

Баляндин, М.П. и др.
Б1-13-8762.

+

С 344.1 р
Б-201



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

1968/75

Б1-13-8762

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 19 75

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

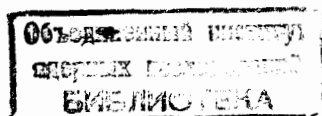
Б1-13-8762

М.П.БАЛАНДИН, В.Г.ЗИНОВ, А.Н.ПОНОМАРЕВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ
ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ
ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО МЮОНА

7 апреля 75

1975 г.



С о д е р ж а н и е

Влияние способа отбора событий на временную зависимость кривых распада.	
Выбор оптимальной интенсивности пучка и длительности анализируемого интервала времени распада мюона.	
Условия измерений с пучками постоянной и пульсирующей интенсивности.	
Приложение. Вывод формул, описывающих временную зависимость кривых распада	

В данной работе обсуждается вопрос о выборе оптимальных условий проведения измерений времени жизни положительного мюона τ_{μ} / I .

Схема рассматриваемого эксперимента была следующей. Мюоны, пройдя через телескоп сцинтилляционных счетчиков, останавливались в середине радиатора черенковского счетчика. Накапливались спектры временных интервалов между моментом регистрации мюона сцинтилляционными счетчиками и моментом регистрации позитрона черенковским счетчиком. Далее спектры обрабатывались для получения величины τ_{μ} .

Влияние способа отбора событий на временную зависимость кривых распада

Прежде всего рассмотрим временную зависимость кривых распада, получаемых при различных типах ограничений, накладываемых на регистрацию мюонов и позитронов.

Будем полагать, что λ - вероятность распада мюона в единицу времени не зависит от t ($\tau_{\mu} = \lambda^{-1}$);

- мюоны в пучке статистически независимы. Их интенсивность постоянна во времени и равна R . Эффективность регистрации мюонов равна 100%;

- эффективность регистрации позитронов распада не зависит от времени и равна ϵ ;

- скорость счета случайных частиц черенковским счетчиком постоянна и равна W .

Позитроны, образовавшиеся в результате распада остановившихся мюонов, и случайные частицы, регистрируемые детектором позитронов, будем обозначать символом " e ".

Сформулируем задачу следующим образом. Пусть в момент $t = 0$ был зарегистрирован мюон. Нас будет интересовать вероятность регистрации частицы детектором позитронов в промежутке $(t, t + dt)$ при следующих четырех способах отбора событий:

а) За время T до момента $t = 0$ и за время t_c после $t = 0$, то есть, в интервале $(-T, t_c)$ не было зарегистрировано других мюонов. В этом же интервале (в "воротах") была зарегистрирована только одна e -частица.

б) На появление мюонов ограничений не накладывается, требуется лишь, чтобы в интервале $(-T, t_c)$ была зарегистрирована только одна e -частица.

в) На e -частицы ограничений не накладывается, требуется чтобы в интервале $(-T, t_c)$ не было зарегистрировано других мюонов.

г) Ни на мюоны, ни на частицы, регистрируемые детектором позитронов, ограничений не вводится.

Подчеркнем, что мы говорим именно о регистрации частиц, а не об их появлении. Временное разрешение схем, регистрирующих мюоны и позитроны, обозначим Δ_μ и Δ_e .

Длительность временных интервалов, составляющих спектры, определялась по первой частице, зарегистрированной в воротах детектором позитронов. Поэтому временная зависимость кривых распада, описывающих спектры, набранные по способам "а", "б",

"в" и "г", будет такая же, как и у искомым вероятностей. Соответствующие выражения получены в Приложении.

В части $t > 0$, где содержится основная статистика, указанные зависимости $P_a(t)$, $P_b(t)$, $P_c(t)$ и $P_r(t)$ записываются следующим образом:

$$P_a(t) \sim \varepsilon e^{-\lambda t} + 2\varepsilon^2 \Delta_r \lambda (R \Delta_m + R^2 (T + \lambda^{-1}) \lambda^{-1} e^{-\lambda T}) e^{-2\lambda t} + w \lambda^{-1} (1 - \varepsilon)$$

$$P_b(t) \sim \varepsilon e^{-\lambda t} - 2\varepsilon^2 R \Delta_c e^{-2\lambda t} + (\varepsilon R + w) \lambda^{-1} (1 - \varepsilon)$$

$$P_c(t) \sim e^{-w t} (\varepsilon e^{-\lambda t} + 2\varepsilon^2 (R \Delta_m + R^2 (T + \lambda^{-1}) \lambda^{-1} e^{-\lambda T}) e^{-2\lambda t} + w \lambda^{-1} (1 - \varepsilon))$$

$$P_r(t) \sim e^{-(\varepsilon R + w)t} (\varepsilon e^{-\lambda t} - 2\varepsilon^2 R \lambda^{-1} e^{-2\lambda t} + (\varepsilon R + w) \lambda^{-1} (1 - \varepsilon))$$

При значениях $R \sim 10^4 \text{ сек}^{-1}$, $w \sim 5 \cdot 10^2 \text{ сек}^{-1}$ и длительности "ворот" $(T + t_0) \sim 10^7 \mu$ все четыре спектра практически не отличаются по статистике. Кривые распада "а" и "б" имеют примерно одинаковый вид более простой, чем "в" и "г".

Коэффициент перед двойной экспонентой в зависимости "а" существенно меньше, чем в "б". В работе /1/ учету члена с $e^{-2\lambda t}$ в спектре "а" соответствовала поправка определяемого времени жизни, составившая менее трети статистической ошибки (точность измерений была $\sim 3.6 \cdot 10^{-5}$).

В спектре "б" коэффициент перед $e^{-2\lambda t}$ надо брать в качестве независимого параметра при варьировании, поскольку его непосредственное определение с достаточной точностью весьма затруднительно. Это ведет к заметному ухудшению точности определения времени жизни мюона. Кроме того, в спектре "б" уровень постоянного фона в десятки раз больше, чем в спектре "а".

В силу вышеизложенного, лучшими условиями проведения измерений следует признать условия "а". Отметим также, что в спектре "а" уровень постоянного фона в части $t < 0$ такой же, как и в $t > 0$. Это позволяет, проводя одновременную обработку обеих частей спектра, улучшить точность определения τ_{μ} в основном за счет более точного определения постоянной составляющей.

Тот важный факт, что получаемые на практике спектры имеют вид, отличный от простейшего: "экспонента плюс константа" был замечен не сразу. Впервые на это обратил внимание Р.А.Свенсон /2/. В работе /3/ было получено выражение для кривой распада, когда никаких ограничений на отбор событий не накладывалось. В последующих измерениях, проведенных на циклических ускорителях с "растяжкой" пучка, используется принцип "только один μ (в момент времени $t = 0$) и только один e " *). Но анализа получаемой при этом кривой распада не производилось.

Электроника в измерениях /1/ позволяла накапливать четыре спектра в соответствии с указанными выше условиями. Анализ этих спектров позволил получить точные значения исходных параметров, что было необходимо для окончательного определения времени жизни мюона.

В заключение раздела рассмотрим характерные черты спектров, полученных в указанной работе (рис. I-4).

*) В дальнейшем, для удобства, вместо слов "одна e -частица" везде будем писать "один e "

Этим спектрам соответствуют принципы отбора событий: "только один μ , только один e ", "только один e , есть второй μ ", "есть второй e , только один μ ", "есть второй μ , есть второй e ". Временную зависимость последних трех спектров можно получить, используя выражения для кривых распада, приведенные в приложении. Символически это записывается так:

$$(\geq 2_{\mu} , 1e) = (\geq 1_{\mu} , 1e) - (1_{\mu} , 1e) \quad (1)$$

$$(1_{\mu} , \geq 2e) = (1_{\mu} , \geq 1e) - (1_{\mu} , 1e) \quad (2)$$

$$(\geq 2_{\mu} , \geq 2e) = (\geq 1_{\mu} , \geq 1e) - (1_{\mu} , \geq 1e) - \\ - (\geq 1_{\mu} , 1e) + (1_{\mu} , 1e) \quad (3)$$

Спектр "только один μ , только один e ".

Экспоненциальная зависимость в части $t < 0$ обусловлена распадом мюонов, сохранившихся в радиаторе к началу анализируемого промежутка времени. Регистрация случайных частиц дает постоянный фон. Его уровень одинаков для обеих частей спектра $t > 0$ и $t < 0$.

Спектр "есть второй μ , только один e ".

У него имеется две характерные особенности. Во-первых, уровень постоянного фона сильно отличается для частей $t > 0$ и $t < 0$. Во-вторых, в части спектра $t < 0$ есть максимум.

Разный уровень постоянной составляющей объясняется тем, что для части $t < 0$ он обусловлен, в основном, случайными частицами, а для $t > 0$ большой вклад дают позитроны от распада мюонов, пришедших после момента $t = 0$.

Если не накладывать ограничений на регистрацию мюонов в воротах, то вероятность регистрации позитронов в интервале

($t, t+dt$) для $t < 0$ с увеличением t примерно линейно убывает. Это объясняется тем, что момент появления мюонов, соответствующих таким позитронам, должен совпасть с временем ворот предыдущего анализа (длительность ворот была $\sim 10\tau_\mu$).

Вероятность регистрации позитронов от мюонов, сохранившихся к началу ворот ($t = -T$), с увеличением t убывает экспоненциально.

Принципу "есть второй μ " соответствует отбрасывание временных интервалов, когда в течение ворот был зарегистрирован только один мюон, из общего числа интервалов. Поэтому во временной зависимости кривой распада появляется разность линейной функции и экспоненты. Это дает в части $t < 0$ рассматриваемого спектра максимум. Используя формулу (I) и (П.11), (П.12), получаем, что положение максимума следует из уравнения

$$e^{-\lambda t_m} = e^{\lambda T} / (\lambda T + 1)$$

В наших условиях $t_m \approx -1.2\tau_\mu$

Спектр "только один μ , есть второй e ".

