис. 8 проведено распределение пучка на фазовой плоскости на входе формагнита при  $b_0 = 0$ ;  $b_2 = 0,01$  гс/см<sup>2</sup> и  $\frac{dn}{dN} = 3 \cdot 10^{-5}$ . По оси абсцисс здесь отложено расстояние от  $R_0$ , по оси ординат угол в мрад. В верхней части рисунка показана зависимость  $\Delta \gamma$  от положения септума  $\gamma_s$ .

Указанная глубина заброса ( $\Delta \gamma = 20$  см) получена для  $\gamma_s = 30$  см.

На рис. 9 приведены те же зависимости для  $b_2 = 0,015$  гс/см<sup>2</sup>. Величине  $\Delta \gamma = 20$  см здесь соответствует  $\gamma_s = 21,8$  см. Из сравнения рис. 8 и 9 можно также видеть: а) влияние  $b_2$  на глубину заброса при фиксированном положении септума  $\gamma_s$ ; б) зависимость  $\gamma_s$  от  $b_2$  при фиксированном положении  $\Delta \gamma$ . Экстрополируя эти зависимости можно получить значение  $b_2$  для произвольных выбранных значений  $\gamma_s$  и  $\Delta \gamma$ .

Из приведенных рисунков следует также, что входной угол пучка для частиц данной амплитуды растет с радиусом ( $\frac{d\alpha}{dr} \approx 0,04$  мрад/см). Средний угол пучка  $\alpha_{cp}$  в процессе вывода уменьшается на  $\approx 1$  м рад при переходе от  $a = 6$  см к  $a = 2$  см. Импульсный разброс  $\Delta p \approx 2$  МэВ/с приводит к тому, что частицы, попадающие в формагнит в тот же момент времени, имеют угловой разброс  $\Delta \alpha \approx 0,05$  мрад. Эмитанс пучка в каждый момент времени с учетом указанного  $\Delta p$  составляет  $\approx 17$  мм.мрад. Введение в возмущение дипольного члена  $b_0$  уменьшает средний угол пучка на входе формагнита. Например, при  $b_0 = 18$  гс  $\alpha_{cp}$  уменьшается на  $\approx 1$  мрад.  $\alpha_{cp}$  может быть увеличен за счет дополнительных полюсных обмоток.

Расчеты показали, что при скоростях введения пучка в резонанс  $\frac{dn}{dN} = (5 \cdot 10^{-5} \div 5 \cdot 10^{-7})$  фазовые характеристики пучка для рассматриваемых нами случаев практически не изменяются. Проверено также, что при выборе начального значения  $n$ , от которого начинается сдвиг к  $n_{рез}$ , достаточно далеко от границ области неустойчивости ( $n > 0$ ), характеристики пучка не меняются.



- 25 -

Рис. 8. Сезонные характеристики и глубина заброса лучка на входе  
 формоглинта /  $v_0 = 0, v_2 = 0,01$  гс/см<sup>2</sup>,  $\frac{dH}{dt} = 3,2 \cdot 10^{-5}$  %.  
 Принятые обозначения:  $\epsilon$  - начальная амплитуда  $\epsilon = 6$  см,  
 $4 - a = 4$  см,  $2 - a = 2$  см.



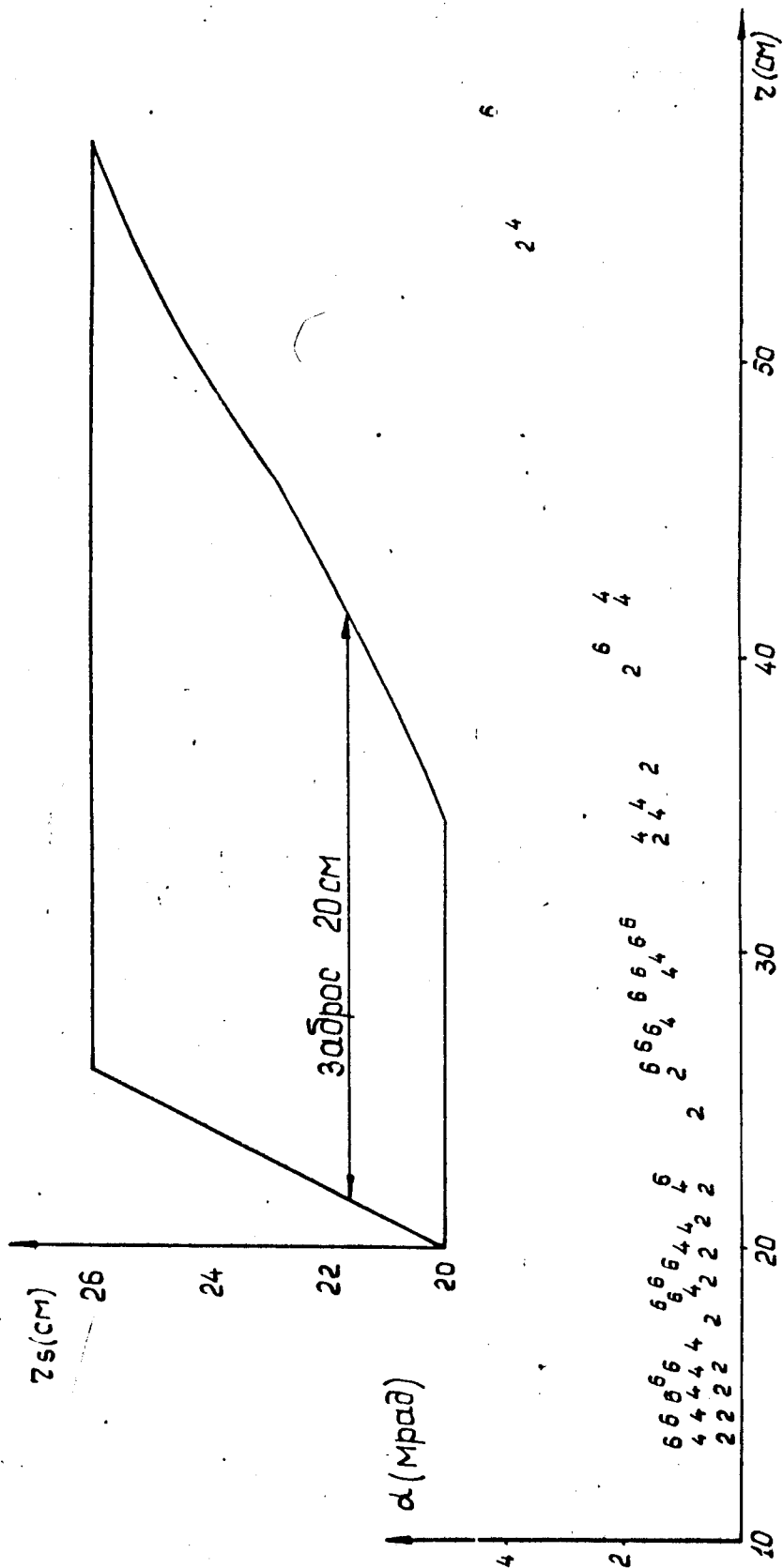


Рис. 9. Скоростные характеристики и глубина заброса для  $v_0 = 0$ ,  $v_2 = -0,015$  ГС/СМ<sup>2</sup> и  $v_4/v_0 = 3,2 \cdot 10^{-3}$ . Принятые обозначения: 6 - начальная амплитуда  $v = 6$  см, 4 -  $v = 4$  см, 2 -  $v = 2$  см.

Рис. 10 иллюстрирует стабилизирующее действие слагаемого  $b_{yx}^4 \sin 2\theta$  на движение частиц. При  $b_y \approx -3 \cdot 10^{-6}$  гс/см на фазовой плоскости возникают три области устойчивости. Если  $|b_y| \leq 5 \cdot 10$  гс/см этого явления в пределах интересующих нас радиусов не наблюдается.

Вышеприведенное исследование поведения пучка в условиях резонанса  $\nu_r = 2/3$  производилось при  $n(r) = \text{const}$ . Для оценки реального распределения  $n(r)$  (рис. II) эта функция была представлена в виде степенного ряда /30/.

Коэффициенты этого ряда имеют следующие значения:  $n_0 = 0,6723$ ,  $n_1 = 1,1502 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1}$ ,  $n_2 = 8,2896 \cdot 10^{-6} \text{ см}^{-2}$ ,  $n_3 = -6,5647 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_4 = -4,7105 \cdot 10^{-9} \text{ см}^{-4}$ ,  $n_5 = 3,6193 \cdot 10^{-10} \text{ см}^{-5}$ .

Расчеты по программе, учитывающей указанный степенной ряд, показали, что при прочих равных условиях, величина  $\Delta \gamma$  возрастает. Для получения  $\Delta \gamma = 20$  см при  $\gamma_s = 30$  см теперь потребовалось  $b_2 = -0,0075$  гс/см<sup>2</sup> вместо  $b_2 = -0,01$  гс/см<sup>2</sup> для  $n(r) = \text{const}$  (рис. 8 и рис. 12). На рис. 12 проиллюстрировано также изменение  $\Delta \gamma$  с увеличением  $\gamma_s$ . Нужно отметить, что средний угол пучка  $\alpha_{cp}$  несколько возрос, что вызвано учетом роста спада поля по  $\gamma$ , а изменение  $\alpha_{cp}$  во времени осталось попрежнему  $\sim 1$  мрад.

Полученные выше результаты позволили выбрать соотношения токов в проводниках полюсных обмоток систем возбуждения резонанса. Расположение четырех проводников системы РОМ-2 на  $\gamma = \pm 20; \mp 40$  на верхнем и нижнем полюсах магнита ускорителя создает возмущение, достаточно широкое по радиусу. Одинаковые токи в проводниках системы РОМ-2 при указанном расположении создают возмущение со значительной величиной составляющей  $b_y$ . Так, например, при  $b_2 = -0,01$  гс/см<sup>2</sup>  $b_y$  составляет  $2,3 \cdot 10^{-6}$  гс/см<sup>4</sup>, что оказывает заметное влияние на фазовые траектории пучка.

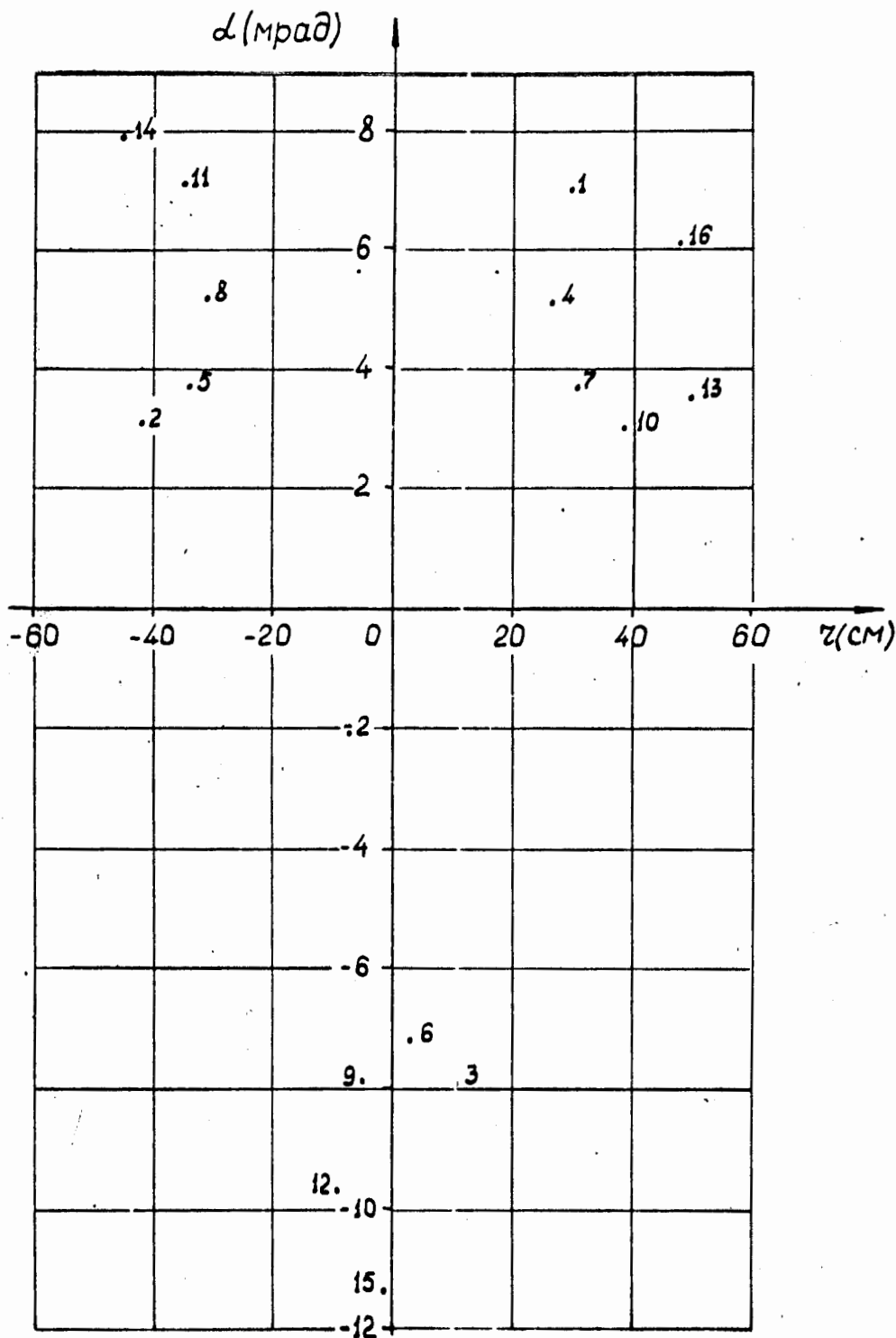
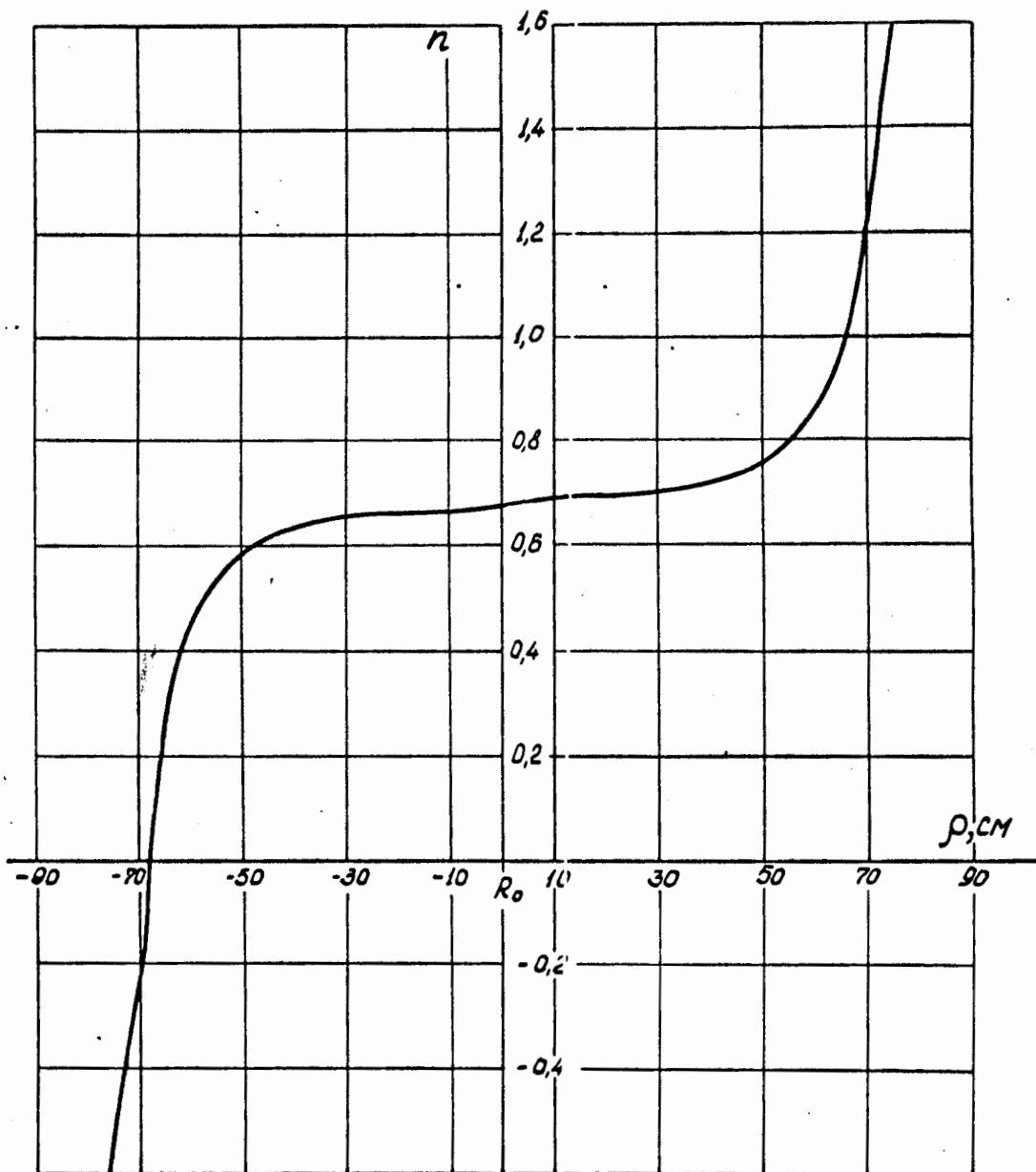


Рис. 10. Иллюстрация стабилизирующего действия  $v_4$   
 $v_4 = 3 \cdot 10^{-6}$  гс/см<sup>4</sup>,  $v_2 = -0,01$  гс/см<sup>2</sup> /.



