

48406

Б-144

+

4281/78



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
Багинян, С. А. и др.  
Б 1-10-11797

Б 1-10-11797

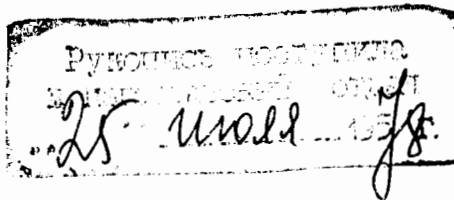
ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Багинян С.А., Бубелева Л.В., Морсз В.И., Попкова Л.В.

Б1-10-11797

АЛГОРИТМ ПРОВЕРКИ МАСОК СОБЫТИЙ

II. ОБЩИЙ СЛУЧАЙ. ПРОЦЕДУРА ТРАСК-МАТЧ



## О Г Л А В Л Е Н И Е

Введение.

- I. Информация, определяющая работу программы *BERD* .
2. Анализ исходной информации.
3. Переход из системы координат измерительного стола в оптическую систему координат.
4. Реконструкция вершины.
5. Поиск соответствующих друг другу треков на разных стереопроекциях.
6. Необходимые условия для успешной пространственной реконструкции треков.
7. Проверка соответствия и правильности измерения проекций трека.
8. Тесты для троек.
9. Мнимый трек
- IO. Возможности рассматриваемого метода анализа качества измерения масок.
- II. Сообщения и признаки ошибок.
- I2. Приложение.
- I3. Рисунки.
- I4. Литература.

## А Н Н О Т А Ц И Я

Программа **BERD** предназначена для контроля измерений масок событий, зарегистрированных в водородной пузырьковой камере и в других трековых камерах. Маска представляет собой совокупность измеренных точек, при этом на каждой проекции трека имеется три точки, измеренные с точностью  $20 \div 40$  мкм.

Для измерения масок использованы столы БПС-2 на линии с ЭВМ-ТРА-1001.

Анализируя маску события, программа **BERD** для каждого пространственного трека определяет соответствующие ему проекции (процедура TRACK-MATCH). Маска событий считается измеренной правильно, если программой **BERD** событие может быть правильно реконструировано в пространстве (объеме камеры).

Программа **BERD** написана на языке ФОРТРАН-63 для ЭВМ СДС-1604.

## Введение

Программа **BERD** предназначена для контроля измерений масок событий, зарегистрированных в водородной пузырьковой камере и в других трековых камерах. Маска представляет собой совокупность измеренных точек, при этом на каждой проекции трека имеются три измеренные точки с точностью  $20 \pm 40$  мкм. Для измерения масок используются столы БПС-2 на линии с ЭВМ-ТРАМОН/5/.

Анализируя маску события, программа **BERD** для каждого пространственного трека определяет соответствующие ему проекции (процедура **TRACK-MATCH**). Маска события считается измеренной правильно, если по ней программой **BERD** событие может быть правильно реконструировано в пространстве (объеме камеры).

Таким образом, программа **BERD** представляет собой программу геометрической реконструкции с блоком **TRACK-MATCH**, рассчитанную на обработку событий с числом треков до 20 и измерениями трех точек на каждой проекции трека.

При реконструкции треков пренебрегается неоднородностью магнитного поля и ионизационными потерями. Точнее говоря, эти факторы учитываются только при выборе значений критериев, используемых в процедуре **TRACK-MATCH**.

Блок пространственной реконструкции рассчитан на фотографическую систему камеры с параллельными оптическими осями, которые перпендикулярны к поверхностям раздела оптических сред. Реперные кресты на проекции должны быть заданы в "оптической" системе координат: ось **Oz** направлена вдоль оптической оси, начало координат на проекции лежит в точке пересечения оптической оси и плоскости изображения, оси **Ox** и **Oy** на проекции параллельны **Ox** и **Oy**.

Настоящий вариант программы написан на языке ФОРТРАН-63 для ЭВМ СДС-1604А. Длина программы вместе с общими массивами составляет 9695 слов. Обработка одного события вместе с вводом информации с МЛ и выдачей результата на АЦПУ занимает  $2 \pm 3$  секунды.

Контроль измерений масок событий с помощью программы геометрической реконструкции был, по-видимому, впервые осуществлен в Колумбийском университете США /9/. Но заложенная в измерительный стол логика не требовала от программы геометрической реконструкции автоматического опознавания проекций трека на различных стереопроекциях (т.е. процедуры **TRACK-MATCH**), и в этом отношении эта программа близка к работе /4/.