Основной особенностью этого спектра является то, что к концу ворот он спадает к нулю. Объясняется такая закономерность просто. Из-за условия "есть второй e " вероятность появления отсчета в промежутке от t до $t+dt$ умножается на вероятность регистрации по крайней мере еще одного e в интервале (t, t_0), которая при $t \rightarrow t_0$ стремится к нулю.

Временная зависимость этого спектра в части $t < 0$ такая же, как и у спектра "только один μ , только один e ". Однако число событий в ней примерно в $\frac{\xi}{1-\xi}$ раз больше, где

- эффективность регистрации позитронов, $\varepsilon \sim 0,9$.

Спектр "есть второй μ , есть второй e ".

Здесь никаких новых, по сравнению с предыдущими спектрами, особенностей не имеется. Спадание к нулю в части $t \geq 0$ объясняется точно как и в спектре "только один μ , есть второй e ", характерный максимум в части $t < 0$ обусловлен той же причиной, что и у спектра "есть второй μ , только один e ".

Выбор интенсивности пучка и длительности анализируемого времени распада мюона

В этом разделе речь будет идти в основном о том, какие значения интенсивности пучка мюона R и длительности ворот необходимы для того, чтобы достигаемая точность определения времени жизни была максимально возможной за данное время измерений.

Сначала рассмотрим простейшие условия проведения измерений. Будем считать, что фон отсутствует; память анализатора, где накапливаются спектры, не обладает мертвым временем; эффективность регистрации позитронов - 100%; временное разрешение электроники идеальное, а величина задержки T равна нулю. В этих условиях основной спектр, набранный по принципу "только один μ , только один e ", будет описываться кривой распада:

$$P(t) = A e^{-\lambda t}$$

Определим зависимость среднеквадратичного отклонения параметра $\lambda = \tau_{\mu}^{-1}$ от величины анализируемого промежутка времени t_0 и ширины канала цифрового измерителя временных

интервалов h . Найдем минимум функционала:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n w_i (y_i - A e^{-\lambda t_i})^2 \quad (4)$$

y_i - число отсчетов в пределах временного интервала $[(i-1)h, ih]$; A и λ - определяемые параметры;

$$w_i = (A e^{-\lambda t_i})^{-1}, \quad n = t_0/h - 1$$

$$A e^{-\lambda t_i} = N(1 - e^{-\lambda h}) e^{-(i-1)\lambda h}$$

Раскладываем $A e^{-\lambda t_i}$ в ряд относительно точки минимума и удерживаем линейный по $\Delta\lambda$ член, т.е. полагаем, что в окрестности точки минимума функционал (4) хорошо описывается параболической зависимостью.

Из условий экстремума:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial A} = 0, \quad \frac{\partial \chi^2}{\partial \lambda} = 0$$

находим $\Delta\lambda$, а затем дисперсию $D(\Delta\lambda) = D(\lambda)$, выражая ее через $D(y_i)$. Полагая $D(y_i) = w_i^{-1}$, получаем:

$$\delta(t_0, h) = \frac{\sqrt{D(\lambda)}}{\lambda} = \lambda^{-1} \left(\frac{f_1}{f_1 f_3 - f_2^2} \right)^{1/2} \quad (5)$$

где

$$f_1 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial p}{\partial A} \right)^2 w_i = \sum_{i=1}^n A^{-1} e^{-\lambda t_i}$$

$$f_2 = \sum_{i=1}^n \frac{\partial p}{\partial A} w_i \frac{\partial p}{\partial \lambda} = - \sum_{i=1}^n t_i e^{-\lambda t_i}$$

$$f_3 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial p}{\partial \lambda} \right)^2 w_i = \sum_{i=1}^n A t_i^2 e^{-\lambda t_i}$$

На рис. 5 показана зависимость точности определения времени жизни от величины ворот, при некоторых значениях ширины канала h . Отметим, что аналогичные результаты были получены в работе /4/ полуэмпирическим путем. Поскольку точность определения времени жизни обуславливается в основном набранной статистикой, то для получения более простой формулы, чем (5), можно пренебречь конечной шириной канала, по сравнению с τ_{μ} , т.е.

совершить предельный переход $h\lambda \rightarrow 0$. Тогда зависимость (5) приобретает вид:

$$S(t_0) = \left[N \frac{1 - e^{-\lambda t_0}}{\{(1 - e^{-\lambda t_0} (\lambda^2 t_0^2 + 2\lambda t_0 + 2)) (1 - e^{-\lambda t_0}) - (1 - e^{-\lambda t_0} (1 + \lambda t_0))^2\}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Величина N , получаемая за данное время, определяется скоростью набора статистики. В условиях отбора событий - "только один μ , только один e ", эта скорость равна:

$$R' \approx R e^{-R t_0} (1 - R^2 \lambda^{-2} (1 - e^{-\lambda t_0})) / (1 + R t_0)$$

Экспонента в числителе вводится из-за условия "только один μ ", знаменатель - из-за блокировки входа схемы, регистрирующей мюоны на время анализа, равное t_0 . Множитель $(1 - R^2 \lambda^{-2} (1 - e^{-\lambda t_0}))$ обусловлен требованием "только один e ", и вводится из-за мюонов, не распавшихся к началу ворот (членами порядка $R^3 \lambda^{-3}$ и выше пренебрегаем).

Зависимость относительной точности определений времени жизни $S(R, t_0)$, получаемой за один час измерений от величины ворот t_0 при фиксированных значениях R представлена на рис. 7. При увеличении интенсивности примерно до 15000 сек^{-1} точность растет очень быстро. При дальнейшем повышении R заметно увеличивается доля мюонов, момент появления которых приходится на время блокировки. Кроме того, быстро растет число измеренных интервалов, не попадающих в основной спектр из-за критерия отбора. Максимальной точности соответствует интенсивность $\sim 90000 \text{ сек}^{-1}$ (рис. 8).

Тот факт, что в широких пределах величина $S(R, t_0)$ слабо зависит от R , весьма важен, поскольку высокая интенсивность невыгодна по нескольким причинам.

Во-первых из-за того, что с увеличением R во временной зависимости спектра, набираемого в реальных условиях, растет вычисляемый коэффициент перед членом $e^{-\lambda t}$. Заметим, что этот член содержит не только линейную, но и квадратичную по части, которая уже при интенсивности порядка 15000 сек^{-1} сравнима с линейной.

Во-вторых, при больших загрузках электроники могут возникнуть искажения спектра, ведущие к систематическим ошибкам (связь каналов электроники, регистрирующей мюоны и позитроны, наложение импульсов в каждом канале и т.д.).

Теперь рассмотрим дополнительные факторы, влияющие на точность определения τ_{μ} .

Прежде всего в реальных условиях время блокировки старта не равно длительности анализируемого промежутка времени. Для нормальной сортировки и записи событий в память анализатора после окончания ворот обычно требуется блокировать "старт" на дополнительное время T_0 . В условиях работы I/T_0 было порядка 10 мксек .

Кроме того, как уже отмечалось, момент регистрации позитронов был сдвинут на время $T \sim 5 \text{ мксек}$. Это позволило уменьшить вклад двойной экспоненты и подавить влияние импульсов от частиц, появившихся до начала ворот, на положение импульса от позитрона. Вместе с тем, такая задержка служила для оценки уровня фона во время сеанса, а также позволила определить эффективность регистрации позитронов непосредственно при обработке спектров.

С учетом сказанного, формула для скорости набора статистики приобретает вид:

$$R' = \frac{R e^{-R t_0} (1 - R^2 \lambda^{-2} (1 - e^{-\lambda t_0})) (1 - R^2 T^2)}{1 + R(T + T_0 + t_0)}$$

Член $(1 - R^2 T^2)$ обусловлен требованиями " только один μ " в части спектра $(-T, 0)$.

При окончательном определении оптимальных условий на величины R и T накладывалась дополнительная связь, учитывающая конечное временное разрешение электроники. Требовалось, чтобы коэффициент перед $e^{-\lambda t}$ в формуле (1.2), обусловленный мюонами, не распадавшимися к моменту $t = 0$, не превышал $2 \cdot 10^5$ при $\Delta e \sim 100$ мсек и $\xi = 1$. То есть R и T выбирались такими, что

$$2 \Delta e R^2 (T + \lambda^{-1}) e^{-\lambda T} \leq 2 \cdot 10^5 \quad (6)$$

Вычисляя среднее значение ζ_μ можно показать, что введение указанного коэффициента приводит к относительному изменению определяемого времени жизни на уровне 10^{-5} .

Результаты расчетов приведены на рис. 9 а, б, в.

Рис. 9а - зависимость точности, достигаемой за один час работы, от величины T . Для каждого значения T величина t_0 взята оптимальной, величина R определялась с учетом (6). Следует бы отметить, что с увеличением T (увеличением длительности соответствующей линии задержки в электронной схеме) ухудшается временное разрешение схемы, регистрирующей позитроны. Это обусловлено затуханием сигнала в линии задержки. Рост величины Δe ведет к дополнительному ограничению на интенсивность. Поэтому минимум в рассматриваемой зависимости будет выражен менее резко, чем изображено на рисунке.

Рисунок 9б - зависимость интенсивности R от величины сдвига T .

Рисунок 9в - зависимость точности определения τ_m от t_c при значениях R и T , близких к экспериментальным ($T \sim 2,5 \tau_m$, $R \sim 15000 \text{ сек}^{-1}$).