**Рис. 11.** Зависимость показателя поля синхротрона ОИЯИ от радиуса /режим стола тока в системе питания ускорителя при индукции 10 кГс/.

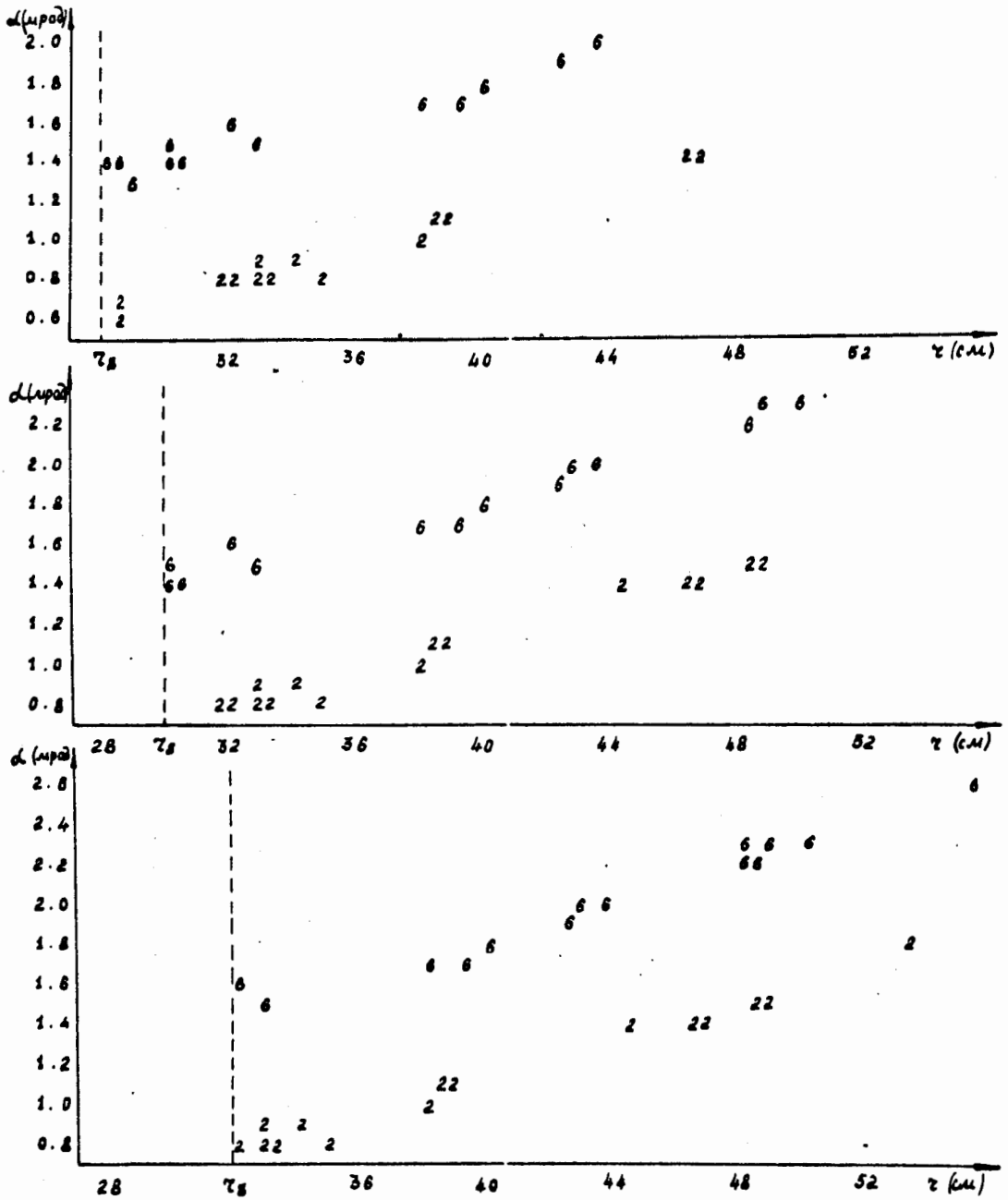


Рис. 12. Зависимость  $\Delta\tau$  от  $r$  /  $r_s = 28 \text{ см}, 30 \text{ см}, 32 \text{ см}$  / на фазовой плоскости с представлением  $\pi$  в виде ряда /  $b_0 = 0$ ,  $b_2 = -0,0075 \text{ гс/см}$ ,  $b_4 = 0$  /. Цифры на рисунке соответствуют величинам начальных амплитуд.

Для компенсации стабилизирующего действия члена  $b_4 \chi^4 \sin 2\theta$  были рассчитаны зависимости  $b_2$  и  $b_4$  от токов в резонансных обмотках РОМ-2  $I(R_0 \pm 20)$  и  $I(R_0 \pm 40)$  (Рис. I3а) и выбраны значения токов соответствующие  $b_2 = 0,01$  гс/см<sup>2</sup> и  $b_4 = 0$  (Рис. I3б). Из сопоставления рис. I3а и I3б можно получить нужное значение токов  $I(R_0 \pm 20)$  и  $I(R_0 \pm 40)$  для любого выбранного  $b_2$ . Из этих рисунков видно, что  $b_4 = 0$  при  $j = \frac{I(R_0 \pm 20)}{I(R_0 \pm 40)}$ . На рис. I4 приведено распределение  $\Delta n(\chi)$ , создаваемое проводниками системы РОМ-2 при  $j = 0,42$ , т.е. близкому к оптимальному. Видно, что  $\frac{dn(\chi)}{d\chi}$  почти линейно. Распределение  $\Delta n(\chi)$ , создаваемое проводниками системы РОМ-1, показано на рис. I5.

### 3. Моделирование резонансного движения пучка в реальных условиях.

Расчет траекторий был выполнен по программе *MFIELD* для  $V_0 = 10$  кэВ и проведено сравнение полученных результатов с выше приведенными.

На рис. I6 приведена фазовая траектория частицы с начальной амплитудой  $a = 6$  см, рассчитанная по программам *RESNT* и *MFIELD*. При этом  $b_0 = 0$ ,  $b_2 = -0,0075$  гс/см<sup>2</sup>,  $b_4 = 0$  (*RESNT*) и те же условия были взяты для программы *MFIELD* при  $j = 0,42$ . Из этого рисунка видно удовлетворительное совпадение результатов, полученных разными методами. Расхождение величин углов на больших радиусах связано с тем, что степенной ряд хуже описывает поле ускорителя с увеличением  $\chi$ . Из полученных результатов также видно, что пространственная неравномерность  $\Delta n(\chi)$  (рис. I5) не оказывает заметного влияния на фазовую траекторию для  $a \geq 1$  см.

Представление возмущения, создаваемого системой РОМ-2, степенным рядом показало, что, начиная с  $\chi = \pm 40$  см, даже при оптимальном значении  $j$  возрастает вклад от членов  $b_4, b_6$  и т.д.

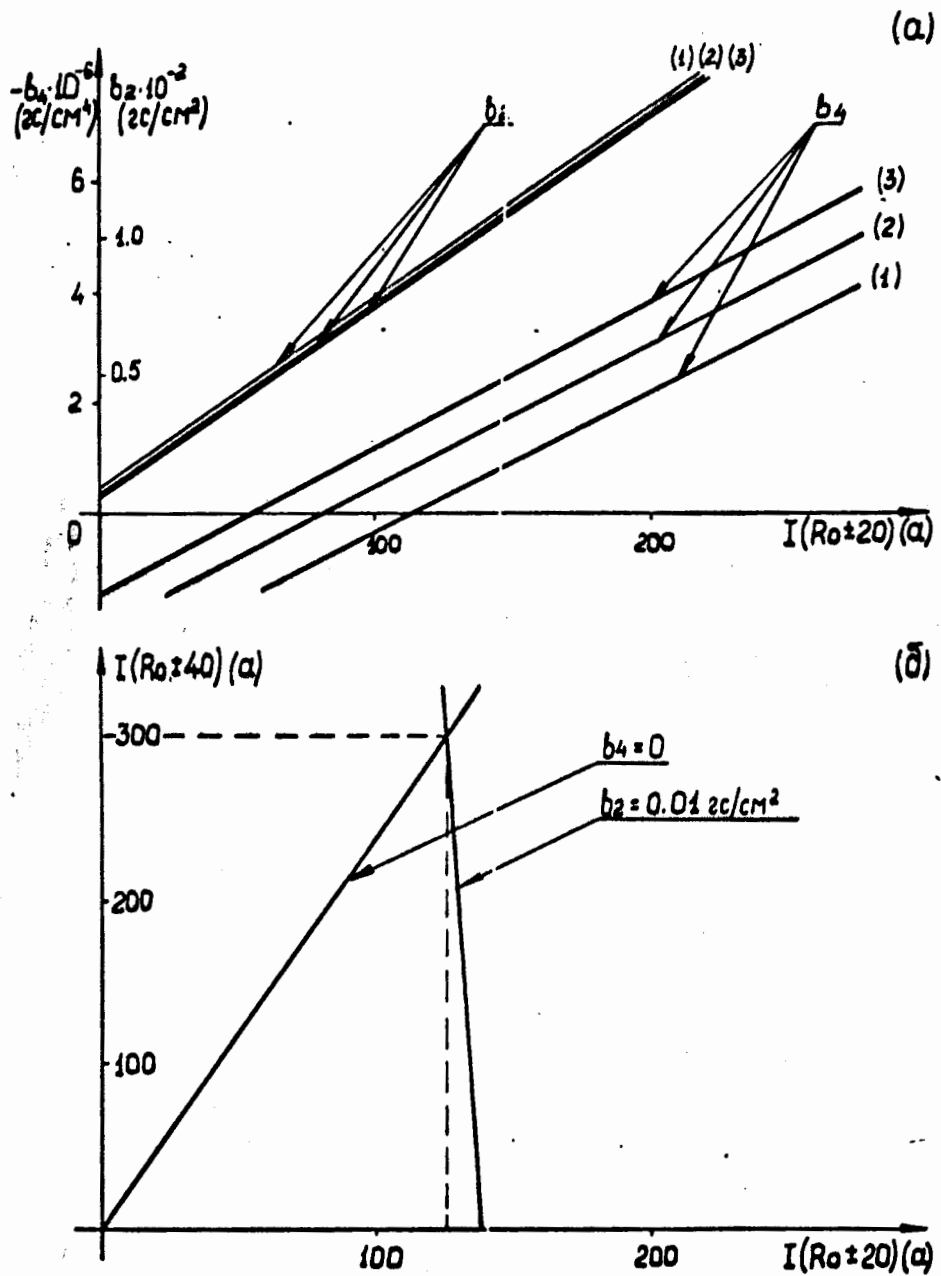


Рис. 13.

а/. Зависимость  $b_2$  и  $b_4$  от токов  $I(R_0 \pm 20 \text{ см})$  при различных значениях токов  $I(R_0 \pm 40 \text{ см})$ :  
 1 - 272 а, 2 - 204 а, 3 - 136 а.

б/. Зависимость  $I(R_0 \pm 40 \text{ см})$  от  $I(R_0 \pm 20 \text{ см})$  при фиксированных значениях  $b_2 = 0,001 \text{ гс/см}^2$  и  $b_4 = 0$ .

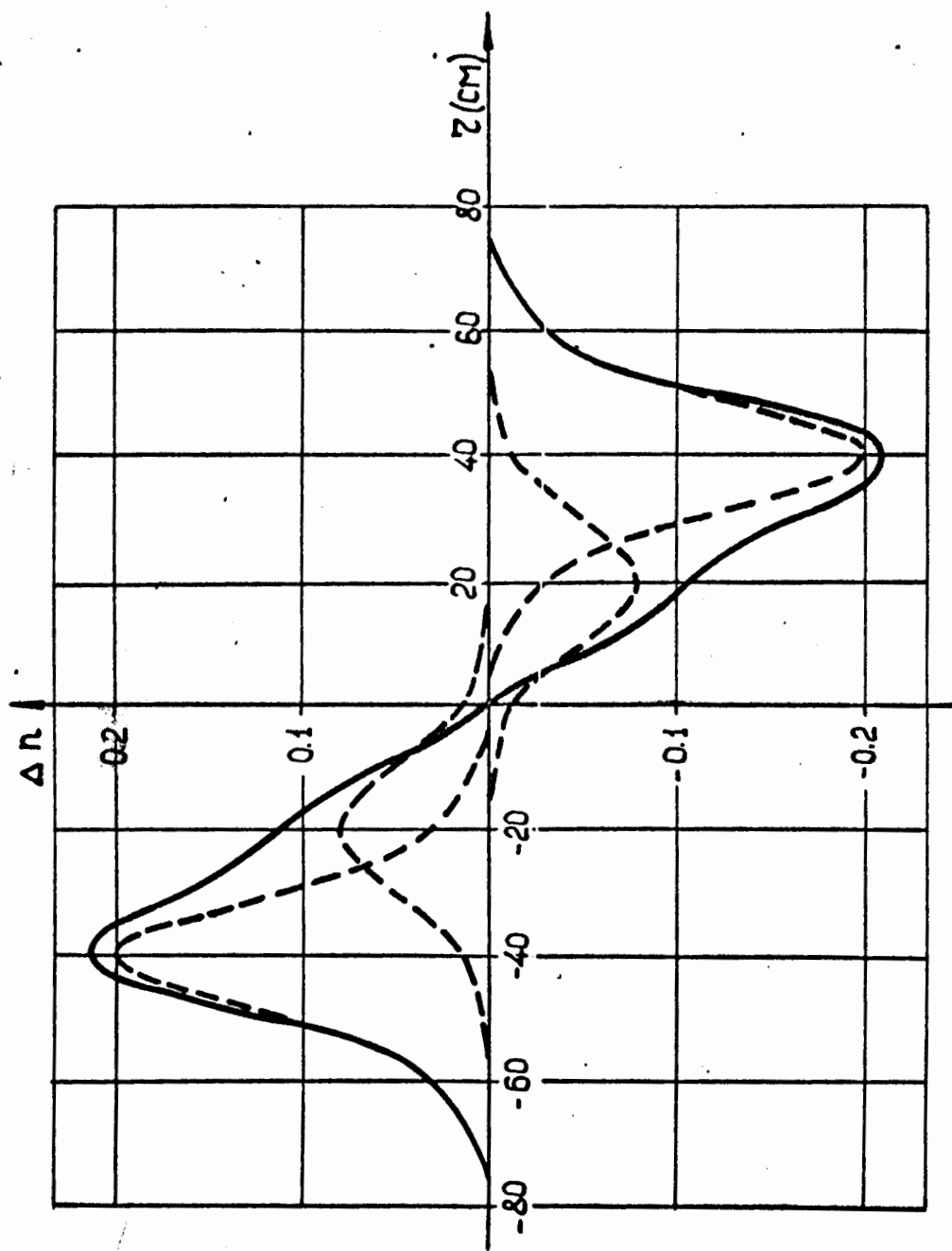


Рис. 14. Распределение  $\Delta n(z)$  для системы проводников квадратичного возмущения (РОМ-2) при  $\gamma = 0,4$ .