## 1. Информация, определяющая работу программы BERD

Информация, определяющая работу программы **BERD**, пробивается на перфокартах и вводится в следующем порядке:

а) номер рулона, номер минимального и максимального кадров, которые должны быть обработаны;

б) координаты опорных крестов в оптической системе координат на каждой проекции: таких крестов три:

$$((FID_1(I, J), FID_2(I, J), FID_3(I, J), \bar{I}=1, 2), J=1, 2, 3)$$

$I=1$  - координата  $x$ ,  $I=2$  - координата  $y$ ,  $J$  - номер проекции.

в) координаты оптических осей:

$$((OC(\bar{I}, J), \bar{I}=1, 2), J=1, 2, 3);$$

г) коэффициенты преломления сред на пути светового луча от объекта до объектива:

$$(CN(\bar{I}), \bar{I}=1, 2);$$

д) толщины сред на пути луча света от объекта до объектива:

$$(CD(\bar{I}), \bar{I}=1, 2);$$

е) Таблица поправочных коэффициентов  $(BE(\bar{I}, J), \bar{I}=1, 2, J=1, 2, 3)$  для каждой из проекций ( $J = 1, 2, 3$ ).

ж) расстояние  $Z_f$  от выходного зрачка до пленки ( $ZF$ ).

Для случая 2м водородной камеры "Людмила" и данных по п.б) и в), взятых из программы **THRESH** (НРД) /8/, условие симметричного расположения объективов относительно оптической системы координат приводит к следующим сдвигам для координат опорных крестов и оптических осей:

$$x_{\text{оп.кр.}} = x_{\text{оп.кр.}} + C_x,$$

$$C_x = -1.141 \text{ см},$$

$$y_{\text{оп.кр.}} = y_{\text{оп.кр.}} + C_y,$$

$$C_y = -18.626 \text{ см},$$

$$y_{\text{оп.оси}} = y_{\text{оп.оси}} + C,$$

$$C = 16.0765 \text{ см}$$

(запись в фортранном смысле, величины приведены для камеры "Людмила").

## 2. Анализ исходной информации

Исходной информацией для программы **BERD** являются выдача на МЛ программы **PRENTST** /3/.

Чтение с МЛ происходит буферной операцией, считающей по 500 слов.

Следует иметь в виду, что на одном кадре может быть одновременно измерено несколько масок событий.

Критерием принадлежности вновь считанной записи к данному событию являются номер кадра и номер события. При их совпадении с предыдущими номерами кадра и события принимается, что была считана информация об очередной стереопроекции данного события.

На этом уровне возможно обнаружить следующие ошибки.

2.1. Число стереопрооекций не должно превосходить 3 или быть равным 1; если это так, то данное событие бракуется, выдается на печать сообщение (II. I.1, II. I.2) и происходит переход к следующему событию.

Если ошибки не было, то на печать выдается сообщение о числе измеренных стереопрооекций, которое должно быть равно 2 или 3.

2.2. Проверяется номер проекции события, который должен быть в интервале (1, 3).

Если это не так, то бракуется проекция и выдается соответствующее сообщение (III. I.3).

В дальнейшем контроле вместо сообщения программа печатает признак ошибки (см. § II.2)

2.3. Проверяется не измерены ли ошибочно для данного события проекции с одинаковыми номерами. Если да, то событие бракуется и происходит переход к обработке следующего события. (признак ошибки 1).

Если все в порядке, начинается проверка информации, относящейся к каждой стереопроекции.

2.4. Номер события допускается в интервале (1, 8). Если это условие нарушено, то стереопроекция бракуется (признак ошибки 2)

2.5. Проверяется, измерены ли координаты опорных крестов на снимке. Если не измерены, стереопроекция бракуется и происходит переход к обработке следующей (признак ошибки 3).

2.6. Проверяется, задана ли в исходной информации цена единицы отсчета на БПС-2, в противном случае стереопроекция бракуется и программа переходит к обработке следующей (признак ошибки 4).

2.7 Если одна из координат точек маски события отсутствует стереопроекция бракуется, и программа переходит к обработке следующей стереопроекции (признак ошибки 5).

2.8. Производится проверка отличия от нуля номеров треков (кроме пучкового) события. Если номер какого-либо трека равен 0, бракуется стереопроекция (признак ошибки 6).