В заключение данного раздела каснемся вопроса о фоновой части спектра, которую мы до сих пор не учитывали. На самом деле, кривая распада, описывающая наш основной спектр, для части $t > 0$ с хорошей точностью дается формулой:

$$P(t) = A e^{-\lambda t} + B$$

На рис. 6 показана зависимость величины относительной ошибки времени жизни от t_c при разных значениях $\gamma = B/A$. Эта зависимость получена аналогично изображенной на рис. 5.

Среднее значение γ в рассматриваемых измерениях составило примерно 10^{-4} . Из сравнения рис. 5 и 6 следует, что при $t_c \sim 7 \tau_m$ (значение t_c в работе /1/) корреляция λ с B увеличивает относительную ошибку времени жизни примерно на 20%. Повысить точность можно способом, указанным в предыдущем разделе: проведя совместную обработку обеих частей спектра $t > 0$ и $t < 0$. В ~~указанной~~ ^{/1/} работе это привело к увеличению точности определения времени жизни примерно также на 20%.

Дальнейшее уменьшение уровня постоянного фона уже практически ничего не дает для увеличения точности и полезно только с той точки зрения, конечно немаловажной, что чем меньше уровень фона, тем меньше возможные систематические ошибки.

Условия измерения с пучками постоянной и пульсирующей интенсивности

Скорость набора статистики в рассматриваемой работе была

В десятки раз выше, чем во всех предыдущих экспериментах, выполненных на циклических ускорителях. Это было обусловлено не только высокой эффективностью регистрации позитронов, но и выбором оптимальных значений интенсивности и величины ворот.

Как было отмечено выше, основной рост скорости набора статистики наблюдается как раз при переходе от $R = 2000+3000$ сек⁻¹ (обычная средняя интенсивность в предыдущих работах) к R порядка 15000 сек⁻¹. Однако, лучшая точность была до сих пор получена на линейном ускорителе /5/ в Сакле. Поэтому в заключение главы следует сравнить условия работы /1/, выполненной на синхроциклотроне с "растяжкой" пучка, с условиями, в которых была проведена французская работа.

При измерениях на линейном ускорителе с частотой ν образуется "источник" мюонов со средним числом частиц $N \gg 1$. В Сакле частота равнялась $\sim 2 \cdot 10^8$ сек⁻¹ и была очень высокой даже для линейного ускорителя. Чтобы получить спектр наиболее простого вида, накладывалось условие "только один e^- " в анализируемом промежутке времени. Телесный угол, в котором регистрируются позитроны распада, при этом должен быть очень малым. Объясняется это конечным временным разрешением схемы, выделяющей события с двумя позитронами $\Delta\epsilon$. Действительно, если обозначить через k долю, которую составляет телесный угол позитронного телескопа от полного угла 4π , то, как нетрудно видеть, спектр будет описываться формулой:

$$P(t) \sim e^{-\lambda t} + N \Delta\epsilon \lambda k e^{-\gamma t} + \gamma$$

где γ - уровень постоянного фона.

Непосредственный учет члена с $e^{-\lambda t}$ введением параметра при варьировании ведет к увеличению ошибки времени жизни. Поэтому коэффициент $N \Delta e \lambda k$ надо было вычислять, а затем учитывать при варьировании остальных параметров. При этом, конечно, желательно, чтобы погрешность определения данного коэффициента приводила к ошибке, малой по сравнению со статистической точностью.

В указанной работе значения Δe , k и N были такими:

$$\Delta e \sim 12 \text{ нсек}, N \sim 50, k \sim 4 \cdot 10^{-3}$$

Следовательно, величина коэффициента перед $e^{-\lambda t}$ составила $\sim 10^{-3}$ от коэффициента перед основной экспонентой. Статистическая точность измерений была равна $1,4 \cdot 10^{-4}$. Используя эти данные и вычисляя среднее значение времени жизни, легко получить, что поправка к результату, связанная с введением вычисленного коэффициента, составила примерно три статистические ошибки. При измерениях с большой точностью такая поправка могла бы составить недопустимо большую величину.

В условиях работы /I/ поправка на интенсивность, обусловленная конечным временным разрешением схем, выделяющих события с двумя мюонами и позитронами (соответственно 30 нсек и 70 нсек) составила менее трети статистической ошибки, хотя точность измерений была почти в четыре раза выше. Средняя скорость набора статистики в основном спектре "только один μ ", "только один e^+ " (с учетом скважности) равнялась 4000 сек^{-1} . Во французской работе скорость набора статистики в спектре "только один e^- " одним телескопом (всего их имелось два) была в десять раз меньше. Существенно повысить ее, увеличив N и k , нельзя. При $N \cdot k = 0.2$ вероятность зарегистрировать только один позитрон в воротах

равна $\sim 0,16$, а максимально возможная вероятность (при $N \cdot k = 1$) равна всего лишь $0,36$. Кроме того, при увеличении $N \cdot k$ растет вычисляемый коэффициент перед двойной экспонентой.

Однако, несмотря на отмеченные недостатки, в постановке работы /5/ содержится принципиальная возможность ускорения набора статистики. Наиболее вероятный путь - увеличение числа телескопов и соответствующей электроники, включая преобразователи время-код. Для уменьшения поправки, рассмотренной выше, следует улучшать временное разрешение схемы, регистрирующей позитроны.

Что касается условий измерений на циклическом ускорителе с растяжкой пучка, то дальнейшее существенное увеличение скорости набора статистики не предоставляется реальным. В работе /1/ в этом отношении практически был достигнут максимум возможного.

В заключение авторы приносят благодарность А.Д.Конину за плодотворные обсуждения.

П Р И Л О Ж Е Н И Е

Вывод временной зависимости кривых распада

В этом приложении мы выведем временную зависимость кривых распада, описывающих спектры, набираемые согласно условиям, сформулированным в первом разделе. Для удобства за единицу времени примем время жизни мюона.

В дальнейшем нам понадобится формула, справедливость которой может быть доказана методом математической индукции.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^n (1 - \varphi(t_i) \delta t_i) = \exp \left(- \int_a^b \varphi(t) dt \right)$$

При условии, что для всех i : $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta t_i = 0$

где $\{ \delta t_i \}$ — неперекрывающиеся интервалы, принадлежащие отрезку (a, b) , а $\varphi(t)$ — некая непрерывная функция, заданная на этом отрезке.

А. Прежде всего мы получим выражение для вероятностей различных событий, необходимые при окончательном выводе искомых зависимостей.

1. Вероятности, связанные с регистрацией e от μ , появившихся в момент $t = 0$ (см. рис. 10а).

Вероятность того, что μ распадается в интервале $(t, t+dt)$ равна $e^{-t} dt$, а вероятность зарегистрировать распад в этом же интервале:

$$\gamma(t) dt = \varepsilon e^{-t} dt$$

Вероятность того, что μ распадается в интервалах $(0, t)$, $(t+\Delta t, t_0)$ равна $1 - e^{-t_0} - \Delta t e^{-t} = 1 - \Delta t e^{-t}$, $e^{-t_0} \ll 1$

Вероятность того, что за это время распад зарегистрирован,

не будет равна :

$$D[(0, t), (t + \Delta_e, t_0)] = 1 - \varepsilon (1 - e^{-t_0} - \Delta_e e^{-t}) \approx 1 - \varepsilon (1 - \Delta_e e^{-t})$$

2. Теперь рассмотрим вклад мюонов, появившихся после момента $t = 0$.

Вероятность того, что μ появится в интервале $(t_i, t_i + \delta t_i)$ равна $R \delta t_i$:

а) случай $t_i < t$ (рис. 106)

Вероятность того, что e распада не будет зарегистрирован в интервалах (t_i, t) , $(t + \Delta_e, t_0)$ равна:

$$D_i'[(t_i, t), (t + \Delta_e, t_0)] = 1 - \varepsilon R \delta t_i (1 - e^{-(t_0 - t_i)} - \Delta_e e^{-(t - t_i)})$$

Вероятность того, что в этих интервалах не будет зарегистрировано ни одного e от распада мюонов, появившихся в промежутке

$(0, t)$ равна $D_1' = \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^n D_i'$

б) случай $t < t_i < t + \Delta_e$

Вероятность того, что в интервале $(t + \Delta_e, t_0)$ не будет зарегистрировано ни одного позитрона от мюонов из промежутка $(t, t + \Delta_e)$

равна :

$$D_2' = \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^n (1 - \varepsilon R \delta t_i (e^{-(t + \Delta_e - t_i)} - e^{-(t_0 - t_i)}))$$

в) случай $t + \Delta_e < t_i < t_0$

Вероятность того, что не будет зарегистрирован распад ни одного μ из $(t + \Delta_e, t_0)$ в том же интервале равна:

$$D_3' = \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^n (1 - \varepsilon R \delta t_i (1 - e^{-(t_0 - t_i)}))$$

Итоговая вероятность того, что не будет зарегистрировано ни одного позитрона распада в интервалах $(0, t)$, $(t + \Delta_e, t_0)$ от мюонов, появившихся после момента $t = 0$ равна:

$$D'[(0, t), (t + \Delta_e, t_0)] = D_1' \cdot D_2' \cdot D_3' \approx e^{-\varepsilon R (t_0 - t + \Delta_e e^{-t} + e^{-t_0})}$$

Вероятность регистрации e в интервале $(t, t+dt)$ от мюонов из промежутка (t_i, t_i+St_i) для $t > t_i$ равна:

$$y_i'(t)dt = \epsilon R e^{-(t-t_i)} St_i dt$$

Суммарная вероятность регистрации e в интервале $(t, t+dt)$ равна:

$$y'(t)dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n y_i'(t) = \epsilon R (1 - e^{-t})$$

Вероятность регистрации e в $(t, t+dt)$ от M из интервала $(0, \Delta_m)$ равна:

$$y_{\Delta_m}' dt \approx \epsilon R \Delta_m e^{-t} dt$$

Вероятность того, что распад таких M не будет зарегистрирован в интервалах $(0, t), (t+\Delta_e, t_c)$ равна:

$$D_{\Delta_m}' [(0, t), (t+\Delta_e, t_c)] \approx 1 - \epsilon R \Delta_m e^{-t} (1 - e^{-t_c - \Delta_e} e^{-t})$$

3. Рассмотрим вклад мюонов, появившихся до момента $t = 0$.

