

Бордиян Л. В.

Ц 840а Б1-11-80-451.

Б-82

4509/80



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Б1-11-80-451

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

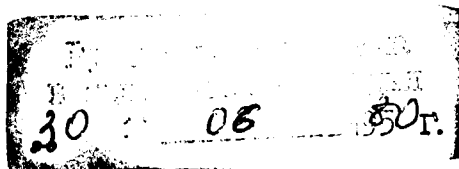
Дубна 1980

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Лаборатория вычислительной техники и автоматизации

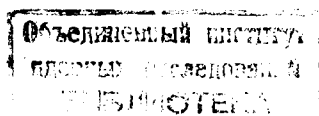
Л.В.Бордиян

ПРОГРАММЫ ПРИБЛИЖЕННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ
ФУНКЦИЙ НА АВТОКОДЕ МАДЛЕН ДЛЯ ЭВМ БЭСМ-6

51-11-80-451



Дубна, 1980



А Н Н О Т А Ц И Я

В данной работе приведены формулы и соответствующие программы реализующие вычисление элементарных функций с точностью удовлетворяющей требованиям модели внутриядерного каскада т.е. для которых максимальная относительная погрешность $\leq 10^{-4}$. Программы написаны на автокоде Мадлен.

Каскадная модель взаимодействия адронов и ядер с ядрами основана на статистическом, монте-карловском моделировании процесса. Статистический характер модели предопределяет необходимость значительных затрат машинного времени для расчета, особенно при изучении реакций идущих с малой вероятностью. В этой связи очень важен вопрос экономного использования времени ЭВМ [1].

Для ускорения счета вместо стандартных содержащихся в библиотеке ЭВМ программ [2] можно использовать менее точные, но более быстродействующие алгоритмы [3,4] вычисления, реализованные на автокоде Мадлен (для ЭВМ БЭСМ-6).

Для вычисления функций $\ln x$, e^x , $\arcsin x$, \sqrt{x} воспользуемся выражениями приведенными в монографии [3]:

функция $\ln x$, $x = 2^p \cdot y$, p - порядок,

y - мантисса, $\ln x = p \cdot \ln 2 + \ln y$, $\ln y \approx A1 \cdot y + A0$,

где $A1 = .681\ 734\ 2$, $A0 = 1.999\ 888\ 04$, $n \approx 5$ (здесь и везде ниже n - число верных знаков);

функция e^x , $e^x = 2^{\left[\frac{x}{\ln 2} \right]} \cdot \left(2^{\frac{1}{2} \left\{ \frac{x}{\ln 2} \right\}} \right)^2$,

$z = \frac{1}{2} \left\{ \frac{x}{\ln 2} \right\}$, $2^z \approx z^3 \cdot E3 + \dots + E0$, где $z = [0, \frac{1}{2})$

$E3 = .065\ 906\ 845\ 66$, $E2 = .236\ 962\ 325\ 118$, $E1 = .693\ 465\ 364\ 856$,

$E0 = .999\ 995\ 309\ 286$, $n \approx 5$. Для $x > 6$ формула та же, что и для

стандартной программы вычисления e^x [2];

функция $\arcsin x$, $\arcsin x \approx x \cdot \frac{P0}{Q1 \cdot x^2 + Q0}$,

где $x = [0, \frac{1}{2}]$, $P0 = -5.544\ 290\ 758$, $Q1 = 1.$, $Q0 = -5.546\ 884\ 636$,

$n \approx 4$;

функция \sqrt{x} , $x = 2^p \cdot y$, $\sqrt{x} = 2^{\frac{p}{2}} \cdot \sqrt{y}$,

$\sqrt{y} \approx S1 \cdot y + S0$, где $S1 = .417\ 307\ 59$, $S0 = .590\ 162\ 06$.

Значение \sqrt{y} уточняется одной итерацией по формуле Герона.

$n \approx 5$.