2.9. Номер трека не должен превосходить число 20. В противном случае, бракуется стереопроекция (признак ошибки 7).

2.10. Если на проекции измерены треки с одинаковыми номерами проекция бракуется (признак ошибки 8).

После этих проверок выдается на печать число оставшихся стереопроекций.

При удовлетворении условия  $2 \leq N \leq 3$  выдается подпрограмма TEST2, которая является диспетчером дальнейшей работы программы.

### 3. Переход из системы координат измерительного стола в оптическую систему координат.

Для удобства в дальнейшей работе программой формируются массивы:

$$XV(I), YV(I), XMP(J, K, I), YMP(J, K, I) \quad , \text{ где}$$

$XV, YV$  - координаты вершины события, а

$XMP, YMP$  - координаты средней и крайней точки на треке в системе измерительного стола, где  $I = 1, 3$  номер проекции,  $J = 1, 2$  номер точки на треке,  $K$  - номер трека.

Число треков данного события ( $NEV$ ) определяется как максимальное число треков на разных проекциях. (Считается, что на одной из проекций должны быть измерены все треки).

Аффинное преобразование

$$X_{opt} = a_1 * X_{ст} + b_1 * Y_{ст} + c_1 \quad (3.1)$$

$$Y_{opt} = a_2 * X_{ст} + b_2 * Y_{ст} + c_2$$

определяет переход из системы координат измерительного стола



в оптическую систему координат на каждой из проекций.

Для определения коэффициентов преобразования  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$  используются координаты измеренных трех опорных крестов и координаты этих же крестов в оптической системе координат. Эти коэффициенты определяются из решения двух независимых систем из трех линейных уравнений с тремя неизвестными. В программе эти системы решаются по правилу Крамера.

Используя формулу (3,1), найдем координаты проекций вершины средней и крайней точек трека в оптической системе координат. (В программе это массивы  $XVO, YVO, XMO, YMO$ ).

Кроме того, необходимо внести поправки в соответствии с блоком CORREC из *THRESH* (см. § I, лс). Обозначим через  $(x_c, y_c)$  координаты точек трека в оптической системе координат до введения поправки и через  $(x, y)$  после введения поправки.

Тогда данная процедура будет выглядеть следующим образом:

$$t_{rx} = x_c / zF \quad t_{ry} = y_c / zF \quad (\text{где } zF - \text{см. § 1, н.ж.})$$

$$tidx = D * t_{rx}$$

$$tidy = D * t_{ry} + BE(7, J) * t_{rx}^2$$

$$\text{где: } D = 1 + BE(1, J) * t_{rx} + BE(2, J) * t_{ry} + BE(3, J) * t_{rx} * t_{ry} + BE(4, J) * t_{rx}^2 + BE(5, J) * t_{ry}^2 + BE(6, J) * (t_{rx}^2 + t_{ry}^2)^2$$

$J$  - номер проекции.

И окончательно:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = zF * \begin{pmatrix} tidx \\ tidy \end{pmatrix}$$

Этот блок служит для внесения малых поправок, компенсирующих отличие реальной оптики камеры от принятой модели.

§ 4. Реконструкция вершины

Для реконструкции вершины события по результатам измерения на проекциях  $i$  и  $j$  делается переход из оптической системы в систему координат данной стереопроекции  $i, j$ :

$$\begin{pmatrix} x^* \\ y^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi_{ij} & -\sin \psi_{ij} \\ \sin \psi_{ij} & \cos \psi_{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

где:

$$\cos \psi_{ij} = \frac{y_i - y_j}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}}$$

$$\sin \psi_{ij} = \frac{x_i - x_j}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}}$$

$x, y$  — координаты оптических осей  $i$  и  $j$  стереопроекции.

Координаты оптических осей в системе стереопары обозначим  $(x^*, y^*)$ .