После того, как появился мюон, вызвавший запуск ворот, вход "старт" блокировался на время $T_b \sim 15 \tau_m$. Как мы увидим ниже, основное искажение экспоненциальной зависимости обусловлено наличием к началу основного рабочего участка спектра ($t = 0$) второго нераспавшегося мюона. Подавляющее число таких мюонов приходится на время блокировки предыдущего анализа. Вкладом мюонов, которые сами запускали ворота, пренебрежем.

Итак, мы рассматриваем мюоны, пришедшие до $t = 0$ и попавшие в T_b предыдущего анализа. Обозначим через τ время, отделяющее момент окончания блокировки от $t = 0$ (рис. 106). Ясно, что τ распределены по закону $R e^{-R\tau} d\tau$.

Зафиксируем τ и найдем вероятность $y''(t)$ того, что в интервале $(t, t+dt)$ будет зарегистрирован распад мюона при условии, что в промежутке $(-\tau, 0)$ мюоны не появились.

а) $t > 0$

В случае $\tau < T$ вероятность того, что распад мюонов, пришедших в $(-(\tau + T\delta), -T)$ будет зарегистрирован в $(t, t + dt)$ при указанном выше условии равна:

$$\int_{\tau < T}^{(T)} (t) dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \epsilon R \delta t_i e^{-(t_i - t)} e^{-R(T - \tau)} dt$$

для $\tau > T$ находим:

$$\int_{\tau > T}^{(T)} (t) dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \epsilon R \delta t_i e^{-(t_i - t)}$$

Искомая вероятность $\int_{\tau > T}^{(T)}$ равна:

$$\int_0^T \int_{\tau < T}^{(T)} R e^{-R\tau} d\tau + \int_T^{\infty} \int_{\tau > T}^{(T)} R e^{-R\tau} d\tau$$

Производя все вычисления, получаем:

$$\gamma^{(T)}(t) = \epsilon R^2 (T+1) e^{-T} e^{-t} \quad (\text{П.1})$$

Аналогичным образом находим вероятность того, что в интервалах $(-T, t), (t + \Delta e, t_0)$ не было зарегистрировано позитронов, при условии, что мюоны не появлялись в $(-T, 0)$:

$$D^{(T)} [(-T, t), (t + \Delta e, t_0)] \approx 1 - \epsilon R^2 (T+1) e^{-T} \Delta e e^{-t} \quad (\text{П.2})$$

(члены порядка $R^3 \Delta e^2$) e^{-2t}

Вероятности, аналогичные (П.1) и (П.2), но без требования отсутствия мюонов в интервале $(-T, 0)$ и D'' , получаются при подстановке в указанные зависимости значения $T = 0$.

б) $t < 0$

Найдем вероятности, определяемые теми же условиями, что и в пункте а).

Вероятность, соответствующая $\gamma^{(T)}(t)$, получается точно также и равна, после усреднения по τ

$$\gamma^{(T)}(t) \approx R^2 \epsilon (T+1) e^{-(T+t)} \quad (\text{П.3})$$

Если не накладывать ограничений на появление μ в интервале $(-T, 0)$, то вероятности регистрации e от t до $t + dt$ при фиксированном значении τ будут следующие.

Для $\tau < t$:

$$i_{\tau < t}(t) \approx R \varepsilon \quad (\text{П.4})$$

Для $\tau > t$:

$$i_{\tau > t}(t) = R \varepsilon e^{-\tau} e^t \quad (\text{П.5})$$

Полная вероятность $i(t)$ получится как и раньше усреднением (П.4) и (П.5) по τ :

$$i(t) \approx R^2 \varepsilon (1-t)$$

~~с учетом направления оси~~ (П.6)

Вероятности того, что не будет зарегистрирован позитрон d и d^T (с наложением ограничения на появление мюонов и без него), отличаются от I квадратичными по R членами. Поскольку в части спектров $t < c$ статистика мала, мы будем таким отличием пренебрегать.

4. Рассмотрим вклад случайных частиц.

Вероятность регистрации частицы в интервале от t до $t+dt$ просто равна:

$$J_w(t)dt = w dt$$

Вероятности того, что не будет зарегистрировано ни одной случайной частицы в интервалах $(-T, t)$, $(t+\Delta e, t_c)$ равна:

$$D_w(-T, t_c - \Delta e) = e^{-w(T+t_c - \Delta e)}$$

5. Вероятность того, что мюон не появится в интервале $(-T, 0)$ равна:

$$P_{\mu}' = 1 - \int_0^T R e^{-R\tau} (1 - e^{-R(T-\tau)}) d\tau \approx 1 - R^2 T^2$$

Такая же вероятность для интервала (Δ_{μ}, t_c) равна $P_{\mu}'' = e^{-R(t_c - \Delta_{\mu})}$

Полная вероятность для обоих интервалов равна $P_{\mu} = P_{\mu}' \cdot P_{\mu}''$

Б. Теперь получим искомые временные зависимости кривых распада, т.е. вероятности регистрации импульса с черенковского

счетчика в промежутке от t до $t+dt$ при различных условиях, накладываемых на отбор событий.

Если наложены ограничения на регистрацию частиц в e -канале, то при рассмотрении "источников" e , которые могут дать много распадов в анализируемом интервале времени (это мюоны, пришедшие до и после момента $t=0$, а также случайные частицы), мы должны поступать следующим образом - разбивать интервалы оси времени на участки δt_i и получать суммы вида:

$$\sum_{i=1}^n \psi(t_i) \delta t_i \prod_{j=i}^n (1 - \psi(t_j) \delta t_j)$$

Однако, поскольку в дальнейшем мы будем переходить к пределу $n \rightarrow \infty$, $\delta t_i \rightarrow 0$, то обстоятельство, что в произведении $j \neq i$ не играет роли. Для каждого из указанных выше "источников" вероятность регистрации частицы от t до $t+dt$ при условии, что не было зарегистрировано частиц в некотором интервале (a, b) равна произведению $\gamma(t) \cdot D(a, b)$, где $\gamma(t)$ - вероятность регистрации e в $(t, t+dt)$, а $D(a, b)$ - вероятность того, что мы не зарегистрируем частицу в (a, b) :

I) Случай $t > 0$

а) $P_a(t)$ - вероятность регистрации e от t до $t+dt$ при условии, что в интервале $(-T, t_0)$ не было зарегистрировано других μ и e :

$$P_a(t) = \left\{ \gamma(t) + (\gamma'_{\Delta\mu}(t) + \gamma''(t) + \gamma_w(t)) \cdot D[(0, t), (t+\Delta_e, t_0)] \right\} \cdot (П.7)$$

$$P_{\mu} D_w[(-T, t), (t+\Delta_e, t_0)] \cdot D'_{\Delta\mu}[(0, t), (t+\Delta_e, t_0)] D''^{(T)}[(-T, t), (t+\Delta_e, t_0)] \approx$$

$$\approx e^{-w(T+t)} e^{-Rt} \left\{ \epsilon e^{-t} + 2 \epsilon^2 \Delta_e (R \Delta_{\mu} + R^2(T+1)) e^{-T} \right\} e^{-2t} + w(1-\epsilon) +$$

+ коэффициенты порядка $R^3 \Delta_e$ и $R^2 \Delta_e^2$) e^{-3t} }

б) $P_b(t)$ - вероятность регистрации e от t до $t+dt$ при условии, что в $(-T, t_0)$ не было зарегистрировано других e :

$$P_D(t) = \{ J(t) + (J'(t) + J''(t) + J_w(t) \cdot D) \} \cdot D_w \cdot D' \cdot D'' \approx$$

$$\approx e^{-w(T+t_0)} e^{-\varepsilon R(t_0-1)} \{ \varepsilon e^{-t} - 2 \varepsilon^2 R \Delta \varepsilon e^{-2t} + (w + \varepsilon R)(1-\varepsilon) \cdot$$

$$+ (\text{коэффициенты порядка } R^3 \Delta \varepsilon + R^2 \Delta \varepsilon^2) e^{-3t} \}$$

(П.8)

в) $P_D(t)$ - вероятность регистрации e от t до $t+dt$

при условии, что в $(-T, t_0)$ не было зарегистрировано других μ

$$P_D(t) = -P_{\mu} \frac{d}{dt} \{ D(a, t) \cdot D_{\Delta \mu}(a, t) \cdot D_w(a, t) \cdot D^{(T)}(-T, t) \} \approx$$

$$\approx e^{-Rt_0} e^{-wt} \{ \varepsilon e^{-t} + 2 \varepsilon^2 (R D_{\mu} + R^2(T+1)e^{-T}) e^{-2t} + w(1-\varepsilon) \}$$

(П.9)

г) $P_r(t)$ - вероятность регистрации e от t до $t+dt$

если никаких дополнительных условий не накладывается:

$$P_r(t) = -\frac{d}{dt} \{ D \cdot D_w \cdot D' \cdot D'' \} \approx$$

$$\approx e^{-(\varepsilon R + w)t} \{ \varepsilon e^{-t} - 2 \varepsilon^2 R e^{-2t} + (\varepsilon R + w)(1-\varepsilon) \}$$

