

Кулакова Е. М.

с 3450

К-90

Б1-9-6436.



+

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Б1-9-6436

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 1972

Объединенный институт ядерных исследований
Лаборатория высоких энергий

Б1-9-6436

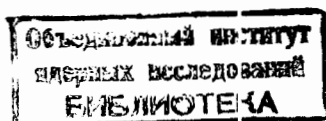
Кулякова Е.М.

МЕТОД ФАЗОВЫХ ОБЪЕМОВ В ОПТИКЕ ПУЧКОВ ВЫСОКИХ
ЭНЕРГИЙ (ОБЗОР)

С. ф. 3340

Объединенный институт ядерных исследований

29 апреля 1969



г. Дубна, 1969 г.

В теории ускорителей и оптике пучков частиц высоких энергий в последнее время широко применяется понятие фазового объема^{/1,2,3/} и огибающей пучка^{/4/}. В данном случае рассматривается не отдельная траектория частицы, а коллективное поведение большого числа частиц как целого. Такой подход позволяет рассчитывать, например, системы формирования пучков на оптимум с учётом не только размеров пучка в месте изображения, но и объемов сильных магнитных полей в элементах системы. Во многих случаях концепция фазовых объемов используется при расчётах систем инжекции^{/5,6/} и вывода^{/7/} на ускорителях, а также систем согласования при переводе пучка из ускорителя в ускоритель^{/8/}.

I. Фазовое пространство, теорема Лиувилля

Если частица движется в прямоугольной системе координат, её поведение будет полностью описано заданием координат x, y, z и компонент импульса p_x, p_y, p_z ($m\dot{x}, m\dot{y}, m\dot{z}$). Эта информация может быть представлена точкой в шестимерном пространстве с координатами x, y, z, p_x, p_y, p_z (представляющая точка), которое называется фазовым. При движении частицы в реальном пространстве представляющая точка описывает в фазовом пространстве соответствующую линию, называемую фазовой траекторией. Представляющие точки будут заполнять шестимерный гиперобъем и его поверхность будет определять границы пучка. Интенсивность пучка в каждой точке фазового объема характеризуется плотностью частиц. Сечения гиперобъема, имеющие более низкую размерность (подпространства двух измерений) опи-

связью свойства пучка в плоскостях $(x, p_x), (y, p_y), (z, p_z)$.

С течением времени фазовый объем меняется в соответствии с движением частиц в физическом пространстве. При таких изменениях плотность частиц в фазовом пространстве подчиняется теореме Лиувилля^{/1/}: если группа частиц находится под действием сил, описываемых гамильтонианом, её движение таково, что плотность точек в соответствующем фазовом пространстве остаётся постоянной.

Гамильтониан \mathcal{H} /1,4,9/ описывает состояние совокупности частиц с помощью обобщённых координат^{х)} и импульсов. Уравнения движения в этом случае будут:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x} &= - \frac{d p_x}{d t} ; \\ \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_x} &= \frac{d x}{d t} = \frac{p_x}{m} . \end{aligned} \tag{I}$$

Для координат y и z уравнения движения аналогичны. Гамильтониан существует для такой системы сил, действующих на пучок, работе которых зависит от положения начальной и конечной точек и не зависит от формы пути (консервативные силы). Внешние электрические и магнитные поля относятся к этому классу сил. Если происходят потери энергии пучка на излучение или при взаимодействии с веществом, гамильтониан построить нельзя. Силы

х) Любые n величин x_1, x_2, \dots, x_n , которые полностью описывают положение системы с n степенями свободы, называются её обобщёнными координатами, а \dot{x}_i - её обобщёнными скоростями.

при этом зависят от \dot{p} , тогда как гамильтониан - функция только координат, импульсов и времени. При учёте внутреннего взаимодействия частиц в пучке (пространственный заряд, электростатическое отталкивание) гамильтониан может быть построен. Учёт этих эффектов, а также спина частиц требует увеличения размерности фазового пространства.

Доказательство теоремы Лиувилля применительно к корпускулярной оптике дано Джеммом^{/5/} и аналогично Пирсом^{/10/}. Рассматривается баланс числа фазовых точек внутри бесконечно малого шестимерного объёма $dx dy dz dp_x dp_y dp_z$, при этом плотность фазовых точек - $n(x, y, z, p_x, p_y, p_z)$. Число точек в этом объёме будет меняться со временем, если поток фазовых точек внутрь не равен потоку наружу. Приравняем полный поток через всю поверхность объёма изменению числа фазовых точек внутри объёма (уравнение непрерывности):

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(nV) = 0, \quad (2)$$

где V - вектор скорости в шестимерном пространстве. Или:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + V \text{grad } n + n \text{div } V = 0. \quad (3)$$

С учётом (1):

$$\begin{aligned} \text{div } V &= \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{p}_x}{\partial p_x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{p}_y}{\partial p_y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{p}_z}{\partial p_z} = \\ &= \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial x \partial p_x} - \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial x \partial p_x} + \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial y \partial p_y} - \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial y \partial p_y} + \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial z \partial p_z} - \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial z \partial p_z}. \end{aligned} \quad (4)$$

Тогда уравнение (3) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial p_x} \cdot \frac{\partial p_x}{\partial t} + \\ + \frac{\partial n}{\partial p_y} \cdot \frac{\partial p_y}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial p_z} \cdot \frac{\partial p_z}{\partial t} = \frac{dn}{dt} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Это является математическим выражением теоремы Лиувилля. Совокупность точек в фазовом пространстве подобна по своим свойствам несжимаемой жидкости. Если число фазовых точек не меняется, а плотность их постоянна, то и объём фазового пространства сохраняется, что является важным следствием теоремы Лиувилля. Можно показать, что теорема Лиувилля справедлива при наличии силы Лоренца в магнитном поле^{/4/}, которая зависит от скорости частицы:

$$\dot{p} = e[\dot{R} \times B], \quad (6)$$

где R - радиус частицы и B - индукция поля.

Запишем выражения для $div V$:

$$div_R(\dot{R}) + div_p[\dot{R}B] = (B, rot_p \dot{R}) - (\dot{R}, rot_p B). \quad (7)$$

Здесь \dot{R} - вектор скорости частицы, $div_R(\dot{R}) = 0$, так как \dot{R} не зависит от координат. Второй член в равенстве (7) ноль, так как $B(x, y, z, t)$ не зависит от p .

$$rot_p \dot{R} = \left(\frac{\partial \dot{y}}{\partial p_x} - \frac{\partial \dot{x}}{\partial p_y} \right) + \left(\frac{\partial \dot{z}}{\partial p_x} - \frac{\partial \dot{x}}{\partial p_z} \right) + \left(\frac{\partial \dot{x}}{\partial p_y} - \frac{\partial \dot{y}}{\partial p_x} \right). \quad (8)$$

Раскроем выражение первой скобки:

$$\frac{\partial \dot{y}}{\partial p_x} = \frac{\partial}{\partial p_x} \frac{c p_y}{\sqrt{p_z^2 + p_x^2 + (m_0 c)^2 + p_y^2}} = - \frac{c p_y p_x}{(p^2 + m_0^2 c^2)^{3/2}} = \frac{\partial \dot{x}}{\partial p_y}. \quad (9)$$

Другие составляющие $rot_p \dot{R}$ также равны нулю. Таким образом, $div_p[\dot{R}B] = 0$, что подтверждает справедливость теоремы Лиувилля, в магнитном поле. Форма и величина сечений фазового объема может со временем меняться. В ускорителях

обычно приходится учитывать шестимерный фазовый объем из-за связи между продольным и поперечным движением. Если движение осей x, y и z независимо в физическом пространстве (линейное приближение в обычных системах транспортировки), то в фазовом пространстве сечения могут рассматриваться также независимо. Теорема Лиувилля будет справедлива для каждого подпространства в отдельности: площади сечений будут постоянны, хотя форма их может меняться. При транспортировке пучка без изменения энергии (продольная компонента импульса $p_z = const$) можно характеризовать угловое отклонение частиц от оси пучка (ось z) с помощью $\frac{dx}{dz}$ и $\frac{dy}{dz}$ вместо $\frac{p_x}{p_z}$ и $\frac{p_y}{p_z}$. Фазовыми координатами теперь будут удобные величины x, x' и т.д. Площадь сечения в фазовой плоскости является важной характеристикой пучка, определённая в координатах (x, p_x) , она называется поперечным фазовым объёмом пучка, в координатах (x, x') - качеством или эмиттансом пучка. При движении в электромагнитном поле двумерный поперечный фазовый объём (при отсутствии продольной компоненты поля) будет /6/

$$V_{\phi} = \frac{1}{\pi m_0 c} \int dx dp_x \quad (10)$$

Канонически сопряженный обобщенный импульс:

$$P = p + eA, \quad (11)$$

где $p = m v$, A - векторный потенциал. Тогда как эмиттанс пучка в координатах (x, x') :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\pi} \int dx dx' \quad (12)$$

