

С 3485

Л-745

Б 1-11-9311.

1348/76



Ломидзе В.Л.

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Б 1-11-9311

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 19 76

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория нейтронной физики

В.Л. Ломидзе

Б1-11-9311

АНАЛИЗ МАКСИМАЛЬНОЙ АВАРИИ
ИМПУЛЬСНОГО РЕАКТОРА

Руководитель поступил
в распоряжение отдела
..14.. XI 1974

Объединенный институт
ядерных исследований
БРЕЖНЕВЕНА

Дубна, 1974 г.

ВВЕДЕНИЕ

Главное требование к конструкции любого ядерного реактора — это обеспечение полной безопасности в процессе его эксплуатации. Требования, которые предъявляются к системе аварийной защиты зависят, при этом, от типа реактора и определяются, исходя из анализа всех потенциально возможных для данной установки аварийных ситуаций. Только после такого анализа, уже зная, что можно в принципе ожидать от реактора, конструкторы вправе делать окончательное заключение о системе аварийной защиты.

Видное место в исследовании безопасности реактора занимает анализ " максимальной " аварии, т.е. той гипотетической аварии, которая возможна только при самом неблагоприятном стечении обстоятельств и которая по существу является практически невероятным событием. Последнее не означает, однако, что решение такой задачи может представлять лишь теоретический интерес. Знать верхний предел опасности всегда полезно, так как он заведомо включает в себя все реально возможные аварийные ситуации.

Для импульсных реакторов проблемы безопасности наиболее актуальны, поскольку такие реакторы⁶⁶ работают в режиме надкритичности по мгновенным нейтронам. Поскольку быстродействие существующих систем аварийной защиты оказывается недостаточным для подавления цепной реакции за время порядка длительности импульса (~ 100 мксек), то конструкция импульсного реактора должна полностью исключать возможность появления непрогнозируемых импульсов мощности большой величины, способных привести к аварии реактора.

В связи с этим возникает вопрос, каково предельно возможное значение энергии такого импульса вне вероятности его появления? Какова вероятность опасных флуктуаций энергии импульса? И какой должна быть система аварийной защиты, если указанная вероятность представляет реальную опасность?

Данная работа в основном посвящена первому из названных вопросов. Ниже будет предложена модель взрыва голого реактора (модель жидкой сферы), позволяющая получить простые аналитические решения для полной выделенной при взрыве энергии, кинетической энергии (силы взрыва) и параметров вспышки мощности. Следует сразу сказать, что о точности решения подобной задачи говорить трудно. Если теоретические методы не опираются на результаты эксперимента, то как при использовании простых моделей, так и при использовании сложных численных методов, типа программ *АХ-1*, *РАС-ДАС* и пр. ^{*)}, речь может идти лишь о порядке искомой величины, поскольку необходимые для расчета данные известны с большой степенью неопределённости, а часто и вовсе отсутствуют. Поэтому нельзя с уверенностью сказать, что сложные численные методы, следующие по пути детализации исследуемого процесса, всегда дадут решение, более близкое к действительному значению, чем простая модель, учитывающая лишь наиболее характерные стороны явления. Последнее означает, что в упрощенной

*) Основные сведения о численных методах анализа крупных аварий, можно получить, например, в ^{3/}.

модели полная выделенная энергия, например, будет зависеть от самых общих характеристик реактора: от его объёма (но не от геометрии), средней плотности (но не от вида распределения $\rho(z)$), коэффициента давления $(\partial p / \partial T)_v$ (но не от детальной зависимости давления от температуры) и т.д. Разумеется, чтобы отдать предпочтение подобной простой модели взрыва с целью использовать её при анализе безопасности реактора (где, следует отметить, точная информация о выделенной энергии вовсе не обязательна) нужно быть уверенным, что недостатки модели заведомо менее значительны, чем неопределённость физических и термодинамических параметров, влияющих на развитие взрывного процесса. Чтобы иметь такую уверенность в предлагаемой модели, задача была поставлена при допущениях, которые, во всяком случае для реакторов с компактной активной зоной, являются вполне приемлемыми. Затем исходная система уравнений, с помощью дополнительных предположений, была сведена к задаче, допускающей аналитическое решение, точность которого (в рамках самой модели) была проверена путем сравнения с серией численных решений.

I. Задача о взрыве реактора. Модель жидкой сферы

В самых общих чертах процесс взрыва ядерного реактора состоит в следующем. От внешнего источника вводится положительная реактивность $\epsilon_0(t)$. Увеличение реактивности сопровождается резким нарастанием мощности реактора $\dot{Q}(t)$ и выделяе-

мой энергии $Q(t) = \int \dot{Q}(t) dt$, т.е. повышением температуры топлива и, следовательно, генерацией давлений в активной зоне. Силы, обусловленные градиентами давлений, приводят в движение материалы активной зоны, и, тем самым, порождают отрицательную реактивность обратной связи, которая в конечном счете (на стадии разброса зоны) гасит вводимую внешнюю реактивность и прекращает цепную реакцию - мощность резко падает. Таким образом формируется вспышка мощности. Основной целью анализа подобной аварии является определение полной выделенной энергии $Q(\infty)$, а также той её части, которая представляет собой кинетическую (механическую) энергию взрыва и является аналогом количественной оценки силы взрыва обычных зарядов.

Существующие в настоящее время методы описания взрывного процесса основаны, как правило, на общих положениях нейтронно-гидродинамической модели Бете-Тайта /1/:

1. За время нейтронной вспышки форма пространственных распределений мощности и удельной реактивности $\mathcal{L}(z)$ *) не изменяется, т.е. предполагается, что смещение материалов активной зоны в течение этого времени настолько малы, что конфигурацию реактора можно считать неизменной;

2. в уравнениях гидродинамики и уравнении состояния плотность постоянна и равна начальному значению, т.е. распространением волн давления (и ударных волн) пренебрегается.

*) - $\mathcal{L}(z)$ - это изменение реактивности при удалении единицы объема (или массы) из точки z реактора.

В предлагаемой модели в уравнениях гидродинамики и уравнении состояния допускается зависимость от плотности в первом приближении: предполагается, что изменения плотности так малы (в силу п.1), что указанные уравнения можно использовать в "линеаризованном" виде, т.е. в акустическом приближении. Передачей тепла от топлива к окружающим материалам, а также нагреванием последних за счет нейтронов или γ -излучения пренебрегается.

1.1. Постановка задачи.

Имеется голая однородная сферическая активная зона радиуса R , материал которой характеризуется некоторыми эффективными значениями теплоёмкости C_v ^{ж)}, начальной плотности $\rho_0 = 1/v_0$, изотермической сжимаемости $E_T^{-1} = -\rho_0(\partial v/\partial p)_T$, изобарического коэффициента объемного расширения $\alpha_v = \rho_0(\partial v/\partial T)_p$ и градиента удельной реактивности $\nabla \mathcal{L}_0$ ^{жж)}. В момент $t = 0$ в реактор вводится положительная реактивность $\epsilon_0(t)$. Требуется определить удельные (на 1 г топлива) мощность $\dot{Q}(t) = \frac{dQ}{dt}$ и выделяемую энергию $Q(t)$, а также кинетическую энергию A (силу взрыва).

ж) Поскольку тепло выделяется только в топливе, то C_v - это удельная теплоемкость топлива.

жж) Эта величина, характеризующая эффект единичного смещения слоя (в данном случае сферического) толщиной 1 см, будет определена ниже.

Удельная энергия $Q(t)$, усредненное по объему активной зоны значение, подчиняется уравнению кинетики

$$\tau \frac{d^2 Q}{dt^2} = [\epsilon_0(t) + \epsilon(t)] \frac{dQ}{dt} + S, \quad (I)$$

где τ - среднее время жизни мгновенных нейтронов, S - источник.

Обратная связь $\epsilon(t)$, обусловленная смещениями материалов под воздействием градиента давлений, обычно записывается в виде /2 - 4/

$$\epsilon = \int_V \vec{u} \vec{\nabla} \mathcal{L}(\vec{z}) dV, \quad (2)$$

где $\vec{u}(\vec{z}, t)$ - смещение частицы с координатой \vec{z} , будем описывать уравнениями гидродинамики в форме Лагранжа /4 - 5/

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial t^2} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\mathcal{L}^2}{z^2} \cdot \frac{\partial P(z, t)}{\partial z}, \quad (3)$$

$$\mathcal{V}(z, t) = \mathcal{V}_0 \frac{\mathcal{L}^2}{z^2} \cdot \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z}. \quad (4)$$

Здесь $\mathcal{L} = z + u(z, t)$ лагранжева координата частицы в момент t , первоначально находившейся в точке z , $\mathcal{V} = 1/\rho$ - удельный объем, а давление P подчиняется, как сказано выше, линеаризованному уравнению состояния материала активной зоны, которое имеет вид, характерный для жидкостей:

$$\rho(z, t) = \rho_T \left[\alpha_v T(z, t) - \frac{\mathcal{V}(z, t) - \mathcal{V}_0}{\mathcal{V}_0} \right]. \quad (5)$$

Температура $T(r, t)$, отсчитываемая от начального распределения, предполагается связанной с локальной энергией $\Phi_0(r) Q(t)$ (Φ_0 - критическое распределение потока нейтронов) простым соотношением

$$\Phi_0(r) Q(t) = c_v T(r, t), \quad (6)$$

т.е. затраты энергии на работу деформаций за время вспышки не учитываются: выделяемая энергия целиком идёт на повышение внутренней энергии элемента объема.