(П.10)

2) Случай $t < 0$

Для таких времен вероятности аналогичные P_a, P_D, P_{μ} и P_r

выглядят следующим образом:

а) $S_a(t) = (i^{(T)}(t) + J_w(t)) \cdot P_{\mu} \cdot D(a, t_0) \cdot D_{\Delta \mu}(a, t_0) \cdot$

$$\cdot D_w(-T, t_0) \approx e^{-w(T+t_0)} \cdot e^{-Rt_0} [\varepsilon R^2(T+1) e^{-(T+t)} + w +$$

$$+ (\text{коэффициенты порядка } R^3 \Delta \mu + R^2 \Delta \varepsilon^2) e^{-3t}] (1-\varepsilon)$$

(П.11)

б) $S_D(t) \approx (i(t) + J_w(t)) \cdot D \cdot D' \cdot D_w \approx$

$$\approx e^{-w(T+t_0)} \cdot e^{-\varepsilon R(t_0-1)} (R^2 \varepsilon (1-t) + w) (1-\varepsilon)$$

(П.12)

в) $S_D(t) = -P_{\mu} \frac{d}{dt} (d^{(T)}(-T, -t) \cdot D_w(-T, -t)) \approx$

$$\approx e^{-Rt_0} (\varepsilon R^2(T+1) e^{-(T+t)} + w)$$

(П.13)

г) $S_r(t) = -\frac{d}{dt} (d(-T, -t) \cdot D_w(-T, -t)) \approx$

(П.14)

$$\approx i(t) \cdot D_w(-T, -t) + J_w(t) \approx R^2 \varepsilon (1-t) + w$$

Зинин
Мамин
 Помощник

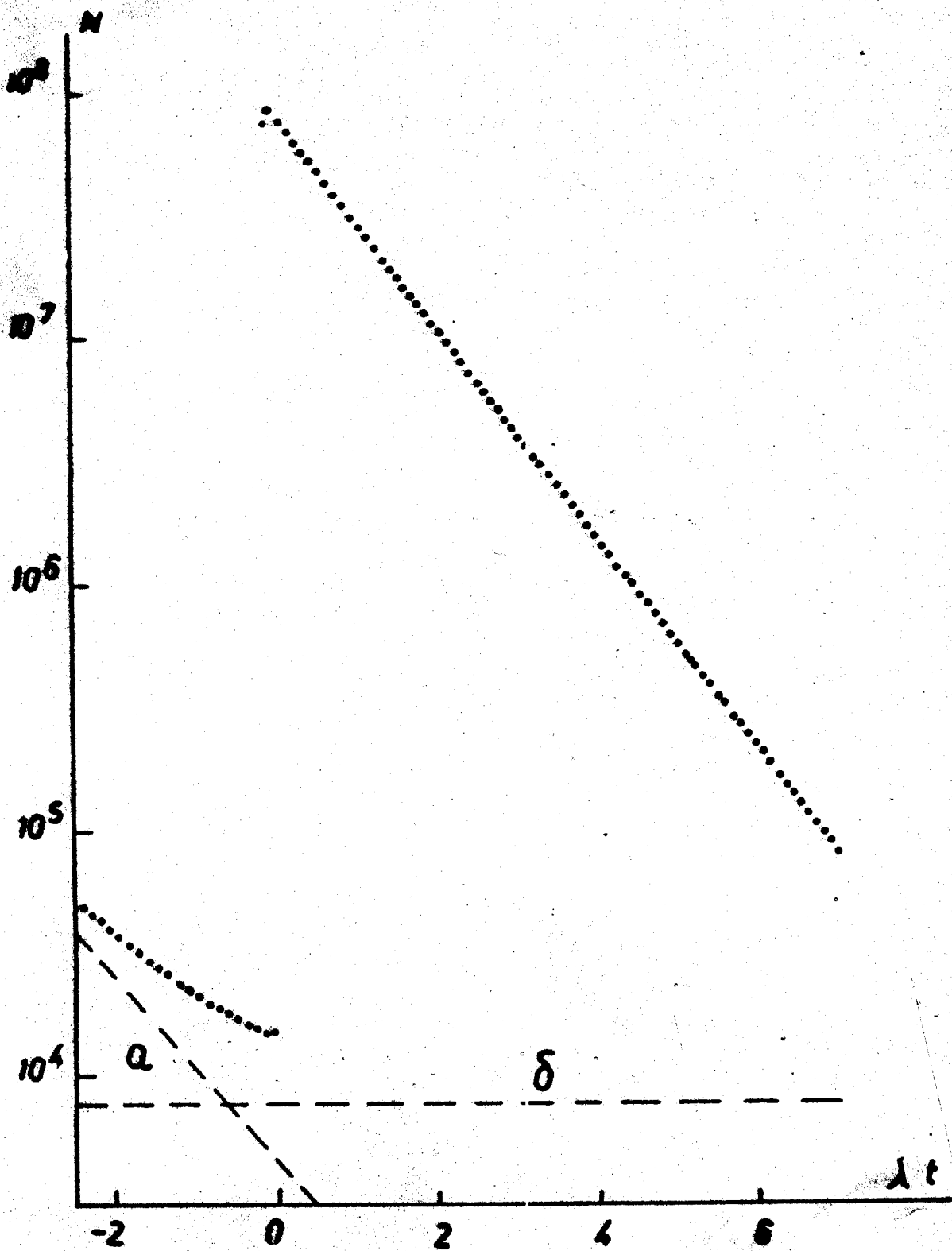


Рис. I . Суммарный спектр, набранный по принципу "только 1μ , только $1e$ ".

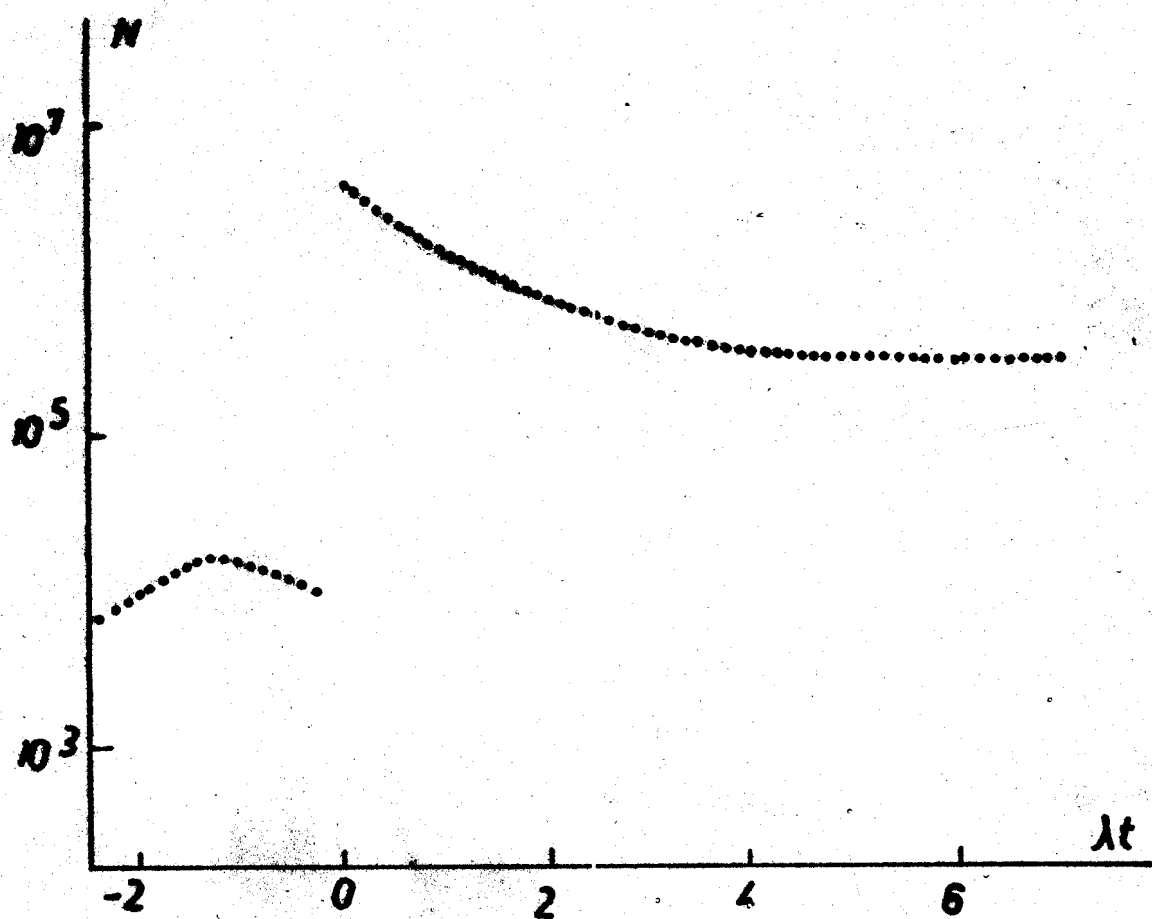


Рис. 2. Суммарный спектр, набранный по принципу "есть 2μ , только $1e$ ".

