Лебеденко В.М.

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Б1-5-82-431

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 1982

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Лаборатория теоретической физики

В.М. Лебеденко

ДВА ОБРАЗУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТА ДЛЯ КОМПЛЕКСНОЙ АЛГЕБРЫ ЛИ ГРУППЫ ЛОРЕНЦА

г. Дубна, 1982 год.

Работа может быть полезной физикам-теоретикам, в исследованиях которых используются алгебры Ли. В ней будет идти речь о системах образующих.

Подмножество M алгебры Ли G будем называть системой образующих этой алгебры, если любой элемент G выражается через элементы из M с помощью операции коммутирования и линейных операций.

Ниже мы построим систему образующих комплексной алгебры Ли группы Лоренца, состоящую из двух элементов[x]**.**

Известно (см. /I/), что комплексная алгебра Ли группы Лоренца представима в виде прямой суммы двух идеалов, изоморфных комплексной алгебре Ли группы $SO(3)$. Пусть x_1, y_1, z_1 ; x_2, y_2, z_2 – базисы этих идеалов, соответственно, удовлетворяющие соотношениям

$$[x_1, y_1] = z_1 \ , \ [y_1, z_1] = x_1 \ , \ [z_1, x_1] = y_1 \ ;$$

$$[x_2, y_2] = z_2 \ , \ [y_2, z_2] = x_2 \ , \ [z_2, x_2] = y_2 \ .$$

Тогда

$$a = 2x_1 + x_2$$

$$b = y_1 + y_2$$

–требуемые элементы. Действительно,

$$[a, b] = 2z_1 + z_2 \ ,$$

$$[[a, b], a] = 4y_1 + y_2 \ ,$$

$$\frac{1}{3}\left([[a, b], a] - b\right) = y_1 \ ,$$

x<u>Замечание</u>

Автору стало известно, что существование системы образующих, состоящей из двух элементов, рассматриваемой алгебры, вытекает из рассуждений более общего характера (см. /3/). Тем не менее наша система образующих может быть полезной в теоретических исследованиях, поскольку ее свойства тесно связаны со специфическим разложением комплексной алгебры Ли группы Лоренца.

$$b - y_1 = y_2 ,$$

$$\frac{1}{2}[a, y_1] = z_1 , \quad [a, y_2] = z_2 ,$$

$$[y_1, z_1] = x_1 , \quad [y_2, z_2] = x_2 .$$

Добавим, что те же действия можно провести для любой пары a', b' вида

$$a' = \alpha x_1 + \beta x_2$$

$$b' = \gamma y_1 + \delta y_2$$

при $\alpha\beta\gamma\delta \neq 0$, $\beta \neq \pm\alpha$ $(\alpha, \beta, \gamma, \delta \in C)$

Конкретизируем наши выкладки. В работе /I/ указана система образующих рассматриваемой алгебры, состоящая из элементов

$$J_1 , J_2 , J_3 , K_1 , K_2 , K_3 ,$$

где

$$J_\ell = \frac{i}{2}(M_\ell + N_\ell) , \quad K_\ell = \frac{i}{2}(M_\ell - iN_\ell) ,$$

$$[J_k, J_\ell] = i\,\varepsilon_{k\ell m} J_m ,$$

$$[K_\ell, K_m] = i\,\varepsilon_{\ell m n} K_n ,$$

$$[J_\ell, K_m] = 0$$

Пусть

$$J_1' = iJ_1 \;,\; J_2' = -iJ_2 \;,\; J_3' = iJ_3$$

$$K_1' = iK_1 \;,\; K_2' = -iK_2 \;,\; K_3' = iK_3 \;.$$

Тогда

$$[J_1', J_2'] = J_3' \;,\; [J_2', J_3'] = J_1' \;,\; [J_3', J_1'] = J_2' \;,$$

$$[K_1', K_2'] = K_3' \;,\; [K_2', K_3'] = K_1' \;,\; [K_3', K_1'] = K_2' \;,$$

$$[J_k', K_l'] = 0$$

Применяя рассмотрения приведенные ниже, получаем, что элементы a и b ,

$$a = 2J_1' + K_1' = 2iJ_1 + iK_1$$

$$b = J_2' + K_2' = -iJ_2 - iK_2$$

порождают комплексную алгебру Ли группы Лоренца.

Заметим, без доказательства, что система

$$a, b, \; Q_1 + Q_{\dot 1}$$

где Q_1, $Q_{\dot 1}$ – спинорные генераторы, является минимальной системой обращающих минимального спинорного расширения алгебры Пуанкаре (см. /2/).

Автор считает своим приятным долгом поблагодарить В.Г. Кадышевского за инициирование этой работы, Д.П. Желобенко, В.И. Огиевецкого, Я.А. Смородинского, Е.А. Иванова, С. Мавродиева, А.В. Матвеенко, П. Экснера за внимание к работе и ценные советы.

Литература:

1. Швебер С. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. Изд-во иностранной литературы, Москва, 1963.
2. Огиевецкий В.И., Мезинеску Л. УФН, 1975, т.117, вып. 4, с. 637-683.
3. **Бахтурин Ю.А., Ольшанский А.Ю. Об аппроксимации и характеристических подалгебрах свободных алгебр Ли. МГУ. Труды семинара им И.Г. Петровского, вып. 2, 1976 г., стр. 145-150.**

Лебеденко