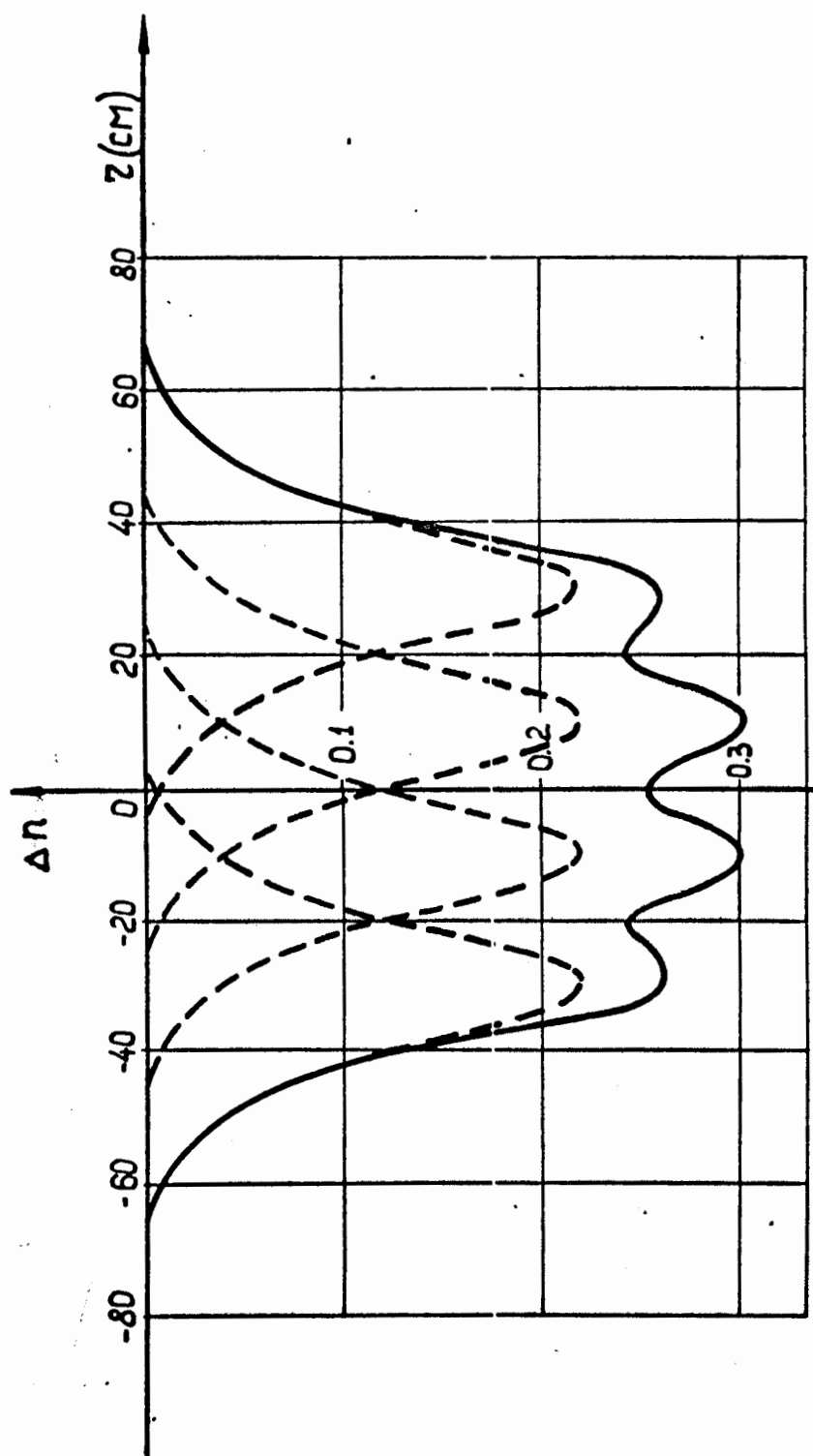


Рис. 15. Распределение  $\Delta n(z)$  для системы регулировки показателя поля (РОМ-1)

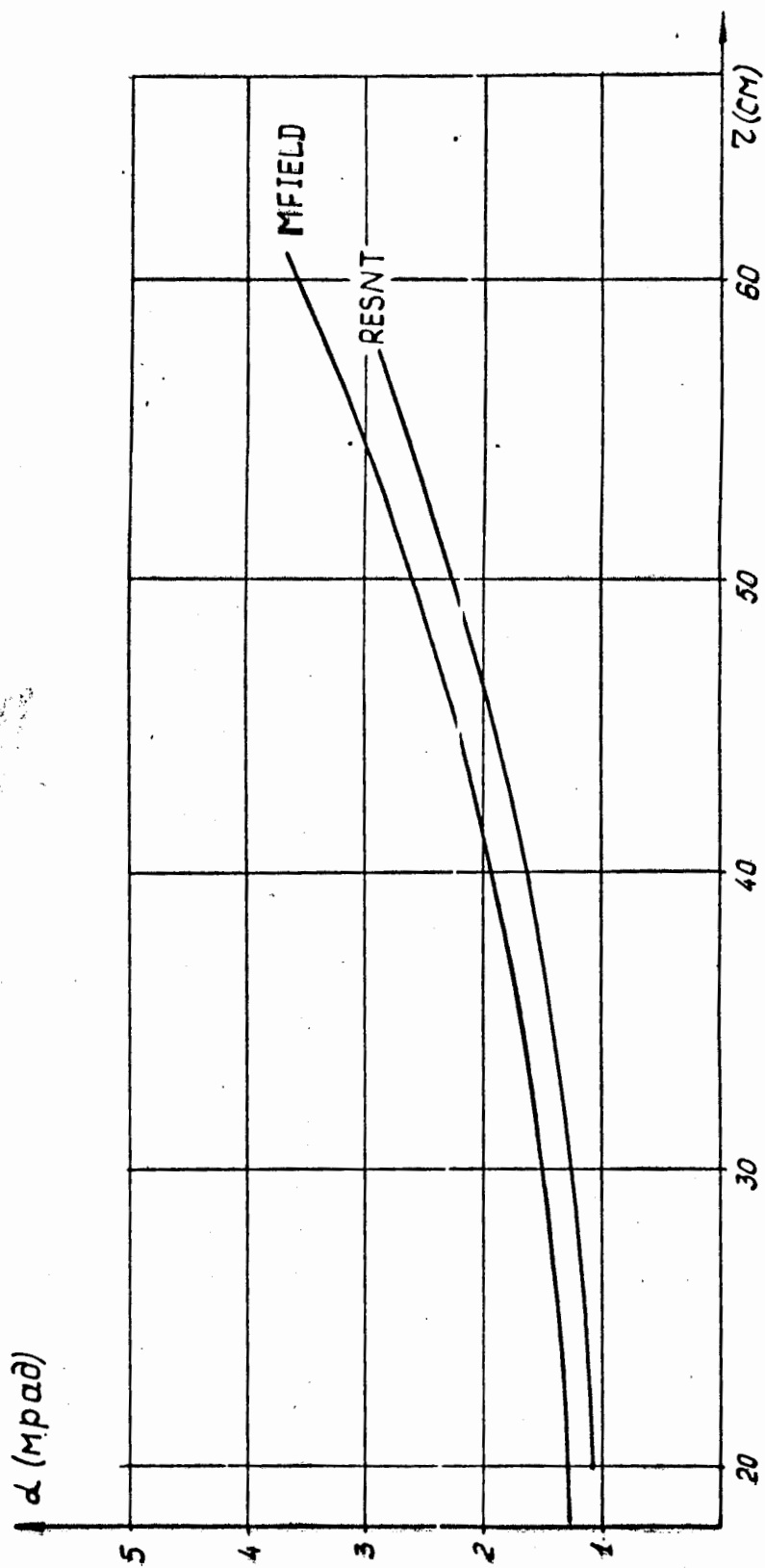


Рис. 16. Газовая траектория частицы с  $a = 6$  см, рассчитанная по программе RESNT (кривая 1) и по программе MFIELD (кривая 2).

Это накладывает ограничение на выбор максимального значения  $\gamma_s$ , поскольку на  $|\gamma_s| > 40$  см существуют области устойчивости (Рис. 17). Увеличить  $\gamma_s$  можно только за счет расширения по радиусу квадратичного возмущения.

На рис. 18 показана зависимость  $b_2$  от  $\gamma_s$  для глубины заброса 20 см. При выборе величины  $\gamma_s$  учитывалась необходимость иметь минимальную толщину септума формаггита, т.е. минимальный угол отклонения пучка в нем. Из указанных соображений выбрано  $\gamma_s = 36$  см.

Выбранному  $\gamma_s$  при индукции поля ускорителя 10 кГс соответствуют токи 148 и 62 а в проводниках системы РОМ-2.

Для используемого способа возбуждения резонанса площадь области устойчивости уменьшается до 0 при  $\mathcal{J}_1 = 50$  а в системе обмоток РОМ-1. Скорость изменения тока  $\frac{d\mathcal{J}_1}{dt}$  в этой системе обмоток определяется следующими факторами.

Ширина резонансной полосы уменьшается, а время развития резонанса увеличивается с уменьшением амплитуд колебаний частиц. Величина  $\frac{d\mathcal{J}_1}{dt}$  должна быть такова, чтобы время пребывания частицы с малой амплитудой внутри резонансной полосы было больше, чем время развития резонанса. На рис. 19 показана последовательность фазовых траекторий для частицы с  $a = 1$  см и  $d\mathcal{J}_1/dt = 10$  а/мсек: а) фазовая траектория вдали от резонанса; б) при подходе к резонансу; в) разрыв фазовой траектории при точном резонансе. Таким образом, скорость  $d\mathcal{J}_1/dt = 10$  а/мсек, что соответствует длительности вывода 0,38 мсек, достаточна для вывода частиц с начальной амплитудой 1 см.



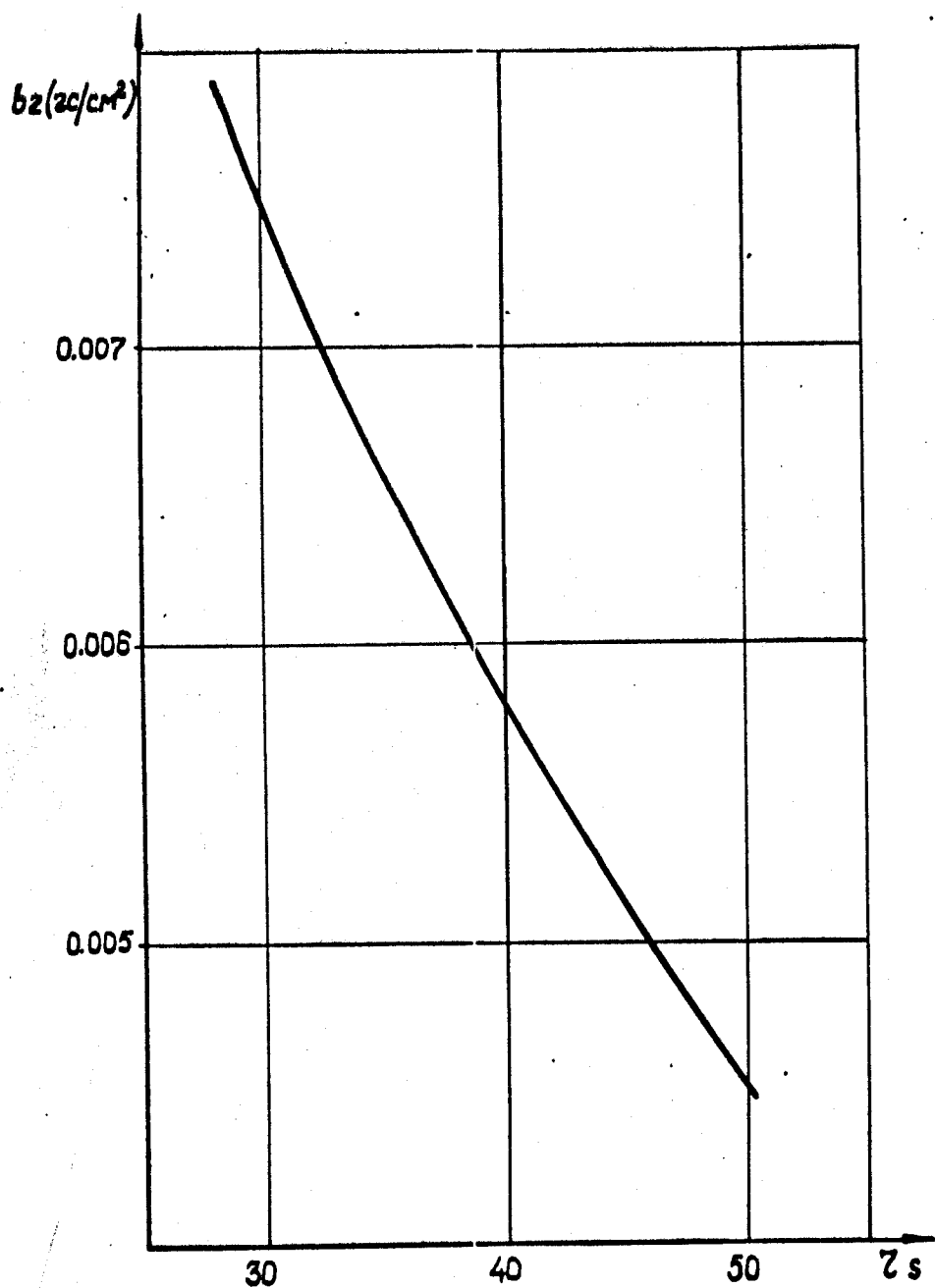
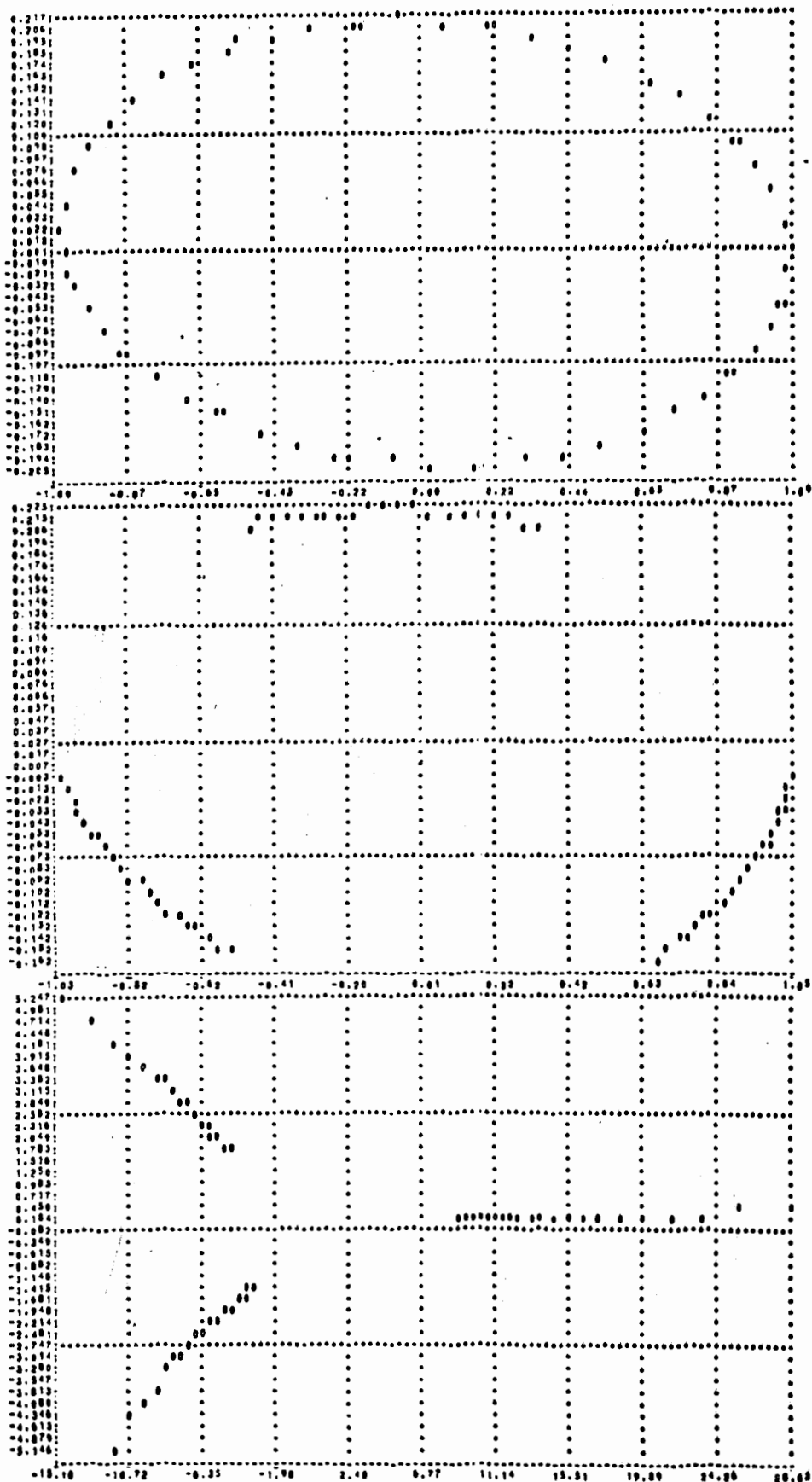


Рис. 18. Зависимость  $z_s$  от  $b_2$ . Кривая получена из расчетов по *MFIELD*.