Для вычисления $\operatorname{arctg} x$, $\sin x$, $\cos x$ используются соотношения монографии [4]:

функция $\operatorname{arctg} x$, $\operatorname{arctg} x \approx x \cdot B(x^2)$,
 $x = [0, 1]$, для $x > 1$ $\operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$,

$B(z) = A_2 \cdot z^2 + \dots + A_0$, где $z = x^2$, $A_2 = .079\ 331$, $A_1 = - .288\ 679$,
 $A_0 = .995\ 354$, $\epsilon \approx 10^{-4}$ (здесь и везде далее ϵ — максимальная относительная погрешность расчета);

функция $\sin x$, $x = [0, \frac{\pi}{2}]$, $x = \frac{\pi}{2} \cdot z$, $z = [0, 1]$
 $\sin \frac{\pi}{2} \cdot z \approx z \cdot B(z^2)$, $B(u) = c_2 \cdot u^2 + \dots + c_0$, где $u = z^2$,
 $c_2 = .072\ 7102$, $c_1 = - .643\ 2292$, $c_0 = 1.570\ 626\ 8$, $\epsilon \approx 10^{-5}$;

функция $\cos x$, $\cos x = \sin(\frac{\pi}{2} - x)$

Для вычисления функции $[x]$ (целая часть x) удобно сохранить способ, указанный в работе [2].

Программы, реализованные по вышеуказанным формулам затрачивают счетного времени в среднем на 45% меньше, чем стандартные (см. таблицу I)

Для того, чтобы воспользоваться разработанными программами приближенного вычисления элементарных функций достаточно присоединить их к рабочему пакету задачи в качестве подпрограмм.

Ниже приводятся соответствующие программы расчета на автокоде Мадлен для ЭВМ БЭСМ-6.

Выражаю искреннюю благодарность А.И.Салтыкову и А.А.Корнейчуку за ценные советы и обсуждения, Ж.Ж.Мусульманбекову — за помощь в работе.

ТАБЛИЦА I

Функция	Время счёта (мксек)		Точность (к-во верных знаков)	
	A	B	A	B
$[x]$	55	30	не огра- ничено	не огра- ничено
\sqrt{x}	70	40	≥ 12	5
e^x	80	40	≥ 12	5
$\ln x$	90	65	≥ 12	5
$\sin x$	65	30	≥ 12	≥ 5
$\cos x$	80	45	≥ 12	≥ 5
$\arcsin x$	130	65	≥ 12	4
$\text{arctg } x$	100	30	≥ 12	≥ 4

?!

Не удивляйтесь, это данные о времени
среднего выполнения. Сложнее всего.

особенно для тех функций, которые
выполняются дольше всего.

70 - 15% для тех случаев, время
среднее, и 15% случаев - 100% среднее
не так!

О.С.С.С.С.

ЛИТЕРАТУРА:

1. В.С.Барашенков, Л.В.Гордиян, Ж.Ж.Мусульманбеков. Сокращение времени расчёта внутриядерных каскадов. Р2-80-192, Дубна, 1980.
2. А.И.Салтыков. Новый вариант экстракода вычисления элементарных функций на БЭСМ-6. В книге: "Развитие аппаратного обеспечения БЭСМ-6". ВЦ АН СССР, М., 1968.
3. Hart G. T. et al. *Computer approximations.*
Inc. New York - London - Sydney, 1968.
4. Л.А.Люстерник, О.А.Червоненкис, А.Р.Янпольский. Математический анализ. Вычисление элементарных функций. Физматгиз, М., 1963.

