

Бяландин, М.П. и др.

Б1-13-8761.

+

С 344.1 ил

Б-201



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

1967/75

Б1-13-8761

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 19

75

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

Введение

Примесь пионов в пучке мезонов.

Временная структура пучка ускорителя.

Асимметрия вылета позитронов при распаде

Б1-138761

Распад мезонов в связанном состоянии.

Конечное временное разделение электроники.

Дифференциальная нелинейность преобразователя

М.П.БАЛАНДИН, В.Г.ЗИНОВ, А.Н.ПОНОМАРЕВ

Наложение импульсов в канале регистрации позитронов.

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНЫХ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ОШИБОК

ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО МЮОНА

Приложение.

Вывод формулы для оценки систематических ошибок.

Получено в печать
в редакционной комнате
7 августа 1975 г.

1975 г.

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

С о д е р ж а н и е

Введение

Примесь пионов в пучке мюонов.

Временная структура пучка ускорителя.

Асимметрия вылета позитронов при распаде мюонов

Распад мюонов в связанном состоянии

Конечное временное разрешение электроники

Дифференциальная нелинейность преобразователя
время-код.

Наложение импульсов в канале регистрации позитронов.

Контроль дифференциальной нелинейности всего комплекса
аппаратуры.

Приложение.

Вывод формулы для оценки систематических ошибок.

В В Е Д Е Н И Е

Известно, что при точных измерениях любой мыслимый эффект, который может повлиять на результат, требует тщательного и длительного изучения. Это тем более справедливо, когда речь идет об определении среднего времени жизни τ элементарных частиц.

Относительная простота кривой распада обманлива — могут иметь место различного рода систематические ошибки, практически неуловимые по обычны применяемому критерию χ^2 .

Например, мы набираем спектр временных интервалов между моментом появления мюона и моментом регистрации первой частицы, регистрируемой детектором позитронов. Тогда кривая распада будет описываться зависимостью $e^{-(\lambda+w)t}$, где $\lambda = \tau_{\mu}^{-1}$, а w — скорость счета случайных частиц детектором позитронов. Полагая, что показатель экспоненты определяется величиной τ_{μ} , мы совершенно незаметно получаем относительную систематическую ошибку $w\lambda^{-1}$. Обычно величина $w\lambda^{-1}$ составляет $10^{-2} + 10^{-3}$.

В данной работе проанализированы возможные систематические ошибки при измерении времени жизни положительного мюона. Измерения были выполнены на синхроциклотроне ОИЯИ /1/, достигнутая точность $\delta\tau_{\mu}/\tau_{\mu}$ составила $\sim 3.6 \cdot 10^{-5}$.

Схема эксперимента была следующей (рис.1). Пучок положительных мюонов, пройдя входные сцинтилляционные счетчики 1 и 2 и свинцовый коллиматор, останавливался в середине водяного черенковского счетчика. Сцинтилляционные счетчики служили для определения момента появления μ , а черенковский счетчик предназначался для регистрации только позитронов распада. Размер

В В Е Д Е Н И Е

Известно, что при точных измерениях любой мыслимый эффект, который может повлиять на результат, требует тщательного и длительного изучения. Это тем более справедливо, когда речь идет об определении среднего времени жизни τ элементарных частиц.

Относительная простота кривой распада обманлива — могут иметь место различного рода систематические ошибки, практически неуловимые по обычны применяемому критерию χ^2 .

Например, мы набираем спектр временных интервалов между моментом появления мюона и моментом регистрации первой частицы, регистрируемой детектором позитронов. Тогда кривая распада будет описываться зависимостью $e^{-(\lambda+w)t}$, где $\lambda = \tau_{\mu}^{-1}$, а W — скорость счета случайных частиц детектором позитронов. Полагая, что показатель экспоненты определяется величиной τ_{μ} , мы совершенно незаметно получаем относительную систематическую ошибку $W\lambda^{-1}$. Обычно величина $W\lambda^{-1}$ составляет $10^{-2} + 10^{-3}$.

В данной работе проанализированы возможные систематические ошибки при измерении времени жизни положительного мюона. Измерения были выполнены на синхроциклотроне ОИЯИ /1/, достигнутая точность $\delta\tau_{\mu}/\tau_{\mu}$ составила $\sim 3.6 \cdot 10^{-5}$.

Схема эксперимента была следующей (рис.1). Пучок положительных мюонов, пройдя входные сцинтилляционные счетчики 1 и 2 и свинцовый коллиматор, останавливался в середине водяного черенковского счетчика. Сцинтилляционные счетчики служили для определения момента появления μ , а черенковский счетчик предназначался для регистрации только позитронов распада. Размер

радиатора ($\Phi = 30 \times 30 \text{ см}^3$) был выбран с тем расчетом, чтобы пробег позитронов, укладывающийся в радиаторе, был максимальным, а мюоны, останавливающиеся в центре, не излучали черенковский свет. Таким образом подавлялось влияние сигналов от остановившихся мюонов на временное положение импульсов от позитронов. Эффективность регистрации позитронов получалась высокой и составила $\sim 90\%$. Объем радиатора просматривался двумя фотоумножителями типа ФЭУ-49. Магнитное поле в объеме радиатора компенсировалось с точностью 10^{-2} Гс.

Электронная схема служила для выработки кода события. В каждом коде десять двоичных разрядов отводилось для фиксации временного интервала между моментом появления мюона ("старт") и моментом регистрации первой частицы черенковским счетчиком ("стоп").

Два разряда служили для того, чтобы отмечать случаи прихода второго мюона и второго позитрона или случайной частицы в течение анализируемого промежутка времени ("ворот"). Последнее было необходимо потому, что кривая распада имеет наиболее простой вид при отборе временных интервалов, удовлетворяющих условию "только 1 м, только 1 е в течение ворот" ж).

Эта кривая распада имеет вид:

$$N(t) \sim \varepsilon e^{-\lambda t} + 2\varepsilon^2 \Delta e \lambda (R_{\Delta m} + R^2 (T + \lambda^{-1}) \lambda^{-1} e^{-\lambda T}) e^{-\lambda t} + W \lambda^{-1} (1 - \varepsilon)$$

где R - интенсивность пучка мюонов, W - скорость счета случайных частиц черенковским счетчиком, ε - эффективность

ж) Символом " е " будем обозначать любые частицы, зарегистрированные детектором позитронов.

регистрации позитронов, Δ_{μ} и Δ_e - временное разрешение схем, выделяющих события с двумя мюонами и позитронами, T - величина задержки "старта" относительно начала "ворот".

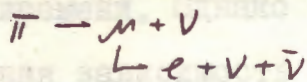
В измерениях эти величины составили: $R \sim 14500 \text{ сек}^{-1}$,
 $W \sim 350 \text{ сек}^{-1}$, $\varepsilon \sim 0.9$, $\Delta_{\mu} \sim 30 \text{ нсек}$, $\Delta_e \sim 70 \text{ нсек}$,
 $T \sim 5 \text{ мксек}$.

В дальнейшем, под источниками систематических ошибок мы будем понимать любые факторы, приводящие к тому, что измеренное время жизни отличается от времени жизни свободного мюона. Сначала будут рассмотрены возможные ошибки, связанные, в основном, с "физическими" условиями эксперимента, а затем ошибки, обусловленные работой электроники.

Примесь пионов в пучке мюонов

Посмотрим, какой вклад в кривую распада дают π^- -мезоны, присутствующие в пучке мюонов.