**Рис. 19.** Последовательность фазовых траекторий при подходе к резонансу  $a = 1$  см,  $d^2x/dt^2 = 12$  в/мсек.  
 а/. Вдали от резонанса;  
 б/. В окрестности резонанса;  
 в/. Разрыв фазовой траектории при резонансе.

## IV. РАСЧЕТ СИСТЕМЫ ТРАНСПОРТИРОВКИ

### I. Внутренняя транспортировка пучка

Расчет системы транспортировки пучка в камере синхрофазотрона от формагнита до выхода из ускорителя выполнен с помощью программы *FORM /17/*. Эта программа позволяет рассчитывать обе проекции траекторий частиц, проходящих через произвольное число магнитных элементов, расположенных в прямолинейных промежутках, а также магнитное поле ускорителя при различных индукциях с учетом вклада поля от полюсных проводников. Данная программа более универсальна, чем *IO47 /18/*, в которой заложено распределение поля только на одной индукции (12,3 кГс), в динамическом режиме.

При расчете системы внутренней транспортировки программа позволяет по заданным конечным и начальным размерам и положению пучка в горизонтальной плоскости на выбранном азимуте подбирать с помощью итеративного метода параметры внутренних отклоняющих магнитов и квадрупольных линз. Предусмотрена также возможность подбора градиента внутреннего секступоля, компенсирующего искажение радиального фазового объема, вызванное нелинейностью в поле ускорителя.

При расчете траекторий частиц поле внутри квадранта между осями крайних окон принято азимутально однородным и описано в цилиндрической системе координат, центр которой совпадает с центром кривизны квадранта. Радиальное распределение магнитного поля в этой области задавалось в соответствии с индукцией */19/*, а также с учетом поля от проводников РОМ-1 и РОМ-2. На рис. 20 приведена зависимость  $\Delta B(r)/B_0$ , найденная для тока 364 а в одной паре (верхней и нижней) проводников полюсной обмотки. Это распре-

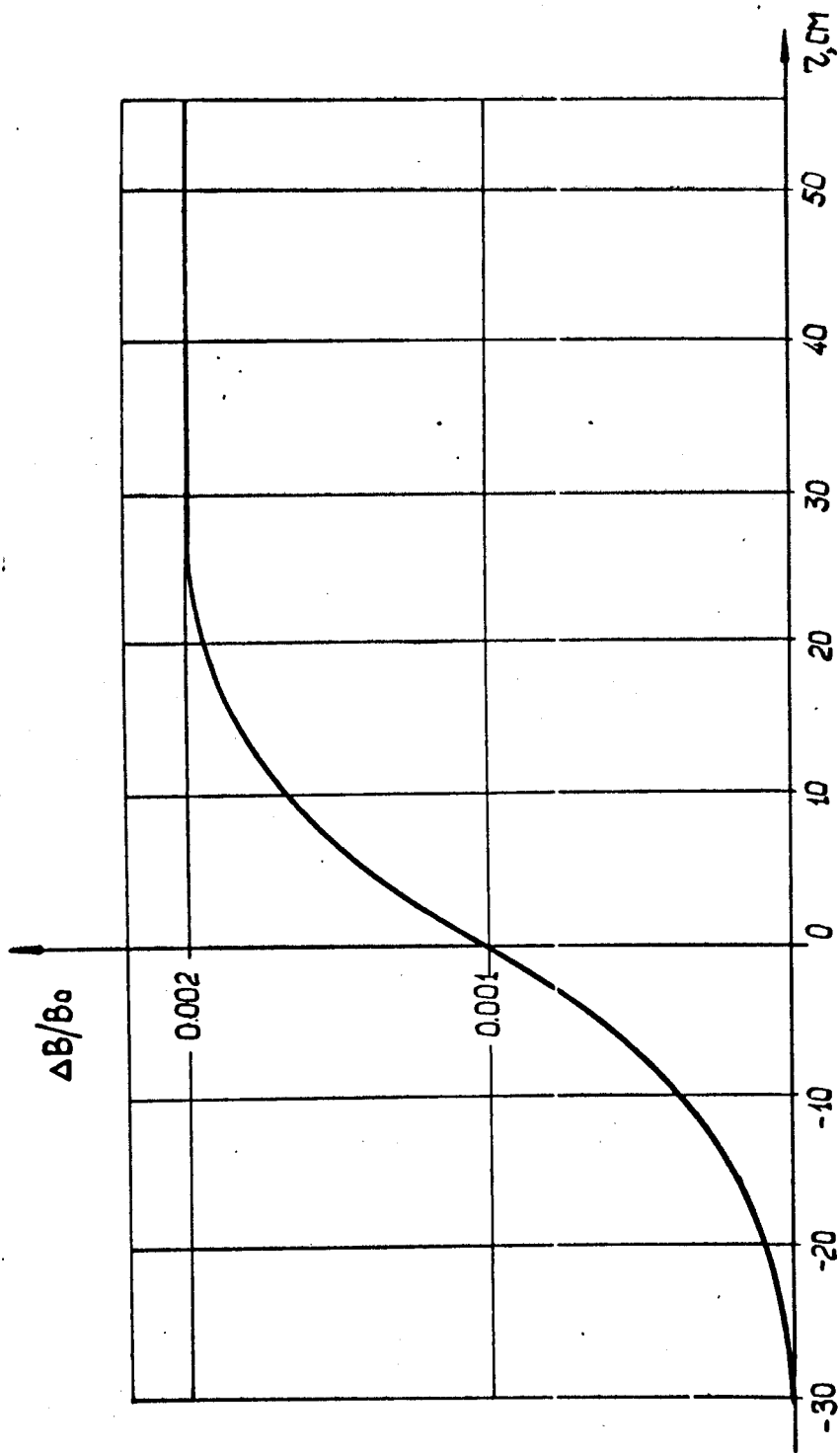


Рис. 20. Карта поля, созданного парой полусных проводников, замкнутых наружу от  $R_0$ .



деление получено на основании измеренной зависимости  $\Delta n(\gamma)$  для одной пары проводников. Приведенная на рисунке кривая соответствует замыканию обратного проводника наружу от равновесного радиуса ускорителя.

В цилиндрической системе координат радиальная и вертикальная компоненты поля находились из соотношений:

$$B_z = \frac{\partial B(R, 0)}{\partial R} z \quad (31)$$

$$B_z = B(R, 0) - \frac{z^2}{2} \left( \frac{1}{R} \frac{\partial B(R, 0)}{\partial R} + \frac{\partial^2 B(R, 0)}{\partial R^2} \right)$$

При этих расчетах использовались полные уравнения движения,

имеющие вид:

$$\frac{d^2 R}{d\theta^2} = \frac{k^2}{R} + \frac{1}{R} \left( \frac{dR}{d\theta} \right)^2 - \frac{B_z k^3}{R_0 R} - \frac{1}{R} \left( \frac{dz}{d\theta} \right)^2 + \frac{B_z k}{R_0 R} \left( \frac{dz}{d\theta} \right)^2 + \frac{B_z k}{R_0 R} \left( \frac{dR}{d\theta} \right) \left( \frac{dz}{d\theta} \right);$$

$$\frac{d^2 z}{d\theta^2} = \frac{2}{R} \left( \frac{dR}{d\theta} \frac{dz}{d\theta} \right) + \frac{k^3 B_z}{R R_0} - \frac{k B_z}{R R_0} \left( \frac{dR}{d\theta} \right)^2 - \frac{k B_z}{R_0 R} \frac{dR}{d\theta} \frac{dz}{d\theta}; \quad (32)$$

$$\text{где } k = \sqrt{R^2 + \left( \frac{dR}{d\theta} \right)^2 + \left( \frac{dz}{d\theta} \right)^2}$$

Торцевое поле квадрантов, т.е. области, где  $B_z$  зависит от  $R$  и  $\theta$

описаны в декартовой системе координат. В этом случае компоненты

поля определялись на основании заданного  $B_z(x, y, 0)$  по формулам:

$$B_x = \frac{\partial B_z(x, y, 0)}{\partial x} z$$

$$B_y = \frac{\partial B_z(x, y, 0)}{\partial y} z \quad (33)$$

$$B_z = B_z(x, y, 0) - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 B_z(x, y, 0)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z(x, y, 0)}{\partial y^2} \right) z^2$$

Соответствующие полные уравнения движения в декартовой системе

координат имеют вид:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{k_1}{B_0 R_0} \left[ \frac{dz}{dx} B_x - B_z - \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 B_z + \frac{dy}{dx} \frac{dz}{dx} B_y \right]$$

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{k_1}{B_0 R_0} \left[ B_y - B_x \frac{dy}{dx} + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 B_y - \frac{dz}{dx} \frac{dy}{dx} B_z \right] \quad (34)$$

где  $k_1 = \sqrt{1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2}$ , а произведение  $B_0 R_0$  определяет величину импульса частицы.

Поле в отклоняющих магнитах  $B_{zH}$  задавалось в виде:

$$B_{zH}(x, y, 0) = \text{const} \quad (35)$$

Поле в линзах  $B_{zL}$  было описано рядом:

$$B_{zL}(x, y, 0) = G_1(y - y_s) + G_2(y - y_s)^2 \quad (36)$$

где  $G_1$  и  $G_2$  квадрупольный и секстипольный градиенты соответственно, а  $y_s$  — поперечная координата линзы, на которой магнитное поле в ней равно нулю.

В качестве начальных условий в горизонтальной плоскости были взяты три точки фазовой траектории, полученной на входе ферромагнита. Фазовая траектория, рассчитанная по программе *MFIELD*, соответствует началу вывода пучка ( $a_0 = 6$  см). Считалось, что фазовые траектории в другие моменты времени должны совмещаться с данной за счет изменения во времени поля в ферромагните. Указанные три точки характеризуют поведение пучка при его транспортировке внутри ускорителя. Их координаты составляют: для точки 1, соответствующей ближайшему положению частицы к септуму,  $r_1 = 36$  см,  $\alpha = 1,45$  для точки 2, наиболее удаленной от септума частицы,  $r_2 = 53,5$  см и  $\alpha_2 = 2,55$  мрад; для центральной точки 3 —  $r_3 = 44$  см,  $\alpha_3 = 1,90$  мрад. Для каждой из этих радиальных точек был задан набор вертикальных начальных условий, соответствующих эмитансу циркулирующего пучка, т.е. амплитуда вертикальных бетатронных колебаний 2 см.

Задача расчета системы внутренней транспортировки заключалась в следующем:

- а) при заданном положении и апертуре магнита и линзы второй ступени требовалось подобрать параметры элементов первой ступени так, чтобы в горизонтальной плоскости пучок прошел без потерь апертуру второй линзы, но с максимальным ее заполнением (в предварительных расчетах критерием служил размер пучка на входе во вторую ступень);
- б) подобрать параметры второй ступени таким образом, чтобы пучок вышел из ускорителя по заданному направлению и мог в дальнейшем без потерь транспортироваться с помощью линз 20 К 100А.

Подбор параметров  $B_{\phi}$  и  $G_{\phi_1}$  первой ступени транспортировки производился по итеративной схеме для режима "недофокусировки" ( $\frac{\partial |R_1 - R_2|}{\partial a_1} < 0$ ) и "перефокусировки" ( $\frac{\partial |R_1 - R_2|}{\partial G_1} > 0$ ), где величина  $R_1 - R_2$  составляет горизонтальный размер пучка на входе во вторую ступень. Изменение  $G_{\phi_2}$  осуществлялось таким образом, чтобы точка с фазовыми координатами  $(\gamma_3, \alpha_3)$  ложилась на прямую, соединяющую точки  $(\gamma_1, \alpha_1)$  и  $(\gamma_2, \alpha_2)$ . После нахождения переменных параметров результаты расчета 24 траекторий (по 8 начальных условий по вертикали на каждую из трех вышеуказанных точек) выдавались на график.

Для режима недофокусировки был выполнен расчет при следующих условиях:

- а) распределение поля в ускорителе соответствовало статическому режиму при  $B_0 = 10$  кгс;
- б) заданное положение границ пучка на входе во вторую ступень составляло  $R_0 + 75$  см и  $R_0 + 85$  см.

При этом в отсутствие секступольной линзы получены значения  $B_{\phi} = 2712$  гс и  $G_{\phi_1} = 43,8$  гс/см при длинах магнита и линзы 100 см. На рис. 21 приведены три радиальные траектории, определяющие размер пучка во II квадранте. По оси абсцисс отложено расстояние от  $R_0$ , по оси ординат - азимут в радианах (азимут первого окна принят за нуль). Рис. 22 и 23 представляют фазовые картины пучка на выходе второго квадранта в радиальной и вертикальной плоскостях, соответственно. Из рис. 22 видно, что радиальный фазовый объем сильно деформирован нелинейностью в поле квадранта. Поскольку разные траектории проходят в квадранте области с различными  $1/z$ , соответствующие им вертикальные фазовые эллипсы ориентированы по-разному, что существенно увеличивает эффективный вертикальный фазовый объем (рис. 23).

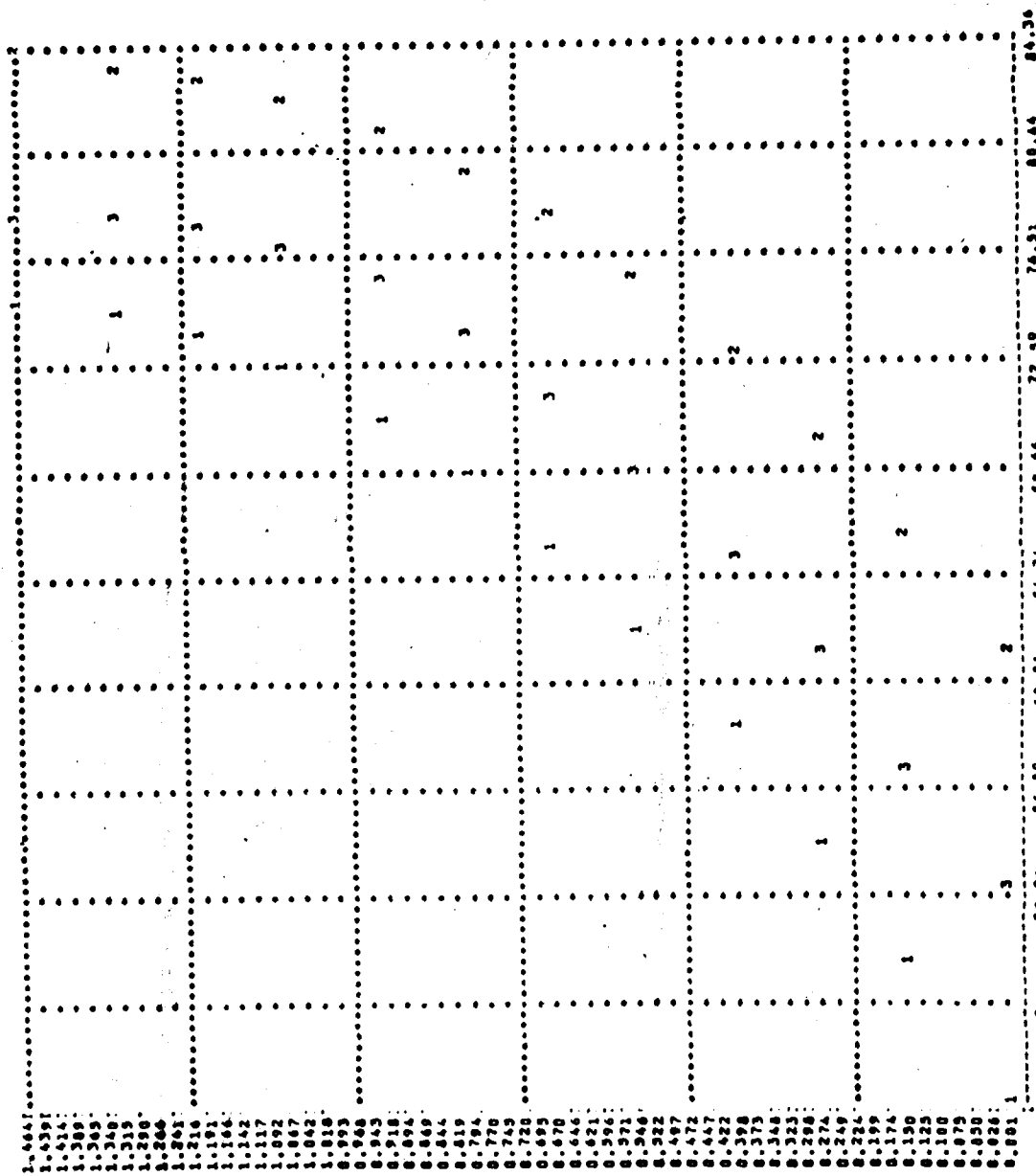


Рис. 21. Траектории трех, используемых при расчете, частей между осями крайних окон второго квадрата, при распределении поля в ускорителе, соответствующему  $V_{z0} = 10$  кгс в статике, в режиме недофокусировки. Индексы 1, 2 и 3 обозначены точки траектории частиц с радиальными координатами на выходе 1 квадрата  $Y = 36$  см, 53,5 см, 44 см соответственно.