Уравнения (I - 6) полностью описывают процесс взрыва сферического реактора, наличием возможных пустот в активной зоне которого можно пренебречь.

I.2. Решение уравнений гидродинамики.

Общее выражение для обратной связи

Для решения системы (I - 6) необходимо знать функцию $\mathcal{L}(r)$. Представим её в общем виде

$$\mathcal{L}(r) = \sum_{n=0}^N L_n \left(\frac{r}{R}\right)^n, \quad \text{т.е.} \quad (7)$$

$$\nabla \mathcal{L}(r) = \frac{1}{R} \sum_{n=1}^N n L_n \left(\frac{r}{R}\right)^{n-1}. \quad (8)$$

Далее, предполагая, что смещения малы;

$$u/r \ll 1 \quad \text{при} \quad 0 < r \leq R,$$

отбросим в уравнениях (3) и (4) нелинейные члены, являющиеся величинами второго и выше порядков малости. Если затем ввести потенциал смещений $\Phi(z, t)$, удовлетворяющий соотношению

$$u(z, t) = \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad (9)$$

то гидродинамическая часть задачи примет вид

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \Delta \Phi - \alpha_v T(z, t). \quad (10)$$

Так как давление на границе равно нулю и центральная частица неподвижна, то

$$\left. \begin{aligned} \Delta \Phi(R, t) &= \alpha_v T(R, t), \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=0} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Начальные условия нулевые:

$$\Phi(0, z) = \frac{\partial \Phi(0, z)}{\partial t} = 0. \quad (12)$$

Решение запишем сразу для функции u :

$$u(z, t) = c \frac{\partial}{\partial z} \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k \varphi_k(z) \int_0^t \psi_k(t') \sin \lambda_k c(t-t') dt'. \quad (13)$$

Здесь

$$\psi_k(t) = \frac{2}{R} \int_0^R \psi(z, t) \varphi_k(z) z^2 dz, \quad (14)$$

$$\psi(z, t) = -\alpha_v \int_z^R \frac{dz'}{z'^2} \int_0^{z'} T(z'', t) z''^2 dz'' - \quad (15)$$

- квазистатическое (при $\partial^2/\partial t^2 = 0$) решение,

$$C = \sqrt{E_T / S}, \quad \varphi_\kappa = \frac{\sin \lambda_\kappa z}{z}, \quad \lambda_\kappa = \frac{\pi \kappa}{R}, \quad \kappa = 1, 2, \dots$$

Пространственное распределение температуры представим в форме, близкой к критическому распределению потока нейтронов в сферическом реакторе:

$$T(z, t) = \left(\delta_a + \delta_0 \frac{\sin \pi z / R}{\pi z / R} \right) T'(t). \quad (16)$$

Здесь $T'(t)$ - средняя по объёму $\frac{4}{3} \pi R^3$ температура, равная $Q(t) / C_v$, если уравнение энергии имеет вид (6), а коэффициенты δ_a и δ_0 удовлетворяют соотношениям:

$$\delta_a + \frac{3}{\pi^2} \delta_0 = 1, \quad \delta_a + \delta_0 = K_v, \quad (17)$$

где K_v - коэффициент неравномерности тепловыделения. Распределение (16) практически совпадает с действительным (в диффузионном приближении) и вместе с тем значительно упрощает задачу, так как позволяет воспользоваться ортогональностью функций $\varphi_\kappa(z)$ на $[0, R]$. Подставив (16) в выражения (13 - 15),

получим ^{*}), что при $0 \leq z \leq R$

$$u(z, t) = \alpha_v C \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \delta_a \int_0^t dt' T(t-t') \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\sin \lambda_k z \sin \lambda_k c t'}{2 \lambda_k^2} - \frac{\delta_0}{\lambda_1^2} \left(\frac{\sin \lambda_1 z}{z} \right) \int_0^t T(t-t') \sin \lambda_1 c t' dt' \right\}. \quad (18)$$

С учетом выражения (8) для $\mathcal{L}(z)$ реактивность обратной связи (2) можно записать в виде

$$\mathcal{E}(t) = \sum_{n=1}^N \mathcal{E}_n(t), \quad (19)$$

^{*}) Нетрудно убедиться, что (18) удовлетворяет условию свободной поверхности $(\partial u / \partial z + 2u/z)|_R = \alpha_v T(R, t)$. Действительно, подействовав оператором $(\partial / \partial z + 2/z)$ на сумму в (18), получим дельта-функцию:

$$\begin{aligned} & (\partial / \partial z + 2/z) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\lambda_k^2} \cdot \frac{d}{dz} \left(\frac{\sin \lambda_k z}{z} \right) \sin \lambda_k c t' = \\ & = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\lambda_k^2} \Delta \left(\frac{\sin \lambda_k z}{z} \right) \sin \lambda_k c t' = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{z} \sin \lambda_k z \sin \lambda_k c t' = \\ & = \frac{1}{z} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \lambda_k (R-z) \sin \lambda_k c t' = \frac{1}{z} \cdot \frac{R}{2C} \delta \left(t' - \frac{R-z}{C} \right). \end{aligned}$$

Следовательно $\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{2}{z} u \right) \Big|_{z=R} =$

$$\begin{aligned} & = \alpha_v \left\{ \delta_a \frac{R}{z} T \left(t - \frac{R-z}{C} \right) + \delta_0 C \frac{\sin \lambda_1 z}{z} \int_0^t T(t-t') \sin \lambda_1 c t' dt' \right\} \Big|_R = \\ & = \alpha_v \delta_a T(t) \equiv \alpha_v T(R, t). \end{aligned}$$

где
$$\mathcal{E}_n(t) = 4\pi \int_0^R \frac{n L_n}{R} \left(\frac{z}{R}\right)^{n-1} u(z,t) z^2 dz \quad (20)$$

- "парциальная" обратная связь, отвечающая n -ому члену разложения функции $\mathcal{L}(z)$. Заменяя $u(z,t)$ выражением (18), вместо (20) будем иметь

$$\frac{\mathcal{E}_n(t)}{4\pi R^2 \alpha_v C n(n+1) L_n} = \int_0^t \frac{S_k(t')}{\pi^{n+2}} \int_0^t T(t-t') \sin \lambda_k c t' dt' - 2 \int_0^t T(t-t') F_n^*(t') dt' \quad (21)$$

Здесь

$$S_k(n) \equiv \int_0^{\pi R} x^{n-1} \sin x dx, \quad (22)$$

$$F_n^*(t) \equiv \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{S_k(n)}{(\pi k)^{n+2}} \sin \lambda_k c t. \quad (23)$$

Можно показать, что

$$S_k(2m) = (-1)^{m-1} (2m-1)! \cos \pi k \sum_{j=0}^{m-1} (-1)^{j+1} \frac{(\pi k)^{2j+1}}{(2j+1)!}, \quad (22a)$$

$$S_k(2m-1) = (-1)^{m-1} (2m-2)! \left[1 + \cos \pi k \sum_{j=0}^{m-1} (-1)^{j+1} \frac{(\pi k)^{2j}}{(2j)!} \right] \quad (22b)$$

$(m = 1, 2, \dots; 0! = 1),$

Для четных n ($n = 2m; m = 1, 2, \dots$) имеем ^{/6/}:

$$F_{2m}^*(t) = \sum_{j=0}^{m-1} (-1)^{m-j} \frac{(2m-1)!}{(2j+1)!} \left(\frac{1}{\pi}\right)^{2m-2j+1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \pi k \tau}{k^{2m-2j+1}} =$$

$$= - \sum_{j=0}^{m-1} \frac{(2m-1)!}{(2j+1)!} \cdot \frac{2^{2m-2j}}{(2m-2j+1)!} B_{2m-2j+1}(\tau/2), \quad (24)$$

где $0 \leq \tau \equiv ct/R \leq 2$, $B_p(x)$ - полиномы Бернулли ^{/6 - 7/}.