Пусть в момент времени $t = 0$ имеется нераспавшийся π^- -мезон. В результате цепочки распадов появляется позитрон



Нетрудно получить, что вероятность зарегистрировать этот позитрон в промежутке $(t, t+dt)$ будет равна:

$$P(t)dt \sim \frac{\lambda_{\pi} \lambda}{\lambda_{\pi} - \lambda} (e^{-\lambda t} - e^{-\lambda_{\pi} t}) dt \sim \lambda (e^{-\lambda t} - e^{-\lambda_{\pi} t}) dt$$

Таким образом, во временной зависимости кривой распада появляется дополнительный член $\beta e^{-\lambda_{\pi} t}$ (β - доля пионов в пучке).

Допустим, при обработке спектра мы пренебрегли неким малым по сравнению с $e^{-\lambda t}$ членом $u(t)$. Относительную величину возникающей при этом систематической ошибки можно оценить по формуле (см. приложение):

$$S \approx \lambda \int_0^{t_0} (\lambda t - 1) u(t) dt \quad (I)$$

где t_0 — длительность анализируемого времени распада мюона $\sim 7\tau_\mu$

В нашем случае такая оценка дает: $S \sim \frac{\beta\lambda}{\lambda\pi}$, а с учетом того, что начало обрабатываемой части спектра сдвигалось относительно $t = 0$ на $\Delta t (\sim 320$ нсек):

$$S \sim \frac{\beta\lambda}{\lambda\pi} e^{-\lambda\pi\Delta t} \approx \beta \cdot 10^{-7}$$

Следовательно, систематическая ошибка определяемой величины $\lambda = \tau_\mu^{-1}$ будет малой по сравнению с достигнутой статистической точностью ($3.6 \cdot 10^{-5}$) даже при работе с чистым пионным пучком.

Временная структура пучка ускорителя

При выводе временной зависимости кривых распада полагалось, что интенсивности пучка мюонов и фона случайных событий постоянны во времени. Однако на самом деле они не постоянны.

Временная зависимость интенсивности пучка частиц, получаемых на синхроциклотроне ОИЯИ была исследована в работе /3/.

В этой зависимости можно выделить две части.

Первая часть — узкий пик, имеющий импульсную микроструктуру соответствующий напылению сгустка ускоренных протонов на внутреннюю мишень синхроциклотрона при наличии ВЧ поля на дуантах. В конце цикла ускорения ВЧ снимается и подается импульс

тока в специальные катушки системы растяжки пучка /4/. Стручок протонов очень быстро расплывается по азимуту за счет разброса по скоростям и импульсная микроструктура исчезает.

Во второй части частицы во времени распределены примерно случайным образом, что соответствует медленному наплыванию протонов на мишень за счет созданного катушками возмущения магнитного поля. Длительность этой части ~ 4 мсек, а всего цикла ускорения ~ 8 мсек.

На время появления узкого пика работа электроники блокировалась, это снижало загрузку аппаратуры, подавляло фоновую часть спектра и "двойную экспоненту".

Для анализируемых временных интервалов порядка нескольких времен жизни, в первом приближении можно считать, что интенсивности мюонов R и случайных событий W меняются линейно, т.е. по закону $(1+k\lambda t)$, где $k \ll 1$ (для фона и для мюонов зависимость полагаем одинаковой).

Во время сеансов форма растянутой части пучка была более или менее симметричной. Это было видно на экране осциллографа. Однако для получения оценки величины k будем считать, что интенсивность (и фон) нарастает от нуля, до некоторого фиксированного значения. При этом среднее значение k будет $\sim 10^{-3}$. Наш основной спектр набирается по принципу "только один, только один e ". Поэтому зависимость R от времени приводит лишь к изменению порядка 10^{-3} отношения между коэффициентами перед членами с $e^{-\lambda t}$ и $e^{-2\lambda t}$. Это явно несущественно, поскольку в наших условиях само отношение равно $\sim 10^{-5}$.

Зависимость интенсивности фона случайных событий от вре-

мени приводит к появлению в кривой распада члена $K(1-\epsilon)wt$. Подставляя сюда необходимые параметры и используя формулу (I), получаем, что относительная систематическая ошибка, обусловленная временной зависимостью фона $\delta \sim 10^{-5}$.

Более точную оценку величины δ можно получить при сравнении результатов обработки основного спектра и спектра "на μ нет ограничений, только один e ". В последнем спектре составляющая, которую мы считали постоянной, определяется главным образом интенсивностью пучка мюонов. Вместо члена $(1-\epsilon)w$ появляется член $(\epsilon R + w)(1-\epsilon)$. Величина R примерно в 40 раз превышала w . Во столько же раз сильнее скажется на результате игнорируемый закон $(1 + k\lambda t)$. Значения времени жизни, полученные при обработке обоих спектров отличались на величину $(2 \pm 10) \cdot 10^{-5}$ см. Отсюда следует оценка относительной систематической ошибки, обусловленной временной зависимостью фона в спектре "только один μ , только один e ":

$$\delta = (0.5 \pm 2.5) \cdot 10^{-6}.$$

Асимметрия вылета позитронов при распаде мюонов

После того, как пучок положительных мюонов попадает в мишень, происходит частичная потеря его первоначальной поляризации. По данным работы /5/ время деполаризации в большинстве веществ (в том числе и воде) составляет менее 6 нсек. Основной причиной этого является образование атомов мюония с последующими переходами между уровнями сверхтонкой структуры

$$\mu (J=1, m=0) \text{ и } (J=0, m=0).$$

Процесс деполяризации заканчивается после вступления мюона в химическую связь с молекулами среды, где он замещает водородоподобный ион (в нашем случае просто H^+). После этого можно считать, что μ прецессирует в остаточном магнитном поле мишени примерно с ларморовской частотой свободного мюона $\omega \sim 10^5 \text{ рад сек}^{-1} \text{ гс}^{-1}$. "Химический сдвиг" в ω за счет диамагнитного экранирования незначителен и обычно составляет $10^{-4} - 10^{-5}$.

Рассмотрим эффект, связанный с асимметрией вылета позитронов относительно прецессирующего спина мюона.

Этот эффект связан с вопросом о том, как меняется эффективность регистрации позитронов ξ на протяжении длительности анализируемого интервала времени (ворот). Необходимость такого рассмотрения возникает потому, что полная эффективность регистрации позитронов отлична от 100% (мы никогда не можем гарантировать точно $\xi = 100\%$, например, из-за измерительных ошибок). В нашем случае такое отличие может быть обусловлено тремя основными причинами.

Во-первых тем, что в момент времени $t = 0$ регистрируется не мюон, а фоновая стабильная частица. При определении величины ξ полностью учесть такую возможность не удастся.

Во-вторых тем, что в пучке мюонов есть примесь пионов, хотя и небольшая. Пионы с импульсом $\sim 130 \text{ Мэв/с}$ (средний импульс мюонов) имеют пробег $\sim 5 \text{ г/см}^2$ и останавливаются близко к передней стенке радиатора (по ходу пучка) и часть позитронов распада вылетает из объема радиатора.

В третьих, уменьшение ξ можно связать с дискримина-

цией импульсов в электронной схеме, регистрирующей позитроны.

Зависимость полной эффективности регистрации от времени появляется из-за того, что спин мюонов прецессирует в остаточном магнитном поле, а вероятность регистрации позитронов, вылетающих асимметрично относительно спина, не одинакова для различных направлений. В этом случае кривая распада получается модулированной частотой ларморовской прецессии спина мюона.

Первые две причины не приводят к подобному искажению. Поэтому мы не будем полагать, что вся неэффективность обусловлена третьим фактором — конечной величиной порога срабатывания электронной схемы, регистрирующей позитроны.

