

C34.2

C-217

10/11/07

188



**Объединенный институт ядерных исследований
ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ**

БІ-1874

"Утверждаю"

**Директор Лаборатории
ядерных проблем**

Ваншин (В.П. Джаленов)

" 25 " сентября 1963 года

**ДВА МЕТОДА РАСЧЕТА ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ
ХАРАКТЕРИСТИКИ СИНХРОЦИКЛОТРОНА**

Исполнитель

Александр Сафонов А.Н.

**Начальник отдела
синхроциклотрона**

Ваншин Данилов В.М.

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

г. Дубна, 1963 год

с.ф. 81У

А Н Н О Т А Ц И Я

Приведены два метода расчета зависимости частоты ускоряющего напряжения от времени (или от угла поворота вращающегося конденсатора) в синхроциклотроне. Показано, что время ускорения не зависит от заряда и массы частиц.

В в е д е н и е

При синхроциклотронном режиме ускорения частота напряжения на дуанте изменяется в определенном диапазоне, включающем в себя начальную и конечную частоты обращения ускоряемых частиц. Благодаря принципу автофазировки в синхроциклотроне ускоряется число частиц, достаточное для проведения многих физических экспериментов даже при далеко не оптимальной частотной программе. Но так как вообще из-за модуляции частоты средний ток в синхроциклотроне невелик (примерно в тысячу раз меньше, чем в циклотроне), то желательно иметь в синхроциклотроне максимально возможный ток, величина которого определяется, по-видимому, дефокусирующим действием пространственного заряда сгустка частиц вблизи центра ускорителя. С этой точки зрения далеко не безразлично, какой вид имеет зависимость частоты от времени. Наилучшей будет такая кривая частота-время, при которой полностью отсутствуют фазовые потери ускоряемых частиц, т.е. потери из-за сужения области фазовой устойчивости. Причем время ускорения пучка до конечного радиуса должно быть наименьшим, чтобы не понизился средний ток из-за уменьшения частоты модуляции. Кроме того, на начальном участке наклон кривой должен соответствовать наилучшим условиям захвата частиц в режиме ускорения, а в конце ускорения обеспечивать достаточно большое время напыливания сгустка частиц на мишень. Важнейшей характеристикой процесса ускорения является зависимость косинуса равновесной фазы от радиуса. Именно по виду этой зависимости можно сделать заключение о наличии или отсутствии фазовых потерь, о большей или меньшей длительности пучка на выходе. Обычно график $\cos \varphi_s = f(R)$ рассчитывается по уже имеющимся кривым

частота-время, после чего выяснилось какая из них больше соответствует пред"явленным требованиям. Однако более правильным было бы, сформулировав требования на оптимальную зависимость $\cos \varphi_s$ от радиуса, непосредственно рассчитать кривую частота-время, отвечающую этим требованиям.

Рассмотрим два метода расчета кривой частота - время в зависимости от параметров ускорителя.

Первый метод основан на расчете частоты в функции радиуса равновесной орбиты и определении зависимости времени ускорения от радиуса, в результате чего можно построить кривую частота - время.

Второй способ заключается в непосредственном интегрировании производной dt/df , выраженной из формулы для $\cos \varphi_s$.

Так как кривую частота-время обычно измеряют как функцию α -угла поворота вариатора частоты, а масштаб времени определяет частота модуляции F_m , то частотную программу будет искать в виде $f = f(\alpha)$. Рассмотрим вначале первый метод.

1. Расчет кривой $f = f(t)$.

При расчете кривой $f = f(t)$ первым методом необходимо найти зависимость времени ускорения равновесного иона от радиуса орбиты, а так же зависимость частоты его обращения от радиуса для заданного магнитного поля. Время ускорения определяется в основном максимально-возможным набором частицей энергии за оборот $ze V_{max}$ и косинусом равновесной фазы. Чем больше фактический набор энергии за оборот $ze V_{max} \cos \varphi_s$, тем меньше время ускорения. В начальной стадии ускорения максимально-возможный набор энергии не равен $2zeV_y$, где V_y -ускоряющее напряжение, а ze -заряд частицы, а является растущей функцией радиуса, асимптотически приближаясь к $2zeV_y$

в районе радиусов, больших $60-70 \text{ см}^{\sqrt{1}}$.

Для расчета времени ускорения необходимо знание зависимости максимально-возможного набора энергии частицей за оборот

$zeV_{max} = zeV_{max}(R)$, пользуясь которой найдем величину $\frac{dN}{dR}$ показывающую сколько оборотов сделает ускоряемая частица при изменении радиуса орбиты на dR . Поделив приращение энергии равновесного иона при изменении радиуса его орбиты от R до $R+dR$ на набор энергии за один оборот, получим:

$$\frac{dN}{dR} = \frac{dE}{dR} \cdot \frac{1}{zeV_{max} \cos \psi_s}, \quad (1)$$

где $E [\text{эВ}]$ - полная энергия иона. Зависимость $\frac{dE}{dR}$ от радиуса найдем дифференцированием выражения для полной энергии иона, движущегося в магнитном поле $E = \sqrt{(zeHR)^2 + E_0^2}$:

$$\frac{dE}{dR} = \frac{z^2 e^2 H^2 R (1-n)}{\sqrt{(zeHR)^2 + E_0^2}}, \quad (2)$$

где E_0 - энергия покоя, H - напряженность магнитного поля;

$n = -\frac{R}{H} \cdot \frac{dH}{dR}$ - показатель спада магнитного поля;

R - радиус орбиты.

Умножая (1) на период обращения иона, получаем время, за которое радиус орбиты иона изменяется от R до $R+dR$

$$\frac{dt}{dR} = \frac{dN}{dR} \cdot T = \frac{dN}{dR} \cdot \frac{1}{f}, \quad (3)$$

где $f = \frac{\omega}{2\pi}$ частота обращения иона в магнитном поле.