4.243	75.96	76.93	77.90	78.87	79.84	80.81	81.78	82.75	83.73	84.70
4.190										
4.137										
4.084										
4.031										
3.978										
3.925										
3.872										
3.819										
3.766										
3.713										
3.660										
3.607										
3.554										
3.501										
3.448										
3.395										
3.342										
3.289										
3.236										
3.183										
3.130										
3.077										
3.024 11										
2.971										
2.918										
2.865										
2.812										
2.759										
2.706										
2.653										
2.600										
2.547										
2.494										
2.441										
2.388										
2.335										
2.282										
2.229										
2.176										
			3							

Рис. 22. Радиальная фазовая картина пучка на выходе второго квадранта для тех же условий, что и на рис. 21.



Чтобы компенсировать нелинейность поля, был выполнен расчет при тех же условиях, что и выше, но с введением дополнительного секступольного градиента в линзе. В этом случае

$$B_{\phi} = 1773 \text{ гс}, \quad C_{\phi_1} = 28,75 \text{ гс/см} \quad \text{и} \quad C_{\phi_2} = 4 \text{ гс/см}^2,$$

На рис. 24 приведен радиальный эмитанс пучка для этого случая. Хотя нелинейность пучка значительно уменьшается, однако вертикальные фазовые эллипсы, соответствующие разным радиальным траекториям, по-прежнему имеют различную ориентацию (рис. 25).

Была сделана попытка выровнять показатель поля квадранта в области движения пучка с целью уменьшения эффективного вертикального эмитанса. Расчеты показали, что для этой цели потребовался бы в дополнительных проводниках на радиусах от  $R_0 + 50$  см до  $R_0 + 80$  см суммарный ток  $\sim 30$  кА, что технически трудно осуществимо.

Более выгодным с точки зрения эффективного вертикального эмитанса является вариант с перефокусировкой, хотя величина магнитного поля ферромагнита и градиента квадрупольной линзы требуются в данном случае более высокие. При распределении магнитного поля в квадрате, соответствующего статическому режиму при

$B_0 = 10$  кГс и заданном положении пучка ( $R_0 + 75$  см) и ( $R_0 + 84$  см) на выходе из квадранта было получено:  $B_{\phi} = 2820$  гс и  $C_{\phi_1} = 99,4$  гс/см. На рис. 26 и 27 приведены фазовые картины пучка на выходе из квадранта для этого случая. На рис. 28 показан ход радиальных траекторий между осями крайних окон. Характерной особенностью такого режима является то, что траектории 1 и 2 с некоторого азимута меняются местами, что значительно выравнивает среднее значение  $n$  вдоль каждой траектории. Как и ожидалось, это привело к тому, что ориентация вертикальных фазовых эллипсов для разных траекторий стала приблизительно одинаковой. (Рис. 27). Кроме того,

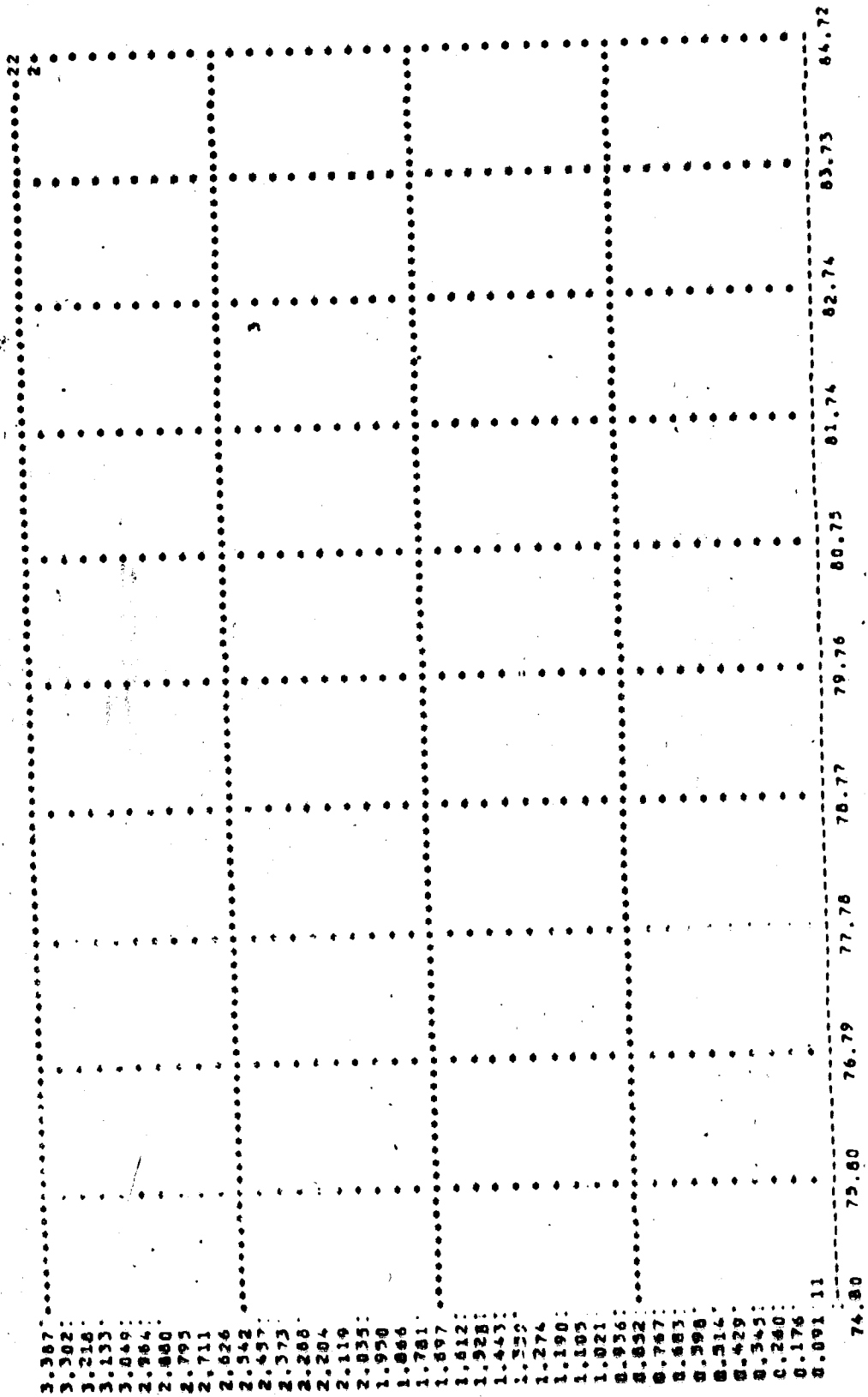


Рис. 24. Радиальная фазовая картина пучка на выходе второго квадрата при подбранном секступольном градиенте в линзе. Остальные условия те же, что и на рис. 21.



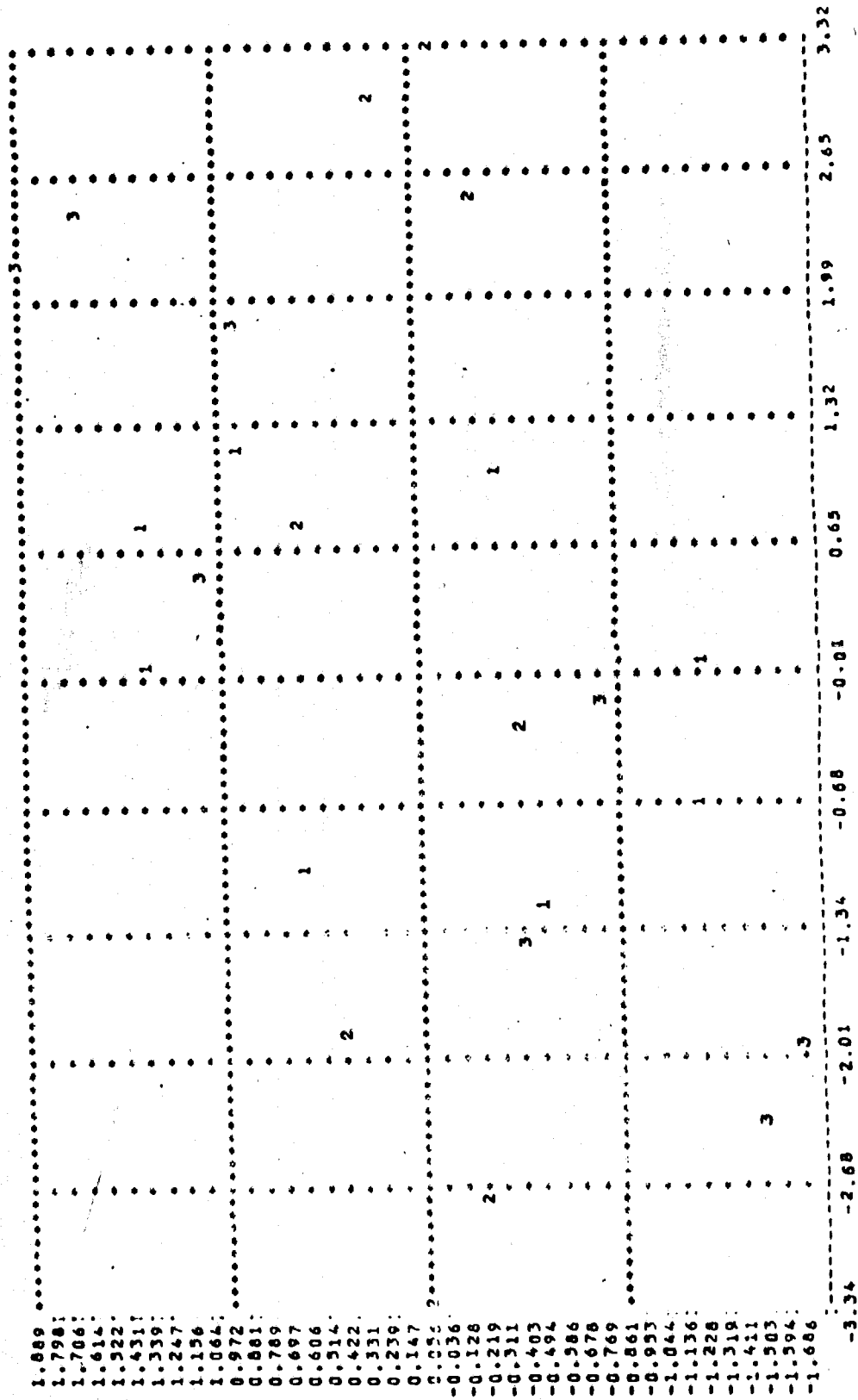


Рис. 25. Вертикальная фазовая картина луча на выходе второго квадрата при подбранном секступольном градиенте в линзе. Остальные условия обозначены те же, что и на рис. 21.



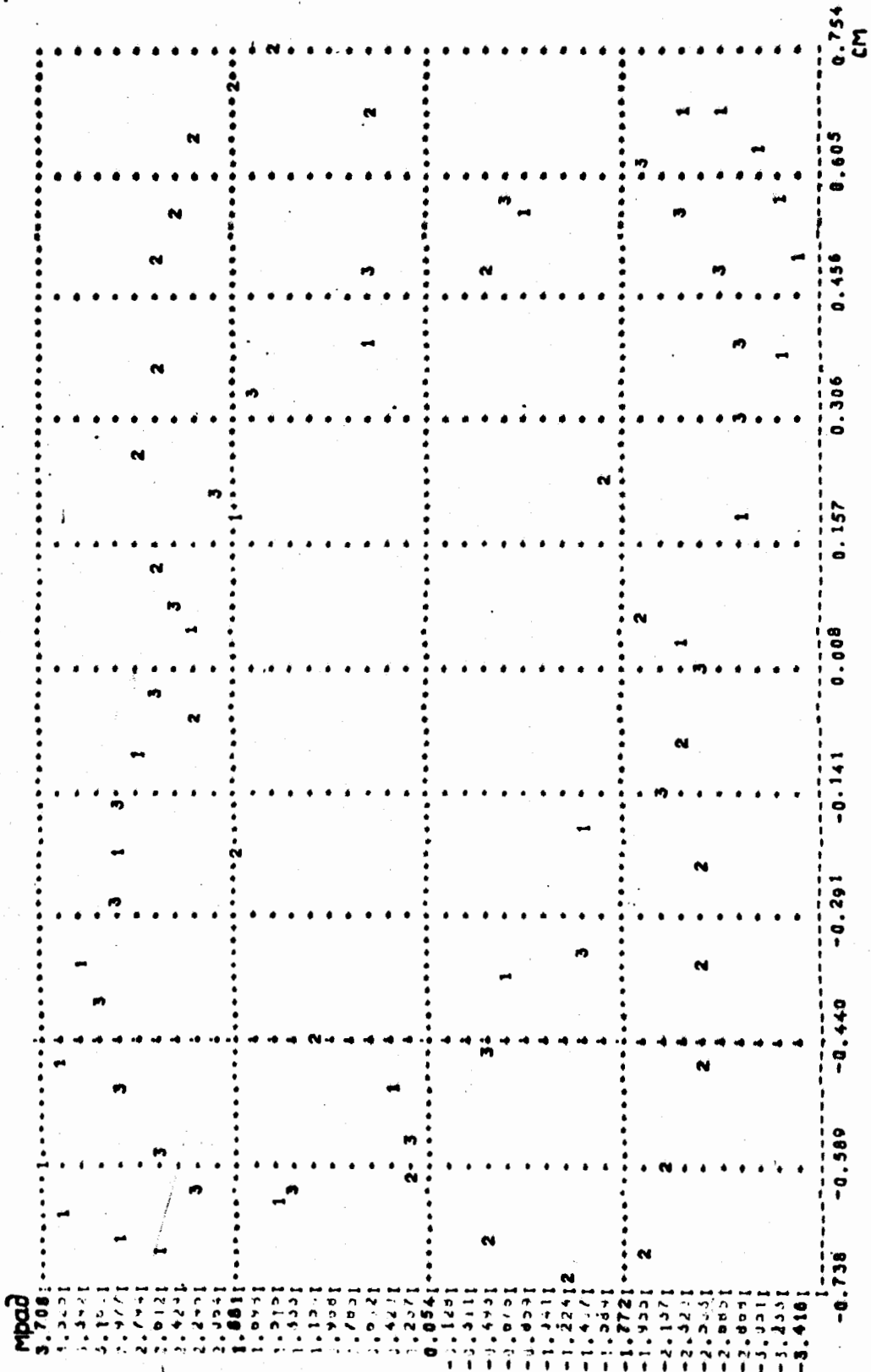


Рис. 27. Вертикальная фазовая картина пучка на выходе второго квадранта для условий рис. 26 ( $V_0 = 10$  кГс).