Эмиттанс пучка связан с V_{ϕ} соотношением :

$$\mathcal{E} = \frac{V_{\phi}}{\beta^2 \gamma^3}, \quad (13)$$

где $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$. Фазовый объем V_{φ} удобно использовать в линейных ускорителях как величину, не зависящую от энергии. С увеличением энергии эмиттанс пучка уменьшается, соответственно стремится к нулю разброс наклонов траекторий. При низких энергиях уменьшение \mathcal{E} связано с ростом продольной скорости частиц, при релятивистских энергиях основную роль играет увеличение фактора Лоренца.

С помощью теоремы Лиувилля можно легко получить выражение для затухания амплитуд свободных колебаний в кольцевых ускорителях /II/. Пусть X_{\max} и $P_x \max$ - максимальное отклонение и поперечный импульс в одной из фазовых плоскостей. Тогда:

$$X_{\max} \cdot P_x \max = X_{\max} \cdot P_s \left(\frac{dx}{ds} \right)_{\max} = \text{const}, \quad (14)$$

здесь S - расстояние вдоль азимута ускорителя. Поскольку фокусирующие свойства ускорителя не меняются во времени, то $X_{\max} / \left(\frac{dx}{ds} \right)_{\max} = \text{const}$. Отсюда получаем:

$$P_s \cdot X_{\max}^2 = \text{const}; \quad X_{\max} \sim \frac{1}{\sqrt{P_s}} \sim \frac{1}{\sqrt{B}}; \quad (15)$$

где B - индукция в зазоре магнита ускорителя, т.е. амплитуда свободных колебаний $\sim \frac{1}{\sqrt{B}}$.

Продольная координата z имеет значение, когда пучок обладает временной структурой. Вместо z вводят для удобства энергетический разброс, длину сгустка или радиочастотную фазу.

Рассмотрим некоторые случаи, когда теорема Лиувилля не выполняется. Например, рассеяние пучка на мишени нельзя описать с помощью гамильтониана. Фазовая площадь, занимаемая пучков,

✓ после взаимодействия с веществом увеличивается. Пучок вначале, например, параллельный, получает конечный фазовый объем (рис. 1). При расчёте систем поглощения пучка (замедлители^{/12/}) необходимо учитывать рост его размеров. Нужно отметить, кроме того, что при низкой энергии пучка (выход из ионного источника, например) силы пространственного заряда оказывают заметное влияние на поведение пучка и в значительной степени определяют его фазовый объём^{/13/}. При высокой энергии эффектами пространственного заряда можно пренебречь. Для описания пар аксиального пучка с учётом пространственного заряда получено выражение^{/14/}:

$$PR'' + \frac{1}{2} P'R' + \frac{1}{4} P''R = \frac{Q}{R^3} + \frac{F}{RP} \frac{1}{2}. \quad (16)$$

Здесь P и R - потенциал и радиус пучка, отнесённые к их величине, в точке кроссовера (см. ниже), Q и F - коэффициенты, характеризующие эмиттанс и первеанс пучка. Аналитического выражения для описания пучка с конечным эмиттансом и учётом^{em} пространственного заряда пока не существует.

2. Контуры пучка на фазовой плоскости

В системах транспортировки чаще всего используются поперечные фазовые плоскости (x, x') и (y, y') . Рассмотрим, как выглядят в фазовой плоскости пучки в различными характеристиками (рис. 2).

В случае параллельного пучка (a) угловая расходимость - ноль, все частицы в плоскости x, x' лежат на оси x , и фазовый

объем пучка равен нулю. Если пучок сходится в одной точке (δ) (имеет точечный источник в сечении I), углы частиц пропорциональны смещению и фазовые точки лежат на прямолинейном отрезке. Этот отрезок при движении пучка вдоль z вращается по часовой стрелке и удлиняется. Фазовый объем пучка также равен нулю. На рис. 2в приведён пучок с конечным фазовым объёмом: в этом случае на одном расстоянии от оси могут находиться частицы, углы которых распределены в конечном интервале. Фазовый объем в данном случае ограничен эллипсом: сходящемуся пучку соответствует эллипс с отрицательным углом наклона большой оси, расходящемуся - с положительным. Проекция эллипса на ось x равна диаметру пучка в данной точке z . Каноническая форма эллипса соответствует минимальному размеру пучка - кроссоверу. В этом случае огибающая пучка параллельна оси z .

Совокупность точек на фазовой плоскости можно описать с помощью любой замкнутой фигуры. Используется контур в виде параллелограмма, но чаще всего - эллиптический контур, который возникает в случае гармонического движения под воздействием возвращающей упругой силы^{х)}. В линейном приближении решение уравнения движения, например, для x - плоскости имеет вид^{/15/}:

$$\begin{aligned}x &= x_m \sin \omega_x t; \\x' &= x_m \omega_m \cos \omega_x t.\end{aligned}\tag{17}$$

Здесь x_m - начальная амплитуда колебаний, $\omega_x = 2\pi \nu_x$,

х) Внутренние пучки ускорителей имеют на фазовой плоскости эллиптическую форму, хотя граница их не будет резкой из-за плавного спада интенсивности.

где ν_x - число свободных колебаний наоборот. В любой точке вдоль траектории могут находиться частицы со всевозможными фазами рассматриваемого поперечного движения и амплитудами от 0 до максимальной (рис. 3). Эту совокупность траекторий частиц можно рассмотреть на фазовой плоскости (x, x') , причем фазовые траектории здесь эллиптические:

$$\frac{x^2}{x_m^2} + \frac{x'^2}{\omega_x^2 x_m^2} = 1 \quad (18)$$

Движению вдоль оси t соответствует движение фазовой точки по эллипсу по часовой стрелке. Эллипсы для частиц с меньшими амплитудами колебаний лежат внутри приведенного. Площадь эллипса F , деленная на π , дает эмиттанс пучка в данной плоскости. Пучок, описанный эллиптическим контуром, принято называть нормальным. Нужно отметить, что эллипс удобно описывается математически и сохраняется при линейных преобразованиях.

В общем случае наклонённый эллипс имеет вид^{/4/} (рис. 4):

$$\gamma_0 x^2 + 2d_0 x x' + \beta_0 x'^2 = \epsilon, \quad (19)$$

где γ_0 , d_0 и β_0 - коэффициенты эллипса.

Легко показать, что если коэффициенты эллипса пронормированы так, что $\beta_0 \gamma_0 - d_0^2 = 1$, то величина ϵ , стоящая в правой части уравнения (19), равна $\epsilon = F/\pi$, т.е. представляет эмиттанс пучка в данной плоскости. Эллипс рис. 1 в повернутых координатах (y, y') имеет каноническую форму:

$$y^2/a^2 + y'^2/b^2 = 1. \quad (20)$$

Здесь a и b - большая и малая полуоси эллипса. Величины

y и y' выразим через x, x' и угол поворота координат α :

$$\begin{aligned} y &= x \cos \alpha + x' \sin \alpha ; \\ y' &= -x \sin \alpha + x' \cos \alpha . \end{aligned} \quad (21)$$

Тогда уравнение эллипса в системе координат (x, x') будет:

$$\begin{aligned} &\frac{x^2 \cos^2 \alpha + 2xx' \sin \alpha \cos \alpha + x'^2 \sin^2 \alpha}{a^2} + \\ &+ \frac{x^2 \sin^2 \alpha - 2xx' \sin \alpha \cos \alpha + x'^2 \cos^2 \alpha}{b^2} = 1 . \end{aligned} \quad (22)$$

Если коэффициенты эллипса выбрать:

$$\begin{aligned} \frac{b^2 \cos^2 \alpha + a^2 \sin^2 \alpha}{ab} &= \gamma_0 ; \\ \frac{b^2 \sin^2 \alpha + a^2 \cos^2 \alpha}{ab} &= \beta_0 ; \\ \frac{(b^2 - a^2)^2}{ab} \sin \alpha \cos \alpha &= d_0 ; \end{aligned} \quad (23)$$

то $\gamma_0 \beta_0 - d_0^2 = 1$ и эллипс примет форму:

$$\gamma_0 x^2 + 2d_0 x x' + \beta_0 x'^2 = ab = \varepsilon . \quad (24)$$

Максимальный угловой полураствор эллипса $x'_{\max} = \sqrt{\varepsilon \gamma_0}$, координата наиболее удалённой точки пучка $x_{\max} = \sqrt{\varepsilon \beta_0}$ (координата огибающей пучка). Величину ε называют эмиттансом или эксцентенсом пучка в зависимости от того, рассматривается фазовый эллипс на выходе или на входе системы.