Рассмотрим, каким образом при регистрации позитронов в условиях 4π -геометрии может возникнуть моделиция кривой распада.

Угловое распределение позитронов с импульсом p_e для $V-A$ взаимодействия дается формулой [6]

$$Y(\vartheta) d\Omega \sim \left(1 - \left(\frac{1-2s}{3-2s}\right) \cos \vartheta\right) d\Omega \quad (2)$$

где ϑ — угол между направлением спина мюона и импульсом позитрона, а $s = \frac{2p_e}{m_\mu}$

Поскольку мюоны у нас поляризованы по ходу пучка, т.е. вдоль оси X (рис. 2), то для случая вылета позитронов вдоль оси U формула (2) переписывается в виде:

$$Y(\theta, \psi) \sim 1 - q(s) \cos \theta \sin \psi$$

где $q(s) = \frac{1-2s}{3-2s}$, ψ — угол между проекцией оси U на плоскость XU и осью Y , а θ — угол между этой проекцией и осью U .

Плотность остановок мюонов в радиаторе примерно имеет вид, указанный на рис. 3.

Импульсный спектр позитронов описывается формулой

$$\lambda(s) = 6s^2 \left(1 - \frac{2}{3}s\right)$$

Отсюда нетрудно получить, что условию

$$\int_0^1 \lambda(s') ds' = 0.9$$

удовлетворяет значение $s \sim 0,37$, т.е. $P_e \approx 19 \frac{M\text{эВ}}{c}$

Такой величине импульса соответствует пробег порядка 10 см^{7/}. Если считать, что средняя амплитуда импульса на выходе ФЭУ от черенковского излучения позитрона с таким пробегом соответствует порогу, нетрудно заметить, что эффективность регистрации позитронов будет весьма резко зависеть не только от величины s , но также и от места и направления вылета. Отметим, что указанное значение порога будет несколько завышенным, поскольку мы не учли статистический разброс амплитуд импульсов на выходе ФЭУ.

Пусть, например, нескомпенсированное магнитное поле направлено по оси Z . Тогда с учетом прецессии спина мюона временная зависимость среднего числа регистрируемых позитронов, вылетающих параллельно оси U , будет выглядеть так:

$$N(\theta, \varphi, x, y, z, t) \sim e^{-\lambda t} \left(\langle \varepsilon(\theta, \varphi, x, y, z, s) \rangle_s - \langle \varepsilon \rangle_s \cos \theta \sin(\varphi + \omega t) \right) \quad (3)$$

где x, y, z - координаты места остановки мюона, ω - угловая частота прецессии спина мюона, а знак $\langle \rangle_s$ показывает усреднение по s .

Поскольку для анализируемых промежутков времени $\omega t \ll 1$

(для $H \sim 10^{-2}$ гс, $\omega \lambda^{-1} \sim 2 \cdot 10^{-3}$) в формуле (3) можно пренебречь членом с $\cos \omega t \sim 1 - \frac{(\omega t)^2}{2}$, практически не дающим вклада в модуляцию кривой распада и записать (3) в виде :

$$N(t) \sim e^{-\lambda t} (\langle \epsilon \rangle_s - \langle \epsilon q \rangle_s \cos \theta \cos \psi \sin \omega t)$$

Для получения зависимости полной эффективности регистрации от времени, надо усреднить выражение в скобках по X, Y, Z θ и ψ , учитывая, что частота прецессии, в принципе, тоже зависит от координат. Если есть несимметрия плотности остановок мюонов или неоднородность нескомпенсированного магнитного поля относительно оси Z , то член с $\sin \omega t$ при усреднении не исчезает. Поскольку $\sin \omega t \sim \omega t$ при игнорировании эффекта асимметрии возникает систематическая ошибка, причем практически неуловимая по критерию χ^2 даже в случае, если она намного превысит статистическую.

Отметим, однако, что из-за высокой эффективности регистрации позитронов при поле, скомпенсированном с точностью 10^{-2} гс эта ошибка мала. Ее можно грубо оценить, предположив, что все незарегистрированные позитроны приводят к модуляции, которая учитывается членом с $\sin \omega t \sim \omega t$, т.е. считать

$$N(t) \sim e^{-\lambda t} (1 + k \omega t) \sim e^{-\lambda t} (1 - k \omega \lambda^{-1})$$

где $k = \frac{1-\epsilon}{3 \cdot 2}$. Цифра 2 в знаменателе учитывает деполяризацию пучка мюонов за счет образования мюония примерно на 50%. Таким образом, относительная систематическая ошибка во всяком случае меньше $5 \cdot 10^{-5}$.

Более точная оценка эффекта асимметрии, учитывающая распределение остановок мюонов в радиаторе, неоднородность магнитного поля и возможное отличие эффективности регистрации позитронов

различными ФЭУ показала, что систематическая ошибка не превышает $5 \cdot 10^{-7}$.

: Относительно прецессии триплетного мюония можно сказать следующее. Магнитный момент мюония примерно в 200 раз больше магнитного момента нейтрона, а спин в два раза больше, поэтому частота этой прецессии будет в 100 раз больше мюонной. Однако мюоний существует как связанная система очень не долго. По данным работы /8/ среднее время жизни мюония в воде до ступления мюона в химическую связь составляет всего лишь $(6.25 \pm 0.13) \cdot 10^{-11}$ сек. Первый обрабатываемый канал спектра был смещен относительно момента $t = 0$ более чем на 300 нсек. Поэтому, несмотря на такую большую частоту вклад мюониевой прецессии в систематическую ошибку будет ничтожен.

Существует одно обстоятельство, которое приводит к результату, аналогичному зависимости эффективности регистрации позитронов от времени. Из геометрии нашей установки следует, что позитроны с пробегом большим 18 г/см^2 , вылетающие в малом телесном угле $\Omega \sim 4\pi \cdot 0.01$, проходят входные спинтillationные счетчики и могут быть зарегистрированы в качестве второго мюона. Поэтому измеренные временные интервалы не попадают в основной спектр "только один μ , только один e ". Возникающая из-за этого систематическая ошибка также обусловлена асимметрией вылета позитронов и ларморовской прецессией спина мюона. Вклад в модуляцию в этом случае дается членом с $\cos \omega t \sim 1 - \frac{(\omega t)^2}{2}$ т.е. в кривой распада появляется дополнительный член $\frac{\Omega}{4\pi} e^{-\lambda t} \frac{(\omega t)^2}{2}$ Используя формулу (1) легко убедиться, что возможная систематическая ошибка не превышает 10^{-7} .

Распад мюонов в связанном состоянии

Рассмотрим вопрос, насколько отличается измеренное время жизни мюона, связанного в молекуле (в основном это μOH /9/) от времени жизни свободного мюона, покоящегося в лабораторной системе. Причины различия, в принципе, такие же, как и в случае отрицательного мюона /10, 11/, однако, эффект, вызываемый ими, во много раз меньше.

Во-первых, полная энергия связанного в молекуле положительного мюона меньше энергии свободного мюона на величину энергии связи. Поэтому у связанного мюона, по сравнению со свободным, уменьшается доступное для частиц распада фазовое пространство, и, следовательно, уменьшается полная вероятность распада. Такое изменение легко оценить, имея в виду, что вероятность распада пропорциональна пятой степени энергии мюона:

$$\lambda_{связ.} \sim (m_{\mu} c^2 - E_{св})^5 \sim m_{\mu} c^2 \left(1 - \frac{5 E_{св}}{m_{\mu} c^2}\right)$$

Энергия связи мюона в молекуле μOH равняется примерно 3 эв /9/. Таким образом, относительное изменение времени жизни составляет $\sim 1.5 \cdot 10^{-7}$.