Пространственные координаты вершины вычисляются по формулам

$$z_{ij} = \frac{b_{ij} - y_i^* \varphi_i + y_j^* \varphi_j}{y_i^* \varphi_i - y_j^* \varphi_j}$$

$$x_{ij} = \frac{1}{2} [x_i (z_{ij} \varphi_i + \varphi_i) + x_j (z_{ij} \varphi_j + \varphi_j) + x_i + x_j] \quad (4)$$

$$y_{ij} = \frac{1}{2} [y_i (z_{ij} \varphi_i + \varphi_i) + y_j (z_{ij} \varphi_j + \varphi_j) + y_i + y_j]$$

где:  $b_{ij} = y_j^* - y_i^*$ , а  $\varphi_i, \varphi_j$  определяются оптической фотографической системой пузырьковой камеры и вычисляются по формулам:

$$\varphi = R/z \quad \varphi_i = \frac{\text{tg } \theta_{\text{обс.}}}{z} = \frac{\text{tg } \theta_r}{z}$$

где:

$$z = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{tg } \theta = \frac{1}{z_f} \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{tg } \theta_j = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{n_j}{n_1}\right)^2 \left(\frac{1}{\text{tg}^2 \theta} + 1\right) - 1}}$$

$n_j$  ( $j=1, \dots, 8$ ) - коэффициенты преломления сред (см. § I п. 2)

$$R = \sum_{j=1}^7 d_j \cdot \lg \theta_j$$

$d_j$  ( $j=1, 7$ ) - толщины сред (см. § I п. 2, рис. 4).

Значения функций  $\varphi, \varphi_1$  вычисляет подпрограмма *COUNTC*

Реконструированная вершина событий для любой стереопары должна попасть в рабочий объем камеры, т.е.

$$\begin{aligned} x_{\min} < x_{ij} < x_{\max} \\ y_{\min} < y_{ij} < y_{\max} \\ z_{\min} < z_{ij} < z_{\max} \end{aligned}$$

Если это условие не выполнено, то маска события бракуется (признак ошибки 9).

Если вершина события измерена на 3 проекциях, то она может быть реконструирована на трех разных стереопарах.

В этом случае разброс реконструированных точек не должен превышать допуска  $T$ , т.е.

$$\begin{aligned} \sum_{(i,j)}^3 (x_{ij} - \frac{1}{3} \sum_{(i,j)}^3 x_{ij})^2 < T_x \\ \sum_{(i,j)}^3 (y_{ij} - \frac{1}{3} \sum_{(i,j)}^3 y_{ij})^2 < T_y \\ \sum_{(i,j)}^3 (z_{ij} - \frac{1}{3} \sum_{(i,j)}^3 z_{ij})^2 < T_z \end{aligned} \quad (4.2)$$

При разбросе, превышающем допуск, маска события бракуется (признак ошибки 10).

### § 5. Поиск соответствующих друг другу треков на разных стереопроекциях.

Каждая проекция трека стереопроекции  $V1$  исследуется на возможность пространственной реконструкции со всеми проекциями треков на стереопроекции  $V2$  ( $V1, V2, V3$  - условные номера проекций, каждый из которых может принимать любое значение).

По аналогии с [2] введем ряд определений.

Пару проекций треков  $K$  и  $L$  на стереопроекциях  $V1$  и  $V2$  мы назовем возможной, если данная пара удовлетворяет необходимым условиям пространственной реконструкции. (Эти условия описаны в § 7).

Списки возможных пар проекций треков могут выглядеть, например, как показано на рис. 1.

Список I	Список II	Список III
$V_1 - V_2$	$V_2 - V_3$	$V_3 - V_1$
$\left( \begin{array}{c} 1, 1 \\ 1, 2 \\ 3, 3 \\ 4, 3 \\ 4, 4 \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{c} 3, 3 \\ 4, 4 \end{array} \right)$	$(2, 2)$

Рис. 1.

### Списки пар проекций треков

Списков может быть от одного до трех.

Возможная пара называется оригинальной, если проекции трека, входящие в эту пару, не встречаются в другой паре любого списка. Примером оригинальной пары может служить пара (2, 2) из списка третьего. Остальные пары называются сомнительными.

Программа находит все оригинальные пары (MATCH2) и вычеркивает их из списков (SPWIO2). Найти оригинальную пару, это значит найти комбинацию номеров проекций трека на разных стереопроекциях, которые однозначно соответствуют одному пространственному треку.

Поэтому, число найденных оригинальных пар соответствует такому же числу пространственных треков. Оригинальная пара составляется из проекций трека на двух стереоснимках ( $V_1, V_2$ ). С целью обнаружения потери или искажения информации по вине оператора на третьей проекции ( $V_3$ ), реконструированный пространственный трек, соответствующий оригинальной паре, проектируется на проекцию  $V_3$ . Если попытка составить возможную пару этой "мнимой" проекции трека на  $V_3$  хотя бы с одной из проекций треков на  $V_1$  или  $V_2$ , входящих в исходную оригинальную пару, окончится успехом, то программа западает предупреждение оператору-измерителю. Соответствующие формулы даны в §9.