Эллиптическая огибающая некоторого набора из N точек на фазовой плоскости (x, x') может быть найдена статистическим построением [16]. Распределение исходных фазовых точек предполагается

ется нормальным. Тогда коэффициенты, характеризующие начальный эллипс, определяются как:

$$\begin{aligned} \delta_0 &= \frac{S_2}{S_1 \sqrt{1 - \zeta_{xx'}^2}} ; \\ \beta_0 &= \frac{S_1}{S_2 \sqrt{1 - \zeta_{xx'}^2}} ; \\ d_0 &= -\frac{\zeta_{xx'}}{\sqrt{1 - \zeta_{xx'}^2}} \end{aligned} \quad (25)$$

Дисперсии S_1 и S_2 и коэффициент корреляции $\zeta_{xx'}$ выражаются через \mathcal{K} и \mathcal{K}' следующим образом [17]:

$$\begin{aligned} S_1^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N-1} \\ S_2^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N x_i'^2}{N-1} \\ \zeta_{xx'} &= \frac{\sum_{i=1}^N x_i x_i'}{S_1 S_2 (N-1)} \end{aligned} \quad (26)$$

Если на коэффициенты эллипса наложено условие $\beta_0 \delta_0 - d_0^2 = 1$, то

$$E = K S_1 S_2 \sqrt{1 - \zeta_{xx'}^2} = \frac{F}{\pi} \quad (27)$$

Здесь K - постоянная, определённая из условия, что внутри площади, ограниченной эллипсом, находится определённое число начальных точек, например, при $K = 6$ это будет 95%. Данный метод использовался для нахождения горизонтального и вертикального эмиттанса выходящего пучка при быстром резонансном выводе протонов из синхрофазотрона ОИЯИ. Эллиптический контур в фазовом пространстве не обязательно предполагает наличие эллиптического сечения пучка в реальном пространстве, хотя последнее часто имеет место.

Фазовый контур в виде параллелограмма появляется в результате коллимации пучка щелями (рис. 5). Параллелограмм ориентирован по-разному в разных точках оси, но его площадь постоянна. Нужно отметить, что такой контур встречается чаще всего как аксентанс устройств с прямоугольной апертурой.

3. Преобразование фазовых объемов

В настоящей концепции движение пучка в ускорителях, свободном пространстве и элементах систем транспортировки тождественно трансформации фазового объема. Одной из основных задач транспортировки является преобразование некоторых областей фазового пространства к формам, которые соответствуют требованиям, предъявляемым к пучкам. При этом также рассчитывается пропускная способность оптической системы. Теорема Лиувилля накладывает определённые требования на эти преобразования, наиболее общее из них связано с сохранением шестимерного гиперобъема или его проекций.

Рассмотрим преобразование эллипса, описанного уравнением (19) через оптическую систему (линзы, свободное пространство, магниты без дисперсии). Начальный вектор (x_0, x_0') трансформируется с помощью матрицы этой системы:

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_0' \end{pmatrix} \quad (28)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \gamma_0 x_0^2 + 2\alpha_0 x_0 x_0' + \beta_0 x_0'^2 &= \\ = \gamma x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2 &= \mathcal{E}. \end{aligned} \quad (29)$$

Приравнивая коэффициенты при x_0^2 , $x_0'^2$ и $x_0 x_0'$, получим:

$$\begin{aligned} \gamma &= D^2 \gamma_0 - 2CD \alpha_0 + C^2 \beta_0; \\ \alpha &= -BD \gamma_0 + (AD+CB) \alpha_0 - AC \beta_0; \\ \beta &= B^2 \gamma_0 - 2BA \alpha_0 + A^2 \beta_0. \end{aligned} \quad (30)$$

Или

$$\begin{pmatrix} \gamma \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D^2 & -2CD & C^2 \\ -BD & AD+BC & -AC \\ B^2 & -2AB & A^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_0 \\ \alpha_0 \\ \beta_0 \end{pmatrix}. \quad (31)$$

Таким образом, параметры $\alpha_0, \gamma_0, \beta_0$ при прохождении через оптическую систему изменяются соответственно линейному трёхмерному преобразованию, Поскольку матрица системы имеет $\det = AD-BC = 1$ /18/, то $\beta\gamma - \alpha^2 = 1$ и $\mathcal{E} = const$ в соответствии с теоремой Лиувилля.

Приведем некоторые примеры трансформации фазового эллипса.

а) В свободном от поля пространстве частицы движутся прямолинейно, угловая расходимость пучка сохраняется, а размер возрастает. При этом в фазовом пространстве точки перестанут описывать эллипсы, так как каждая точка сохраняет свою величину x' и движется параллельно оси \mathcal{L} . Фазовый эллипс (рис.6) изменяется таким образом, что точки 1,3 будут неподвижны, а точки 2 и 4 будут смещаться при движении пучка, но координата x' у них не меняется /9/. В данном примере фазовый эллипс на входе в пространство дрейфа имеет каноническую форму

$$\gamma_0 x^2 + \beta_0 x'^2 = \mathcal{E}. \quad (32)$$

Матрица свободного пространства длиной L :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (33)$$

Наклоненный эллипс на расстоянии L получается сдвигом точек прямого эллипса в горизонтальном направлении и имеет вид:

$$x^2 \gamma_0 - 2(L \gamma_0) x x' + (L^2 \gamma + \beta_0) x'^2 = \varepsilon. \quad (34)$$

Размер пучка на этом расстоянии определяется через огибающую:

$$x_m = \sqrt{\varepsilon \beta} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta_0}} \sqrt{L^2 + \beta_0^2}. \quad (35)$$

Каноническое состояние фазового эллипса с минимальным угловым раствором может быть достигнуто только внутри фокусирующего элемента или на выходе из него. Каноническое состояние с минимальным размером достигается в пространстве дрейфа сходящимся пучком. Расстояние L от выхода из элемента до кроссовера определяется в этом случае из условия:

$$d = -\gamma_0 L + d_0 = 0 \quad (36)$$

$$L = \frac{d_0}{\gamma_0}.$$

Размер пучка в месте кроссовера:

$$x_m = \sqrt{\varepsilon \beta} = \sqrt{\varepsilon'} \sqrt{L^2 \gamma_0 - 2 L d_0 + \beta_0} = \sqrt{\frac{\varepsilon'}{\beta_0}}. \quad (37)$$

Профиль пучка в свободном пространстве представляет собой гиперболу.

б) Если пучок, пройдя свободное пространство, снова попадает в фокусирующую область (например, в ускоритель), то каждая точка на фазовой плоскости снова возвращается к движе-

нию по эллипсу, так как в реальном пространстве движение частиц будет опять синусоидальное. Наибольший эллипс и все эллипсы внутри него начинают вращаться, при этом изменяется их длина и ширина, но площадь сохраняется /15/.

в) Линейная тонкая линза изменяет только угол траектории пучка на $dx' \sqrt{\frac{ne}{\rho_0}}$ изменяя её координаты x /9/:

$$f = \frac{x}{dx'}. \quad (38)$$

где f - фокусное расстояние линзы. Все эллипсы на выходе линзы имеют тот же размер по x ; точки, представляющие собой траектории, проходящие через центр линзы, не меняют положения.

В зависимости от силы линзы эллипс на выходе может иметь разный наклон или кроссовер.