Во-вторых, движение положительного мюона в молекуле, подобно движению μ^{-} на K -орбите мезоатома, вызывает релятивистское изменение масштаба времени. Из-за этого измеряемое время жизни мюона несколько возрастает. Величину скорости мюона v оценим, полагая, что его кинетическая энергия порядка энергии связи. Получаем

$$v \sim c \sqrt{\frac{2 E_{св}}{m_{\mu} c^2}}$$

Отсюда следует, что относительное изменение времени жизни $\sim 3 \cdot 10^{-8}$.

Третьей причиной является воздействие кулоновского поля на позитрон распада. Для отрицательных мюонов вызываемое этим воздействием изменение вероятности распада рассчитывалось в работах /12, 13/. Для легких ядер оно оказалось меньше, чем изменение, обусловленное причинами, указанными выше. Например, для заряда $Z = -1$ оно уже составляло $5 \cdot 10^{-5}$. В случае положительного мюона кулоновское поле, действующее на позитрон, гораздо слабее и соответствующее изменение времени жизни будет намного меньше.

Перейдем к анализу возможных систематических ошибок, обусловленных различными аппаратурными эффектами.

Конечное временное разрешение электроники

Мы уже касались вопроса о конечном временном разрешении электроники, когда обсуждали различные способы отбора событий в спектры. Теперь рассмотрим ту же проблему в ином плане. Нас будет интересовать временное разрешение схемы, регистрирующей позитроны.

Если кривая аппаратурного разрешения является дельта-функцией, то спектр описывается функцией $f(t)$ (рис.4). Пусть $\varphi(t)$ соответствует реальной форме кривой разрешения. Положим $\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) dt = 1$. Тогда нетрудно получить, что действительное распределение временных интервалов в спектре может быть выражено так:

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t+t') \varphi(t') dt'$$

Из этой формулы следует, что в зависимости $Ae^{-\lambda t} + B$, описывающей наш основной спектр, никаких дополнительных функциональ-

ных членов не появляется, если при его обработке отступить от момента $t = 0$ на интервал Δt больше a

Кривая аппаратного временного разрешения нашей электронной схемы показана на рис. 5.

С учетом сказанного ранее, начало обрабатываемой части спектра было сдвинуто относительно момента $t = 0$ примерно на 320 нсек.

Дифференциальная нелинейность преобразователя время-код

Пусть t - временной интервал между моментами регистрации мюона и позитрона ("стартом" и "стопом"). Тогда в течение времени t на вход счетного регистратора, где фиксируется цифровой код измеряемого интервала, подаются сигналы кварцевого генератора с частотой $\nu = h^{-1}$. Поэтому временному интервалу t соответствует прибавление единицы в i -ом или в $(i + 1)$ -ом канале (интервале) накапливаемого спектра.

Можно считать, что импульс "старт" появляется случайным образом между двумя таймерными импульсами задающего генератора. Тогда нетрудно получить выражение для содержимого i -ого канала спектра. Оно записывается так:

$$N_i \sim A e^{-ih\lambda} + B \quad (4)$$

т.е. никаких отклонений от экспоненциальности нет.

В случае, когда таймерный импульс попадает на фронт импульса "стоп", он может быть просчитан. Это, конечно, не вызвало бы искажений спектра, если бы эффективность срабатывания входов "0" и "1" счетных триггеров регистра, где фиксируется

цифровой код измеряемого интервала, была бы одинаковой. На самом деле эти эффективности различны. В результате, содержимое i -го канала набираемого спектра описывается не (4), а формулой:

$$N_i \sim (Ae^{-ih\lambda} + B) \prod_{j=1}^K (1 + (-1)^{[i/2^{j-1}]} \alpha_j / 2^{j-1})$$

где K - число двоичных разрядов (триггеров), отводимых для измеренных временных интервалов в коде события; α_j - относительное отличие эффективностей срабатывания входов "0" и "1" для j -ого триггера.

Кривая распада модулируется ступенчатой функцией, возникает так называемый "чет-нечет" первого, второго и т.д. порядков ($j = 1, 2, \dots, K$)

В нашем суммарном спектре с общим числом событий $\sim 10^9$ был выявлен "чет-нечет" только первого и второго порядков. Поскольку при этом период модулирования намного меньше времени жизни (частота задающего генератора была ~ 50 мГц), рассматриваемое явление не представляло собой серьезного источника систематических ошибок.

"Чет-нечет" неприятен лишь тем, что затрудняет применение критерия χ^2 . Поэтому для окончательного подавления этого эффекта перед обработкой производилось предварительное группирование каналов спектра. Полученные таким способом спектры имели ширину канала ~ 160 нсек.

Следует отметить, что в общем случае для кривых более сложного вида учет конечного временного разрешения электроники и конечной ширины канала преобразователя приводит к появлению дополнительных функциональных членов. Их отсутствие в нашем случае является характерной особенностью экспоненциальной зависимости.

Наложение импульсов в канале регистрации позитронов

Рассмотрим вопрос о том, к каким искажениям кривой распада приводит наложение импульсов в электронной схеме, регистрирующей позитроны.

Для того, чтобы оценить порядок возникающих систематических ошибок, будем считать, что в случае, когда два импульса на выходе ФЭУ разделены промежутком t , разность между измеренным временным положением второго импульса и "истинным" (рис. 6) имеет вид:

$$t_{\text{ист.}} - t_{\text{изм.}} = k \tau_f e^{-t/\tau_{\text{сн}}}$$

где k - отношение амплитуд импульсов, а τ_f и $\tau_{\text{сн}}$ - времена, характеризующие фронт и спад импульсов. У нас они составили примерно 15 нсек и 40 нсек.

Импульсы, на спады которых могут накладываться сигналы от позитронов распада, в основном, могут быть обусловлены черенковским излучением следующих частиц:

- дельта-электронов от мюонов, зарегистрированных в момент времени $t = 0$ и тех мюонов, скорость которых превышает пороговую скорость излучения Черенкова;
- позитронов и случайных частиц, незарегистрированных в воротах из-за конечной величины порога срабатывания электроники;
- позитронов и случайных частиц, прошедших через радиатор до открытия ворот.

Рассмотрим указанные пункты.

I) Формулы для приближенного расчета числа фотонов от дельта-электронов, выбиваемых тяжелой заряженной частицей, при-

ведены в монографии /14/. Полученная по ним оценка показывает, что среднее число фотонов, возникающих при торможении мюона с импульсом 130 Мэв/с, примерно равно 70.

Среднее число фотонов N от черенковского излучения мюонов со скоростями, превышающими пороговую, несколько меньше. Оценка, получаемая в предположении, что распределение мюонов в пучке по импульсу - нормальное (разрешение анализирующего магнита $\sim 5\%$), дает $N \sim 20$.

Позитроны распада дают примерно 280 фотонов на сантиметр. Возьмем в качестве величины, характеризующей средний пробег, позитроны, радиус радиатора. Тогда легко получить, что импульс, обусловленный дельта-электронами и черенковским излучением самих мюонов по амплитуде, по крайней мере в 20 раз меньше среднего позитронного импульса, т.е. $k < 0,05$.

2) Случайные частицы, излучающие свет в радиаторе, не зарегистрированные из-за конечной величины порога срабатывания электроники, могут дать лишь постоянных во времени сдвиг:

$$t_{\text{ист.}} - t_{\text{изм.}} = \text{const}$$

Это, конечно не повлияет на величину измеряемого времени жизни.