ABTOKO MADLEN
(1.10.72)

BEBI : , NAME,

C
C ALOG(X)

0000
00001024 40000
- 00040 0016
00010010 0000
- 00037 0022
00020027 40150
- 10000 0247
000310025 0247
- 10004 0172
000410000 0251
- 10005 0171
000510016 0251
- 10000 0251
000610017 0251
- 00037 0002
000710017 0224
- 10004 0245
001010017 0251
- 10005 0173
001110000 0253
- 10010 0247
001210011 0246
- 00036 0107
001310012 0256
- 10017 0174
001410004 0253
- 1530 00000

C
C ALOG(X)
C
ALOG : , ENTRY,
BAS : 8, BASE, *
, ATI ,14
14, XTA ,
, NTR ,18
, U1A ,VGALOG
, ATX ,X
, B=X ,X
, A+X ,S/
, ATX ,Z
, A=X ,S2
, A/X ,Z
, ATX ,Z
, A+X ,Z
, NTR ,2
, A+X ,=4012 7400 1036 6620
, A+X ,=4057 7774 2514 7673
, A+X ,Z
, A=X ,L/
, ATX ,R
, XTA ,X
, AAX ,=7740 0000 0000 0000
, ASN ,64+7
, AEX ,=4320 0000 0000 0000
, A+X ,L2
, A+X ,R
13, UJ ,

C
C EXP(X)

0015
00151024 40000
- 00040 0016
001610010 0000
- 10000 0247
001710005 0220
- 10000 0253
002010010 0247
- 10017 0200
002110000 0247
- 10005 0227
002200026 40151
- 10004 0232
002300027 40170
- 10010 0247
002400037 0003
- 10004 0244
002510000 0251
- 00037 0000
002600031 0027
- 10000 0250
002710010 0251
- 00036 0107
003000031 0000
- 10012 0201
003100000 0251
- 10010 0253
003200037 0022
- 00026 40037

C
C EXP(X)
C
EXP : , ENTRY,
8, BASE, BAS
, ATI ,14
14, XTA ,
, ATX ,X
, A+X ,=6400 0000 0000 0006
, ATX ,R
, XTA ,X
, A+X ,/L
, ATX ,X
, A=X ,=R63,
, UZA ,VGEXP
, A+X ,=R127,
, U1A ,VNULE
, XTA ,X
, NTR ,3
, A+X ,=10
, ATX ,Z
, NTR ,
, YTA ,64-41
, ATX ,Y
, XTA ,Z
, ASN ,64+7
, YTA ,
, AEX ,B
, ATX ,Z
, XTA ,R
, NTR ,18
, UZA ,EXPN

00331624 74001
 - 10010 0202
 003410017 0250
 - 0022 40205
 003516004 0000
 - 1637 40034
 00360030 40042
 - 0022 00000
 00371624 74002
 - 10010 0206
 004010017 0250
 - 0022 40215
 004116004 0000
 - 1637 40040
 004210000 0253
 - 10017 0253
 004310024 0251
 - 1530 00000

EX : 14, VTM : =2
 : , XTA : E3
 : , A+X : Y
 : 14, A+X : E0
 : 14, VLM : EX
 : , UJ : URM
 EXPN : 14, VTM : =6
 : , XTA : U7
 EU : : , A+X : Y
 : 14, A+X : U0
 : 14, VLM : EU
 URM : : , ATX : R
 : , A+X : R
 : , B+X : Z
 : 13, UJ :

C
C ASIN(X)
C

0044
 00441024 40000
 - 00040 0016
 004516010 0000
 - 10000 0253
 004610014 0253
 - 10000 0251
 00471624 40201
 - 00037 0010
 00500027 40054
 - 10006 0177
 00510027 40162
 - 00034 0077
 00520131 40066
 - 0022 00000
 005310000 0251
 - 1624 40175
 0054
 005416010 0000
 - 10000 0254
 005510010 0251
 - 10017 0251
 005610004 0240
 - 10000 0250
 005710010 0237
 - 10016 0250
 006010017 0251
 - 10024 0254
 006110005 0254
 - 00007 0000
 006210014 0253
 - 1530 00000