Преобразование эллипса (31) относится только к огибающим пучков без разброса по импульсам. Если импульсы пучка лежат в пределах $\pm \Delta P / \rho_0$, то необходимо учитывать хроматическую aberrацию и дисперсию. Хроматическую aberrацию можно ввести в элементы матрицы (28), причем преобразование эллипса для $+\frac{\Delta P}{\rho_0}$ будет несколько отличаться от последнего при $-\frac{\Delta P}{\rho_0}$. Если в систему входят отклоняющие магниты, эллипсы будут смещены на величину $\frac{eB}{2}$, где β_0 - угол отклонения и e - длина магнита.

До сих пор мы рассматривали движение пучка под действием линейных сил, т.е. сил пропорциональных смещению. При движении под действием нелинейных сил теорема Лиувилля остаётся справедливой, однако "эффективная" фазовая площадь пучка возрастает. Нелинейные силы искажают контур пучка и, если считать,

что пучок остаётся внутри эллиптического контура, то последний имеет большую площадь, чем первоначальный^{/11/}. Практически это часто то же самое, что и увеличение фазового объема, так как размер изображения в этом случае больше, чем при наличии только линейных сил. Нелинейные aberrации, связывающие два движения, например, x и y , приводят к тому, что сохраняется лишь общий фазовый объем пучка, а не его проекции на плоскостях (x, x') и (y, y') ^{/19/}. Увеличение эффективного эмиттанса пучка отмечается при выводе первичного пучка из ускорителей после прохождения существенно нелинейного краевого поля. Так, при быстром выводе протонов из синхрофазотрона ОИЯИ^{/16/} горизонтальный эмиттанс возрастает на $\sim 55\%$ после прохождения пучком нелинейного краевого поля ускорителя^{/20/}. С целью устранения влияния нелинейных aberrаций поля и уменьшения размеров выходящего протонного пучка произведено шиммирование краевого поля на синхротроне ЦЕРН^{/21/}. С этой же целью шиммировалось крайнее поле при выводе пучка из Космотрона^{/22/}.

4. Преобразование кроссовера в кроссовер

Для математического описания действия на пучок фокусирующей системы удобно представить эллипс в другой форме^{/18,23,24/}. Пусть эллипс в канонической форме имеет вид:

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1$$

или

$$\frac{b}{a} y^2 + \frac{a}{b} y'^2 = ab = f.$$

(39)

Тогда

$$\begin{aligned} \gamma_0 y^2 + \beta_0 y'^2 &= \varepsilon; \\ \gamma_0/\varepsilon &= 1/a^2; \quad a^2 = \varepsilon/\gamma_0; \\ \beta_0/\varepsilon &= 1/b^2; \quad b^2 = \varepsilon/\beta_0. \end{aligned} \tag{40}$$

Преобразуем этот эллипс в свободном пространстве на расстояние \mathcal{L} :

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_0; \quad d = -\mathcal{L}\gamma_0; \\ \beta &= \mathcal{L}^2\gamma_0 + \beta_0; \\ (y - \mathcal{L}y')^2\gamma_0 + \beta_0 y'^2 &= \varepsilon; \\ (y - \mathcal{L}y')\frac{\gamma_0}{\varepsilon} + \frac{\beta_0}{\varepsilon} y'^2 &= 1. \end{aligned} \tag{41}$$

В окончательном виде:

$$\frac{(y - \mathcal{L}y')^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1. \tag{42}$$

При движении пучка в свободном пространстве теперь меняется только \mathcal{L} , огибающая также имеет более наглядный вид:

$$R_{ш} = \sqrt{\varepsilon\beta_0} = \sqrt{\mathcal{L}^2 b^2 + a^2}, \tag{43}$$

т.е. размер пучка в любой точке свободного пространства можно выразить через его размер и угловой раствор в месте кроссовера и расстояние от этой точки до кроссовера. Отношение a/b принято называть характеристической длиной пучка.

Можно связать параметры эллипса \mathcal{L} , a и b на выходе системы с параметрами \mathcal{L}_0 , a_0 и b_0 на входе. Пусть матрица

преобразования произвольной фокусирующей системы /18/:

$$[T] = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}. \quad (44)$$

Возьмём для простоты входной эллипс в точке кроссовера, т.е. $L_0 = 0$.

Если в точке 2 пучок не имеет геометрического изображения, то

$$\begin{aligned} b^2 &= b_0^2 (a_0^2 T_{21}^2 / b_0^2 + T_{22}^2); \\ a^2 &= a_0^2 / (a_0^2 T_{21}^2 / b_0^2 + T_{22}^2); \\ L &= - (a_0^2 T_{11} T_{21} + T_{12} T_{22}) / (a_0^2 T_{21}^2 / b_0^2 + T_{22}^2); \\ X_m &= a_0^2 T_{11}^2 + b_0^2 T_{12}^2. \end{aligned} \quad (45)$$

Если в точке 2 пучок имеет геометрическое изображение, то

$T_{12} = 0$ и матрица $[T]$ будет представлена /18/

$$[T] = \begin{pmatrix} M & 0 \\ -\frac{1}{F} & \frac{1}{M} \end{pmatrix}, \quad (46)$$

где M и $\frac{1}{M}$ - коэффициенты линейного и углового увеличения системы, F - фокусное расстояние системы со стороны изображения. Расстояние от точки изображения 2 до кроссовера 3 будет:

$$L = \frac{M^3 \left(\frac{a_0}{b_0}\right)^2}{\left[1 + \frac{M^2}{F^2} \left(\frac{a_0}{b_0}\right)^2\right]}. \quad (47)$$

Угловой растрор и размер пучка в точке кроссовера:

$$\begin{aligned} b &= \frac{b_0}{M} \sqrt{1 + \left(\frac{a_0}{b_0} \cdot \frac{M}{F}\right)^2}; \\ a &= \frac{a_0 M}{\sqrt{1 + \left(\frac{M}{F} \cdot \frac{a_0}{b_0}\right)^2}}. \end{aligned} \quad (48)$$

В месте геометрического изображения огибающая равна:

$$x_{из} = M a_0, \quad (49)$$

т.е. размер пучка в месте изображения больше, чем в кроссовере в $\sqrt{1 + \left(\frac{M}{f} \frac{a_0}{e_0}\right)^2}$ раз. Расстояние до изображения, как уже показано, также не совпадает с расстоянием до кроссовера. Эти различия тем существенней, чем больше фазовый объем пучка и сильнее фокусирующие свойства системы.

Для перевода одного кроссовера в другой на коэффициенты матрицы накладывается условие:

$$\left(\frac{a_0}{e_0}\right)^2 T_{11} T_{21} + T_{12} T_{22} = 0. \quad (50)$$

Если необходимо получить кроссовер в месте геометрического изображения, то матрица перехода с учётом требования

$\det T = 1$ будет иметь вид:

$$\begin{pmatrix} T_{11} & 0 \\ 0 & T_{22} \end{pmatrix}. \quad (51)$$

С помощью одной линзы нельзя получить второй кроссовер в месте изображения, кроме случаев: 1) $\mathcal{E} = 0$, 2) $f = \infty$

5. Расчет систем транспортировки пучков с конечным ЭМИТТЕНСОМ

Нужно отметить, что оптика пучков высоких энергий в большинстве случаев не требует получения геометрического изображения. Оптическое изображение в точности воспроизводит локальное

распределение интенсивности объекта: частицы, выходящие из одной точки, фокусируются также в одну точку. При транспортировке пучков требуется знать, не где локализована каждая частица, а поведение пучка как целого. Если пучок испускается точечным источником, то для него применимы обычные законы геометрической оптики. В некоторых задачах транспортировки это оказывается хорошим приближением, например, сколлимированные пучки или первичные пучки, выведенные из ускорителя.

Обычно известны параметры пучка на входе и выходе и задача состоит в подборе элементов матриц преобразования системы, т.е. выборе положения линз и магнитов системы и величин питающих их токов. Методы расчёта пучков с нулевым эмиттансом являются частным случаем расчёта систем с конечным эмиттансом.