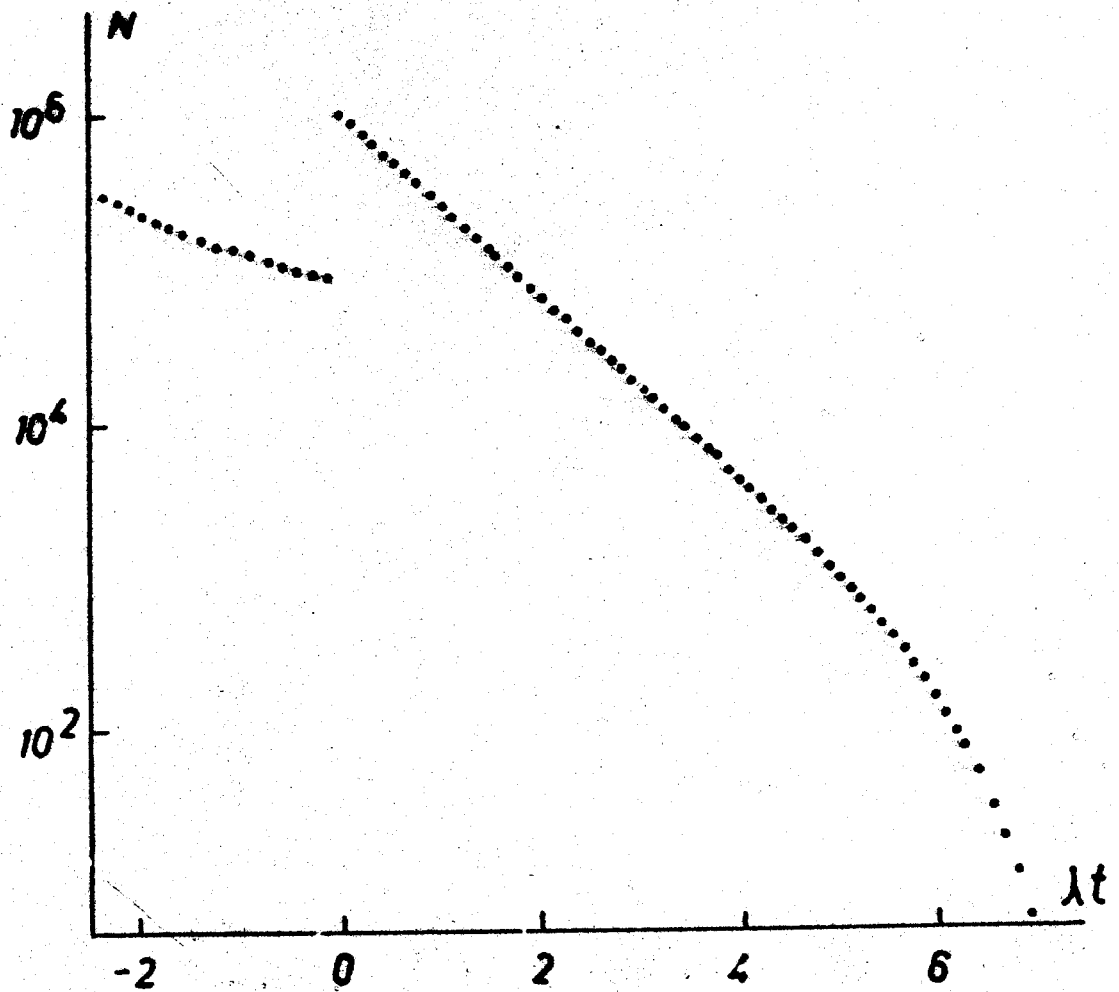


Рис. 3. Суммарный спектр, набранный по принципу "только 1μ , есть $2e$ ".

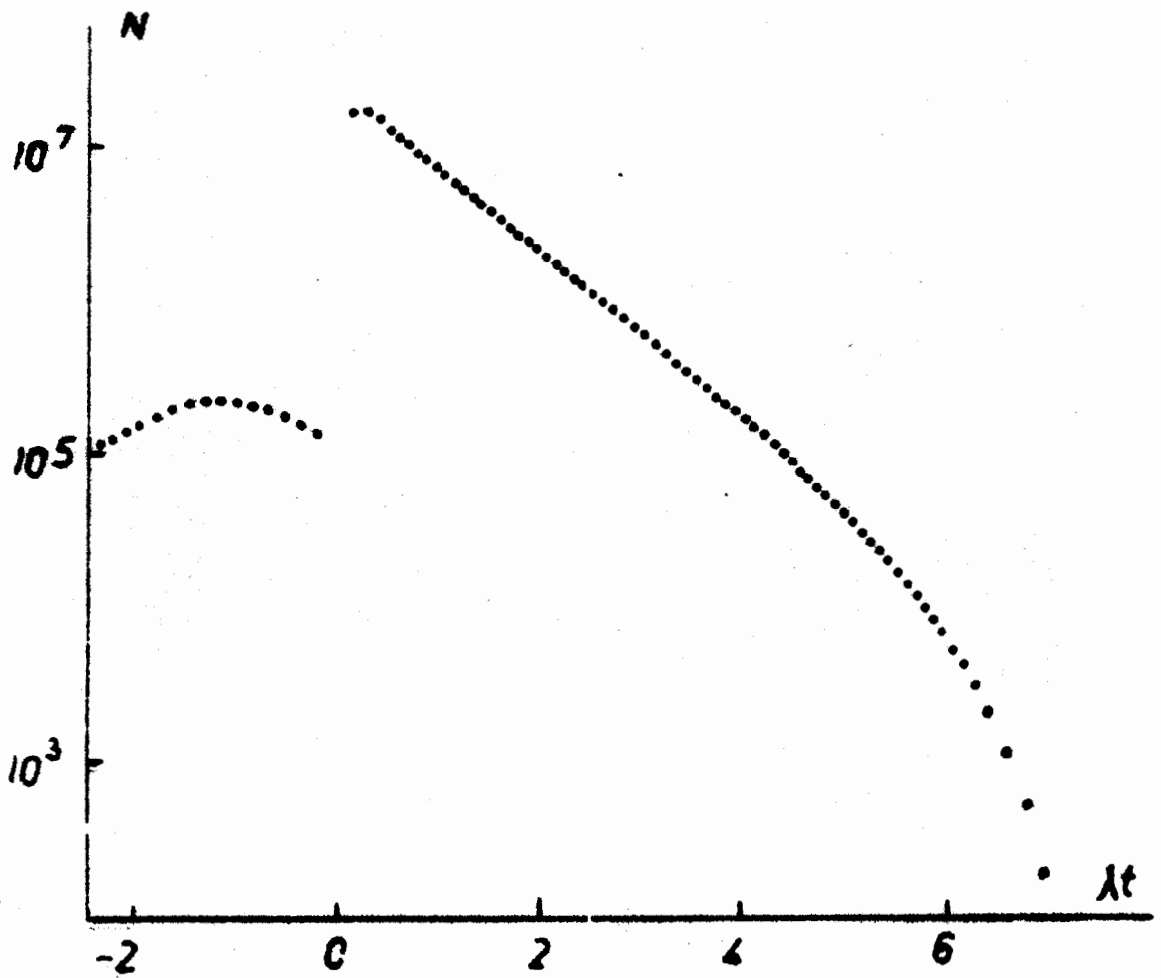


Рис. 4. Суммарный спектр, набранный по принципу "есть 2μ , есть $2e$ ".

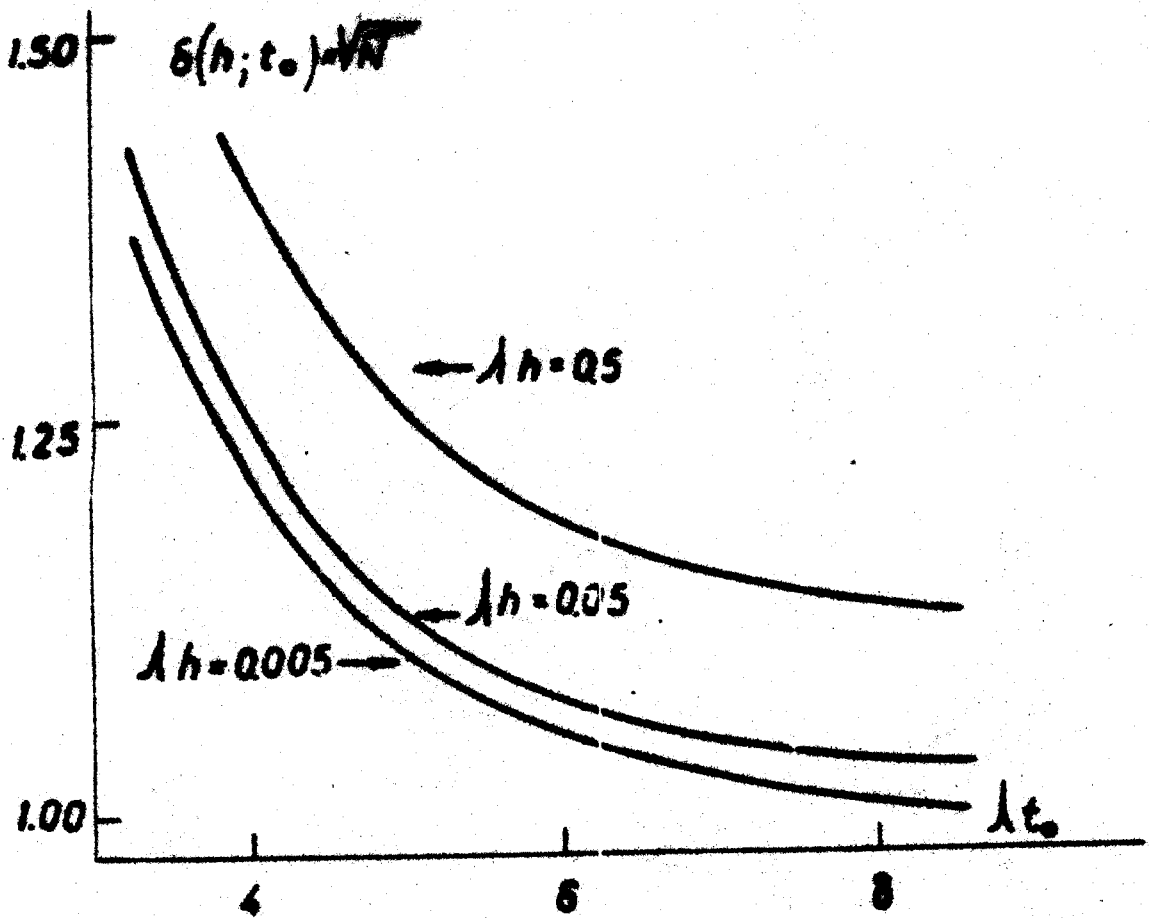


Рис.5. Зависимость точности определения τ_{μ} от длительности анализируемого времени распада мюона и ширины канала преобразователя время-код.