ASIN : , ENTRY,
 : 8, BASE : BAS
 : , ATI : 14
 : 14, XTA :
 : , ATX : R
 : , AVX : R
 : , ATX : Z
 : 14, VTM : B
 : , NTR : B
 : , U1A : *A1
 : , X-A : R1
 : , U1A : VGASIN
 : , B+N : 64-1
 : 9, VJM : *SQ
 : , ATX : Z
 : 14, VTM : P7
 *A1 : : , BSS :
 : 14, XTA :
 : , ATX : AR
 : , XTA : Z
 : , A+X : Z
 : , A+X : =4164 2177 2273 5744
 : , ATX : Y
 : , XTA : =4164 2225 1270 6143
 : , A/X : Y
 : , A+X : Z
 : , B+X : AR
 : , A-X : AR
 : , AMX :
 : , AVX : R
 : 13, UJ :

C
C SQRT(X)
C

0063
 00631024 40000
 - 0124 40167
 006400040 0016
 - 16010 0000
 006500034 0100
 - 0022 00000
 0066
 006610000 0247
 - 00037 0004

SQRT : , ENTRY,
 : 8, BASE : BAS
 : 9, VTM : VP
 : , ATI : 14
 : 14, XTA :
 : , B+N : 64
 *SQ : : , BSS :
 : , ATX : X
 : , NTR : 4

00670026 40103
 - 00037 0020
 00700027 40157
 - 00036 0101
 00710000 0251
 - 10010 0247
 007210025 0247
 - 10017 0243
 007310004 0225
 - 00034 0140
 007410024 0251
 - 10000 0250
 007510010 0251
 - 00037 0022
 00760026 40100
 - 10010 0250
 007710017 0171
 - 10000 0250
 010010010 0247
 - 10016 0250
 010110004 0250
 - 00034 0077
 01021130 00000
 - 0022 00000
 010310010 0216
 - 1130 00000

UZA ALMA
 NTR 16
 U1A VGSORT
 ASN 64+1
 ATX Z
 XTA X
 B-X X
 A+X 34011 24 0705 5412
 A+X 3755 2851 2562 3331
 B+N 64+32
 B+X Z
 ATX Y
 XTA Z
 NTR 18
 UZA SOC
 XTA Y
 A+X S2
 ATX Y
 XTA X
 A/X Y
 A+X Y
 B+N 64-1
 UJ
 ALMA
 XTA
 UJ

C
C
C

ATAN(X)

0104
 01041024 40000
 - 00040 0016
 010516010 0000
 - 10000 0247
 010610014 0247
 - 10000 0251
 01071624 40201
 - 00034 0077
 01100027 40113
 - 10010 0177
 011110016 0251
 - 10000 0251
 01121624 40175
 - 0022 00000
 011316010 0000
 - 10010 0250
 011410010 0251
 - 10017 0251
 011510000 0252
 - 10017 0222
 011610004 0226
 - 10017 0252
 011710004 0234
 - 10017 0251
 012010005 0250
 - 00107 0000
 012110014 0247
 - 1530 00000

ATAN : ENTRY,
 8, BASE, BAS
 , ATI 14
 14, XTA
 , ATX X
 , AVX X
 , ATX Z
 14, VTM B
 , B+N 64-1
 , U1A +A
 , XTA R1
 , A/X Z
 , ATX Z
 14, VTM P/
 +A : 14, XTA
 , ATX Y
 , XTA Z
 , A+X Z
 , ATX Z2
 , A+X 3652 1170 6251 2170
 , A+X 3766 6 62 6101 7753
 , A+X Z2
 , A+X 4017 7517 4120 6761
 , A+X Z
 , A-X Y
 , AMX
 , AVX X
 13, UJ

C
C
C

INT(X)

0122
 0122 024 40000
 - 00040 0016
 012316010 0000
 - 00037 0003

INT : ENTRY,
 8, BASE, BAS
 , ATI 14
 14, XTA
 , NTR 3

A124 0004 0244
 - 00037 0000
 A12500034 0100
 - 530 00000

A+X =I0
 NTR
 E+N 64
 13, UJ

C
C
C SIN(X)