Начальные расчёты основных характеристик системы выполняются с использованием понятий геометрической оптики и тонких линз. Матричный метод служит для нахождения полной матрицы перехода. Для перевода одного кроссовера в другой на матрицу перехода накладываются требования:

$$T_{11}^*/T_{22} = \rho; \quad -\left(\frac{a}{b}\right)^2 \rho = \frac{T_{12}}{T_{21}}, \quad (52)$$

которые получаются из уравнений (45) и (50). Здесь ρ - параметр согласования, равный отношению характеристических длин, конечного и начального кроссоверов $(a/b) : (a_0/b_0)$.

Матрицы перехода в двух плоскостях, как правило, различны и приходится использовать условия (52) для обеих плоскостей. Для удовлетворения этих 4-х условий достаточно иметь

4 параметра, например, силы и положения 2-х линз.

Профиль пучка можно получить, умножая трехмерный вектор коэффициентов эллипса на матрицу перехода или, используя уравнение профиля нормального пучка. Иногда, в случае отсутствия нужного решения, необходимо разделять элементы в дублетах и триплетах. Введение в систему поворотного магнита не меняет ситуации, так как угол поворота не является обычно свободным параметром. Расчёты систем транспортировки производятся в большинстве случаев на ЭВМ. Программы для ЭВМ делятся на два класса:

1) для исследования свойств пучка в процессе его прохождения через заданную систему; 2) для определения оптимальных характеристик системы при подборе свободных параметров. В программе Свенсона^{/25/} и "Транспортировка пучка" при расчётах учитывается разброс по импульсам, программа^{/26/} учитывает aberrации квадрупольей во втором порядке. Программа "Трамр"^{/27/} предназначена для расчёта согласующих устройств, траекторий и контуров пучка в фазовом пространстве. В данном случае система включает в себя квадрупольи, магниты с учётом краёв, сепараторы с поперечным полем. Характеристики системы подбираются методом итераций.

Программа "Фокус" (ИТЭФ)^{/28/} предназначена для расчёта систем транспортировки, как методами геометрической оптики, так и методом согласования фазовых объёмов. Последний метод используется также в программе ОИЯИ^{/29/}. Нужно отметить, что выбор параметров элементов магнитной оптики проводят при помощи линейных программ, а затем вычисляют aberrации. Минимизиру-

ют размер пучка с учётом всех aberrаций второго порядка, а не только хроматических aberrаций линз пока только при расчёте объективов световой оптики.

Приближённый расчёт системы, состоящей из тонких линз и промежутков дрейфа, с учётом конечного эмиттанса пучка можно производить графическим методом /30,31/.

Кроме ЭВМ при расчётах магнитных систем используются аналоговые устройства АУ/4,9/. Они интегрируют гармоническое дифференциальное уравнение второго порядка и представляют решение на экране осциллографа, в виде траекторий или контура пучка в фазовом пространстве в любой точке продольной оси. Параметры системы выражаются функцией, вырабатываемой генератором ступенчатого сигнала. Этот сигнал регулируется с помощью потенциометров, что соответствует изменению параметров системы. Такой регулировкой фазовым эллипсам в 2-х плоскостях можно придать любую ориентацию, а также исследовать фазовый контур в любых точках линии. Существует АУ, разработанное Штеффеном и Керном /32/, которое получает огибающую пучка с учётом дисперсии. Точность АУ от 10^{-2} до 10^{-4} , они позволяют достаточно быстро производить предварительный расчёт систем транспортировки и согласования.

6. Эмиттансы пучков разных энергий, некоторые методы измерения эмиттансов

1) Измерение эмиттансов пучков низких энергий.

Многие вопросы, возникающие при проектировании ускорителей, могут быть решены только с учётом фазового объема пучка.

Введение в расчёты величины фазового объема как меры разброса частиц по положениям и скоростям, позволило вычислить огибающую траекторий коллектива частиц, т.е. определить размеры пучка в фокусирующем и ускоряющем канале (например, инжектор, кольцевой ускоритель) и установить, пройдет ли пучок через канал без потери интенсивности. При этом определяется оптимальная конфигурация пучка на входе канала, т.е. условия согласования пучка с каналом. Одной из важнейших характеристик канала является его пропускная способность: фазовый объем пучка не должен превышать пропускную способность канала, а повышение интенсивности пучка должно сопровождаться увеличением фазовой плотности частиц.

Фазовая плотность тока - важнейший параметр, характеризующий качество пучка на входе ускорителя. Для определения фазовой плотности необходимо измерять ток пучка и проекции четырехмерного фазового объема пучка на фазовые плоскости. Обычно это делается при движении пучка в пространстве дрейфа: расплывание пучка при низких энергиях связано с тепловыми скоростями и его собственным кулоновским полем. Можно измерять фазовый объем непосредственно по увеличению поперечных размеров пучка на заданном пути, но более точные результаты получаются при последовательном определении расплывания узких пучков, вырезанных 2-мя или 4-мя щелями. В последнем случае можно найти распределение фазовой плотности по объёму, что важно для установления границ фазового объема реального пучка. Экспериментальные установки подобного рода описаны в литературе^{/33,34/}.

В установке с 2-мя щелями первая щель выделяет все частицы с заданной координатой x , а вторая позволяет измерить рас-

пределение тока выделенных частиц по наклонам траекторий $\frac{dx}{dz}$. Токоприемником может служить цилиндр Фарадея за второй щелью. Поскольку обе щели пропускают все значения y , $\frac{dy}{dz}$, то после обхода всех значений x , получим проекцию фазового объема на плоскость $x, \frac{dx}{dz}$ (эмиттанс пучка). В случае 4-х щелей первая пара позволяет выделить частицы с заданным значением x и y , а вторая пара - измерить распределение тока по наклонам траекторий $\frac{dx}{dz}$ и $\frac{dy}{dz}$. Если горизонтальная щель в первой плоскости находится в положении $y=0$, а во второй - $\frac{dy}{dz}=0$, то можно определить сечение 4-х мерного фазового объема плоскостью $y=0, \frac{dy}{dz}=0$. Если граница 4-х мерного объема аппроксимируется гиперэллипсоидом, то проекция его на плоскость $x, \frac{dx}{dz}$ совпадает с сечением координатной плоскостью $y=0, \frac{dy}{dz}=0$. Щели во второй плоскости можно заменить фотоэмульсией с последующим фотометрированием. Для увеличения скорости измерений вторая пара щелей может быть зафиксирована, а между плоскостями I и II помещен плоский конденсатор с полем, направленным, например, параллельно оси x /35/. При соответствующей амплитуде и частоте сканирующего напряжения пучок может пересечь вторую пару щелей несколько раз на протяжении импульса пучка, и прибор, включенный в цепь токоприемника, дает серию кривых $i(\frac{dx}{dz})$. Этот прибор, кроме того, даёт возможность получить данные об изменении фазовой плотности в импульсе вдоль оси распространения частиц. Пучок за щелью смешается иногда с помощью магнитов /9/. Вместо второй пары щелей может использоваться детектор, состоящий из ряда одной или ряда проволочек или подвижного цилиндра Фарадея /36/.

2) Эмиттансы пучков на выходе из ионных источников.

К настоящему времени измерены фазовые объемы пучка для некоторых типов ионных источников. Ионные источники дают начало всему процессу ускорения и их влияние на свойства пучка весьма существенно. Просто увеличение тока источника без учёта его фазовых свойств, как оказалось, не даёт ожидаемого увеличения тока на выходе ускорителя^{/9/}. Наиболее часто встречаются ионные источники с высокочастотным разрядом и дуоплазмотроны. Ионы в этих источниках эмиттируются с границы плазмы, которая аналогична катоду в электронных пучках. Форма границы зависит от геометрии вытягивающих электродов и их напряжения. Если граница плазмы вогнутая, пучок ионов окажется вначале сходящимся и его эмиттанс будет меньше, чем для выпуклой границы. В дуоплазмотронах граница плазмы выпуклая, однако и величины тока большие. Если дуоплазмотрон оборудован специальным электродом, который способствует увеличению расширения плазмы, то интенсивные пучки можно получать при сравнительно низком эмиттансе^{/37/}. На размер эмиттанса из источника влияют: 1) граница плазмы; 2) тепловые скорости ионов ($\Delta \alpha$ до 5 мрад); 3) рассеяние на газе, выходящем из области разряда; 4) неустойчивость в плазме, приводящая к изменению эмиттирующей поверхности. Чтобы можно было сравнивать эмиттансы от источников с разной энергией, их измеряют в единицах, пропорциональных продольному импульсу $V_{\text{ф}} = \mathcal{E} \beta \delta$ (нормализованный эмиттанс) или в единицах (см.хмрад x мэв^{1/2}) (так как при низких энергиях $\rho \sim \sqrt{\mathcal{E}}$). Для дуоплазмотронов и источников с высокочастотным разрядом зависимость между током и нормализованным эмиттансом оказывается линейной до тока