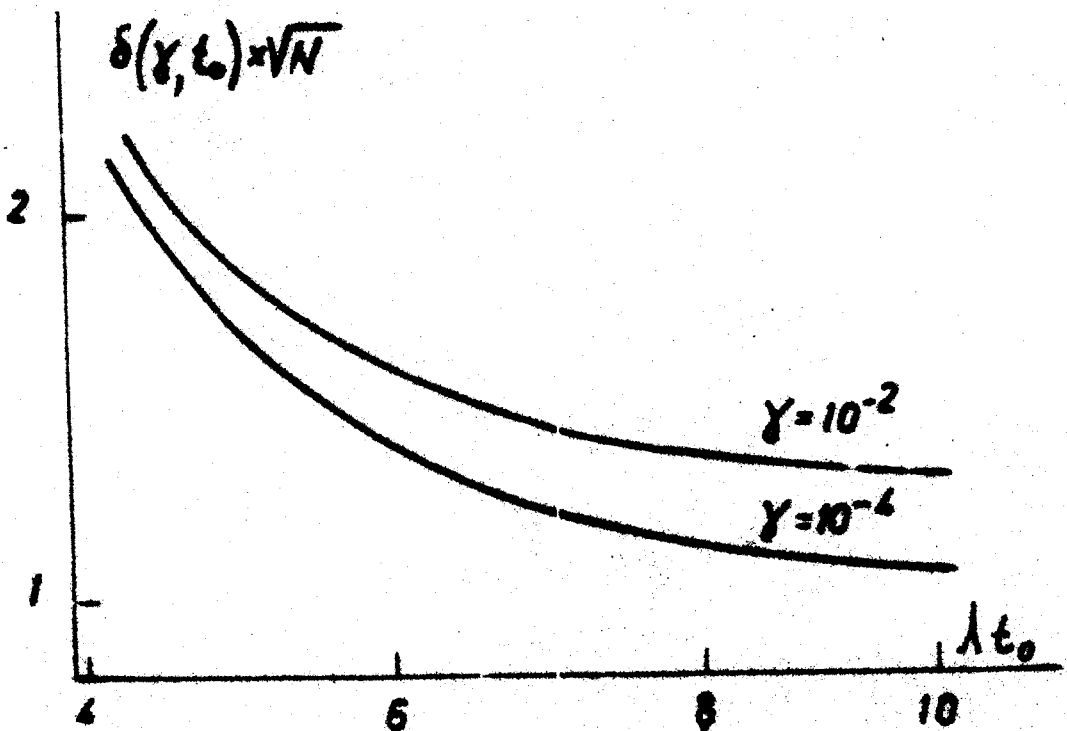


Рис.6. Зависимость точности определения τ_{μ} от длительности анализируемого времени распада мюона и уровня постоянного фона.

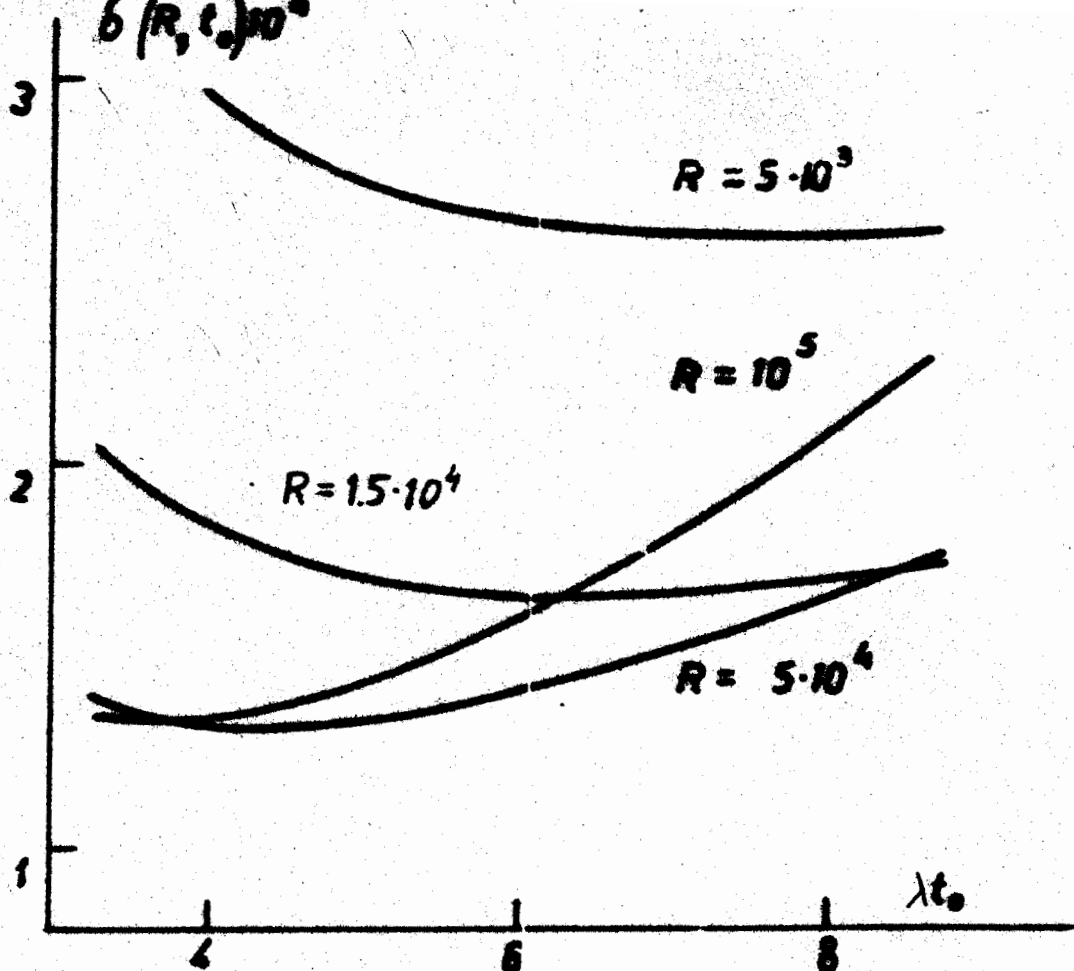


Рис. 7. Зависимость точности определения τ_{μ} , достигаемой за один час измерений, от длительности анализируемого времени распада мюона и интенсивности.