Для нечетных n ($n = 2m-1$; $m = 1, 2, \dots$) вычислить ряд (23) несколько сложнее. Опуская выкладки, запишем:

$$F_{2m-1}(t) = R_{2m-1}(t) - \sum_{j=1}^{m-1} \frac{(2m-2)! 2^{2(m-j)}}{(2j)!(2m-2j+1)!} B_{2m-2j+1}(\tau/2) \quad (25)$$

В этом выражении $\sum_{j=1}^0 \equiv 0$,

$$R_{2m-1}(t) = 2(-1)^m (2m-2)! \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\sin \pi k \tau}{(\pi k)^{2m+1}} \quad (26)$$

(заметим, что суммирование выполняется по нечетным k).

Предположим, что ряд (26) можно представить набором полиномов Бернулли четного порядка. Для этого разложим полином $B_{2m}(\tau)$, равный по определению [7]:

$$B_{2m}(\tau) = \tau^{2m} - m\tau^{2m-1} + C_{2m}^2 B_1 \tau^{2m-2} - C_{2m}^4 B_2 \tau^{2m-4} + \dots + (-1)^{k+1} C_{2m}^{2k} B_k \tau^{2m-2k} + \dots + (-1)^m m(2m-1) B_{m-1} \tau^2$$

(B_k - числа Бернулли), в ряд

$$B_{2m}(\tau) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k(2m) \sin \lambda_k c t \quad (28)$$

в интервале $0 \leq \tau \equiv ct/R \leq 1$. Тогда коэффициенты

разложения запишутся в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} v_k(2m) &= \int_0^1 B_{2m}(\tau) \sin \pi k \tau d\tau = \\ &= (1 - \cos \pi k) \frac{(-1)^m (2m)!}{(\pi k)^{2m+1}} + (1 - \cos \pi k) \sum_{j=1}^{m-1} (-1)^{m+1} \binom{2j}{2m} B_j \frac{(2m-2j)!}{(\pi k)^{2m-2j+1}} + \\ &+ \cos \pi k \left\{ \frac{(-1)^m (2m)!}{(\pi k)^{2m+1}} \sum_{j=1}^m (-1)^{j+1} \frac{(\pi k)^{2j}}{(2j)!} + \frac{(-1)^m (2m)!}{2(\pi k)^{2m}} \sum_{j=0}^{m-1} \frac{(-1)^{j+1} (\pi k)^{2j+1}}{(2j+1)!} + \right. \\ &\left. + \sum_{j=1}^{m-1} (-1)^{m+1} \binom{2j}{2m} \frac{(2m-2j)! B_j}{(\pi k)^{2m-2j+1}} \sum_{i=1}^{m-j} (-1)^{i+1} \frac{(\pi k)^{2i}}{(2i)!} \right\}. \quad (29) \end{aligned}$$

Можно показать, что выражение в фигурных скобках тождественно равно нулю (т.к. члены при одинаковых степенях (πk) пропорциональны $B_{2p}(\tau = 1) = 0$). Таким образом, коэффициенты v_k оказываются отличными от нуля только при нечетных k и равны

$$v_k(2m) = 4(-1)^m (2m)! \left\{ \frac{1}{(\pi k)^{2m+1}} - \sum_{j=1}^{m-1} \frac{B_j}{(2j)! (\pi k)^{2m-2j+1}} \right\} \quad (30)$$

Так как ряд (26) тоже не содержит четных членов, становится ясным, что на отрезке $[0, 1]$ его действительно можно представить некоторой суммой полиномов $B_{2m}(\tau)$. Для этого коэффициенты $v_k = (\pi k)^{-1}$, ряда (26) нужно выразить через коэффициенты v_k . Запишем лишь окончательный результат этой процедуры:

$$v_k^{2m+1} = \frac{1}{4} \sum_{j=0}^{m-1} \frac{(-1)^{m-j} H_j}{(2m-2j)!} v_k(2m-2j). \quad (31)$$

Здесь $B_k(2m-2j)$ - коэффициенты разложения полинома $B_{2m-2j}(\tau)$, а коэффициенты H_j , вычисляются по формуле

$$\begin{aligned}
 H_p = & C_p + \sum_{i=1}^{p-1} C_i C_{p-i} + \sum_{i=1}^{p-2} C_i \sum_{j=1}^{p-1-i} C_j C_{p-i-j} + \\
 & + \sum_{i=1}^{p-3} C_i \sum_{j=1}^{p-2-i} C_j \sum_{e=1}^{p-1-i-j} C_e C_{p-i-j-e} + \dots + \\
 & + \sum_{i=1}^{p-k} C_i \sum_{j=1}^{p-(k-1)-i} C_j \sum_{e=1}^{p-(k-2)-i-j} C_e \dots \sum_{s=1}^{p-i-j-e-\dots} C_s C_{p-i-j-e-\dots-s} + \\
 & + \dots + C_1^p,
 \end{aligned} \tag{32}$$

где $C_p = B_p / (2p)!$, B_p - числа Бернулли, $H_0 = 1$.

Подставляя (31) в (26) окончательно будем иметь:

$$R_{2m-1}(t) = \frac{1}{2} (2m-2)! \sum_{j=0}^{m-1} \frac{(-1)^j H_j}{(2m-2j)!} B_{2m-2j}(\tau). \tag{33}$$

Несколько первых значений коэффициентов H_j , $S_1(j)$, вычисленных по формулам (32) и (22), а также чисел и полиномов Бернулли представлены в таблице I.

Конечный результат для парциальной обратной связи выглядит

Коэффициенты H_j, S, G , числа и полиномы Бернулли B_j (ж)

j	H_j	B_j	$B_j(\tau)$	$S_j(j)$
0	1	-	-	-
1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	τ	2
2	$\frac{1}{5!}$	$\frac{1}{30}$	$\tau(\tau-1)$	π
3	$\frac{51}{12} \cdot \frac{1}{7!}$	$\frac{1}{42}$	$\tau(\tau-\frac{1}{2})(\tau-1)$	$5,8696 = \pi^2 - 4$
4	$\frac{31}{9!}$	$\frac{1}{30}$	$\tau^2(\tau-1)^2$	$12,1567 = \pi(\pi^2-6)$
5	$\frac{106167}{324 \cdot 11!}$	$\frac{5}{66}$	$\tau(\tau-\frac{1}{2})(\tau-1)[\tau(\tau-1)-\frac{1}{3}]$	$26,9736 = \pi^4 - 12\pi^2 + 48$
6	$\frac{4898355}{540 \cdot 13!}$	$\frac{691}{2730}$	$\tau^2(\tau-1)^2[\tau(\tau-1)-\frac{1}{2}]$	$62,8846 = \pi(\pi^4 - 20\pi^2 + 120)$

*) Здесь мы пользуемся определением B_j и $B_j(\tau)$, которое принято в [7].

так:

$$\frac{\mathcal{E}_{2m}(t)}{\sqrt{\pi} R^2 \alpha_v C L_{2m}} = \delta_0 (-1)^m \frac{(2m+1)!}{\sqrt{\pi}^{2m+2}} \sum_{j=1}^m \frac{(-1)^j \sqrt{\pi}^{2j-1}}{(2j-1)!} \int_0^t T(t-t') \sin \sqrt{\pi} \tau' dt' +$$

$$+ \frac{\delta_a}{m+1} \sum_{j=1}^m 2^{2j} C_{2m+2}^{2j+1} \int_0^t T(t-t') B_{2j+1}(\tau/2) dt', \quad (34a)$$

$$\frac{\mathcal{E}_{2m-1}(t)}{\sqrt{\pi} R^2 \alpha_v C L_{2m-1}} = \delta_0 (-1)^{m+1} \frac{(2m)!}{\sqrt{\pi}^{2m+1}} \left[1 + \sum_{j=0}^{m-1} \frac{(-1)^j \sqrt{\pi}^{2j}}{(2j)!} \right] \int_0^t T(t-t') \sin \sqrt{\pi} \tau' dt' +$$

$$+ \frac{\delta_a}{2m+1} \sum_{j=1}^{m-1} 2^{2j+1} C_{2m+1}^{2j+1} \int_0^t T(t-t') B_{2j+1}(\tau/2) dt' +$$

$$+ \delta_a (2m)! (-1)^{m+1} \sum_{j=1}^m \frac{(-1)^j}{(2j)!} H_{m-j} \int_0^t T(t-t') B_{2j}(\tau) dt'. \quad (34b)$$