протонов ~ 100 ма: $I[\text{ма}] = k E$ (см x Мрад x Мэв^{1/2}),
где $k = 2+20$. Дуаплазмотроны с цилиндрическим электродом могут давать I до 710 ма при $k = 25+150/38/$. Уменьшение эмиттанса может быть достигнуто в новом варианте источника^{/39/}, у которого внутри вытягивающей апертуры располагается тонкая проволочная сетка, к которой "прилипает" граница плазмы. Таким образом, эмиттирующая поверхность принимает более правильную форму. В работе^{/40/} получено, что фазовая плотность в центре четырёхмерного фазового объема пучка после дуаплазмотрона распределена равномерно и не зависит от режима ионного источника. На периферии фазовая плотность уменьшается до нуля. Величина фазовой плотности в данном случае достигает 300 ма/см·рад при токе пучка до 480 ма. Фазовая плотность в пучках высокочастотных источников несколько ниже.

3) Влияние фазового объема на величину предельного тока на входе линейного и кольцевого ускорителя.

Величину фазовой плотности на входе линейного ускорителя можно повысить с помощью группирователя^{/6/}. На выходе из форинжектора разброс частиц по продольным импульсам меньше размаха сепаратрисы линейного ускорителя. Группирователь деформирует продольный фазовый объем пучка, увеличивая разброс частицы по продольным импульсам и уменьшая протяженность сгустка в пространстве: синхронная частица не изменит энергии, опережающая частица затормозится, а отстающая ускорится. В пространстве дрейфа между группирователем и линейным ускорителем происходит группировка частиц, длина этого пространства подбирается так,

чтобы на входе ускорителя фазы частиц были как можно ближе к синхронной. Сгустки следуют с частотой ускоряющего напряжения. В результате применения группирователя удаётся поднять среднюю плотность частиц в сгустках примерно в два раза^{/6/}. Максимальный ток инжекции, который может быть ускорен в линейном ускорителе без потерь зависит от величины фазового объема пучка V_{π} (поперечной проекции)^{/6/}

$$I_{\max} = \frac{1}{2c} \beta \gamma^2 Q_r^0 I_0 V_k \left[1 - \left(\frac{V_{\pi}}{V_k} \right)^2 \right], \quad (53)$$

где $I_0 = 3,14 \cdot 10^7$ а (для протона), Q_r^0 - средняя частота поперечных колебаний в отсутствие пространственного заряда, V_k - пропускная способность канала ускорителя. При заданной энергии частиц и пропускной способности канала V_k максимальный ток уменьшается с ростом фазового объема пучка. Если увеличение инжекционного тока сопровождается ростом фазового объема, то I_{\max} снижается. Повышение тока инжекции эффективно в том случае, если оно сопровождается увеличением фазовой плотности пучка. Предельный ток инжекции достигается при $V_{\pi} \ll V_k$:

$$I_{\text{пред.}} = \frac{\beta \gamma^2 Q_r^0}{2c} V_k I_0 \quad (54)$$

Практически $I_{\text{пред.}}$ достигается, если $V_{\pi} \approx \frac{1}{3} V_k$. Дальнейшее снижение фазового объема уже незначительно сказывается на величине максимального возможного ускоряемого тока пучка. Для реального ускорителя, например, описанного в работах /6/ и /41/ $I_{\text{пред.}} = 1,67$ а. Однако к этому значению на практике пока приблизиться не удаётся и $I_{\max} = 0,31 I_{\text{пред.}}$

Последняя оценка предполагает, что пучок достаточно хорошо согласован с каналом. Линейные ускорители, в основном, используются в качестве инжекторов для протонных синхротронов. Максимально возможный ток, инжектируемый в кольцевой ускоритель, определяется выражением^{/6/}:

$$I_{\max} = \frac{\pi \beta^2 \gamma^2}{2 L} V_{\pi} \eta_0, \quad (55)$$

где V_{π} - фазовый объем пучка на выходе линейного ускорителя, L - длина равновесной орбиты кольцевого ускорителя. Отметим, что ток I_{\max} для кольцевого ускорителя прямо пропорционален поперечному фазовому объему пучка V_{π} , в то время как для линейного ускорителя I_{\max} уменьшается с ростом V_{π} . Это связано с природой накладываемых ограничений: в кольцевых ускорителях накладывается ограничение на смещение частоты поперечных колебаний (выражение (55) получено из условия, что изменение числа колебаний на оборот ΔQ , связанное с пространственным зарядом $< E/4$), а в линейных на поперечные размеры пучка. Если V_{π} пучка меньше пропускной способности камеры, то можно увеличить ток пучка за счёт многооборотной инжекции. В кольцевых ускорителях V_{π} зависит от энергии, поэтому иногда удобнее использовать аксептенс ускорителя A . Тогда выражение (55) имеет вид:

$$I_{\text{инж.}} = \frac{\pi \beta^3 \gamma^3}{2} \eta_0 A. \quad (56)$$

Между линейным и кольцевым ускорителем иногда устанавливают дебанчер, действие которого на пучок обратное действию группирователя. Для оптимального ввода пучка в циклический ускоритель

тель используются системы согласования^{/42/}.

4) Фазовые объемы при ускорении и выводе первичных пучков.

В циклических ускорителях со слабой фокусировкой поперечные колебания с малой амплитудой линейны^{/9/}, следовательно, поперечный фазовый объем не подвергается искажениям и остаётся постоянным в координатах отклонения - поперечный импульс. В жесткофокусирующих ускорителях поперечное движение в целом такое же, как под действием упругой линейной силы (теорема Флоке) и поперечный фазовый объем пучка остаётся постоянным. Если поперечные силы, действующие на пучок, не являются линейными функциями смещения от равновесной орбиты (абберации, силы пространственного заряда, связь между продольным и поперечным движениями), то форма фазового контура деформируется и эффективный эмиттанс возрастает. Фазовое движение в продольном фазовом пространстве с координатами продольный импульс-смещение описывается также замкнутой кривой. Возвращающаяся сила в продольном движении пропорциональна величине $(\sin \varphi - \sin \varphi_s)$, где φ - фаза частицы, φ_s - равновесная фаза, и существенно нелинейна, за исключением случая малых амплитуд колебаний. Если продольный эмиттанс пучка вначале мал (малое $\Delta p/p$ при инжекции), нелинейный характер фазовых колебаний приведёт к заполнению всей области фазовой устойчивости и увеличению эффективного продольного эмиттанса пучка.

Фазовый объём выведенного первичного пучка зависит как от характеристик циркулирующего пучка, так и от метода, длитель-

ности и эффективности вывода. В случае применения схемы Пиччиони^{/43/} эмиттанс пучка на выходе больше, чем до вывода и его величина определяется в основном акцептенсом канала транспортировки. При быстром выводе с использованием киккер-магнита величина эмиттанса сохраняется. Резонансные методы вывода позволяют сохранить вертикальный эмиттанс пучка и уменьшить горизонтальный, поскольку в зазор выводного магнита в каждый момент времени забрасываются частицы только из части фазового горизонтального объема циркулирующего пучка и сосредотачиваются постепенно в малом фазовом объеме. Полный фазовый объем сохраняется за счёт "растяжки" пучка в продольном (временном) направлении^{/44/}.

5) Измерение эмиттансов пучков высоких энергий.

Методы измерения эмиттанса пучков высоких энергий основаны на свойствах эллиптического фазового контура. Если энергия не очень велика, возможно также применение коллимирующих щелей, описанных выше^{/35/}. Измерения на промежуточных энергиях показали, что наблюдается некоторое увеличение эффективного эмиттанса из-за расталкивающего действия сил пространственного заряда.

Измерение эмиттанса пучка высокой энергии методом "минимального размера пятна" описано в работах^{/24/} и ^{/44/}. На рис. 8 показана огибающая пучка, который распространяется вдоль оси z .