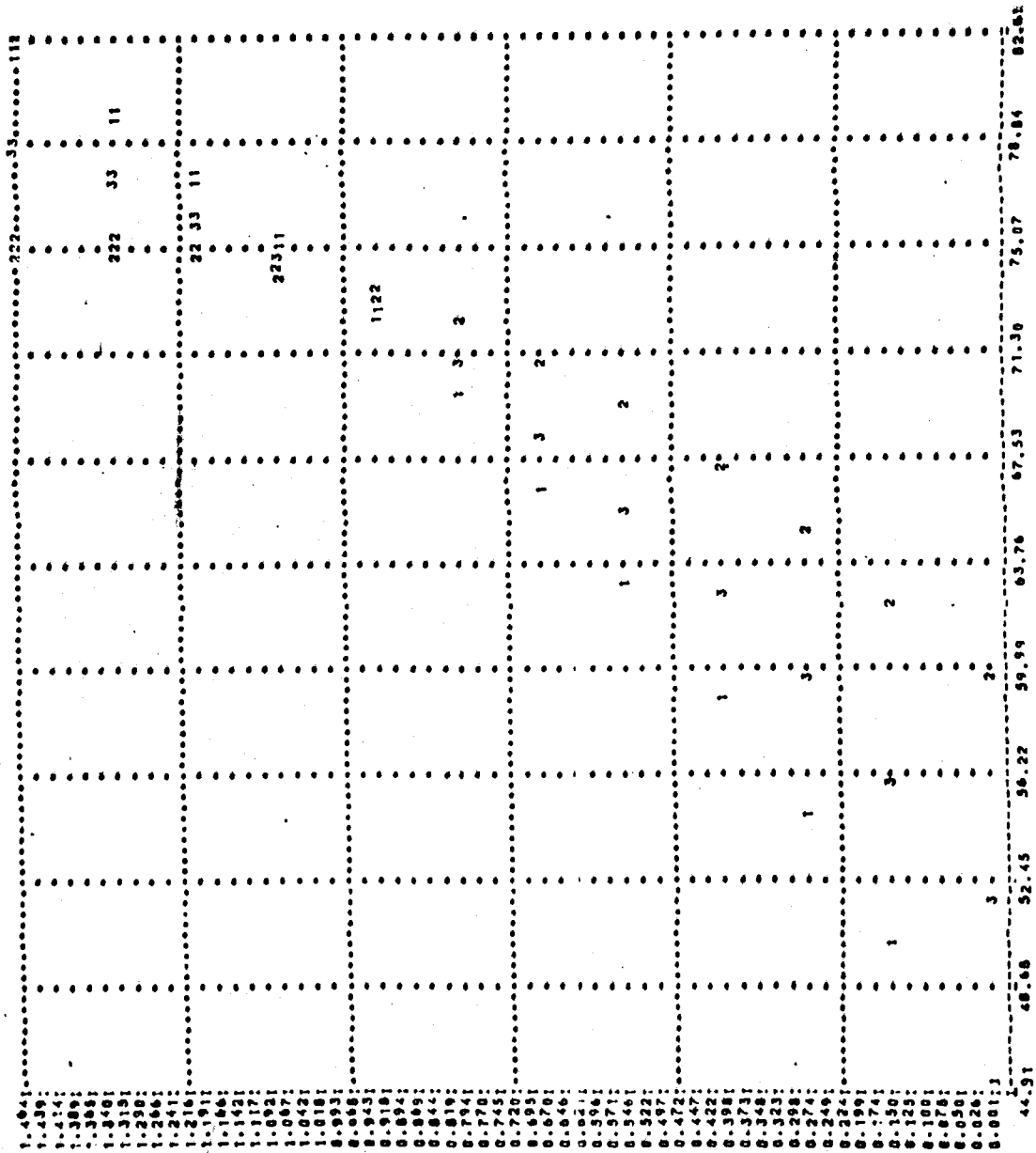


Рис. 28. Ход радиальных траектории между осями крайних окон второго квадранта для условной рис.26. Обозначения те же, что и на рис. 23.

В данном случае наблюдается компенсация нелинейного поля и, как следствие этого, уменьшение искажения радиального эмитанса. Следовательно, в этом режиме необходимость в секступольной линзе отпадает.

Расчеты для режима перефокусировки были выполнены также при распределении поля, соответствующем  $B_0 = 12,3$  гкс. При этом получено  $B_{\phi} = 2460$  гс  $C_{\phi 1} = 139,9$  гс/см. Уменьшение  $B_{\phi}$  и увеличение  $C_{\phi 1}$  по сравнению с  $B_0 = 10$  ккс объясняется более резким спадом поля в квадранте и сужением области устойчивого движения по радиусу. На рис. 29 и 30 показаны радиальный и вертикальный эмитансы пучка на выходе из квадранта в этом случае. Пучок в вертикальной плоскости получился расходящимся с примерно одинаковой ориентацией фазовых эллипсов.

Итеративная схема для подбора параметров второй ступени внутренней транспортировки значительно упрощается, так как линза, входящая в эту ступень, представляет собой обычную квадрупольную линзу с полем в центре апертуры равным нулю. Это позволяет считать отклоняющее действие магнита и фокусирующее действие линзы независимыми друг от друга. Сначала по одной осевой траектории подбиралось такое значение  $\overline{B_0}$  поля в магните, чтобы сумма отклонений радиальных координат траекторий осевой частицы на оси 26 и 27 окон от координат, определяющих заданное направление выведенного пучка на осях этих же окон ( $R_0 + 2192$  см;  $R_0 + 363,8$  см) (рис. 4) была минимальной. Затем при найденном значении  $B_{осн}$  подбиралось по двум крайним траекториям такое значение  $C_{осн}$ , чтобы выполнялось условие:  $R_1 - R_2 < R$ , где  $R_1$  — радиус траектории на азимуте 27 окна той частицы, которая была наружной на азимуте основного магнита;

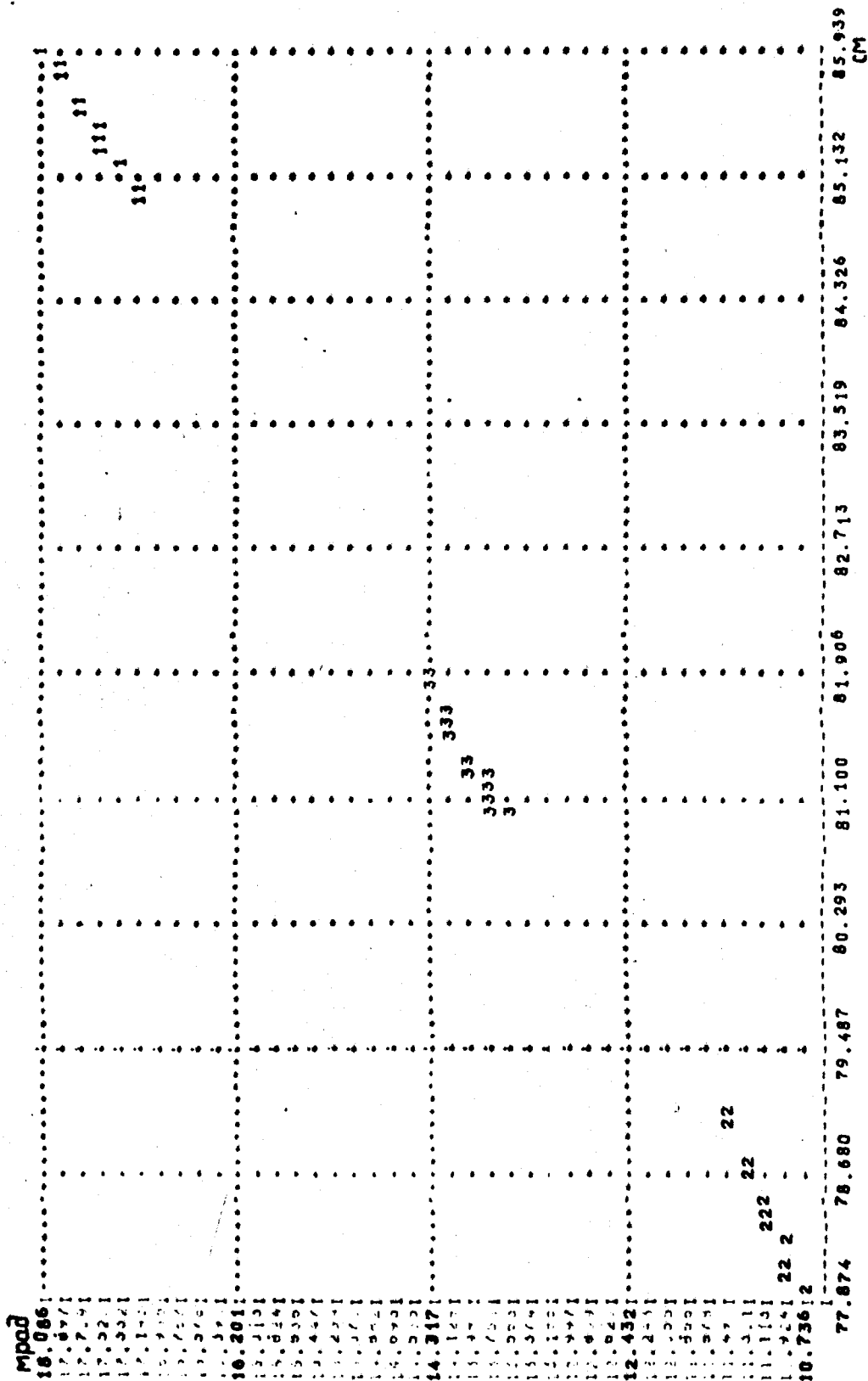


Рис. 29. Радиальная фазовая картина пучка на выходе второго квадранта в режиме перфокусировки. Распределение поля ускорителя соответствует учет статическому режиму при  $V_0 = 12,3$  кВс.

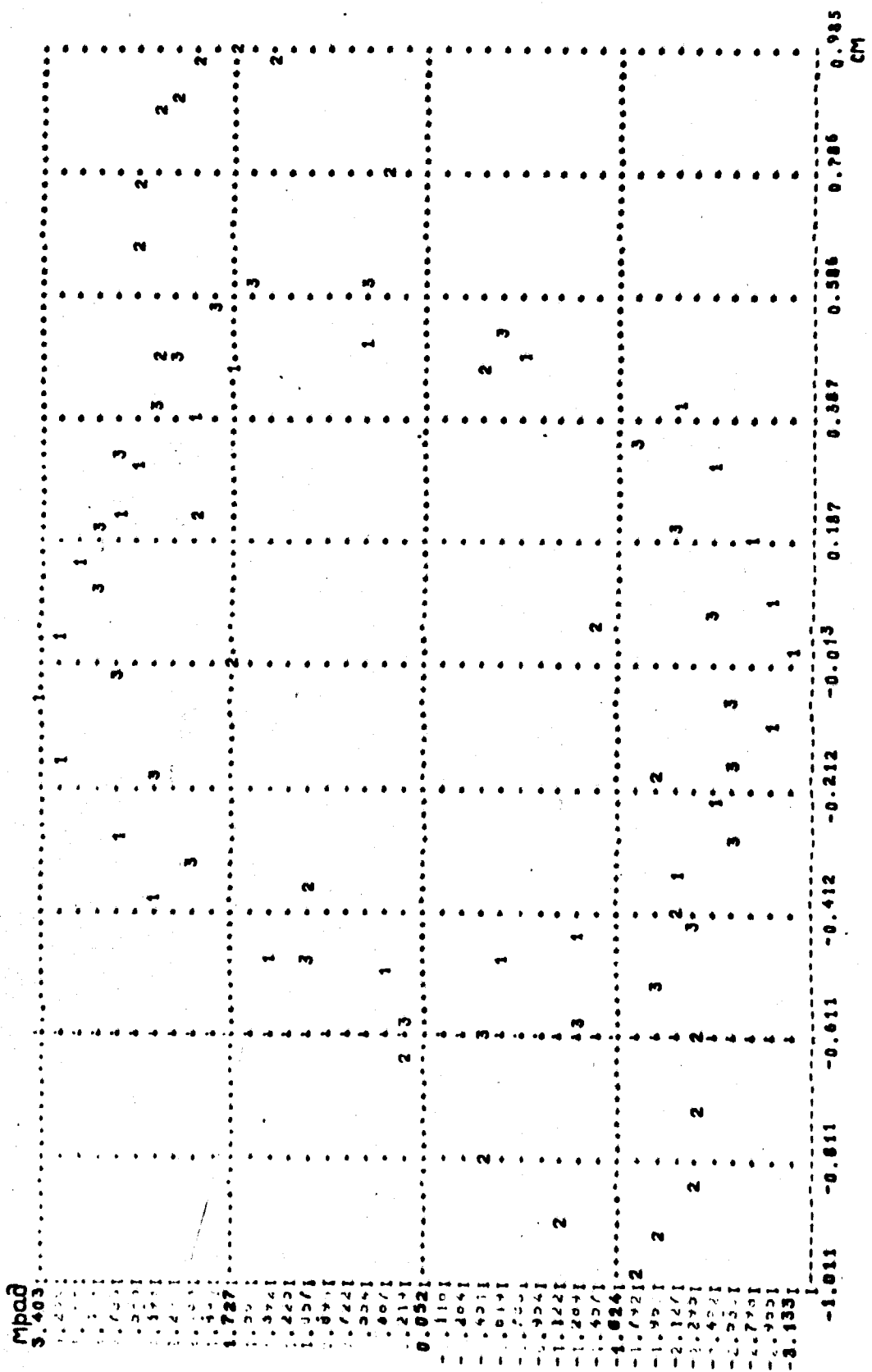


Рис. 30. Вертикальная фазовая картина пучка на выходе второго квадранта для условий рис. 29 ( $V_0 = 12,3$  кгс).

$R_2$  - радиус траектории на азимуте 27 окна другой крайней части;

$\Delta R$  - заданный размер пучка на азимуте 27 окна, причем  $\Delta R > 0$  соответствует режиму недофокусировки, а  $\Delta R < 0$  - перефокусировки.

После этого при подобранных  $V_{осн}$  и  $G_{осн}$  рассчитывались все траектории, соответствующие заданным начальным условиям.

В качестве начальных условий взяты результаты расчета первой ступени.  $\Delta R$  задавалось равным 1 см, причем использовался режим недофокусировки. Использование режима перефокусировки требует увеличения градиента  $G_{осн}$ , что увеличивает вертикальный размер пучка до такой величины, при которой становится невозможным его прохождение без потерь через апертуру первой линзы 20 К 100 А системы внешней транспортировки.

На рис. 31 и 32 приведены радиальные и вертикальные фазовые картины пучка на азимуте 27 окна для начальных условий приведенных на рис. 26 и 27 ( $V_0 = 10$  кгс). Для этого случая  $V_{осн} = 9\ 090$  гс и  $G_{осн} = 486,2$  гс/см. На рис. 33 и 34 показаны радиальный и вертикальный эмитансы пучка на азимуте 27 окна для начальных условий из приведенных на рис. 29 и 30 ( $V_0 = 12,3$  кгс). В этом случае  $V_{осн}$  и  $G_{осн}$  равны, соответственно, 9986 гс и 593,5 гс/см.

Как видно из рис. 31-34 в горизонтальной плоскости пучок сходящийся, а в вертикальной - расходящийся.

Полученные фазовые характеристики пучка допускают его дальнейшую внешнюю транспортировку без потерь с помощью обычной магнитно-оптической системы.



Мрад									
385.275									
385.171									
384.937									
384.751									
384.611									
384.431									
384.221									
384.075									
383.921									
383.751									
383.587									
383.418									
383.241									
383.071									
382.911									
382.741									
382.571									
382.401									
382.238									
382.081									
381.899									
381.731									
381.581									
381.341									
381.221									
381.071									
380.981									
380.717									
380.548									
380.381									
380.211									
380.042									
379.871									
379.714									
379.558									
379.397									
379.191									
379.021									
378.851									
378.692									
357.074									
357.198									
357.322									
357.446									
357.570									
357.694									
357.818									
357.942									
358.066									
358.190									
358.314									

Рис. 31. Радиальная фазовая картина пучка на оси 27 окна для начальных условий из FORM-1, приведенных на рис. 26 и 27 ( $V_0 = 10$  кгс).