Как известно

$$f = \frac{ze\epsilon H}{2\pi E} = \frac{ze\epsilon H'}{\sqrt{(zeHR)^2 + E_0^2}} \quad (4)$$

где c — скорость света.

Подставив в соотношение (3) выражения (1), (2) и (4) получим:

$$\frac{dt}{dR} = \frac{2\pi HR(1-n)}{c V_{max} \cos \varphi_s} \quad (5)$$

Принтегрировав выражение (5) по R , найдем зависимость времени ускорения от радиуса орбиты

$$t = \frac{2\pi}{c} \int_0^R \frac{HR(1-n)}{V_{max} \cos \varphi_s} dR \quad (6)$$

Так как величины H , n , V_{max} и $\cos \varphi_s$ невозможно записать в виде простых функций от R , то интеграл лучше вычислять численным интегрированием. Выражая напряженность магнитного поля H в эрстедах, R в см, V_{max} — в вольтах и принимая скорость света равной $3 \cdot 10^{10}$ см/сек, получим следующую расчетную формулу

$$t [\text{сек}] = 2\pi \cdot 10^{-8} \int_0^R \frac{HR(1-n)}{V_{max} \cos \varphi_s} dR \quad (6a)$$

Заметим, что в выражение (6) не входят масса частицы и ее заряд. Отсюда следует, что время ускорения не зависит от типа ускоряемых частиц, а определяется только магнитным и электрическим полями и косинусом равновесной фазы. Результаты расчета зависимости

$t = t(R)$ заносятся в таблицу вида:

R [см]	
t [сек]	
f [гц]	

В ту же таблицу вносится рассчитанная по формуле (4) частота обращения равновесного иона, равная частоте ускоряющего электрического поля. Очевидно, что для другого типа частиц достаточно рассчитать только зависимость $f = f(R)$, которая, как следует из формулы (4), отлична для частиц с разными зарядом или массой. Значения H и n находятся из кривой спада магнитного поля по радиусу. Величина V_{max} определяется, как описано в работе [2], причем в общем случае ускоряющее напряжение может меняться в течение ускорения.

2. Расчет зависимости частоты ускоряющего напряжения от угла поворота вариатора частоты

Так как на практике чаще всего рассматривают зависимость частоты ускоряющего напряжения не от времени, а от угла поворота вращающегося конденсатора, то представляет интерес найти метод расчета частоты ускоряющего напряжения от угла поворота вариатора для требуемого закона изменения $\cos \varphi_s$ от радиуса (принятого за оптимальный). Воспользуемся формулой для косинуса равновесной фазы, вывод которой дан в работе (3)

$$\cos \varphi_s = - \frac{\pi E}{zeV_s K \omega_s^2} \cdot \frac{d\omega_s}{dt} \quad (7)$$

Здесь обозначено $K = 1 + \frac{n}{1-n} \cdot \frac{1}{\beta^2}$, где n -показатель спада магнитного поля, а β -отношение скорости равновесного иона к скорости света. Эта формула получена для целевого набора энергии. Перепишем ее в несколько ином виде, учтя нецелевой набор энергии

$$\cos \varphi_s = \frac{E}{zeV_{\max} K f^2} \cdot \frac{df}{dt} \quad (7a)$$

где f -частота ускоряющего напряжения, равная для равновесного иона частоте обращения. Для случая вариатора частоты в виде вращающегося конденсатора имеем

$$\frac{df}{dt} = \frac{df}{d\alpha} \cdot \frac{360}{m} F_m \quad (8)$$

где F_m -частота модуляции, m -число пакетов ротора вариатора, равное числу циклов модуляции за один оборот вариатора.

Подставив соотношение (8) в (7a), получим после преобразования следующее выражение

$$\frac{d\alpha}{df} = \frac{360 F_m \cdot E}{zeV_{\max} \cos \varphi_s K f^2 m} \quad (9)$$

Для заданных значений магнитного и электрического поля величины E , eV_{\max} , K можно выразить в зависимости от радиуса орбиты равновесного иона, а следовательно, и от частоты ускоряющего напряжения, совпадающей с частотой обращения равновесного иона.

Требуемый оптимальный закон изменения $\cos \varphi_s$ от радиуса также легко выразить в функциях частоты. Интегрируя выражение (9) по частоте от $f_{\text{сеп}}$ до $f_{\text{мин}}$, получим искомую оптимальную зависимость частоты ускоряющего напряжения от угла поворота вариатора:

$$\alpha = \frac{360 F_m}{m} \int_{f_{\text{мин}}}^{f_{\text{срх}}} \frac{E \cdot d \cdot f}{2 e V_{\text{max}} \cos^2 \varphi_s K f^2} \quad (10)$$

Как и в предыдущем случае интегрирование производится численным методом или графически.

Таким образом, зная основные характеристики магнитного и электрического полей, и определив с точки зрения наилучшего захвата и ускорения частиц оптимальный закон изменения $\cos \varphi_s$, можно рассчитать наилучший закон изменения частоты ускоряющего напряжения для того, чтобы осуществить его тем или иным способом и повысить эффективность ускорителя.

В заключение выражаю благодарность В.И. Данилову и И.Б. Енчевич за ценные критические замечания.

Литература

1. Данилов В.И. и др. Возможные пути повышения эффективности шестиметрового синхроциклотрона. Б1-1515, ОИЯИ 1963 г.
2. Пенчев Г.И., Енчевич И.Б., Сафонов А.Н. Расчет ускоряющего электрического поля синхроциклотрона. Б2-1776, ОИЯИ, 1964 г.
3. *Bohm D., Foldy L. Phys. Rev. 72, 649 (1947)*