В точке A этой оси расположена фокусирующая квадрупольная линза. Если её сила не регулируется, измерения эмиттанса

возможны, при условии, что фазовый эллипс после линзы имеет каноническую форму. В таком случае, если размер пучка в месте кроссовера и на расстоянии L' от него b' и a' соответственно, имеем:

$$\mathcal{E} = \frac{b'}{L'} \sqrt{a'^2 - b'^2}. \quad (57)$$

Если сила линзы регулируется, можно получить минимальный размер пучка " b " на некотором расстоянии L от линзы, которое больше расстояния до кроссовера. Размер пучка в точке B определяется угловым раствором частиц, прошедших через центр линзы и не получивших в ней изменения угла:

$$Q_1 = \pm \frac{b}{L} \quad (58)$$

При размере пучка в линзе его эмиттанс будет:

$$\mathcal{E} = \frac{a_2 b}{L}. \quad (59)$$

Поскольку не всегда удобно измерять радиус пучка в центре линзы, это можно делать на некотором расстоянии L_0 от неё. Если радиус пучка на этом расстоянии - " a' ", то эмиттанс будет:

$$\mathcal{E} = \frac{b \sqrt{a'^2 - b^2 (L_0/L)^2}}{L - L_0}. \quad (60)$$

Для определения размера пучка экспонируется, например, фотобумага, рентгеновская плёнка, фотоядерная эмульсия.

В том случае, когда отсутствует линза и пучок после выхода из ускорителя, распространяется в свободном пространстве, его эмиттанс можно определить, измеряя профиль в 3-х точках и используя формулу (43) для огибающей.

В последнее время для определения эмиттансов пучков высоких энергий на малых интенсивностях стали использоваться системы искровых проволочных камер с расположением проволок в 2-х взаимно перпендикулярных плоскостях. Профили пучков высокой интенсивности могут регистрироваться с помощью пропорциональных камер^{/45/}. В данном случае информация с камеры обрабатывается ЭВМ, которая рассчитывает эмиттанс пучка, и силу квадрупольных линз, необходимую для получения заданного профиля пучка в системе. Обработанная информация с ЭВМ выводится, кроме того, на цифropечать и экран устройства визуализации.



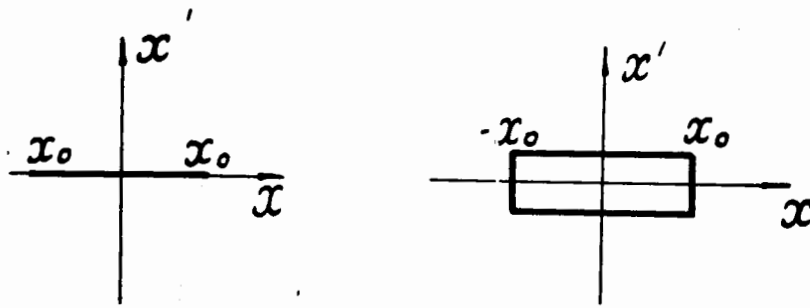


Рис. 1. Возрастание эмиттанса пучка в результате многократного рассеяния на мишени.

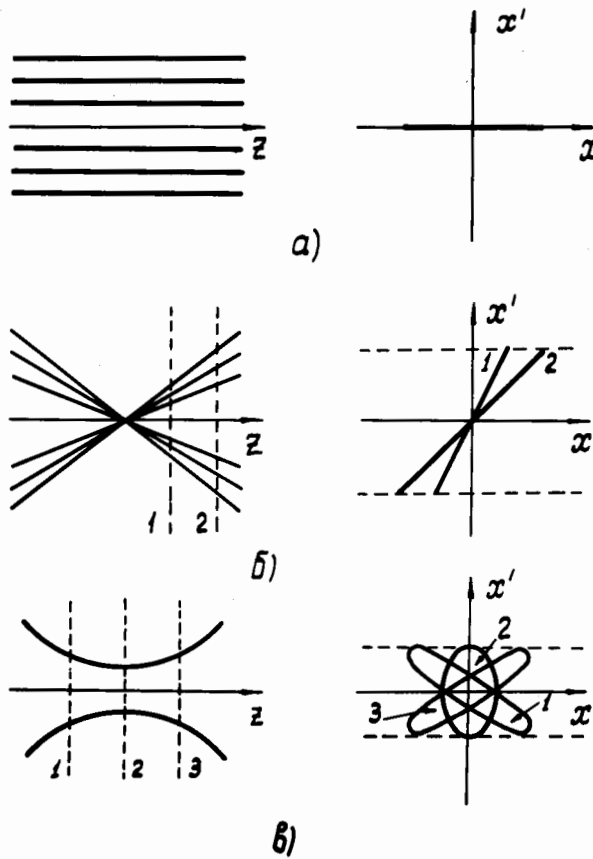


Рис. 2. Пучки с различными характеристиками в действительном и фазовом пространстве: а) пучок параллельный, б) пучок гомоцентрический, в) пучок с конечным фазовым объемом

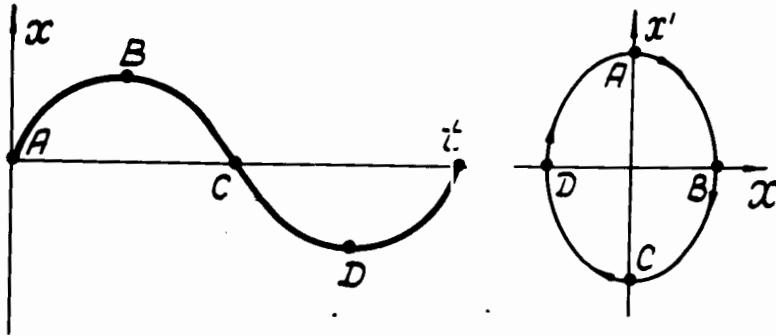
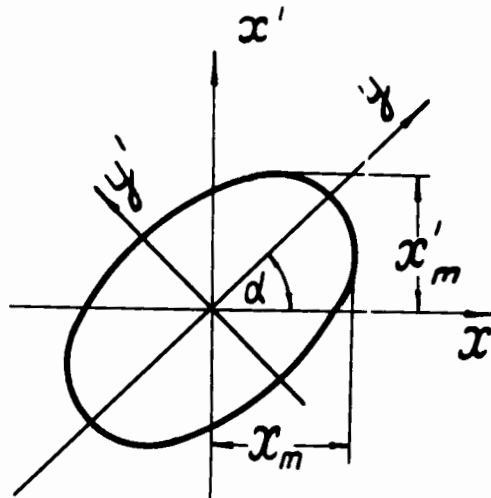


Рис. 3. К происхождению эллиптического контура: траектория частицы в ускорителе и на фазовой плоскости.



$$\mathcal{F} = \mathcal{F} \cdot \mathcal{E}$$

Рис. 4. Эллипс пучка

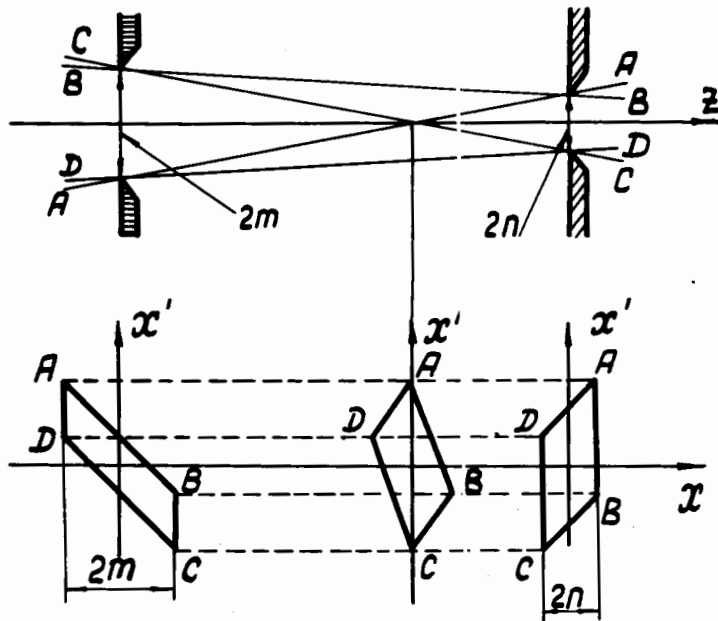


Рис. 5. Коллимация пучка двумя щелями.