#### 5.1. Анализ единственного списка с сомнительными парами

Пусть после выбора оригинальных пар останется один список (множество) с сомнительными парами (см., например, рис. 2.).

$$\begin{pmatrix} 1, 1 \\ 1, 2 \\ 2, 7 \\ 7, 7 \end{pmatrix}$$

Рис.2.

Список, содержащий сомнительные пары

Две пары в списке, имеющие общую компоненту, называются родственными парами.

Например: (1.1) и (1.2).

Число различных компонент пар в списке (рис.2) в левом столбце и в правом обозначим соответственно  $N_P$  и  $N_{\bar{P}}$ .

Если  $N_P \neq N_{\bar{P}}$ , то маска события бракуется. Для  $N_P = N_{\bar{P}}$  маска события бракуется, если из этого списка невозможно выделить (новый) список, содержащий  $N_P$  пар, являющихся в этом новом списке оригинальными.

Процедура такого анализа исходного списка для  $N_P = N_{\bar{P}}$  сводится к анализу специальной матрицы, состоящей из нулей и единиц. (см. Приложение).

Опираясь на доказанную в этом приложении теорему и на следствие из нее, полный перебор всех возможных комбинаций пар из списка заменяется на вычисление детерминанта или миноров этой специальной матрицы.

По неравенству нулю детерминанта матрицы или минора <sup>NE</sup> нулевого элемента, делается заключение о возможности составления списка, содержащего только  $N_P$  оригинальных пар.

Эти пары определяют в пространстве  $N_P$  треков. Здесь и в дальнейшем изложении число уже определенных пространственных треков обозначим  $N_{МАТСН}$ .

Если  $N_{МАТСН} + N_P = N_{EV}$ , то ( $N_{EV}$  см. § 3) маска события считается измеренной правильно. В противном случае маска события бракуется (признак ошибки Iб).

## 5.2. Построение и тестирование троек

Пусть теперь после выбора оригинальных пар останется несколько списков с сомнительными парами.

Из сомнительных пар составляется список троек ( $TRIPLE$ )

В нашем примере (рис.1) из пары (3,3) списка I и пары (3,3) списка II можно составить тройку (3, 3, 3). Аналогично из пары (4,3) списка I и пары (3,3) списка II можно составить тройку (4, 3, 3).

Введем некоторые определения.

Тройка называется оригинальной, если ни одна из ее компонент не входит ни в одну из других троек.

В противном случае тройка называется сомнительной.

Неопределенной тройкой мы называем сомнительную пару, не вошедшую ни в одну из составленных троек и преобразованную в тройку с отсутствующей компонентой.

Две тройки называются родственными, если они имеют хотя одну общую компоненту. Две тройки  $T_I$  и  $T_n$  называются эквивалентными, если имеются  $(n-2)$  других троек  $T_i$  таких, что  $T_i$  родственна  $T_{i+1}$  для  $i = 1, \dots, n-1$ . Тройка называется замкнутой, если она получена из трех списков пар и так, что первая компонента пары из I списка равна второй компоненте пары из третьего списка. Понятие замкнутости используется при определении средней компоненты тройки. Процесс опознавания пространственных треков по троек состоит в анализе троек с учетом приведенной выше их классификаций и начинается с выбора оригинальных троек из всего множества троек (MATCH 3), и вычеркивания их из списка (множества). Результат этой процедуры приведет к одному из двух случаев: либо 5.2.1, либо 5.2.2.

### 5.2.1 Все тройки оригинальны

Обозначим число оригинальных троек через  $M$ . Тогда, если  $MATCH + M = MEU$ , то маска события считается измеренной правильно. В противном случае маска события бракуется (признак ошибки I8).

### 5.2.2. Не все тройки оригинальны

Ка каждой тройке оставшегося списка применяем два теста, которые описаны в § 8. Обозначим множество троек, удовлетворяющих тестам, через  $\omega$ . К этому множеству троек  $\omega$  снова применяется процедура выбора оригинальных троек. Это множество оригинальных троек обозначим  $\omega_2$ .