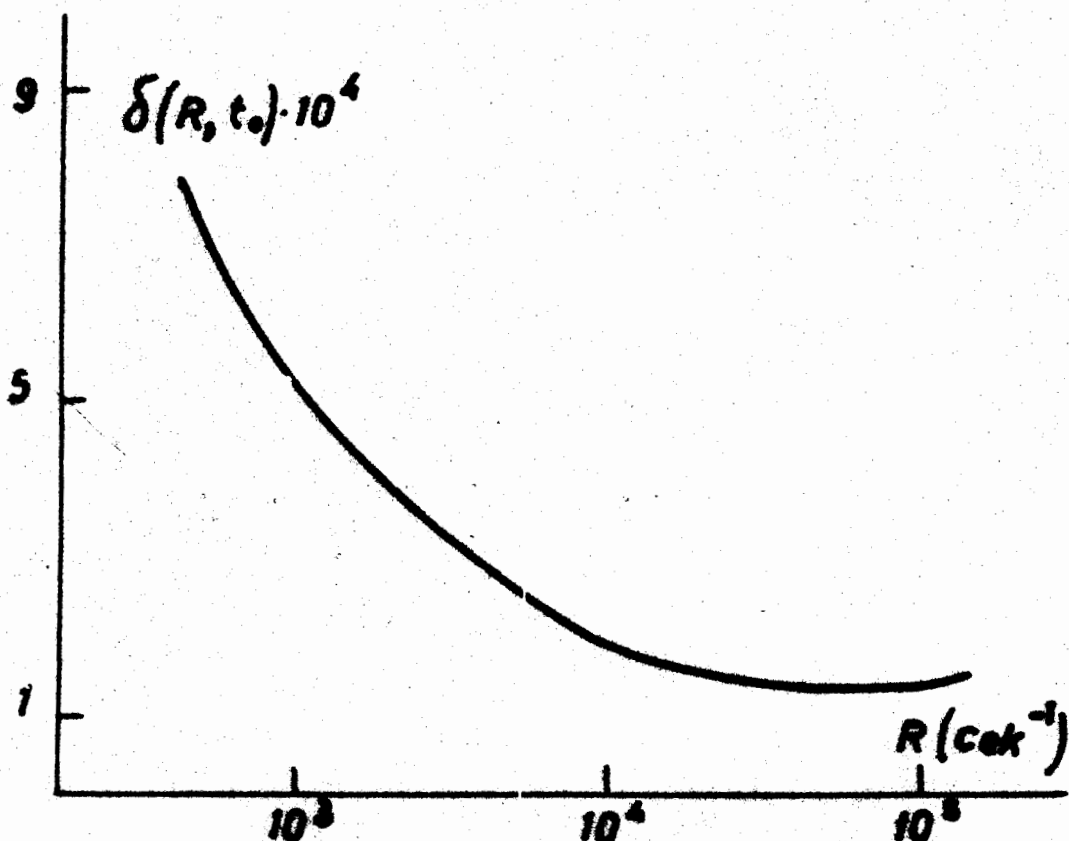
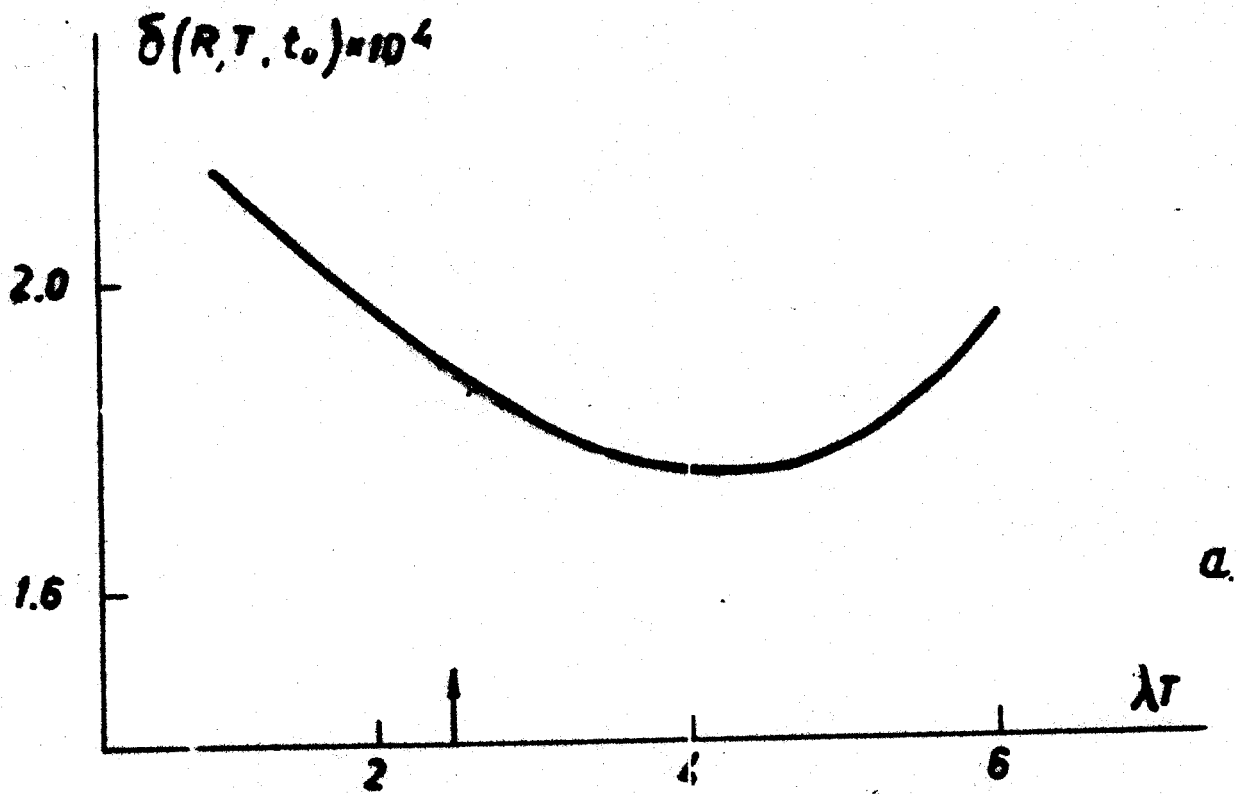
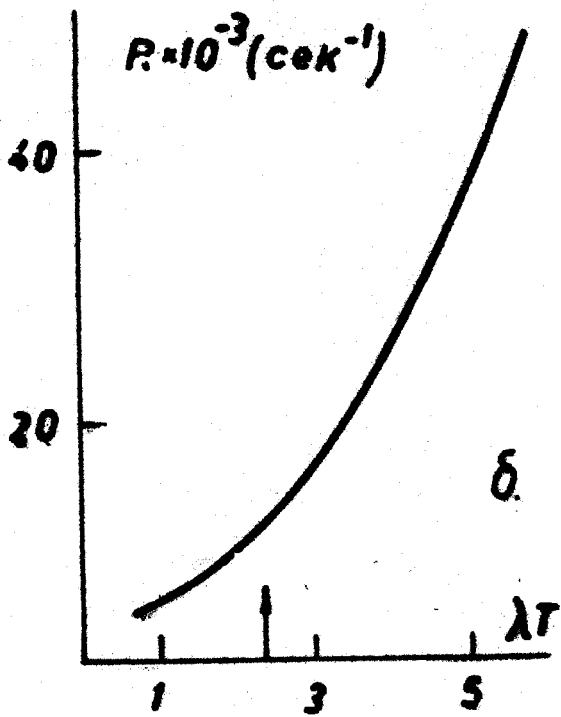


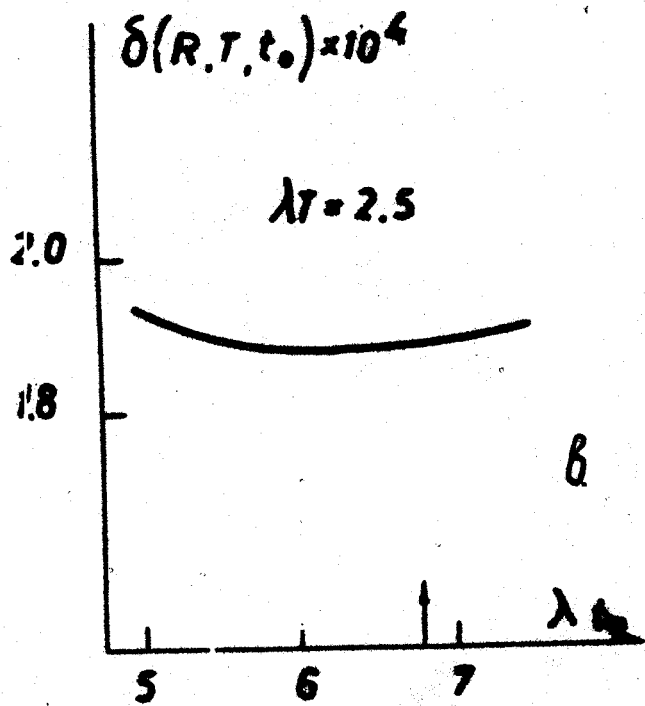
Рис. 8. Зависимость точности определения τ_{μ} , достигаемой за один час измерений, от интенсивности. Величина длительности анализируемого времени распада мюона — оптимальная для каждого значения интенсивности.



a.



b.



b.

Рис. 9.

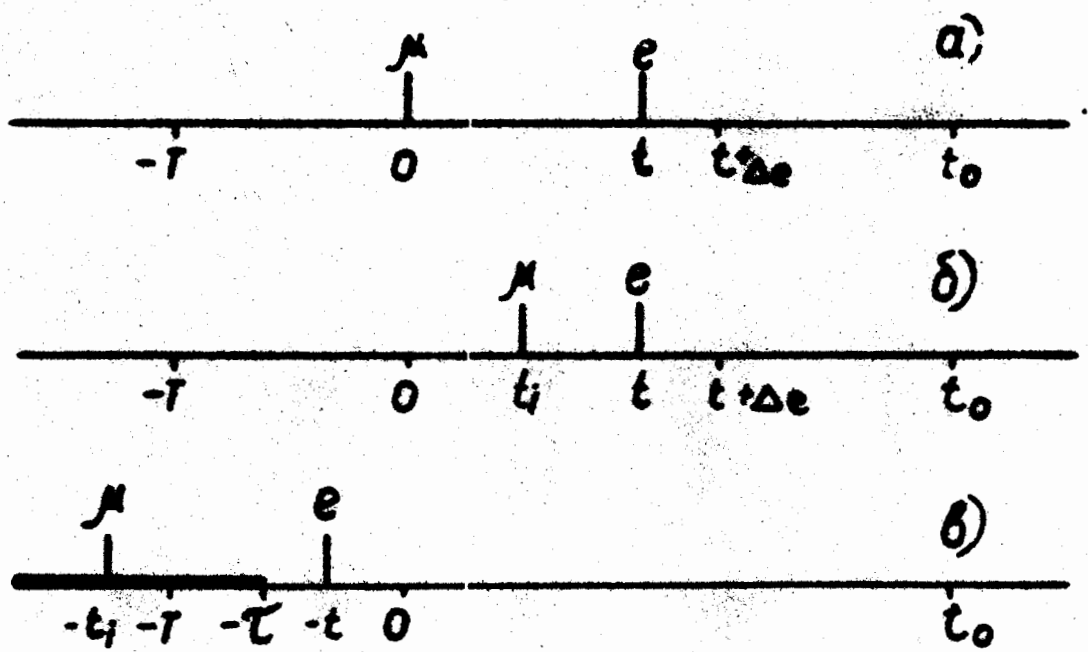


Рис. 10.

ЛИТЕРАТУРА

1. М.П.Баландин, В.М.Гребенюк, В.Г.Зинов, А.Д.Конин,
А.Н.Пономарев. **ЖЭТФ** 67, 1631 (1974)
2. R.A.Swanson. Phys.Rev. 112, 580 (1958)
3. R.A.Lundy. Phys.Rev. 125, 1686 (1962)
4. R.Klenk, Grass F., F.Girisig, O.Brandstadter.
Nucl.Instr.and Meth. 94, 357 (1971)
5. J.Duclos, A.Magnon and J.Picard. Phys.Lett. 47B, 491 (1973)