A126
 A1261024 40000
 - 00040 0016
 A12716010 0000
 - 10000 0247
 A13010014 0247
 - 10017 0176
 A13100037 0012
 - 0027 40144

SIN : ENTRY,
 8, BASE, BAS
 , ATI ,14
 14, XTA ,
 , ATX ,X
 , AVX ,X
 , A+X ,/P
 , NTR ,10
 , U1A ,*S3

A132
 A13200037 0003
 - 10004 0244
 A13300037 0022
 - 10000 0250
 A13400031 0030
 - 10000 0251
 A13510010 0250
 - 00036 0110
 A13600031 0000
 - 10000 0250
 A13710010 0251
 - 00037 0012
 A1401635 40142
 - 10006 0233
 A1410030 40143
 - 0022 00000

*S1 : BSS ,
 , NTR ,3
 , A+X ,=I0
 , NTR ,18
 , ATX ,Y
 , YTA ,64-40
 , ATX ,Z
 , XTA ,Y
 , ASN ,64+8
 , YTA ,
 , ATX ,Y
 , XTA ,Z
 , NTR ,10
 14, VTM ,*S4
 , X=A ,=4010 0 00 0000 0000
 , UJ ,*S2

A142
 A1420027 40143
 - 10006 0177
 A143
 A14310014 0250
 - 0022 00000

*S4 : BSS ,
 , U1A ,*S2
 , X=A ,R1
 *S2 : BSS ,
 , AVX ,Y

A144
 A14400034 0101
 - 10000 0251
 A14510017 0251
 - 10000 0252
 A14610017 0252
 - 10017 0255
 A14710004 0217
 - 10017 0251
 A15010004 0221
 - 10014 0247
 A1511530 00000

*S3 : BSS ,
 , E+N ,64+1
 , ATX ,Z
 , A+X ,Z
 , ATX ,Z2
 , A+X ,Z2
 , A+X ,=3651 2351 0531 4257
 , A+X ,=4025 5525 2514 3053
 , A+X ,Z
 , A+X ,=4056 4412 2310 5034
 , AVX ,X
 13, UJ

- 0022 00000

C
C
C COS(X)

A152
 A1521024 40000
 - 00040 0016
 A15316010 0000
 - 10000 0247
 A15410014 0247
 - 10000 0247
 A15510017 0176
 - 1624 00000
 A1560030 40132
 - 0022 00000

COS : ENTRY,
 8, BASE, BAS
 , ATI ,14
 14, XTA ,
 , ATX ,X
 , AVX ,X
 , ATX ,X
 , A+X ,/P
 14, VTM ,
 , UJ ,*S1

A157
 A1571624 40241
 - 0030 40153
 A160
 A1601624 40242
 - 0030 40153
 A161
 A1611624 40223
 - 0030 40153
 A162
 A1621624 40230
 - 0030 40153
 A163
 A16300043 0016
 - 00043 0016
 A1641624 40231
 - 00043 0016
 A1651531 74003
 - 0022 00000
 A1661531 74004
 - 0022 00000
 A167
 A1671530 00000
 - 0022 00000
 A17010010 0216
 - 1530 00000
 A171 4053 2404
 - 7463 1772
 A172 4013 2404
 - 7463 1772
 A173 3753 0562
 - 0577 3721
 A174 4013 0562
 - 0577 3722
 A175 4054 4417
 - 6052 1041
 A176 3752 1371
 - 4066 7117
 A177 4050 0000
 - 0000 0000
 A200 4053 4252
 - 1662 4534
 A201 4000 0000
 - 0000 0000
 A202 3650 3372
 - 1261 2611
 A203 3717 1246
 - 2007 1420
 A204 4013 0506
 - 7443 3357
 A205 4017 7777
 - 5424 6611
 A206 3051 4007
 - 7760 5675
 A207 3211 7406
 - 7125 7531
 A210 3352 7348
 - 6034 3024
 A211 3511 6624
 - 3002 3033
 A212 3616 1530
 - 2351 5710
 A213 3717 2775
 - 7375 6445
 A214 4013 0562
 - 0577 4000