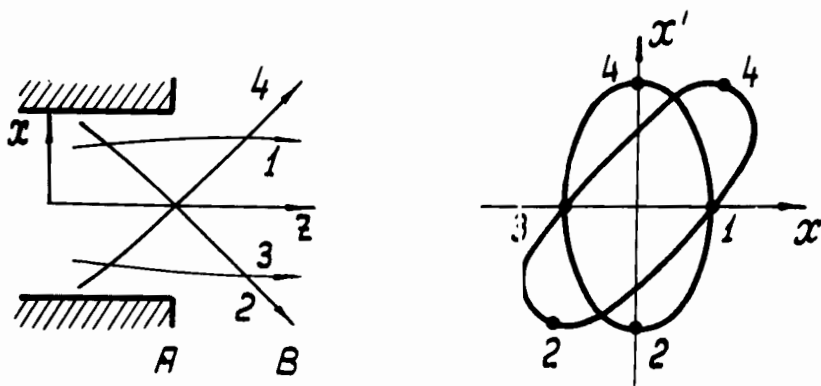


Рис. 6. Нормальный пучок в свободном пространстве.

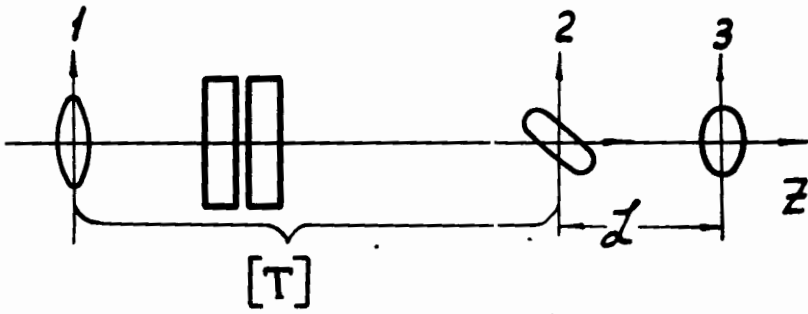


Рис. 7. К выводу формулы (45)

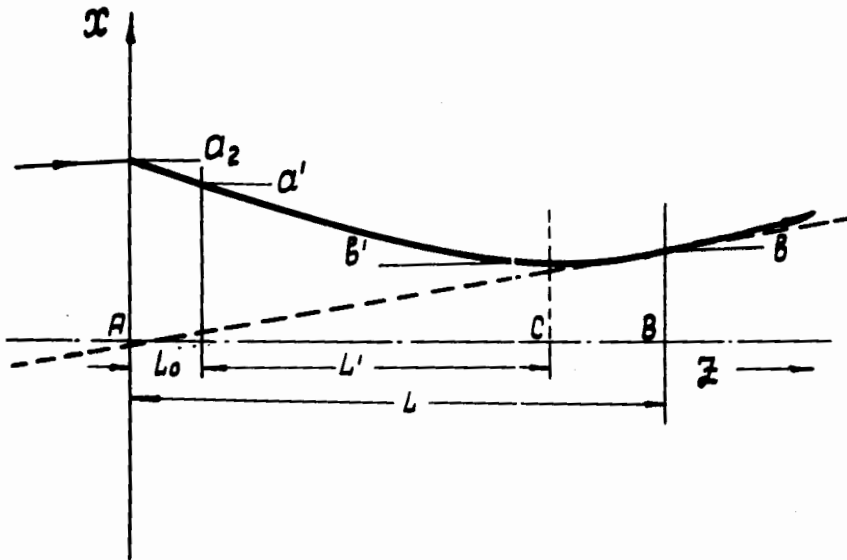


Рис. 8. К измерению эмиттанса пучка высокой энергии

Л И Т Е Р А Т У Р А :

- I. Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшиц. Москва, (1965).
2. H.G.Hereward, K.Iohnsen, CERN Symposium 167-175 (1956).
3. А.А.Коломенский, А.Н.Шебедев. Москва (1962)
4. K.G.Steffen. High Energy Beam Optics, New-York (1965).
5. D.I.Judd, Annual Rev.Nucl.Sci., 8, 181 (1958).
6. И.М.Кэпчинский. Динамика частиц в линейных ускорителях. Атомиздат, Москва, (1966).
7. S.Cohen, A.V.Crew. Proceeding of the CERN Symposium on High-Energy Accel. and Pion Physics, vol.I, 17-140 (1956).
8. L.C.Teng. Rev.Sci.Instr, 27, 7-106 (1956).
9. А.Бенфорд. Транспортировка пучков заряженных частиц. Атомиздат (1969).
10. Дж. Пирс. Изд-во "Советское радио" (1956).
- II. B.de Raad. Introduction to beam optics. Geneve, 65/901/10 (1965).
12. R.F.Nissen. Proc. F.M.Cyclotron Conf. Virginia, p.311, 1964.
13. В.П.Игнатьенко. "Успехи физ. наук", 73, № 2, 243 (1961).
14. T.R.I.Walsh. Nucl. Energy, Pt., с. 5, 17 (1963).
15. Дж.Ливингуд. Принципы работы циклических ускорителей. Москва (1963).
16. Л.П.Зиновьев, И.Б.Иссинский, В.И.Котов, Е.М.Кулакова, К.П.Мызников, Н.И.Павлов. Препринт ОИЯИ, Р-2384, Дубна (1965).
17. В.В.Налимов. Применение математической статистики при анализе вещества. Физматгиз (1960).

18. В.И.Котов, В.В.Миллер. Атомиздат (1969).
19. E.Regenstreif, P.Tanguy. Proceedings of the Linear Accel. Conf. Los Alamos, USA AE, p. 245 (1966).
20. Е.А.Дементьев, И.Б.Иссинский, Е.М.Кулакова, К.П.Мызников, М.Поллак, Ф.Хованец. Препринт ОИЯИ, Р-2818, Дубна (1966).
21. C.Bovet, A.Nakkasyan, K.F.Reich. CERN, NPS 65-10.
22. E.D.Courant, R.Cool. Intern.Conf. on High-Energy Accelerators and Instr., G, CERN (1959).
23. T.R.Walsh AERE A/R 2711 (1958).
24. T.R.Walsh. J.Nucl.Energy, PCC, 453 (1962).
25. D.A.Swenson, MURA, 645, 1962.
26. T.J.Devlin, UCRL 97, 27 (1961).
27. J.W.Gardner, D.Whiteside, NIRL/M/44 (1963).
28. В.В.Миллер. Препринт ОИЯИ, 9-3582, Дубна (1967).
29. Р.Н.Фёдорова, А.И.Широкова. Препринт ОИЯИ, II-338I (1967).
30. W.J.B.Smith, CEAL-1002 (1963).
31. A.P.Banford, NIRL/R/8 (1961).
32. W.Kern, K.G.Steffen. Proc. BNL Accel. Conf. 433 (1961).
33. R.W.Allison et al. Rev.Scient.Instr., 32, 1331 (1961).
34. T.R.Walsh. Ideas on the Measurement and Shaping of Emittance. Harwell, HAG/INJ/23.
35. В.А.Ваталин, В.И.Могучев. Препринт ИТЭФ, № 33I, Москва (1965).
36. P.H.Rose et al. Nucl.Instr.Meth., 14, 79 (1961).
37. Н.Д.Габович, ПТЭ, № 2, 5 (1963).
38. L.W.Oleksiuk. Proc. BNL Linear Conf. MURA, 714, p.353 (1964).
39. O.Reifenschweiler, K.R.Frohner. Nucl.Instr.Meth., 30, 298 (1964).

40. Н.Ф.Иванов и др. Препринт НИИЭФА (1964).
41. И.М.Капчинский и др. "Труды международной конференции по ускорителям" Атомиздат, 462 (1964).
42. И.М.Баженова, Л.П.Зиновьев, Р.Н.Федорова, А.И.Широкова. Препринт ОИЯИ, 9-3046, Дубна, 1966 г.
43. O.Piccioni et al. Rev.Sci.Instr., 26, 232 (1955).
44. C.Bovet, G.R.Lambertson, K.H.Reich. CERN 64-25 (1964).

45. F.Hornstra et al. IEEE Trans. on Nucl.Science, NS-16, 3 (1969).