Множеству троек  $\omega$  сопоставляется множество пар  $\omega_I$ , из которых построены эти тройки. Из этого множества пар  $\omega_I$  исключаются пары, родственные парам, образующим оригинальные тройки  $\omega_2$ .

К оставшемуся множеству пар  $\omega_3$  снова применяется процедура выбора оригинальных пар, что исключает несправданное требование повторного измерения события (см. рис. 3).

Список I

$$\begin{pmatrix} 5 & , & 4 \\ 5 & , & 5 \\ 6 & , & 5 \\ 6 & , & 6 \end{pmatrix}$$

Список II

$$\begin{pmatrix} 4 & , & 4 \\ 4 & , & 5 \\ 5 & , & 5 \\ 5 & , & 6 \\ 6 & , & 5 \\ 6 & , & 6 \end{pmatrix}$$

Выделяется пара (4 4).

Список троек:

$$\begin{pmatrix} 5,4,4 & - \\ 5,4,5 & - \\ 5,5,5 & + \\ 5,5,6 & - \\ 6,5,5 & - \\ 6,5,6 & - \\ 6,6,5 & - \\ 6,6,6 & + \end{pmatrix}$$

Рис. 3. Пример выбора пары (4,4) после анализа списка пары

Применение тестов и исключение троек, не удовлетворяющих тестам, может привести либо к тому, что множество  $\omega$  будет содержать только оригинальные тройки (5.2.2.1), либо к множеству  $\omega$  содержащему также сомнительные тройки (5.2.2.2).

#### 5.2.2.1 Множество $\omega$ содержит только $\mathcal{M}$ оригинальных троек

В этом случае рассмотрим сумму  $\text{MATCH} + \mathcal{M}$ , если  $\text{MATCH} + \mathcal{M} = \mathcal{M} \in V$ , то маска события считается измеренной правильно. В противном случае оператору дается указание повторить измерение маски (признак ошибки I8).

#### 5.2.2.2. Множество $\omega$ содержит родственные тройки

Введем определение: группа троек, каждая из которых эквивалентна хотя бы одной тройке этой группы, образует класс эквивалентных троек.

Разобьем множество троек  $\omega$  на классы эквивалентных троек. Обозначим число полученных классов через  $m$ .

Нас интересует, какое максимальное число неродственных троек содержится в каждом классе. Применяя алгоритм, облегчающий

полный перебор, найдем это число для каждого  $i$ -ого класса  $(NT_i)$ .

Если  $N_{MATCH} + \sum_{i=1}^m NT_i = NEN$ , то маска события считается измеренной правильно. В противном случае маска события бракуется (признак ошибки I7).

### § 6. Необходимые условия для успешной пространственной реконструкции треков

Для успешной реконструкции точек трека на рассматриваемой стереопаре его проекции должны удовлетворять приведенным ниже условиям а)–д) (эти условия являются необходимыми).

а) Проекция трека не идет вдоль стереобазы. Синус угла, образуемого хордой трека на проекции  $i$  со стереобазой  $(i, j)$ , вычисляются по формуле:

$$\sin \theta_{i(i,j)} = \frac{x_3^* - x_1^*}{\sqrt{(x_3^* - x_1^*)^2 + (y_3^* - y_1^*)^2}}$$

Для того, чтобы реконструкция была успешной, необходимо одновременное выполнение условий:

$$|\sin \theta_{i(i,j)}| > \text{const} \quad \text{и} \quad |\sin \theta_{j(i,j)}| > \text{const}$$

б) Угол  $\varphi$  поворота проекции трека должен быть меньше  $180^\circ$ . Если  $\xi < 0$ , то  $\varphi < 180^\circ$ , где

$$\xi = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 - (x_3 - x_1)^2 - (y_3 - y_1)^2$$

Для успешной реконструкции должно быть  $\xi < 0$ . (Отметим, что оператором дана инструкция измерять треки на углах поворота до  $90^\circ$ ).