Незарегистрированные позитроны приводят к величине сдвига, определяемого по формуле:

$$t_{\text{ист.}} - t_{\text{изм.}} \sim \int_0^{t_{\text{ист.}}} \eta(1-\varepsilon) \tau_{\phi} e^{-\lambda t} e^{-(t_{\text{ист.}}-t)/\tau_{\text{сн}}} d\lambda t \sim$$
$$\sim \eta(1-\varepsilon) \lambda \tau_{\phi} \tau_{\text{сн}} (e^{-\lambda t_{\text{ист.}}} - e^{-t_{\text{ист.}}/\tau_{\text{сн}}})$$

Величина η обусловлена распадом мюонов, сохранившихся к началу ворот или не зарегистрированных из-за конечного временного разрешения схем, выделяющих события с двумя мюонами. Значе-

ние η определяется также как и коэффициент перед $e^{-2\lambda t}$ в спектре "один μ , на ϵ нет ограничений" /2/. В условиях работы /1/ $\eta \sim 10^{-3}$. Множитель $(1-\epsilon)$, равный ~ 0.1 , учитывает конечную эффективность регистрации позитронов.

3) Основная "экспонента" в спектре сдвинута относительно начала анализируемого промежутка времени на ~ 5 мксек. Поскольку время спада импульсов, как уже отмечалось, составило всего 40 нсек, вкладом частиц, пришедших до открытия ворот, можно пренебречь.

Таким образом, измеренное временное положение импульса позитрона может быть связано с истинным по формуле:

$$t_{изм.} \approx t_{ист.} - k \tau_{\phi} e^{-t_{ист.}/\tau_{сн}} - \eta (1-\epsilon) \lambda \tau_{\phi} \tau_{сн} e^{-\lambda t_{ист.}}$$

Отсюда легко вывести временную зависимость кривой распада, описывающей набираемый спектр. Если в отсутствии наложений импульсов кривая описывалась бы формулой $A e^{-\lambda t}$, то сделав замену переменных, получаем, что измеряемая зависимость будет выглядеть так:

$$N(t) = A \left(e^{-\lambda t} - \frac{k \tau_{\phi}}{\tau_{сн}} e^{-t/\tau_{сн}} - 2\eta (1-\epsilon) \lambda^2 \tau_{\phi} \tau_{сн} e^{-2\lambda t} \right)$$

Далее, используя формулу (I), получаем оценку относительной систематической ошибки δ .

С учетом сдвига обрабатываемой части спектра на $\Delta t = 320$ нсек от $t = 0$: $\delta < 10^{-7}$

Контроль дифференциальной нелинейности всего
комплекса аппаратуры

Выше были рассмотрены различные типы искажений простейшего спект-

ра, которые могут быть поняты и соответствующим образом оценены. Однако не исключено, что имеются искажения других типов, скорее всего обусловленные работой электроники, предсказать существование которых, а стало быть и оценить их вклад в систематическую ошибку, практически невозможно. Наиболее опасны отклонения от экспоненциальности, растущие на протяжении анализируемого интервала времени распада мюона. Дифференциальную нелинейность электроники, обуславливающую эти отклонения, в первом приближении можно представить в виде:

$$t_{изм.} = t_{ист.}(1 + \lambda t_{ист.}) \quad (5)$$

где $t_{изм.}$ - измеренное временное положение позитронного импульса, $t_{ист.}$ - момент регистрации при отсутствии нелинейности, а λ - некий малый коэффициент.

Допустим, при отсутствии нелинейности мы набирали бы "белый" спектр временных интервалов. Тогда временная зависимость спектра, полученного с учетом (5) будет описываться функцией $(1 - 2\lambda t)$. Аналогичным образом можно убедиться, что если спектр в идеале описывается экспонентой $e^{-\lambda t}$, то измеренная временная зависимость будет выглядеть так: $e^{-\lambda t(1-2\lambda t)}$

Контроль качества работы электроники осуществлялся следующим образом. Случайные сигналы от двух γ -источников подавались на входы схем, регистрирующих мюоны и позитроны. Чтобы усилить эффект возможных искажений, выбранная скорость счета в обоих каналах превышала среднюю интенсивность мюонного пучка примерно в 1,5 раза, и была порядка 20000 сек^{-1} . Также как и в рабочих сеансах события сортировались по признакам, т.е. спектры накапливались соответственно условиям:

1 - "только один μ , только один e " ;

2 - "только один μ , есть второй e " ;

3 - "есть второй μ , только один e " ;

4 - " есть второй μ , есть второй e " ;

На рис. 7 в качестве иллюстрации приведен вид этих спектров, полученных на одном из промежуточных этапов.

Если нелинейность отсутствует, то спектр "только один μ , только один e " описывается точно константой, даже с учетом конечного временного разрешения схемы, выделяющей события с "двумя e ". Небольшие искажения возникают лишь в начале и конце спектра, фактически первом и последнем канала, которые не обрабатывались. Чтобы выявить возможный наклон, в качестве функции, параметры которой определялись варьированием при обработке полученного спектра, бралась временная зависимость $A + B t$. В результате многослучайных измерений было получено:

$$B/A \lambda = (-0.2 \pm 1.0) \cdot 10^{-5} = 2\alpha ; \chi^2 / \langle \chi^2 \rangle = 0.84$$

Необходимость такой высокой точности определения наклона была обусловлена тем, что рассмотренный тип дифференциальной нелинейности практически неуловим по критерию χ^2 , хотя может привести к значительной систематической ошибке. Используя формулу (I) легко получить, что эта ошибка примерно равняется 2α . Обнаружить же искажение спектра весьма трудно, поскольку член $I + 2\alpha \lambda t$, практически равный $e^{-2\alpha \lambda t}$, компенсирует изменение показателя экспоненты .

Обработка искусственных спектров, по статистике соответствующих реальным, показала, что, например, введение $\alpha = 5 \cdot 10^{-5}$ при нашей статистической точности определения времени жизни)

дает увеличение χ^2 примерно на 1 при 86 степенях свободы.

В таблице I собраны итоги анализа факторов, приводящих к отличию результата измерения от времени жизни свободного мюона.

В заключение авторы приносят благодарность А.Д.Конину за плодотворные обсуждения.

Время жизни в пути мюона	10^{-7}
Временная структура пути мюона	$(0,5 \pm 2,5) \cdot 10^{-6}$
Временная структура мюонного отклика детектора	
Эффективность регистрации мюонов детектором	$5 \cdot 10^{-7}$
Временная структура мюонного отклика детектора	10^{-7}
Время жизни в состоянии покоя мюона	$5 \cdot 10^{-7}$
Временная структура мюонного отклика детектора	10^{-7}
Дифференциальная неоднородность детектора	$(0,2 \pm 1) \cdot 10^{-6}$
Неоднородность частоты калибровки детектора	$\pm 2 \cdot 10^{-6}$

Таблица I

Ф а к т о р	Относительное изменение результата
Примесь пионов в пучке мюонов	10^{-7}
Временная структура пучка мюонов	$(0,5 \pm 2,5) \cdot 10^{-6}$
Асимметрия вылета позитронов от распада мюонов	
а) зависимость эффективности регистрации позитронов от времени	$5 \cdot 10^{-7}$
б) регистрация позитронов мюонным телескопом	10^{-7}
Распад мюона в связанном состоянии	$5 \cdot 10^{-7}$
Наложение импульсов в канале регистрации позитронов	10^{-7}
Дифференциальная нелинейность электроники	$(0,2 \pm 1) \cdot 10^{-5}$
Нестабильность частоты задающего генератора преобразователя время-код	$\pm 2 \cdot 10^{-6}$

э

П Р И Л О Ж Е Н И Е

Вывод формулы для оценки систематических ошибок

Пусть содержимое i -го канала набранного спектра описывается зависимостью:

$$N_{i \text{ эксп.}} = A(e^{-\lambda t_i} + u(t_i)) \quad (\text{П.1})$$

где $t_i = ih$, h - ширина канала, $u(t)$ - некая функция.