VGSQRT : : BSS :
 14. VTM ,=6HSQRT
 : UJ ,VG
 VGALOG : : BSS :
 14. VTM ,=6HALOG
 : UJ ,VG
 VGEXP : : BSS :
 14. VTM ,=6HEXP
 : UJ ,VG
 VGASIN : : BSS :
 14. VTM ,=6HASIN
 : UJ ,VG
 VG : : BSS :
 : ITS ,14
 : ITS ,14
 14. VTM ,=I10
 : ITS ,14
 : CALL,PRINTA
 : CALL,STOP*
 VP : : BSS :
 13. UJ :
 VNULE : : XTA ,=0
 13. UJ :
 S2 : : LOG ,4053 2404 7463 1772
 S/ : : LOG ,4013 2404 7463 1772
 L/ : : LOG ,3753 0562 0577 3721
 L2 : : LOG ,4013 0562 0577 3722
 P/ : : LOG ,4054 4417 6052 1041
 /P : : LOG ,3752 1371 4066 7117
 R1 : : LOG ,4050 0000 0000 0000
 /L : : LOG ,4053 4252 1662 4534
 B : : LOG ,4000 0000 0000 0000
 E3 : : LOG ,3650 3372 1261 2611
 E2 : : LOG ,3717 1246 2007 1420
 E1 : : LOG ,4013 0506 7443 3357
 E0 : : LOG ,4017 7777 5424 6611
 U7 : : LOG ,3051 4007 7760 5675
 U6 : : LOG ,3211 7406 7125 7531
 U5 : : LOG ,3352 7348 6034 3024
 U4 : : LOG ,3511 6624 3002 3033
 U3 : : LOG ,3616 1530 2351 5710
 U2 : : LOG ,3717 2775 7375 6445
 U1 : : LOG ,4013 0562 0577 4000

```

0215 4050 0000          U0      : , LOG ,4050 00 0 0000 0000
      0000 0000
0216 0000 0000 0000 0000
0217 4025 5525 5514 3053
0220 6400 0000 0000 0000
0221 4054 4412 2310 5034
0222 3652 1170 2250 2170
0223 2125 4120 1002 0040
0224 4012 7206 1030 6620
0225 3755 2651 2562 3331
0226 3766 6062 2100 7753
0227 4317 6000 0000 0000
0230 2025 1511 2342 0040
0231 6400 0000 0000 0012
0232 4357 7000 0000 0000
0233 4010 0000 0000 0000
0234 4017 7317 4120 6761
0235 3651 2351 0530 4257
0236 4320 0000 0000 0000
0237 4164 7225 1270 6143
0240 4164 7177 7273 5744
0241 2465 0522 2502 0040
0242 2024 6117 2162 0040
0243 4011 3424 6705 5412
0244 6400 0000 0000 0000
0245 4057 7774 2514 7673
0246 7740 0000 0000 0000
0247          X      : , BSS ,1
0250          Y      : , BSS ,1
0251          Z      : , BSS ,1
0252          Z2     : , BSS ,1
0253          R      : , BSS ,1
0254          AR     : , BSS ,1
                        , END ,

```

ТАБЛИЦА ОПИСАНИЯ:

```

4000  4245425100000000 0000000040077776 000000004077772
4003  0000400603000000 0000400563000000 6364576014000000
4006  6062513664410000

```

ЧИСЛО ПЕРФ. 0301 ЧИСЛО ОШИБ. ОПЕРАТОРОВ 0000
+READ OLD
+END FILE