в) Отсутствуют участки трека, направленные вдоль стереобазы. Центр  $(x_{\text{ц}}, y_{\text{ц}})$  и радиус  $R$  окружности, проходящей через три измеренные на проекции трека точки, запишутся в виде:

$$x_4 = \frac{1}{2} \frac{(y_3 - y_1)(x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2) - (y_2 - y_1)(x_3^2 - x_1^2 + y_3^2 - y_1^2)}{(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1)}$$

$$y_4 = \frac{1}{2} \frac{(x_2 - x_1)(x_3^2 - x_1^2 + y_3^2 - y_1^2) - (x_3 - x_1)(x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2)}{(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1)}$$

$$R^2 = (x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2$$



Координаты  $x_{\text{ц}}$  и  $y_{\text{ц}}$  вычислены в системе стереопары. Для того чтобы ни один участок проекции трека не был направлен вдоль стереобазы, достаточно выполнение следующих условий:

$$y_{\text{I}}^{\text{ж}} < y_{\text{ц}}^{\text{ж}} \quad \text{и} \quad y_{\text{2}}^{\text{ж}} < y_{\text{ц}}^{\text{ж}} \quad \text{и} \quad y_{\text{3}}^{\text{ж}} < y_{\text{ц}}^{\text{ж}}$$

или

$$y_{\text{I}}^{\text{ж}} > y_{\text{ц}}^{\text{ж}} \quad \text{и} \quad y_{\text{2}}^{\text{ж}} > y_{\text{ц}}^{\text{ж}} \quad \text{и} \quad y_{\text{3}}^{\text{ж}} > y_{\text{ц}}^{\text{ж}}$$

г) Обе проекции трека лежат по одну сторону от стереобазы. Это значит, должно выполняться условие:

$$\sin \theta \text{ определен в а).} \quad \sin \theta_{i(i,j)}^* \cdot \sin \theta_{j(i,j)}^* > 0$$

д) Проекция трека имеют одинаковый знак кривизны на различных проекциях данной стереопары.

Сначала проверяется, измерима ли кривизна трека на обеих проекциях. Для этого вычисляется стрела прогиба проекции трека.

$$h_i = \frac{1}{2} \frac{(x_2^* - x_1^*)(y_3^* - y_1^*) - (y_2^* - y_1^*)(x_3^* - x_1^*)}{\sqrt{(x_3^* - x_1^*)^2 + (y_3^* - y_1^*)^2}}$$

Если  $|h_i| > \text{const}$  и  $|h_j| > \text{const}$ , то проверяется условие

$$h_i \cdot h_j > 0$$

### 6.1. Реконструкция пространственных точек

Если пара проекций трека удовлетворяет условиям а)-д), программа переходит к реконструкции в пространстве квазисоответствующих точек.

Рассмотрим, для определенности, порядок вычислений при реконструкции второй точки на стереопаре  $i, j$ .

Положим  $\theta = \text{I}$ , и вычислим  $\varphi_{i i}$ ,  $\varphi_i$  для точки  $(x_{2i}, y_{2i})$  по формулам

$$x_j^* = x_{2i}^* \cdot \theta \tag{6.20}$$

$$y_j^* = y_{2i}^* \pm \sqrt{r_j^2 - (x_{2i}^* - x_j^*)^2} \tag{6.21}$$

Знак перед корнем выбирается из условия:

если  $y_{ij}^* > y_{2i}^*$ , то "+",

если  $y_{ij}^* < y_{2i}^*$ , то "-"

$$Z = \frac{y_i - y_j - (y_{2i} * \varphi_i - y_j * \varphi_j)}{y_{2i} * \varphi_i - y_j * \varphi_j}$$

$$\delta = \frac{Z * \varphi_j + \varphi_i}{Z * \varphi_i + \varphi_j}$$

После того, как вычислено новое значение  $\delta$ , делаем следующую итерацию, начиная с 6.20. Итерации обрываются, если  $|Z_{y_{i+1}} - Z_y| < 0.001$  см, где  $y$  - номер итерации. Практически достаточно двух итераций.

Пространственные координаты  $x^*, y^*$  вычисляются по формулам (4.1).

При реконструкции пространственных точек, выполняются две вспомогательные проверки:

- под корнем (6.21) не должно появляться отрицательное число (6.22)

-  $(x_1^* - x_2^*) * (x_{\text{проекция,1}} - x_{\text{проекция,2}}) > 0$  (6.23)

Дополнительные проверки включены для удобства отладки программы. Успешное выполнение дополнительных условий (6.22) и (6.23) гарантируется необходимыми условиями а)÷д).

## § 7 Проверка соответствия и правильности измерения проекций трека

Если рассматриваемая пара проекций измерена правильно и принадлежит одному пространственному треку, то должны успешно быть выполнены проверки (7.1) и (7.2).

### 7.1. Проверка на попадание в рабочий объем камеры

Реконструированные квазисоответствующие точки должны попасть в рабочий объем камеры (см. 4.2.).