Нас будет интересовать вопрос, насколько отличается измеренное значение времени жизни от истинного, если при обработке по методу минимума χ^2 вместо (П.1) мы используем формулу:

$$N_{i \text{ теор}} = X e^{-Y t_i} \quad (\text{П.2})$$

Полагая, что отличие кривой распада от экспоненциальной зависимости мало, точнее, что $u(t) \ll e^{-\lambda t}$ для любого значения t , принадлежащего анализируемому интервалу $(0, t_c)$, прологарифмируем (П.1) и (П.2). Получаем:

$$n_i(x, y) = \ln N_{i \text{ эксп.}} \approx \ln A - \lambda t_i + u(t_i) e^{\lambda t_i}$$

$$m_i = \ln N_{i \text{ теор}} \approx \ln X - Y t_i$$

Нас интересуют такие значения X и Y , при которых достигается минимум функционала:

$$\chi^2 = \sum_i w_i (m_i - n_i(x, y))^2$$

где

$$w_i = (D(n_i))^{-1} = A e^{-\lambda t_i}$$

Решив систему:

$$\partial \chi^2 / \partial X = 0 \quad \partial \chi^2 / \partial Y = 0$$

Л и т е р а т у р а

- I. М.П.Баландин, В.М.Гребенюк, В.Г.Зинов, А.Д.Конин, А.Н.Пономарев, ЖЭТФ, 67, 1631 (1974).
2. М.П.Баландин, В.Г.Зинов, А.Н.Пономарев, ОИЯИ, Б1-13-8762 (1975)
3. В.Г.Зинов, С.В.Медведь, Е.Б.Озеров, АЭ, 21, 445 (1966).
4. В.И.Данилов, И.Б.Енчевич, Б.И.Замолодчиков, В.Т.Тестов, АЭ, 19, 289 (1965),
5. И.И.Гуревич, Л.А.Макаркина, Е.А.Мелешко, Б.А.Никольский, В.С.Роганов, В.И.Селиванов, Б.В.Соколов, ЖЭТФ, 54, 432 (1968).
6. T.D.Lee, C.S.Wu, Ann.Rev. of Nucl.Science, v.15, 451 (1965).
7. "Альфа, Бета и Гамма-спектроскопия", под ред. К.Зигбана, Атомиздат (1969) вып. I, 42.
8. Е.В.Минаичев, Г.Г.Мясищева, Ю.В.Обухов, В.С.Роганов, Г.И.Савельев, В.П.Смилга, В.Г.Фирсов, ЖЭТФ, 66, 1926 (1974).
9. K.M.Growe, J.E.Hague, J.E.Rothberg, A.Schenk, D.L.Williams, R.W.Williams, K.K.Young, Phys.Rev. 5D, 2145, (1972).
10. R.Huff Ann. of Phys., 16, 288 (1961).
11. А.О.Вайсенберг "Мю-мезон", Наука, М., 1964, 204.
12. V.Gilinsky, J.Mathews. Phys.Rev. 120, 1450 (1960).
13. H.Überall, Phys.Rev., 119, 365 (1960).
14. В.П.Зрелов, "Изучение Вавилова-Черенкова", т.П, 72, Атомиздат, М., 1968.

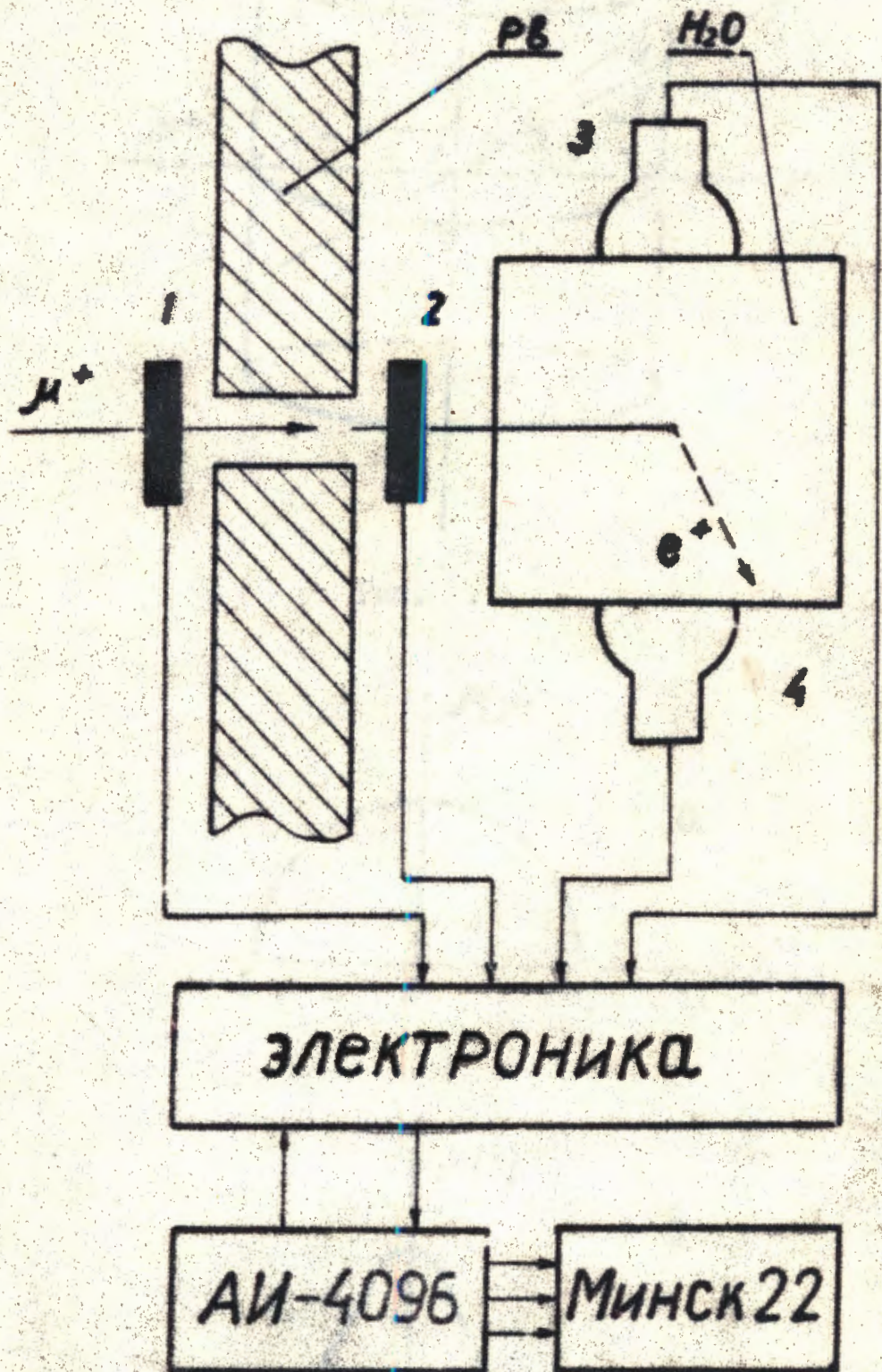


Рис. 1. Блок-схема эксперимента.