- 59 -

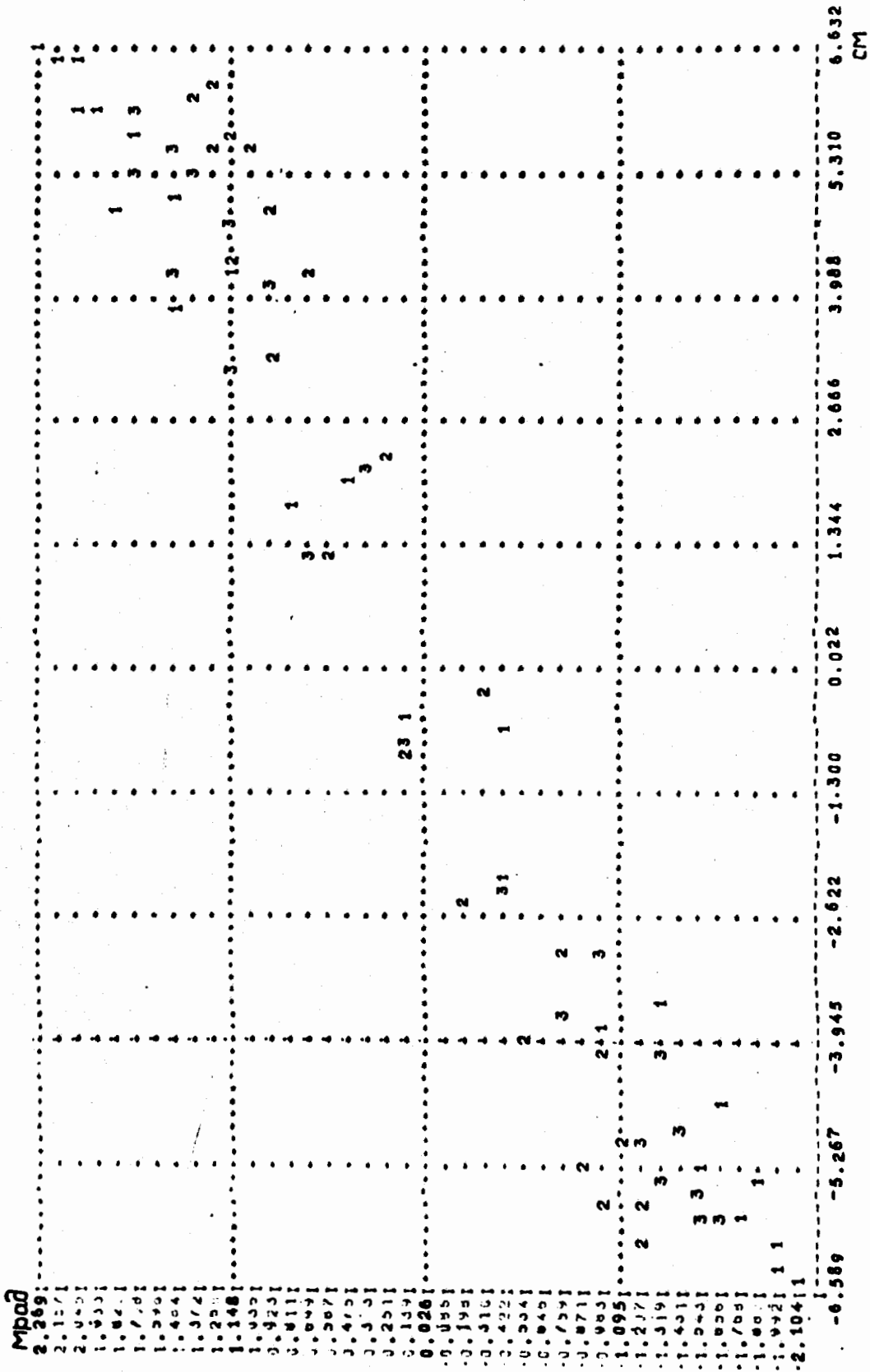
МРОД										
2.393										1
2.105										1 1
2.075										1
1.981									1	1
1.843									1 3 13	3
1.734									1 3 13	3
1.643									1 3	1 3
1.561									3	3 2 2
1.472									3	3 2 2
1.372									3	1 2 2
1.274									1 2	2
1.165									1	2
1.031									2 3	2
0.937									3 2	
0.823									2	
0.710										
0.598									13 2	
0.482										
0.368										
0.234										
0.101									23 1	
0.027										
-0.087										
-0.201									2 32	
-0.414									1	
-0.428										
-0.542									2	
-0.628									4 3	
-0.870									2	
-0.983									2 1	
-1.047									2 1 3	
-1.111									2 2 3	
-1.223									3 1	
-1.334									3 3	
-1.422									3 1	
-1.588									3 1	
-1.881									1	
-1.774									1 1	
-1.918									1 1	
-2.021									11	
-2.155									11	
-4.869	-3.648	-2.427	-1.207	0.014	1.235	2.458	3.676	4.897		6.111
										CM

Рис. 32. Вертикальная фазовая картина пучка на оси Z окна для начальных условий из FORM-1, приведенных на рис. 26 и 27 ( $V_0 = 10$  кгс).

384.052	2	2									
383.879	4	2	22								
383.701		4	2	22							
383.628	2	22									
383.531	2	22									
383.473	4										
383.400	2										
382.833	2	22									
382.053	1										
382.474	1										
382.299	1										
382.124	1										
381.969	1										
381.773	1										
381.578	1				3 3 33						
381.543	1				3 33						
381.485	1				3 33						
381.374	1				3 3						
381.877	1				3 3						
380.724	1				33 33						
380.647	1										
380.371	1										
380.196	1										
380.021	1										
379.865	1										
379.871	1										
379.497	1										
379.341	1										
379.143	1										
379.969	1										
378.794	1										
378.614	1										
378.441	1										
378.203	1					1 11 1					
378.043	1					1 11 1					
377.613	1					11 11 11					
377.743	1					11 11 11 11					
377.557	1					11 11 11 11					
377.372	1					11 11 11 11					
377.237	1					11 11 11 11					
356.794	356.925	357.052	357.181	357.310	357.458	357.567	357.696	357.825	357.954	358.082	CM

160.

Рис. 33. Радиальная фазовая картина пучка на оси 27 окна для начальных условий из Form-1, приведенных на рис. 29 и 30 ( $V_0 = 12,3 \text{ кгс}$ ).



- 61 -

Рис. 34. Вертикальная фазовая картина пучка на оси 27 окна для начальных условий из FORM-1, приведенных на рис. 29 и 30 ( $B_0 = 12,3$  кгс).

## 2. Внешняя транспортировка пучка

Выбранное направление трассы выведенного пучка составляет с продольной осью выводного прямолинейного промежутка угол  $4^{\circ} 48' 41''$  (0,083975 рад) и пересекается с осью окна № 27 на радиусе  $R_0 + 3638$  см.

Первая ступень системы внешней транспортировки, состоящая из дублета магнитных квадрупольных линз 20 К 100А, дублета 20 К200А и магнита СП-12А (рис.4), должна обеспечить получение первого изображения на мишени, которую предполагается установить в малом измерительном павильоне возле бетонной защиты (на расстоянии 31 м от оси окна № 27).

Для получения горизонтального размера пучка на азимуте форм-магнита для вышеуказанных траекторий 1,2 и 3 был взят угловой разброс  $\Delta\alpha = 0,05$  мрад, вызванный импульсным разбросом  $\pm 2$  МэВ/с. В качестве начальных условий для расчета системы внешней транспортировки были взяты, полученные в этом случае, горизонтальный и вертикальный эмиттансы на азимуте 27 окна (рис.35 и 36). Так как на входе в первую линзу пучок расходится по вертикали и имеет размер 7 см, первая линза фокусирует в вертикальной плоскости, а вторая в горизонтальной. Решки первого дублета подбирались так, чтобы добиться наилучшего заполнения апертур линз второго дублета в обеих плоскостях.

При расстоянии до изображения 300 см от выхода из последней линзы были получены следующие значения сил линз (в 1/см):

$K_1 = 0,0051387$ ;  $K_2 = 0,0031445$ ;  $K_3 = 0,0048244$ ;  $K_4 = 0,0053383$ .  
На рис. 37 и 38 показаны горизонтальный и вертикальный эмиттансы пучка в месте изображения. Как видно из рисунков горизонтальный размер пучка составляет 0,4 мм при расхождении 52,5 мрад, вертикальный 3,6 мм и 21 мрад соответственно. На рис.39 приведены



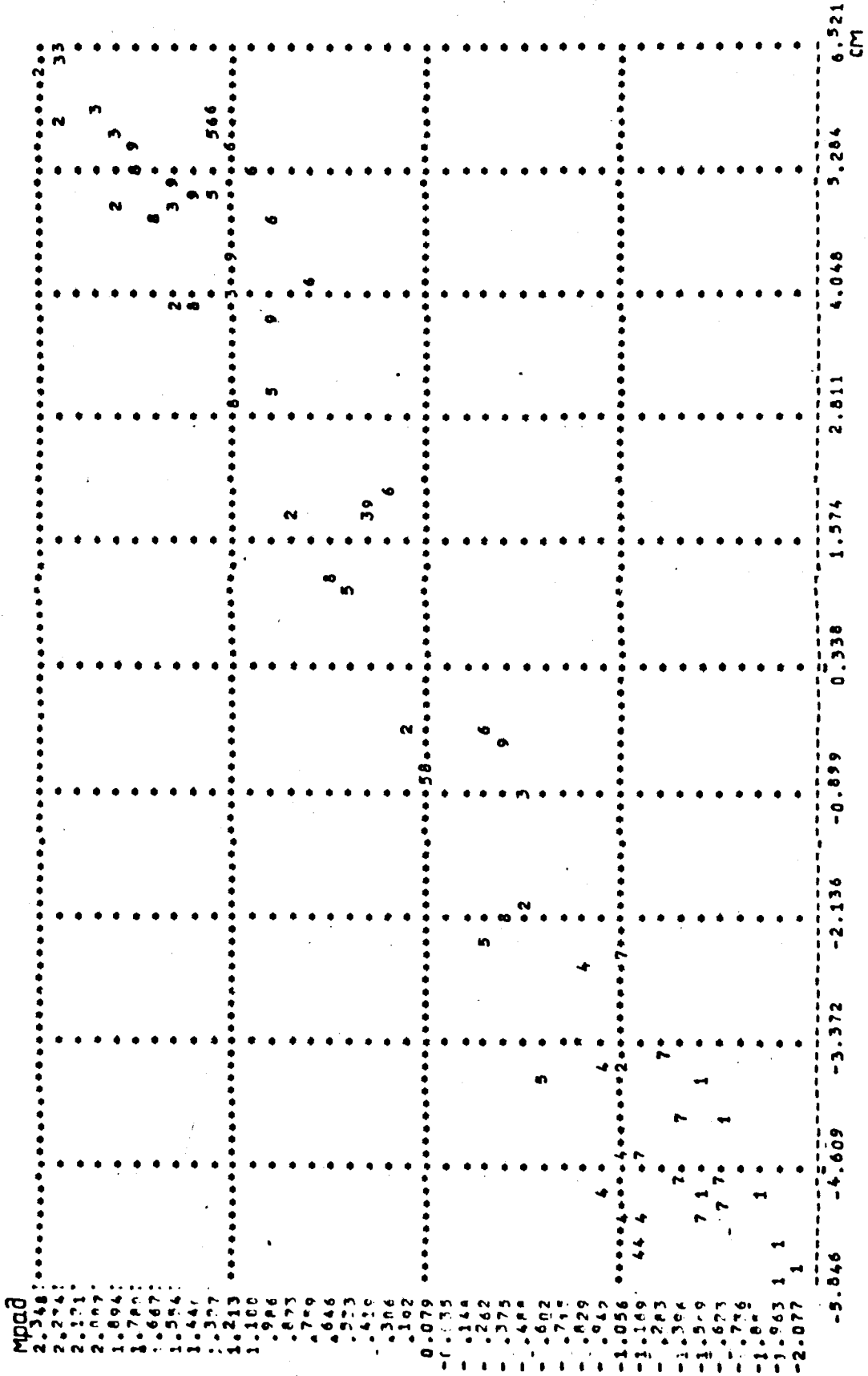


Рис. 36. Вертикальная фазовая картина пучка на оси z окна для условий рис. 35.

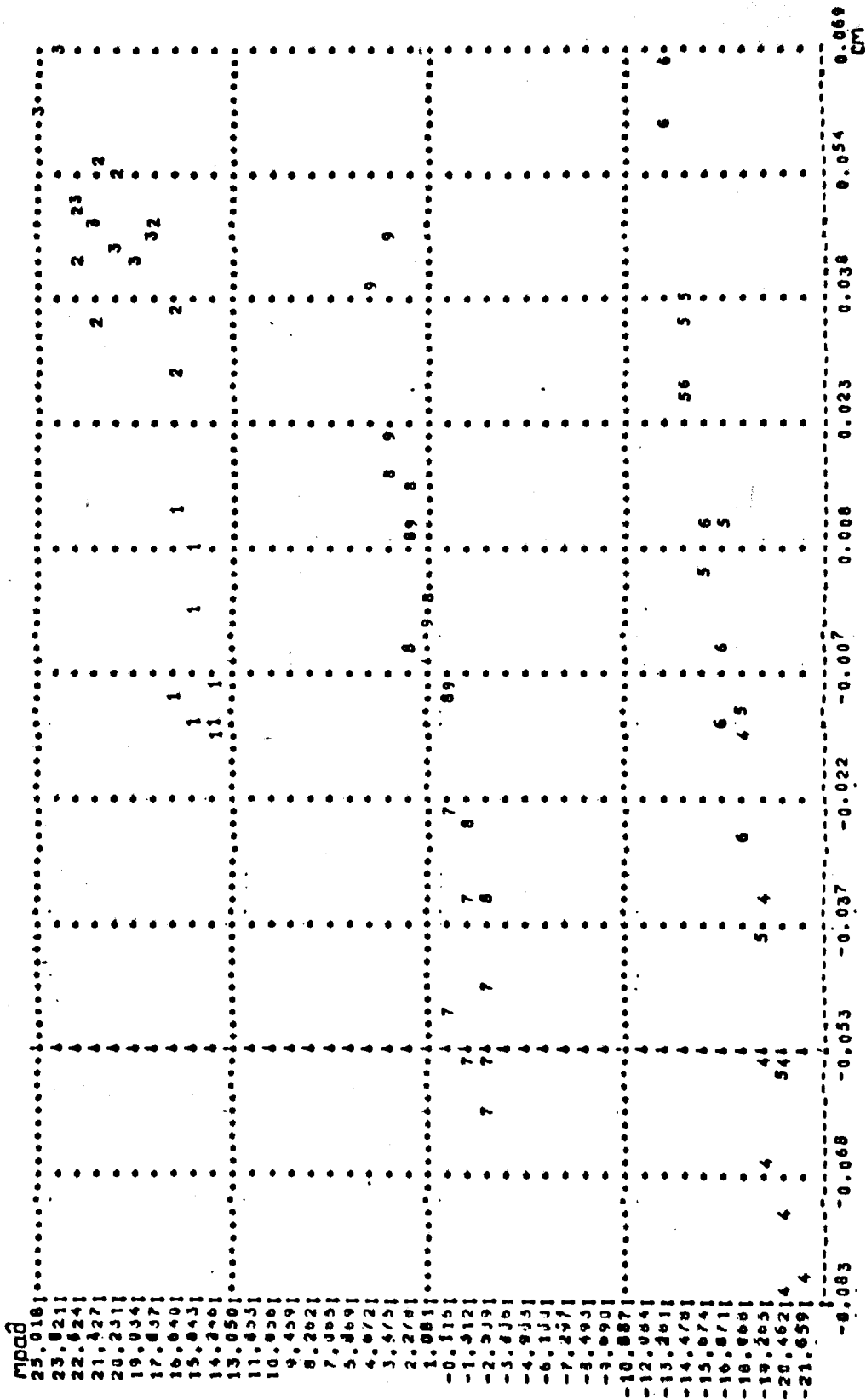
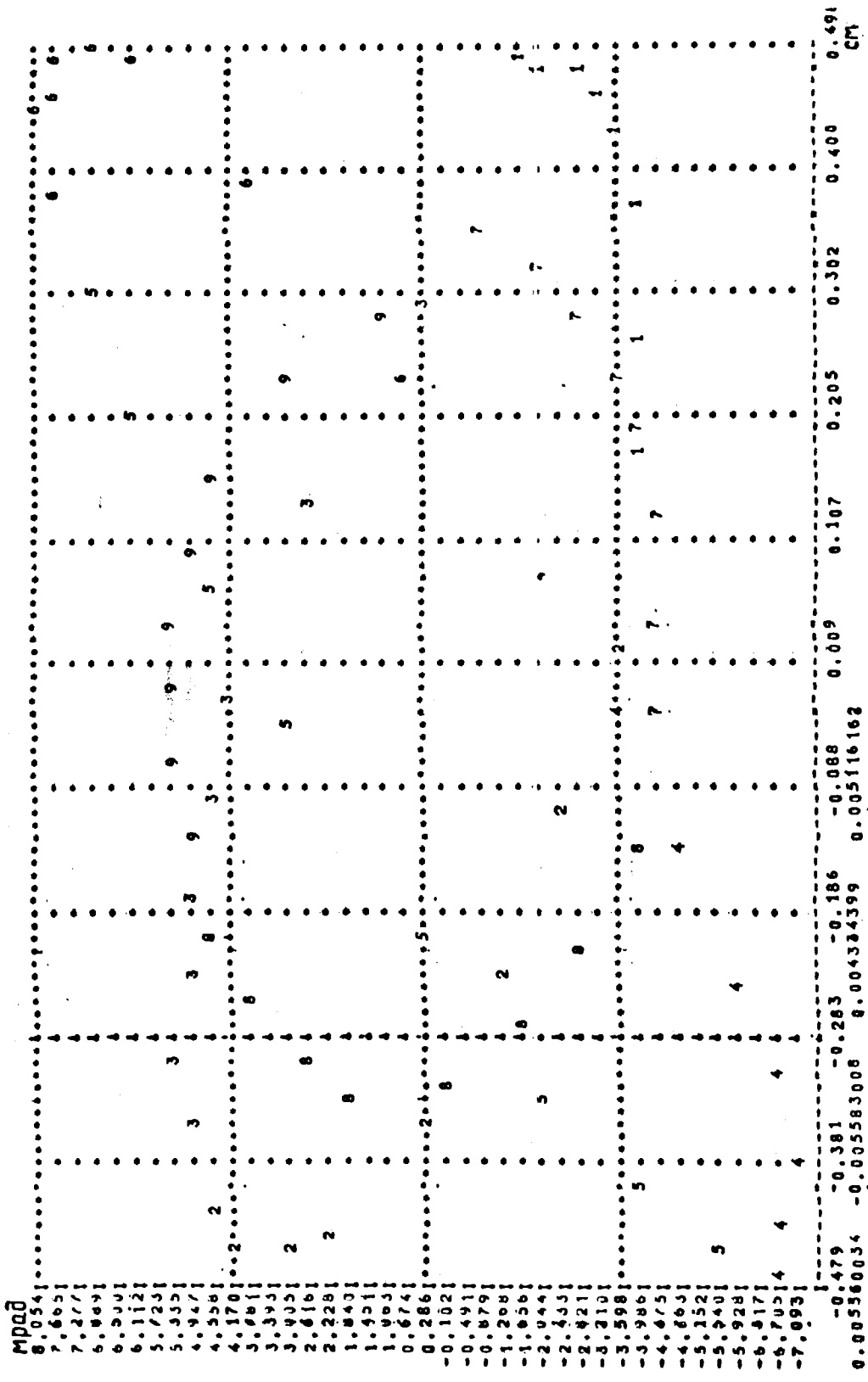