В этих формулах $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, $\tau \equiv ct/R$, L_n - коэффициенты разложения функции $\alpha_v^p(z)$ по степеням (z/R) , $\delta_a + \delta_0 = K_v$; $m = 1, 2, \dots$. Следует помнить, что аргументы полиномов Бернулли в (34) могут изменяться только от 0 до 1, так что для больших отрезков времени эти функции нужно периодически продолжить, т.е. вместо $B_{2j+1}(\tau/2)$ и $B_{2j}(\tau)$ следует подразумевать осциллирующие с периодом $2R/C$ функции:

$$b_{2j+1}(\tau) = \begin{cases} B_{2j+1}(\frac{\tau}{2}), & 0 < \tau < 2; \\ B_{2j+1}(\frac{\tau-2}{2}), & 2 < \tau < 4; \\ B_{2j+1}(\frac{\tau-4}{2}), & 4 < \tau < 6; \\ \dots \end{cases} \quad b_{2j}(\tau) = \begin{cases} B_{2j}(\tau), & 0 < \tau < 1; \\ -B_{2j}(\tau-1), & 1 < \tau < 2; \\ B_{2j}(\tau-2), & 2 < \tau < 3; \\ -B_{2j}(\tau-3), & 3 < \tau < 4; \\ \dots \end{cases}$$

так:

$$\frac{\mathcal{E}_{2m}(t)}{4\pi R^2 d_v C L_{2m}} = \delta_0 (-1)^m \frac{(2m+1)!}{\pi^{2m+2}} \sum_{j=1}^m \frac{(-1)^j \pi^{2j-1}}{(2j-1)!} \int_0^t T(t-t') \sin \pi \tau' dt' +$$

$$+ \frac{\delta_a}{m+1} \sum_{j=1}^m 2^{2j} C_{2m+2}^{2j+1} \int_0^t T(t-t') B_{2j+1}(\tau/2) dt', \quad (34)$$

$$\frac{\mathcal{E}_{2m-1}(t)}{4\pi R^2 d_v C L_{2m-1}} = \delta_0 (-1)^{m+1} \frac{(2m)!}{\pi^{2m+1}} \left[1 + \sum_{j=0}^{m-1} \frac{(-1)^j \pi^{2j}}{(2j)!} \right] \int_0^t T(t-t') \sin \pi \tau' dt' +$$

$$+ \frac{\delta_a}{2m+1} \sum_{j=1}^{m-1} 2^{2j+1} C_{2m+1}^{2j+1} \int_0^t T(t-t') B_{2j+1}(\tau/2) dt' +$$

$$+ \delta_a (2m)! (-1)^{m+1} \sum_{j=1}^m \frac{(-1)^j}{(2j)!} H_{m-j} \int_0^t T(t-t') B_{2j}(\tau) dt'. \quad (34)$$

В этих формулах $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, $\tau \equiv ct/R$, L_n - коэффициенты разложения функции $\mathcal{L}(z)$ по степеням (z/R) . $\delta_a + \delta_0 = K_v$; $m = 1, 2, \dots$. Следует помнить, что аргументы полиномов Бернулли в (34) могут изменяться только от 0 до 1, так что для больших отрезков времени эти функции нужно периодически продлить, т.е. вместо $B_{2j+1}(\tau/2)$ и $B_{2j}(\tau)$ следует подразумевать осциллирующие с периодом $2R/C$ функции:

$$b_{2j+1}(\tau) = \begin{cases} B_{2j+1}(\frac{\tau}{2}), & 0 < \tau < 2; \\ B_{2j+1}(\frac{\tau-2}{2}), & 2 < \tau < 4; \\ B_{2j+1}(\frac{\tau-4}{2}), & 4 < \tau < 6; \\ \dots \end{cases} \quad b_{2j}(\tau) = \begin{cases} B_{2j}(\tau), & 0 < \tau < 1; \\ -B_{2j}(\tau-1), & 1 < \tau < 2; \\ B_{2j}(\tau-2), & 2 < \tau < 3; \\ -B_{2j}(\tau-3), & 3 < \tau < 4; \\ \dots \end{cases}$$

Указанные осцилляции обусловлены видом уравнения состояния (5), которое допускает как сжатие, так и растяжение "жидкости".

Можно было бы ввести дополнительное ограничение на уравнение (5): $\rho = 0$ при $\alpha, T < \frac{\sigma - i\sigma_0}{\sigma_0}$, как это сделано у Ковалевича /4/. Однако условие отсутствия прочности жидкости при её растяжении здесь кажется излишним, поскольку характерное время развития вспышки мощности много меньше $\frac{R/C}{\sigma}$. В течение этого времени жидкость всегда будет сжата. Начальная стадия подъема мощности может быть в принципе весьма продолжительной, но так как она не существенна для механизма самогашения реактора (температура и давление много меньше тех, что развиваются при взрыве), то для этого отрезка времени можно допустить наличие волн отрицательных давлений.

Таким образом, без существенной потери в общности задача свелась к решению уравнения кинетики (I), в котором обратная связь вычисляется по формулам (34). Численное решение этой задачи не представляет труда, поскольку гидродинамическая часть расчетов полностью исключена из рассмотрения *).

*) Стоит сказать, что численное интегрирование уравнений (3 - 5) сопряжено с трудностями, связанными с возможностью неустойчивости решения из-за наличия скачков на фронте ударной волны. Чтобы обеспечить гладкость решений, обычно вводят "псевдовязкость", предложенную Нейманом и Рихтмайером /8/.

2. Приближенное аналитическое решение задачи о взрыве реактора

2.1. Приближение нулевой скорости звука (модель Бете - Тайма)

Запишем решения (34а) и (34б) для случая, когда зависимость от удельного объема в уравнении состояния (5) можно пренебречь. Для этого устремим скорость звука C к нулю, сохраняя величину $\alpha_v C^2 = \frac{1}{\rho} (\partial \rho / \partial T)_v$ постоянной. Тогда вместо (34а) и (34б) будем иметь:

$$\frac{\epsilon_n(t)}{4\pi R \alpha_v C^2 n L_n} = \left\{ \delta_a + \delta_0 \frac{n+1}{\pi^{n+1}} S_1(n) \right\} \int_0^t T(t-t') t' dt' \quad (35)$$

Здесь $S_1(n) = \int_0^\pi x^{n-1} \sin x dx$ - коэффициенты, определяемые соотношениями (22). Вывод этой формулы основан на том, что при $C \rightarrow 0$ отличный от нуля вклад в реактивность (34) дадут лишь линейные по ' τ ' члены подинтегральных функций $B_{2j+1}(\tau/2)$, $B_{2j}(\tau')$ и $\sin \pi \tau'$, т.е. в (34а) и (34б) имеет место замена:

$$\begin{aligned} \sin \pi \tau' &\rightarrow \pi \tau', \\ B_{2j+1}(\tau/2) &\rightarrow (-1)^{j+1} (2j+1) B_j \frac{\tau'}{2}, \\ B_{2j}(\tau') &\rightarrow 0 \quad (j > 1), \\ B_2(\tau') &\rightarrow -\tau'; \end{aligned}$$

(полиномы Бернулли четного порядка, за исключением $B_2(\tau')$ обращаются в нуль, поскольку содержат члены порядка выше первого). Кроме того, при выводе (35) были использованы равенства:

$$\sum_{j=1}^m (-1)^{j+1} 2^{2j} C_{2m+1}^{2j} B_j = 2m,$$

$$\frac{1}{2} (-1)^{m+1} (2m)! H_{m-1} + \sum_{j=1}^{m-1} (-1)^{j+1} 2^{2j} C_{2m}^{2j} B_j = 2m-1.$$

Дифференцируя (35) дважды по времени и суммируя $\ddot{\xi}_n(t)$ по всем n , получим уравнение для обратной связи $\mathcal{E}(t)$:

$$\frac{d^2 \mathcal{E}}{dt^2} = 4\pi R \alpha_v C^2 \left\{ \int_a R \nabla \mathcal{L}(R) + \int_0^1 \sum_{n=1}^N \frac{n(n+1)}{\pi^{n+1}} L_n S_1(n) \right\} T(t), \quad (36)$$

где $\nabla \mathcal{L}(R) = \frac{1}{R} \sum_{n=1}^N n L_n$ - градиент функции $\mathcal{L}(r)$

на границе R . Этот результат является характерным для модели Бете-Тайма: вторая производная реактивности обратной связи пропорциональна плотности энерговыделения. Следует отметить, что член $\int_a R \nabla \mathcal{L}(R)$ в выражении (36) связан с наличием скачка давлений на свободной границе R (т.к. реактор голый) и должен быть опущен ^{*}), если границу активной зоны

^{*}) Если вблизи границы раздела эффективности материалов активной зоны и отражателя близки по величине, то приближение свободной поверхности более приемлемо и указанный член следует оставить /9/.

нельзя рассматривать как свободную поверхность /9/. Если допустить распространение волн, то этот скачок будет двигаться со скоростью C к центру реактора, т.е. иметь характер слабой ударной волны разрежения *). Нетрудно убедиться (см. формулу (18) и сноску на стр. 10), что эта волна обязана своим появлением коэффициенту δ_a , характеризующему степень "равномерности" тепловыделения. В дальнейшем член, содержащий δ_a , будет условно называть вкладом "ударной волны" в реактивность обратной связи, а член с δ_0 - вкладом "стоячей волны" (при $\delta_a = 0$ решение (18) принимает форму типа стоячей волны).