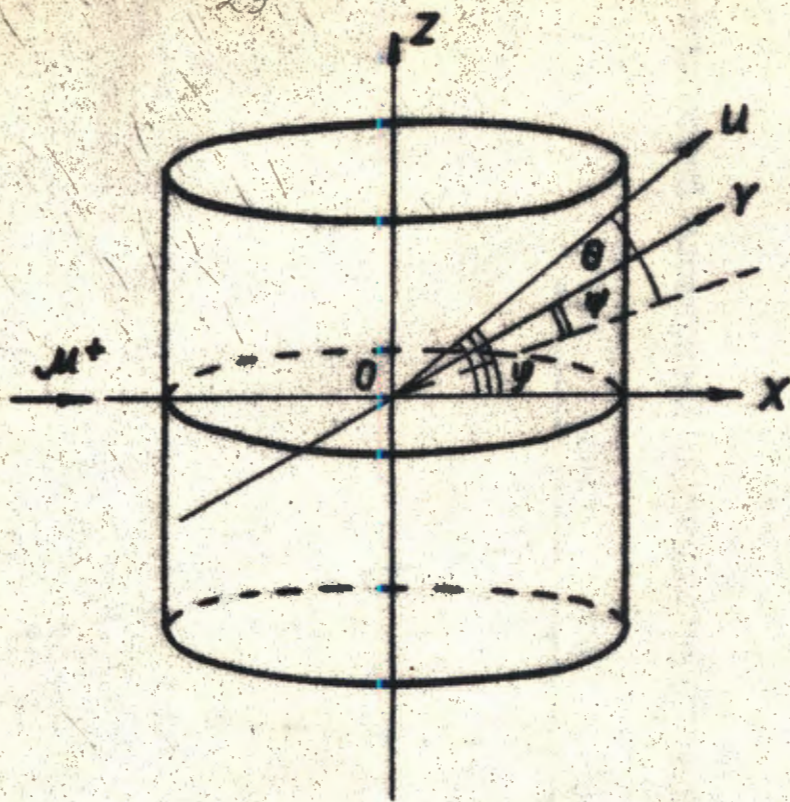


Рис. 2.

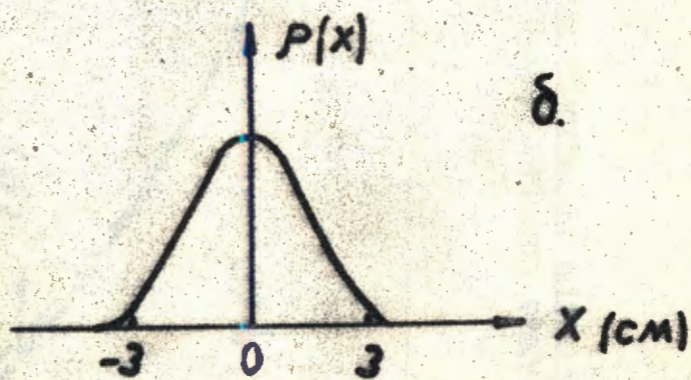
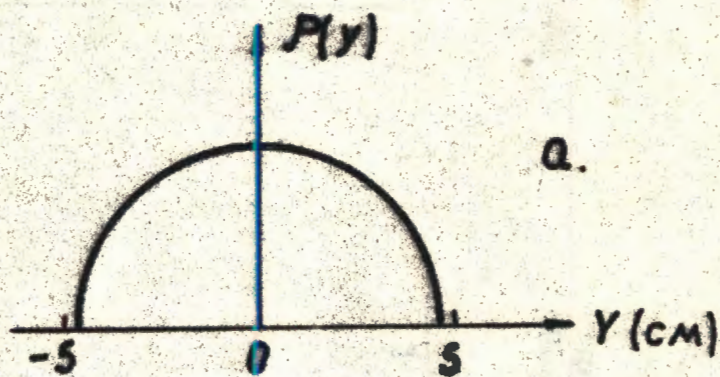


Рис. 3.

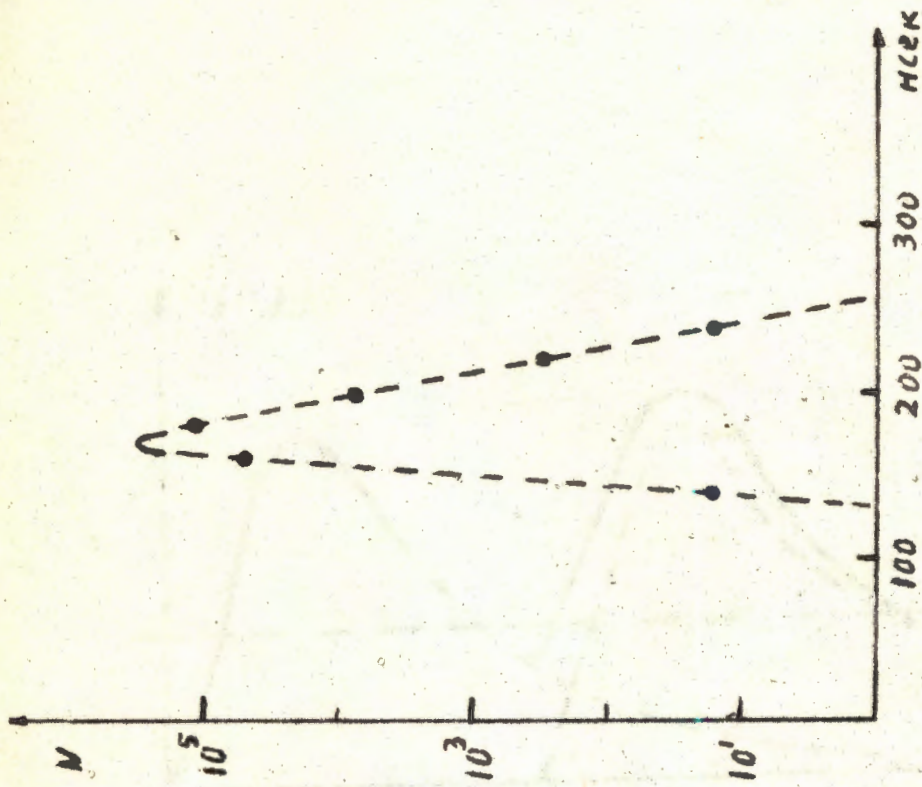


Рис. 5. Кривая аппаратного временного разрешения.