Рис. 37. Горизонтальная фазовая картина пучка в месте первого изображения при индукции  $B_0 = 10$  кгс.

- 65 -





66-

Рис. 38. Вертикальная фазовая картина пучка в месте первого изображения при индукции  $B_0 = 10$  кгс.

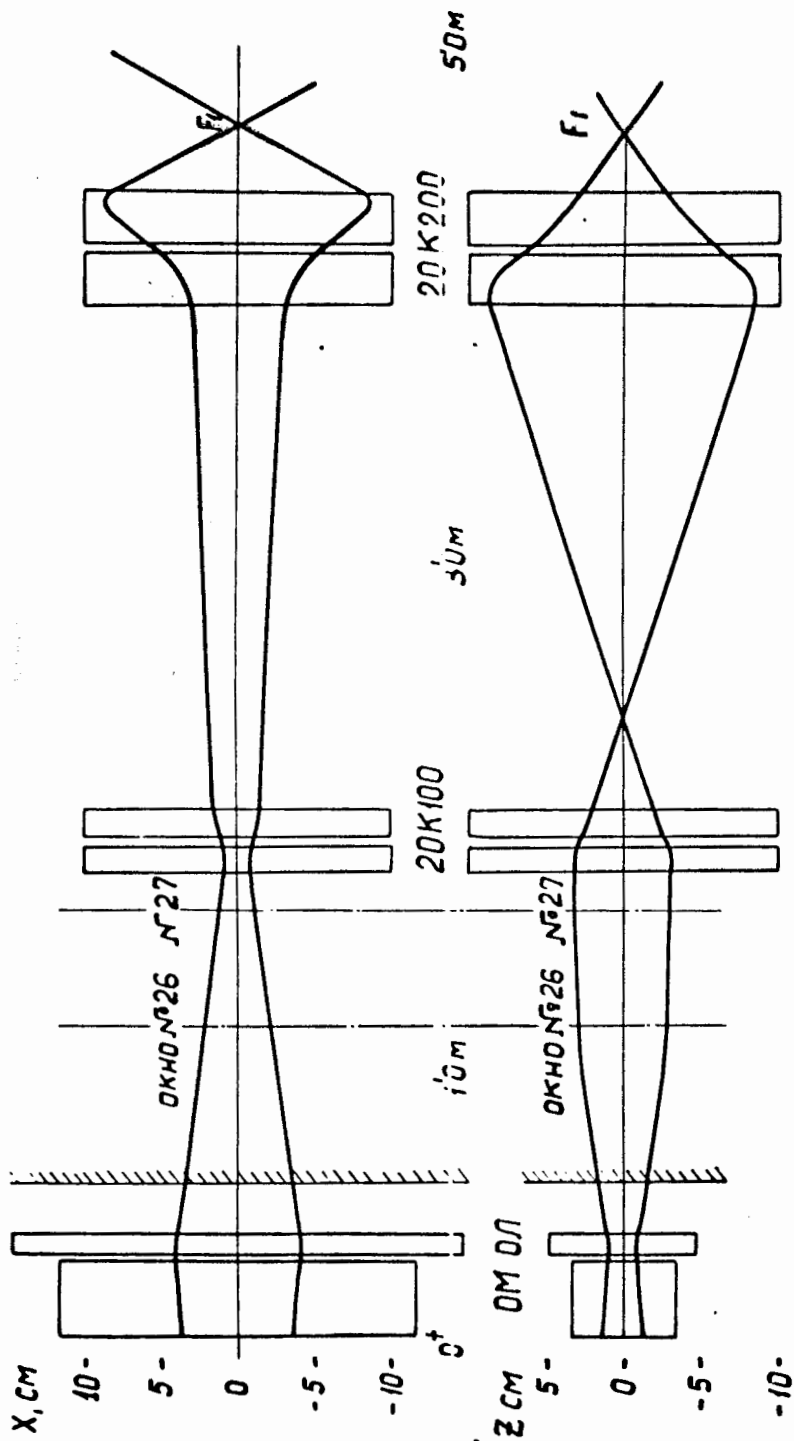


Рис. 39. Образная пучка в горизонтальной и вертикальной плоскости в элементах второй ступени внутреннего транспортировки в первой ступени внешней транспортировки. 1 - основная линза, 2 - основной магнит, 3 и 4 - квадрупольные линзы первого дублета, 5 и 6 - линзы второго дублета ( $E_0 = 10$  кэВ).

ход крайних траекторий пучка в горизонтальной и вертикальной плоскостях во второй ступени внутренней транспортировки и в системе внешней транспортировки.

Принятая схема расположения элементов системы транспортировки предусматривает возможность использования протонного пучка для экспериментов по исследованию структуры ядер, предложенный группой сотрудников ЛВТА во главе с М.Г.Мещеряковым. В этом случае, первая пара линз должна включаться как дублет с  $K_1 = 0,001362$  1/см и  $K_2 = 0,004325$  1/см, что дает полную угловую расходимость в горизонтальной плоскости 2 мрад и в вертикальной плоскости 4 мрад.

Краткий перечень параметров системы медленного вывода приведен в гл.У1.

#### У. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Благоприятным обстоятельством для использования на синхротроне ЛВЭ резонанса  $\nu_R = 2/3$ , рассмотренного в настоящей работе, является отсутствие резонансов низкого порядка при смещении рабочей точки по  $\eta$  от 0,57 до 0,625. Пересечение резонансных линий четвертого порядка не приводит, как правило, к опасным увеличениям размеров пучка /20/.

Настоящие расчетные характеристики могут несколько отличаться от тех, которые будут получены при экспериментах за счет того, что при расчетах не были учтены азимутальная неоднородность поля, эффект торцевого поля в программе „MFIELD“, топография поля в вырезе вертикальных стоек III квадранта, некоторое отличие от расчетного распределения поля в элементах внутренней системы транспортировки и др. Однако, влияние большинства этих факторов может быть скомпенсировано тонкой подстройкой параметров выводной системы.

Авторы выражают свою признательность Л.С.Русаковой за большую помощь в оформлении результатов данных расчетов.

## VI. ПАРАМЕТРЫ СИСТЕМЫ МЕДЛЕННОГО ВЫВОДА

### I. Резонансные обмотки в камере ускорителя.

Восемь рабочих проводников РОМ-1 в вакуумной камере на радиусах  $R_0 \pm 10$  см и  $R_0 \pm 30$  см понижают показатель поля от  $n = 0.67$  до  $n = 0.625$  во всех квадрантах ускорителя. Восемь рабочих проводников РОМ-2 на радиусах  $R_0 \pm 20$  см  $R_0 \pm 40$  создают вторую гармонику секступольного возмущения.

Сечение проводников резонансной обмотки II x 6 мм<sup>2</sup>.

Токи в проводниках при положении септума на  $R_0 + 36$  см при индукции  $B_0 = 10$  кгс

I РОМ-1	кон	на $R_0 \pm 10$ см	50 а
I РОМ-1	кон	на $R_0 \pm 30$ см	50 а
I РОМ-2А		на $R_0 \pm 20$ см	62 а
I РОМ-2В		на $R_0 \pm 40$ см	148 а
I РОМ-1, соответствующий началу вывода			39 а
I РОМ-1, соответствующий концу вывода			50 а

### 2. Форсистема

Форсистема находится во втором прямолинейном промежутке

Расстояние септума от продольной оси прямолинейного промежутка

в рабочем положении 360 мм

в нерабочем положении > 750 мм

длина фермагнита по железу 1640 мм

эффективная 1700 мм

Апертура фермагнита 65 x 225 мм<sup>2</sup>

Толщина септума фермагнита 2 мм

Толщина листов магнитопровода фермагнита 0,35 мм

Индукция в зазоре формазнита (в начале вывода):

для  $B_0 = 1,0 \text{ тл}$  0,166 тл

для  $B_0 = 1,23 \text{ тл}$  0,145 тл

Отношение изменения поля в формазните за время

вывода к полю в формазните в начале вывода  $(\frac{B_{фн} - B_{фк}}{B_{фн}}) \approx 0,1$

Длина форлинзы по железу

1016 мм

эффективная

1080 мм

Апертура форлинзы

50 x 180 мм<sup>2</sup>

Число витков обмотки форлинзы

14

Квадрупольный градиент (номин.): для  $B_0 = 1,0 \text{ тл}$

0,994 тл/м

для  $B_0 = 1,23 \text{ тл}$

1,399 тл/м

### 3. Основная система

Основной магнит расположен в III прямолинейном промежутке ускорителя на радиусе  $R_0 + 700 \text{ мм}$

Длина магнита по железу

3000 мм

эффективная

3065 мм

Апертура основного магнита

65 x 190 мм<sup>2</sup>

Толщина септума основного магнита

20 мм

Толщина листов магнитопровода

10 мм

Индукция в зазоре ю для  $B_0 = 1,0 \text{ тл}$

0,909 тл

для  $B_0 = 1,23 \text{ тл}$

0,9986 тл

Основная линза находится в 3-м прямолинейном промежутке ускорителя

Длина линзы по железу

700 мм

Апертура линзы

65,5 x 216 мм<sup>2</sup>

Толщина листов магнитопровода

10 мм

Квадрупольный градиент: для  $B_0 = 1,0 \text{ тл}$

0,04862 тл/см

для  $B_0 = 1,23 \text{ тл}$

0,05935 тл/см

#### 4. СИСТЕМА ВНЕШНЕЙ ТРАНСПОРТИРОВКИ

Система внешней транспортировки состоит из двух дублетов линз 20 К 100 А и 20 К 200 А. Расчетные значения  $k$  составляют в (1/см) :

$$K_1 = 0,0051387$$

$$K_2 = 0,0031445$$

$$K_3 = 0,0048244$$

$$K_4 = 0,0053383$$

Таблица 2

## Характеристики пучка в разных точках системы вывода

	$\Delta R$ (см)	$\Delta \alpha_x$ (мрад)	$\Delta Z$ (см)	$\Delta \alpha_z$ (мрад)
Вход ф.м.	17,5	0,55	4	1,28
Вход о.м.	7,5	6,3	2,5	5,2
Ось 27 окна	2,3	5,6	6,7	3,2
Вход в 1-ю линзу 20К100	2	5,6	6,6	3,2
Вход во II-ю линзу 20К100	2,2	4,5	5,2	14,2
Выход из II линзы	2,6	2,7	4,0	10,9
Вход в III линзу 20К200	5,8	2,7	16,7	10,9
Вход в IV линзу 20К200	11,8	64,5	9,1	37,5
Выход из IV линзы	15,6	52,5	5,8	21
Место изображения	0,04	52,5	0,36	21

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. A.Turrin. Nuovo Cim. 8, 511 (1958).
2. U.Bizzarri, M.Conte, I.F.Quercia, A.Turrin.  
Proc. V Int. Conf. on High Energy Accelerators, Frascati, 476  
(1965); also in Nuovo Cim. 42, 639 (1966).
3. J.Kirchgessner, J.W.Benoit, F.C.Shoemaker. Proc. V Int. Conf. on  
High Energy Accelerators, Frascati, 481 (1965).
4. M.R.Harold. RHEL/R 173 (1968).
5. Y.M.Bacconnier, J.R.Lambertson. Proc. VI Int. Conf. on High Energy  
Accelerators, Cambridge, 343 (1967).
6. M.Q.Barton. Proc. V Int. Conf. on High Energy Accelerators,  
Frascati, 485 (1965).
7. К.П.Мызников, Д.М.Сапулов, В.М.Татаренко, Д.С.Федотов, А.М.Фролов.  
Всесоюзное совещание по ускорителям заряженных частиц, ВИНТИ,  
Москва (1970).
8. Д.Г.Глобенко, Д.Г.Комарев.Препринт ИТЭФ № 658, Москва (1969)
9. В.П.Заболотин и др. Сообщение ОИЯИ 9-4749, 1969.
10. M.Conte. RHEL/M 126 (1967).
11. M.Conte. Nucl.Instr. & Meth. 62, 269 (1968).
12. Л.П.Зиновьев, И.Б.Иссинский, Н.И.Котов, Е.М.Кулакова,  
К.П.Мызников, Н.И.Павлов.ОИЯИ, I393, Дубна, 1963.
13. M.Conte. JINR E9-4925, Dubna, 1970.
14. Н.Н.Боголюбов, Д.А.Митропольский.Асимптотические методы в теории  
нелинейных колебаний.Госиздат физмат.литературы.  
Москва, 1958.



15. В.А.Михайлов, ОИЯИ, Программа „*FIXPNT*“ . Будет опубликовано.
16. Б.Б.Василишин, Е.М.Кулакова, В.А.Михайлов. Программа моделирования многооборотного движения в ускорителе. Будет опубликовано.
17. Б.Б.Василишин, Е.М.Кулакова, В.А.Михайлов. Программа „*FORM*“ . Будет опубликовано.
18. Е.М.Кулакова, К.П.Мызников, Л.А.Смирнова, Б.Б.Феокистов. ОИЯИ, Р-2880, Дубна, 1966.
19. В.П.Заболотин и др. Измерение магнитных полей в элементах системы медленного вывода. Будет опубликовано.
20. А.А.Коломенский, А.Н.Лебедев. Теория циклических ускорителей. М., 1962 г.