2.2. Полная выделенная энергия. Форма вспышки мощности

Сделаем еще один шаг на пути упрощения задачи, позволяющий получить аналитические решения для $\dot{Q}(t)$ и $Q(t)$ в грубом приближении. Заметим, что любая вспышка мощности (за исключением многократных вспышек, возможных при сильном эффекте Доплера и неограниченном нарастании вводимой реактивности /2/) характеризуется подъёмом мощности, а затем спадом с образованием максимума \dot{Q}_{max} . Если вспышку $\dot{Q}(t)$ целиком формирует обратная связь, то, глядя на форму кривой $\dot{Q}(t)$, можно сразу сказать при каких временах обратная связь оказывает существенное

*) В твердых или жидких телах ударная волна даже с амплитудой $\sim 10^5$ атм является "слабой" /10/, т.е. практически не отличается от акустической. Поскольку модель "жидкой сферы" основана на акустическом приближении, то здесь "ударная волна" в любом случае будет "слабой", даже если скачок давлений на её фронте во много раз больше 10^5 атм.

влияние на поведение мощности, а при каких временах её влияние незначительно и мощность определяется по существу внешней реактивностью. Нетрудно видеть, что область существенного влияния обратной связи - это область максимума $\dot{Q}(t)$, равная приблизительно полуширине вспышки (обратная связь сильна разумеется и для последующих времён, но эта область уже не интересна, поскольку мощность $\dot{Q}(t)$ здесь практически равна нулю). С другой стороны, точка, где $\dot{Q}(t) = \dot{Q}_{max}$ является точкой перегиба для функции $Q(t) = \int_0^t \dot{Q}(t') dt'$, т.е. в указанной области энергия зависит от времени приблизительно как $\dot{Q}_{max} \cdot (t - t_0)$ где t_0 - постоянная, зависящая от длительности начальной стадии развития вспышки, т.е. линейно. Чтобы узнать как ведет себя в этой же области обратная связь, достаточно зависимость $\dot{Q}_{max} \cdot (t - t_0)$ подставить в (35) (или в общие формулы (34), когда задача рассматривается в акустическом приближении). Если теперь мы хотим заменить интеграл (35) подходящим алгебраическим выражением, справедливым для любого момента времени, а не только в указанном "существенном" промежутке, то как это сделать уже ясно. В преобразованном после указанной подстановки выражении (35) величину $\dot{Q}_{max} \cdot (t - t_0)$ нужно заменить искомой функцией $Q(t)$ *) , В итоге для обратной связи получим качественную зависимость вида

$$\varepsilon(t) = \frac{2}{3} \pi R \alpha_v c^2 \left\{ \delta_a R \nabla \mathcal{L}(R) + \delta_0 \sum_{n=1}^{\sqrt{N}} \frac{n(n+1)}{\pi^{n+1}} L_n S_1(n) \right\} \frac{Q^3}{c_v \dot{Q}_{max}^2} \quad (37)$$

*) Допустимость этого утверждения была проверена путем численных расчетов.

Заметим, что в акустическом приближении, когда описанная выше процедура преобразования распространяется на общие формулы (34), выражение (37) будет содержать члены и более высоких степеней, но и в этом случае, если длительность вспышки $\theta \ll \frac{R}{c}$, $\mathcal{E} \sim Q^3$ остается доминирующей зависимостью (квадратичных и линейных членов не содержится вообще).

Таким образом, задача свелась к решению уравнения

$$\ddot{Q} = (\alpha_0 - \beta Q^3) \dot{Q} + S/\tau, \quad (38)$$

где $\alpha_0 = \mathcal{E}_0 / \tau$ и

$$\beta = - \frac{2\pi R \alpha_\nu c^2}{3\tau c_\nu \dot{Q}_{max}^2} \left\{ \delta_a R \nabla \mathcal{L}(R) + \delta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{\pi^{n+1}} L_n S_1(n) \right\} \quad (39)$$

- "коэффициент обратной связи", который пока не известен. При $\mathcal{E}_0 = Const$ уравнение (38) допускает понижение порядка и в отсутствии источника S приобретает вид:

$$\dot{Q}(t) = (\alpha_0 - \frac{1}{4} \beta Q^3) Q + \dot{Q}(0), \quad (40)$$

где $\dot{Q}(0)$ - мощность в момент критичности на мгновенных нейтронах. Полагая, что к моменту времени, когда мощность снижается до первоначального уровня $\dot{Q}(0)$ выделенная энергия равна полному значению $Q(\infty)$, будем иметь:

$$Q(\infty) = \sqrt[3]{\frac{4\alpha_0}{\beta}}. \quad (41)$$

С другой стороны, из уравнений (38) и (40) следует, что максимальная мощность равна:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{max} &= \frac{3}{4} \alpha_0 \sqrt[3]{\frac{\alpha_0}{\beta}} + \dot{Q}(0) \\ &\approx \frac{3}{4} \alpha_0 \sqrt[3]{\frac{\alpha_0}{\beta}} \end{aligned} \quad (42)$$

Система уравнений (41) и (42) позволяет исключить неизвестный параметр \dot{Q}_{max} из выражения для β и записать (41) в следующем виде

$$Q(\infty) = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_v \left(\frac{3}{2} \epsilon_0 \right)^3}{\alpha_v c^2 \tau^2 - \frac{\sqrt{2} \pi^2}{12} \left\{ \int_a \frac{4\pi R^2 \nu \mathcal{L}(R)}{\pi^2/3} + \int_0 \frac{12R}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{\pi^{n+1}} L_n S_i(n) \right\}} \quad (41a)$$

Этот результат соответствует случаю, когда источник S и начальная мощность $\dot{Q}(0)$ пренебрежимо малы, а внешняя реактивность вводится по ступенчатому закону.

Путем численных расчетов установлено, что при реальной зависимости вводимой реактивности от времени и реальных S и $\dot{Q}(0)$ выделенная при "сильном взрыве" энергия с хорошей точностью описывается формулой (41a), если под величиной $\frac{3}{2} \epsilon_0$ понимать максимальное значение полной реактивности: *

$$\epsilon_{max} = \frac{3}{2} \epsilon_0$$

Введем эффективный градиент удельной реактивности сфери-

*) Это соотношение справедливо при малых по сравнению с R/c значениях θ .

ческого слоя единичной толщины:

$$\nabla \mathcal{L}_0 = \frac{\sqrt[3]{2} \pi^2}{12} \left\{ \int_a \frac{4\pi R^2 \nabla \mathcal{L}(R)}{\pi^2/3} + \int_0 \frac{12R}{\pi} \sum_{n=1}^N \frac{n(n+1)}{\pi^{n+1}} S_1(n) L_n \right\} \quad (42)$$

Если число $\sqrt[3]{2} \pi^2/12 = 1,035$ положить равным единице, то это выражение можно записать в виде

$$\nabla \mathcal{L}_0 = \frac{1}{R} \left(\frac{dk}{dR} \right) + \int_a \left[\frac{4\pi R^2 \nabla \mathcal{L}(R)}{\pi^2/3} - \frac{1}{R} \left(\frac{\partial k}{\partial R} \right)_T \right], \quad (42a)$$

где $\pi^2/3 = K_{v \max}$,

$$\left(\frac{dk}{dR} \right) = \int_a 4\pi R^2 \sum_{n=1}^N \frac{n L_n}{n+3} + \int_0 \frac{12R^2}{\pi} \sum_{n=1}^N \frac{n(n+1)}{\pi^{n+1}} S_1(n) L_n \quad (43)$$

- температурный коэффициент реактивности, определяемый как изменение k при нагревании реактора согласно распределению тепловыделения (16);

$$\left(\frac{\partial k}{\partial R} \right)_T = 4\pi R^2 \sum_{n=1}^N \frac{n L_n}{n+3} \quad (44)$$

- изотермический коэффициент, определяемый как изменение k при равномерном нагревании активной зоны. Окончательный результат для основных параметров вспышки мощности выглядит следующим образом.

Выделенная в I г топлива энергия:

$$Q(\infty) = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_v \epsilon_{\max}^3}{\alpha_v C^2 \tau^2 (-\nabla \mathcal{L}_0)} \quad (45)$$

Максимальная удельная мощность:

$$\dot{Q}_{max} = \frac{1}{2\sqrt[3]{4}} \cdot \frac{\mathcal{E}_{max}}{\tau} Q(\infty). \quad (46)$$

"Длительность" вспышки $Q(\infty) / \dot{Q}_{max}$:

$$\theta = \frac{2\sqrt[3]{4}}{\mathcal{E}_{max}} \tau = \frac{3,17 \tau}{\mathcal{E}_{max}}. \quad (47)$$

Поскольку вывод формул (45) и (46) основан на представлении обратной связи в виде двойного интеграла $\iint T(t') dt'^2$ (см. формулу (35)), то в акустическом приближении следует ожидать появления интегралов более высокой кратности, т.е. членов четвертого порядка по \mathcal{E}_{max} и выше для выделенной энергии $Q(\infty)$ и членов пятого и т.д. порядков для \dot{Q}_{max} *).