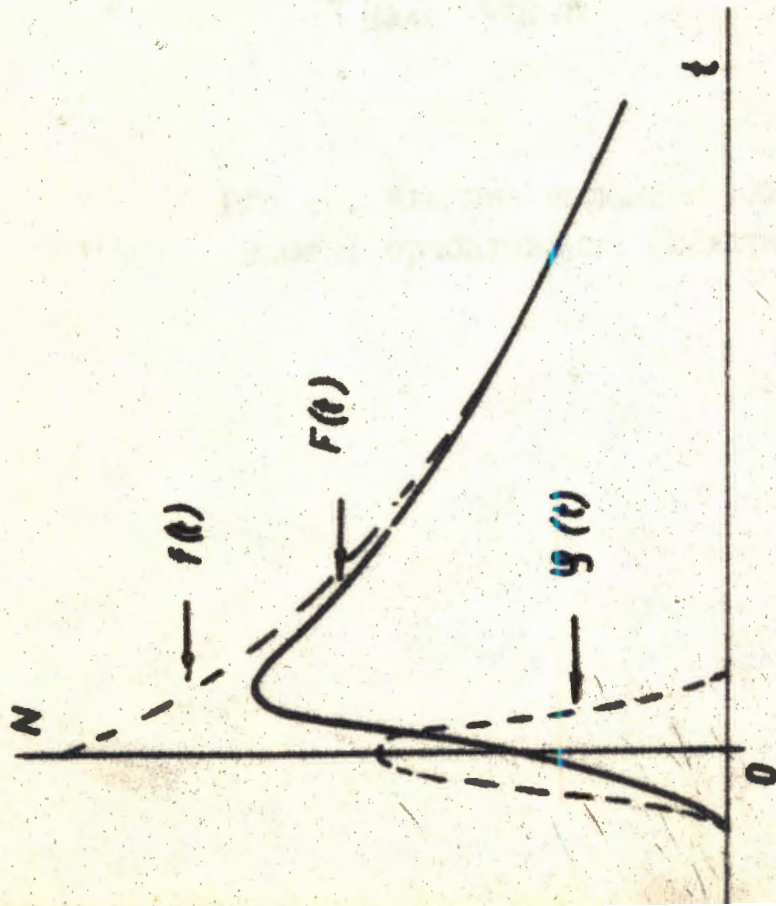


Рис. 4. Влияние аппаратного разрешения на форму спектра временных интервалов.

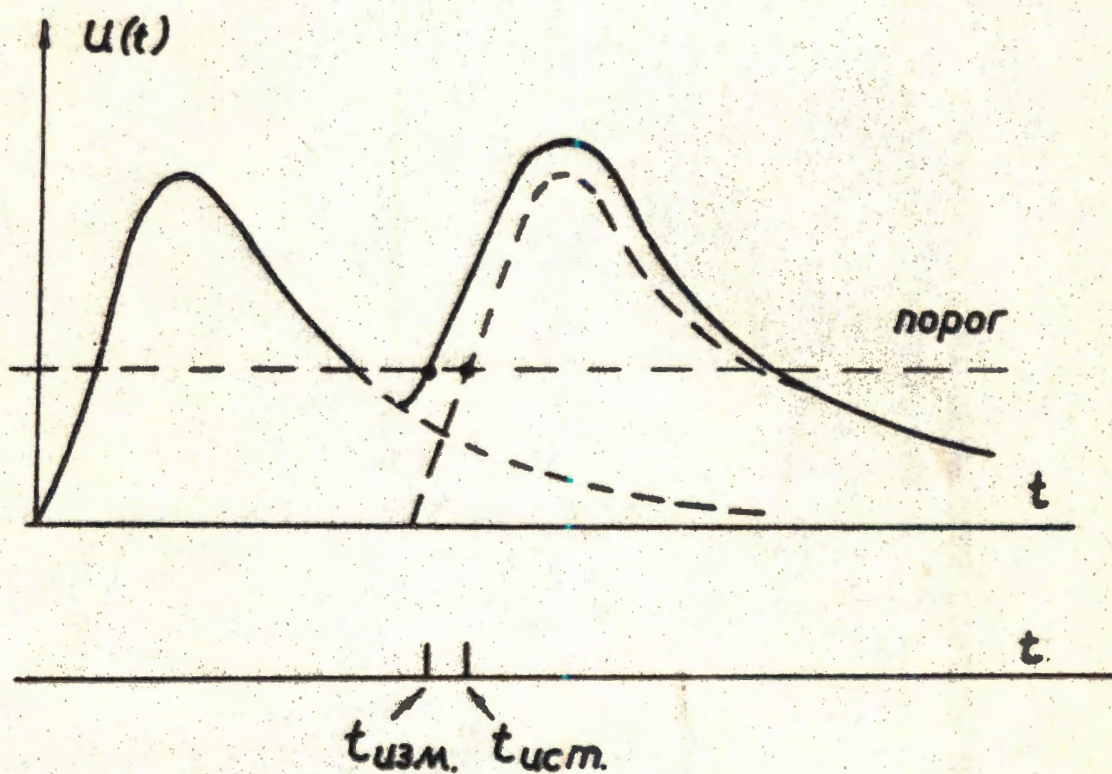


Рис. 6. Влияние наложения импульсов на момент срабатывания электронной схемы.

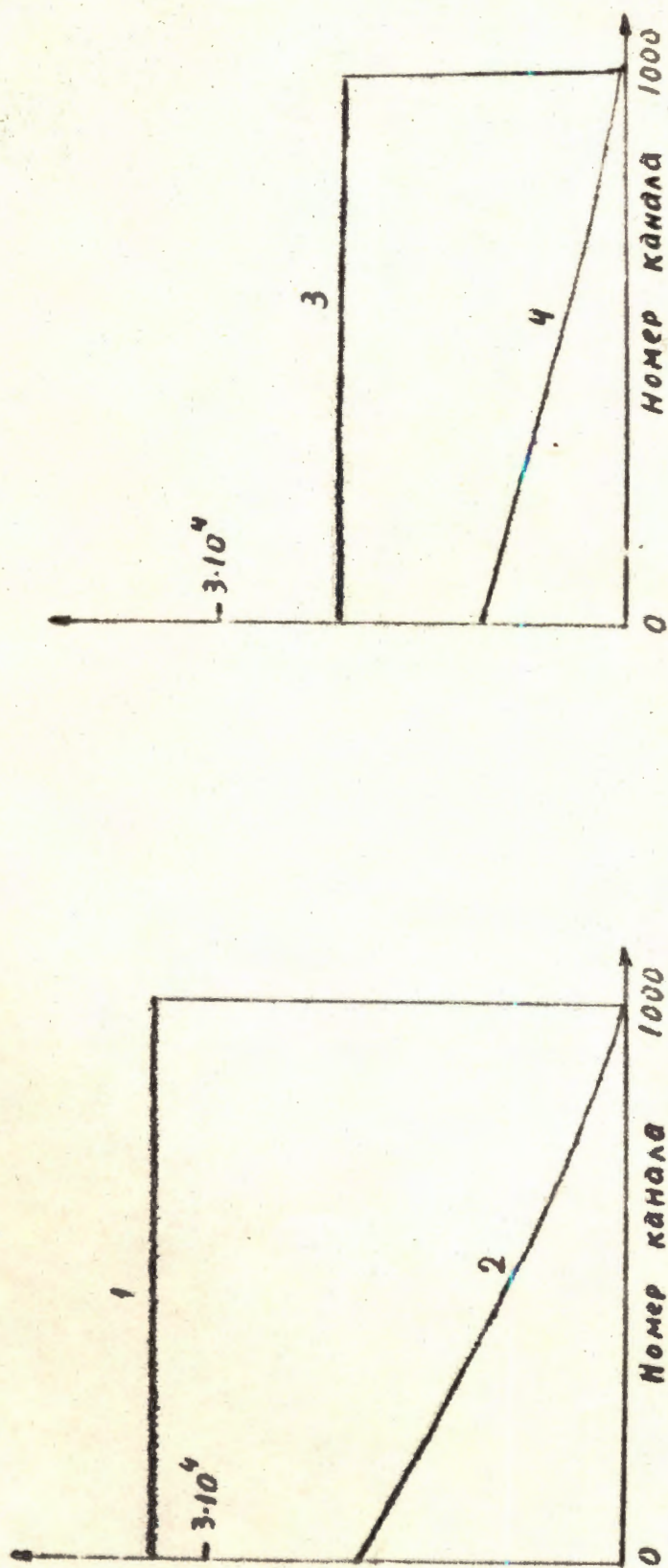


Рис. 7. Временные спектры случайных событий, полученные при измерении дифференциальной нелинейности электроники.