Исследуя выражение (42), нетрудно убедиться, что форма распределения $\mathcal{L}(z) = \sum L_n \left(\frac{z}{R}\right)^n$ может существенно влиять на характер зависимости полной удельной энергии от неравномерности тепловыделения. Линейная зависимость, $n = 1$, приводит к возрастанию $Q(\infty)$ при увеличении коэффициента неравномерности $K_v = \delta_a + \delta_o$. Членам с $n > 2$ соответствует обратная зависимость: $Q(\infty)$ уменьшается с увеличением K_v . В случае $n = 2$, когда $\mathcal{L}(z) = L_0 + L_2 \left(\frac{z}{R}\right)^2$ - наиболее характерная для сферической геометрии зависимости, - выделенная энергия вообще не зависит от K_v * *), т.е. ситуация такова, что, например, при

* *) В работе [11] показано, что если обратная связь \mathcal{E} равна $\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n d^n Q/dt^n$, где производная степени $n < 0$ означает $|n|$ -кратный интеграл, то $\dot{Q} \sim \mathcal{E}^{k+2}/\tau^{k+1}$, $Q \sim \mathcal{E}^{k+1}/\tau^k$ ($k = |n|$) для интегральных составляющих \mathcal{E} . Рассматриваемый нами случай соответствует двукратному интегралу: $k = 2$.

* *) Такой же вывод следует, например, из работы Никольсона [9], где параболические распределения используются как для функции $\mathcal{L}(z)$ так и для пространственной формы тепловыделения.

выравнивании тепловыделения (увеличении δ_a / k_v) вклад "ударной волны" возрастает ровно на столько, на сколько уменьшается (за счет соответствующего уменьшения δ_o / k_v) вклад "стоячей волны", обусловленный действием локальных градиентов давления.

Замечая, что величины, входящие в выражение (45) образуют комплекс с размерностью $\text{см}^2/\text{сек}^2$, для полной выделенной энергии E можно записать

$$E = \frac{1}{2} M V^2, \quad \text{где} \quad (48)$$

M - масса топлива, а

$$V^2 = \frac{c_v \epsilon_{\max}^3}{\alpha_v c^2 \tau^2 (-\nabla \mathcal{L}_o)} = \frac{\rho \epsilon_{\max}^3}{-\nabla \mathcal{L}_o \tau^2 (\partial \rho / \partial Q)_v} \quad (49)$$

- величина, которую можно рассматривать, как параметр, характеризующий потенциальную опасность реактора (при выбранном стандартном значении ϵ_{\max} ; например 1%). Поскольку коэффициент давления $(\partial \rho / \partial Q)_v = \alpha_v E_T / c_v$ обычно порядка плотности материала активной зоны ^{13/}, а $(dk/d'R) = \frac{3}{\alpha_v R} (dk/dT) \sim 1/R$, то $\alpha_v c^2 / c_v \sim 1$ и $-\nabla \mathcal{L}_o \sim R^{-1/2}$. Следовательно, для совсем грубых оценок

$$V \sim \frac{R}{\tau} \epsilon_{\max}^{3/2} \quad (49a)$$

Таким образом, полная выделенная энергия определяется комбинацией эффективных параметров, характеризующих активную зону в целом: удельной теплоёмкостью топлива c_v , коэффициентом объемного расширения α_v , скоростью звука c , линейным

градиентом удельной реактивности $\nabla \mathcal{L}_0$, характеризующим эффект смещения "усредненного" сферического слоя единичной толщины, средним временем жизни мгновенных нейтронов τ и пропорциональна кубу максимальной реактивности, которая введена в реактор. Для оценки последней можно использовать формулу ^{/3/}:

$$\epsilon_{max} = \sqrt{\dot{\epsilon}_0 \tau} \cdot \sqrt{i m Z + h m Z}, \quad (50)$$

где $Z = \frac{\dot{\epsilon}_0}{\tau} \left[\frac{Q^*}{\dot{Q}(0)} \right]^2$, $\dot{Q}(0)$ - начальная мощность (в момент критичности на мгновенных нейтронах). Эта формула получена ^{/3/} в предположении неограниченного нарастания вводимой реактивности со скоростью $\dot{\epsilon}_0$ и часто используется при анализе аварийных ситуаций в энергетических реакторах, где авария, как правило, считается вызванной прекращением циркуляции теплоносителя с последующим вскипанием и выбрасыванием натрия из активной зоны; при этом непосредственной причиной ядерного взрыва является избыточная реактивность, которая может быть введена, когда расплавленное топливо "падает" вниз и собирается в более плотную конфигурацию. В этом случае Q^* рассматривается как пороговая энергия: если выделяемая в точке z удельная энергия $\phi_0(z) Q(t) < Q^*$, то нагревание топлива приводит лишь ^к заполнению пустот, образовавшихся главным образом после исчезновения натрия, без генерации заметных давлений ^{*)}.

^{*)} На этой стадии аварии давления определяются упругостью насыщенных паров топлива.

Обратная связь появляется только при $\dot{\Phi}_0(0) Q(t) > Q^*$, когда давления начинают быстро расти. На этой стадии аварии скоростью дальнейшего нарастания внешней реактивности пренебрегают и считают, что $\mathcal{E}_{max} = \dot{\mathcal{E}}_0 t^*$, где t^* - момент времени, когда $\dot{\Phi}_0(0) Q(t) = Q^*$. Ясно, что в предлагаемой модели взрыва, где внешняя реактивность вводится в практически не содержащий пустот реактор пороговая энергия не может иметь такого физического смысла *). Q^* - это просто та энергия, при которой $\dot{\mathcal{E}}_0 t^* = \mathcal{E}_{max}$, т.е. величина по существу неизвестная. Однако, поскольку коэффициент $\sqrt{\ln Z + \ln \ln Z}$ очень слабо зависит от Q^* , то для приблизительных оценок можно брать обычно используемое значение $Q^* = 10^9 - 10^{10}$ эрг/г /3/. Численные расчеты показывают, что для реактора ИБР-2 /12 - 13/

$$Q^* = 100 \text{ дж/г}, \quad \mathcal{E}_{max} = 4,8 \sqrt{\dot{\mathcal{E}}_0 \tau} \quad \text{при} \quad \dot{Q}(0) = 110 \text{ вт/г}$$

Можно показать, что для грубых оценок \mathcal{E}_{max} в рассматриваемой модели взрыва можно использовать более конкретную формулу

$$\mathcal{E}_{max} \approx \sqrt{\dot{\mathcal{E}}_0 \tau} \cdot \sqrt{2 \ln \left[\frac{R^2 \dot{\mathcal{E}}_0^2}{\tau \dot{Q}(0)} \right]}, \quad (51)$$

где R - радиус активной зоны, $\dot{\mathcal{E}}_0$ - скорость введения внешней реактивности (40 сек⁻¹ для ИБР-2).

) Следует отметить, что величина Q^ вообще не имеет достаточно четкого физического определения /3/.

Поскольку наряду с топливом в активной зоне присутствуют и другие материалы, то под α_v и сжимаемостью E_T^{-1} следует понимать "эффективные" значения:

$$\alpha_v = a_0 \alpha_{v0} ; \quad \frac{1}{E_T} = \sum_{i=0}^J a_i \frac{1}{E_i} , \quad \text{где} \quad (53)$$

a_i - объемная доля i -ой компоненты, причем индекс $i = 0$ относится к топливу. В этих соотношениях подразумевается, что тепло выделяется только в топливной компоненте; конечная сжимаемость соседних компонент приводит к частичной релаксации давления в топливе - отсюда $\alpha_v = a_0 \alpha_{v0} < \alpha_{v0}$.

Качественную зависимость $Q(t)$ и $\dot{Q}(t)$ от времени можно получить, решив уравнение (40). Используя замену $Q \rightarrow 1/q$ и предполагая нулевые начальные условия, после интегрирования получим:

$$Q(t) = \left[\frac{4\alpha_0 / \beta}{1 + 3e^{-3\alpha_0 t}} \right]^{1/3} , \quad (54)$$

$$\dot{Q}(t) = Q(t) \frac{3\alpha_0 e^{-3\alpha_0 t}}{1 + 3e^{-3\alpha_0 t}} . \quad (55)$$

Здесь $t = 0$ соответствует максимальному значению мощности. Ступенька реактивности $\epsilon_0 = \alpha_0 \tau$ вводится в "момент" $t = -\infty$, когда мощность исчезающе мала. Из (55) следует, что форма вспышки не является симметричной относительно её вершины: спад мощности гораздо круче, чем подъем.

Обе зависимости (54) и (55), а также соотношение (49а) использовались при выводе формулы (51) для грубой оценки максимальной реактивности.

2.3. Кинетическая энергия взрыва

Эта величина представляет первостепенный интерес при анализе крупной аварии и, вместе с тем, её оценка подвержена еще большей неопределенности, чем вычисление полной выделенной энергии.

Часто оценка силы взрыва сводится к определению верхнего предела работы A_{max} , которую активная зона, обладая запасом выделенной ядерной энергии, может совершить при изоэнтропическом расширении /2, 3, 9/. В этом случае вся внутренняя энергия элемента объема ΔV , за вычетом пороговой энергии $Q^*_{p \Delta V}$ затрачивается на работу против внешних сил. В рассматриваемой модели взрыва верхний предел работы A_{max} будет равен полной выделенной энергии $E = M Q(\infty)$, т.к. $Q^* = 0$ по условию.

В действительности, однако, кинетическая энергия взрыва может быть много меньше A_{max} /2, 3/ *), так как пороговая энергия, внутренняя энергия конечных продуктов взрыва, а также скрытые теплоты фазовых переходов (не входящие в состав Q^*) в сумме могут дать значение, сравнимое с E . При очень больших E эти "потери" энергии разумеется незначительны и приближение $A = A_{max}$ будет вполне приемлемым. При очень больших ~~эти "потери" энергии разумеется незначительны и приближение~~ ~~будет вполне приемлемым.~~ При малых E следует ожидать зависимости типа $A \sim E^2$, вытекающей из основных законов быстрого нагревания тел /15, 16/.

*) Это подтверждено и некоторыми экспериментами по /14/ взрыву тепловых реакторов /3, 14/. В эксперименте *KIWI-TNT* например, (взрыв ракетного реактора) кинетическая энергия была более чем в 100 раз меньше полной энергии $E = 10^{10}$ Дж.

Ниже будет дана грубая оценка "минимальной" работы A на основании уравнения состояния (5) с добавочным условием: $p = 0$ при $\alpha_v T < \frac{v-v_0}{v_0}$. Предположим, что изоэнтропическое расширение активной зоны представляет собой расширение сильно сжатой (в начальный момент) и нагретой до высоких температур жидкой сферы при нулевом внешнем давлении. Взрыв такой сферы означает разлет "капелек" в радиальном направлении, в каждой из которых давление равно нулю и каждая из которых несёт в себе определённый запас внутренней энергии. Суммарную кинетическую энергию всех капелек и будем называть силой взрыва. Можно думать, что это будет минимальная оценка силы взрыва, так как остаточное тепло, определенное таким образом, по-видимому завышено.

Из условия постоянства энтропии находим, с помощью уравнения состояния (5), что температура в процессе расширения изменяется по закону

$$T = T_0 \exp \left\{ - \frac{M_0}{M} \cdot \frac{\alpha_v c^2}{c_v} \left(\frac{v-v_0}{v_0} \right) \right\}, \quad (56)$$

где $T_0 = Q(\infty) / c_v$ и учитывается, что теплоёмкость I г материала равна удельной теплоёмкости c_v топлива, умноженной на M/M_0 (M и M_0 - масса топлива и всей активной зоны соответственно), поскольку нетопливные компоненты по условию не нагреваются.

Используя это выражение, получаем следующее приближенное выражение для кинетической энергии взрыва A :

$$A = \frac{1}{2} M_0 \omega^2 \frac{1 + 2 \frac{\omega^2}{Q(\infty)} \cdot \frac{M_0}{M}}{\left[1 + \frac{\omega^2}{Q(\infty)} \cdot \frac{M_0}{M} \right]^2}. \quad (57)$$

Здесь $W = \frac{d_v C Q(\infty)}{C_v}$ - средняя скорость разлета масс, $C = \sqrt{2E_T}$, $Q(\infty)$ - полная удельная энергия. Из (57) видно, что при малых значениях полной энергии E сила взрыва пропорциональна E^2 , а при очень больших E стремится к своему предельному значению E .

3. Максимальная авария реактора ИБР-2

Численные данные, которые приведены в табл. 2, основаны на двух эмпирических соотношениях в критической точке UO_2 [17]:

$$\frac{P_k v_k}{T_k} = \frac{R}{3,68} ; \quad v_k = \frac{v_{пл}}{3,07} ,$$

где $v_{пл}$ - удельный объем твердого UO_2 при температуре плавления, и на данных [3] о коэффициенте давления $(\partial p / \partial Q)_v$ при плотности UO_2 $\rho_c = 5 \text{ г/см}^3$. Переход к PuO_2 осуществлялся в предположении, что эти материалы подчиняются принципу соответственных состояний. Определение параметров уравнения состояния для плотности, отличающейся от названной, проводилось в предположении о ван-дер-ваальсовском взаимодействии между молекулами PuO_2 при $v_k = 80 \text{ см}^3/\text{моль}$. Плотность изменялась между двумя крайними пределами: нетопливные компоненты не сжимаемы (максимальная плотность PuO_2) - нетопливные компоненты обладают бесконечной сжимаемостью (минимальная плотность PuO_2). К этой явно завышенной неопределенности ρ_c была добавлена неопределенность других термодинамических и физических парамет-

ров ж) и таким образом, на основании формул (45) и (57), были вычислены верхнее, нижнее и "наиболее вероятное" значения полной выделенной энергии, силы взрыва, температуры и давления, соответствующие скорости введения внешней реактивности 40 сек^{-1} , т.е. предельно возможной для ИБР-2 величине. Полученные результаты сравнивались с данными численного расчета. Оказалось, что уже при величине импульсной надкритичности $\epsilon_{0 \max}$, вводимой за счет подвижного отражателя нейтронов $/I2/$, превышающей 0,003, формула $Q(\infty) = V^2/2$ дает практически тот же результат, что и численный расчет (различие порядка 10-20%; не более). Однако при малых $\epsilon_{0 \max}$ эта формула существенно завышает энергию. Например, при $\epsilon_{0 \max} := 10^{-3}$ (нормальный импульс мощности при $\omega = 50 \text{ гц}$) $Q(\infty) = \frac{V^2}{2}$ почти в 100 раз больше реального значения энергии импульса.

4. Заключение о безопасности реактора ИБР-2

Выполненные выше оценки показывают, что максимальная авария реактора ИБР-2 - это ядерный взрыв с силой $\sim 100 \text{ кг ТНТ}$. Не вызывает сомнений, что причиной выделения такого количества энергии может быть только подвижный отражатель; если предположить, что в процессе вращения он способен внезапно, т.е. за время

ж) Вместо "точного" значения $\epsilon_{\max} = 4.8 \sqrt{\epsilon_0 \tau} = 6,1 \cdot 10^{-3}$ в табл. 2 используется величина $\epsilon_{\max} = 6,9 \cdot 10^{-3}$. Введение дополнительной надкритичности $8 \cdot 10^{-4}$ с запасом гарантирует учет тех немногочисленных пор, которые реально присутствуют в активной зоне ИБР-2, и вклад положительного эффекта Доплера.

Максимальная авария реактора ИБР-2

$\dot{C}_0 = 40$ л /сек, $\epsilon_{max} = 6,9 \cdot 10^{-3}$, $M = 100$ кг

ρ_c (г/см ³)	$Q(\infty)$ (дж/г)	A^{**} (кг ТНГ)	$A_{max} = M Q(\infty)$ (кг ТНГ)	$(\frac{\partial p}{\partial Q})_v^{***}$ (°C)	P_0 атм	C (см/сек)	α_v (1/град)
8,6	$1,5 \cdot 10^3$	9	34	30 г/см ³	200000	$4 \cdot 10^5$	$3,3 \cdot 10^{-5}$
6,6	$6 \cdot 10^3$	70	135	7,2	195000	$2,5 \cdot 10^5$	$4,5 \cdot 10^{-5}$
5,0	$1,5 \cdot 10^4$	220	340	3,0	140000	$1,5 \cdot 10^5$	$6 \cdot 10^{-5}$

*) Плотность топлива после заполнения пустот (это масса топлива, деленная на объем, равный объему активной зоны минус объем тех негорючих компонент, которые считаются несжимаемыми): $\rho = 6,6$ соответствует "наиболее вероятной" оценке $Q(\infty)$ и A .

***) 1 кг ТНГ (килограмм тротилового эквивалента) = 4,4 Мдж.

****) За основу приняты данные работ [3/ и /17/ по UO_2 для $\rho_c = 5$ г/см³. Для других плотностей топлива значения $(\partial p / \partial Q)$ оценивались на основе предположения о ван-дер-ваальсовском взаимодействии между молекулами двуокиси плутония при $\rho_k = 80$ см³/моль.

*****) Здесь предполагается, что средняя плотность материала активной зоны ρ равна средней плотности топлива ρ_c , т.е. те компоненты, которые в процессе расчета рассматривались как абсолютно сжимаемыми (не препятствовавшими расширению топлива) заменялись на пустоту. В том случае, когда средняя плотность материала активной зоны неизменна, как во всех предыдущих пунктах (все данные таблицы, за исключением давления, соответствуют значению $\rho = 7,2$ г/см³) давление будет также неизменным и равным 200000 атм, т.к. $(\partial p / \partial Q)_v \cdot Q(\infty)$ зависит только от ρ (при фиксированных T , ϵ_{max} и α_v).

порядка интервала между соседними импульсами, сместиться к "окну" активной зоны на величину порядка 5-7 мм^{ж)} (эффект реактивности при этом $(3,5-5) \cdot 10^{-3}$). Предотвратить последствия такого быстрого смещения ротора аварийная защита не в состоянии, поэтому представляет интерес оценить, вероятны ли подобные события при тех характеристиках подвижного отражателя, которые предусмотрены проектными требованиями?

Ответ на этот вопрос нетрудно получить, если оценить вероятность флуктуации энергии импульса в результате случайных смещений лопасти ПО при его вращении (не рассматривая возможности аварии самого подвижного отражателя). Расчет вероятности отклонения энергии импульса от нормального (среднего) значения проводился в предположении о гауссовой форме распределения ^{жж)} случайных смещений лопасти подвижного отражателя и о линейной зависимости между смещениями и реактивностью. Установлено, что вероятность больших флуктуаций энергии импульса резко возрастает, если в расчетах учесть влияние температурного коэффициента реактивности, который в этом случае играет отрицательную роль. В таблице 3 приведены результаты вычисления вероятности трех,- пяти - и пятнадцатикратного увеличения энергии импульса, по отношению к

ж) В принципе можно назвать и другие механизмы столь быстрого введения реактивности, но они будут еще более гипотетичны, чем названный.

жж) Анализ экспериментальных данных по смещениям лопасти подвижного отражателя ИБР-2 указывает, что аппроксимация реального распределения кривой Гаусса завышает вероятность опасных флуктуаций энергии импульса, так что можно надеяться, что здесь мы имеем верхнюю оценку указанной вероятности.

нормальному значению, для полуширины Δ гауссового распределения, равной 3, 4 и 5% равновесной импульсной надкритичности $\epsilon_{\text{отмах}} = 1,8 \cdot 10^{-3}$. Значение $1,8 \cdot 10^{-3}$ соответствует "наиболее опасному" режиму работы реактора, когда $\lambda = 5$ гц. Из таблицы видно, что даже при $\Delta = 0,03 \cdot \epsilon_{\text{отмах}} = 5,5 \cdot 10^{-5}$ пятикратные флуктуации происходят в среднем каждые 10 сут.

Т а б л и ц а 3

Примеч.	$\Phi(K \geq 3)$	$\Phi(K \geq 5)$	$\Phi(K \geq 15)$
$\lambda = 5$ гц	0,03 $2 \cdot 10^{-4}$ (20 мин)	$2,6 \cdot 10^{-7}$ (10 сут.)	$5 \cdot 10^{-17}$ (∞)
$(\epsilon_{\text{отмах}} =$	0,04 $3 \cdot 10^{-3}$ (1 мин)	$5,0 \cdot 10^5$ (1 час)	(400 лет)
$= 1,8 \cdot 10^{-3})$	0,05 10^{-2} (20 сек)	$6,0 \cdot 10^{-4}$ (6 мин)	(4 мес.)

Если в качестве критерия безопасности поставить условие недопустимости пятнадцатикратных флуктуаций энергии импульса (нагрев топлива, при этом составляет 600° , что соответствует температуре ТВЭЛа средней теплонапряженности $1500 + 600 = 2100^\circ\text{C}$; т.е. значению, близкому к температуре плавления $\text{PuO}_2 - 2200^\circ\text{C}$), то максимально допустимое значение Δ , согласно табл. 3, составит $\Delta_{\text{max}} \approx 0,04 \cdot \epsilon_{\text{отмах}} = 6,2 \cdot 10^{-5}$.

Так как коэффициент реактивности по смещению x отражателя к активной зоне равен $(\frac{dk}{dx}) = 5 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{мм}}$, то величина $\Delta_{\text{max}} = 6,2 \cdot 10^{-5}$, выраженная в мм, будет равна $\Delta_x = 6,2 \cdot 10^{-5} / 5 \cdot 10^{-4} = 0,125$ мм. Таков должен быть средний "люфт" лопасти подвижного отражателя, чтобы не допустить появле-

ния импульса, приводящего к нагреванию заметной части топлива до точки плавления^{*)}. Чтобы не допустить пятикратных флуктуаций, величину Δ_x нужно снизить до 0,04 мм.

В результате продолжительных испытаний макета подвижного отражателя ИБР-2 установлено, что поперечные смещения лопасти ПО в процессе вращения отражателя не превышают нескольких десятков мкм. Следовательно, даже расплавление топлива в результате флуктуаций энергии импульса событие практически невероятное; не говоря уже о вспышках мощности, носящих характер ядерного взрыва. Более того, как показали исследования других авторов, даже при самой неблагоприятной поломке ротора внезапное приближение отражателя к активной зоне на несколько мм реально неосуществимо. В принципе можно представить ситуацию, когда выход из строя отдельного узла в системе подвижного отражателя может повлечь за собой такую цепь событий, что, быть может, окажется возможным даже удар лопасти ПО (или её фрагмента) в часть кожуха, непосредственно примыкающей к "окну" активной зоны, промятие кожуха и приближение ПО к активной зоне на значительную величину.

Однако трудно представить, что весь этот процесс может произойти за время, меньшее периода вращения ПО (0,02 сек), так что и от такой практически нереальной ситуации реактор застрахован: многочисленные датчики, контролирующие состояние ПО, дадут своевременный сигнал на включение быстродействующей аварийной защиты, время срабатывания которой 0,02 сек.

^{*)} Расплавление топлива при этом не будет, т.к. удельная теплота плавления $P_{пл} Q_2$ довольно велика. Предельное значение Δ_x выше которого возможно расплавление центрального ТВЭЛа, по меньшей мере равно 0,25 мм.

Л и т е р а т у р а

1. H. A. Bethe, J. H. Tait, "An estimate of the order of magnitude of the explosion when the core of a fast reactor collapses", UKAEA-RHM(56) 1113.
2. V. Z. Jankus, "A theoretical study of destructive nuclear bursts in fast power reactors", *Phys. of Fast and Intermed. Reactors*, III, 209-238, 1962.
3. H. H. Hummel, D. Okrent, "Reactivity Coefficients in Large Fast Power Reactors", *Amer. Nucl. Soc.*, 1970.
4. Ковалевич О.М. "Теоретическое исследование безопасности реакторов на быстрых нейтронах при аварийном введении избыточной реактивности", ИАН-2074, Москва, 1974.
5. Р.Д.Рихтмайер. "Разностные методы решения краевых задач", М., ИЛ, 1960.
6. И.С.Градштейн, И.М.Рыжик. "Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений", М., 1962.
7. А.Анго. "Математика для электротехников и радиоинженеров", Наука, 1965.
8. *J. appl. Phys.*, 21 (1950) 232.
9. Nickolson R.B., "Methods for Determining the Energy Release in Hypothetical Fast-Reactor Melt-down Accidents", *Nucl. Sci. Eng.*, 18, 2, Feb., 1964.
10. Я.Б.Зельдович и Ю.П.Райзер. "Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений", Наука, 1966.
11. А.Я.Крамеров, Я.В.Шевелёв. "Инженерные расчеты ядерных реакторов", Атомиздат, 1964.
12. В.Д.Ананьев и др. "Особенности конструкции и оптимизация модулятора реактивности реактора ИБР-2", Доклады Женевской конференции, 1972.
13. В.Д.Ананьев и др. "Опыт эксплуатации и развитие импульсных реакторов в Дубне", ОИЯИ, Р-12-4395, 1969.

14. *Trans. A.N.S.*, 8(1), 126, 1965.
15. J. Randles, *J. of Nucl. En. (Part A/B: Reactor Sci. and Technology)*, v 20, n 1, 1966.
16. В.Л.Ломидзе. "Динамика топлива в импульсном реакторе. Температурные удары в стержнях из таблеток", ОИЯИ, РИИ-6622, Дубна, 1972.
17. Meyer R.A., Wolfe B.E., *Trans. A.N.S.*, 7(1), 110-111, 1964.