### 7.2. Проверка реконструированного трека на гладкость в плоскости ( $\eta, z$ )

Если магнитное поле направлено вдоль оси  $z$  и неоднородность его пренебрежима, то  $d$  - угол погружения трека ( $d$  - угол между импульсом частицы и  $z$ ) можно считать интегралом движения. (Постоянство  $d$  будет нарушаться многократным ядерным рассеянием, но в условиях водородной камеры эти факторы малы).

В таком случае реконструированные пространственные точки должны лежать вблизи прямой на плоскости  $(\eta, z)$ , где  $\eta$  - угол поворота, проекции на плоскость  $(x, y)$  пространственного трека. Это условие назовем критерием гладкости трека на плоскости  $(\eta, z)$ . Получим соответствующие формулы.

На каждом треке реконструируется 5 точек. Одна точка - вершина, а четыре остальные получены при реконструкции средней и крайней точек маски с проекции  $i$ -ой на  $j$ -ую, и с  $j$ -ой на  $i$ -ую. Программа упорядочивает эти точки в порядке возрастания по координате  $x$  и преобразует полученные точки трека в систему координат трека, где

$$y_1 = y_5 = 0 \quad x_1 = -x_5$$

$$x_i' = \left[ x_i^* - \frac{1}{2}(x_1^* + x_5^*) \right] \cos \gamma + \left[ y_i^* - \frac{1}{2}(y_1^* + y_5^*) \right] \sin \gamma$$

$$y_i' = - \left[ x_i^* - \frac{1}{2}(x_1^* + x_5^*) \right] \sin \gamma + \left[ y_i^* - \frac{1}{2}(y_1^* + y_5^*) \right] \cos \gamma$$

$$\sin \gamma = \frac{y_5^* - y_1^*}{\sqrt{(x_5^* - x_1^*)^2 + (y_5^* - y_1^*)^2}}$$

$$\cos \gamma = \frac{x_5^* - x_1^*}{\sqrt{(x_5^* - x_1^*)^2 + (y_5^* - y_1^*)^2}}$$

Далее проводится аппроксимация полученных точек  $(x', y')$  параболой  $y = ax^2 + b$ .

Коэффициенты  $a$  и  $b$  подбираются из условия минимума  $D^2$ , где

$$D^2 = \sum_{i=1}^5 (y_i' - ax_i'^2 - b)^2$$

откуда:

$$a = \frac{5 \sum y_i' x_i'^2 - \sum x_i'^2 \sum y_i'}{5 \sum x_i'^4 - (\sum x_i'^2)^2}$$

$$b = \frac{\sum x_i'^4 \sum y_i' - \sum y_i' x_i'^2 \sum x_i'^2}{5 \sum x_i'^4 - (\sum x_i'^2)^2}$$

В системе координат  $(x', y', z)$  координаты  $(x_4', y_4')$  центра кривизны параболы в ее вершине запишутся в виде:

$$\begin{aligned} x'_{\text{Ц}} &= 0 \\ y'_{\text{Ц}} &= -\frac{l}{2a} + b \end{aligned}$$

Заменяем параболу окружностью с центром  $(x'_{\text{Ц}}, y'_{\text{Ц}})$  и радиусом  $l/2a$  (см. § 6, б). Определим таблицу дуг  $\eta$ , соответствующих реконструированным точкам.

$$\eta_1 = 0$$

$$\eta_2 = \eta_1 + \eta_{12}$$

где

$$\eta_{12} = \arcsin \frac{(x_1' - x_4')(y_2' - y_5') - (x_2' - x_4')(y_1' - y_5')}{\sqrt{(x_1' - x_4')^2 + (y_1' - y_5')^2} \sqrt{(x_2' - x_4')^2 + (y_2' - y_5')^2}}$$

$$\eta_3 = \eta_2 + \eta_{23} \quad \text{и т.д.}$$

Проведем аппроксимацию реконструированных точек на плоскости  $(\eta, z)$  прямой  $z = \chi \eta + \chi_0$ .

Коэффициенты  $\chi$  и  $\chi_0$  определим из условия минимума  $E^2$ , где:

$$E^2 = \sum_{i=1}^2 (z_i - \chi \eta_i - \chi_0)^2 \quad (7.3) \quad (7.3)$$

откуда имеем:

$$\chi = \frac{5 \sum z \eta - (\sum z)(\sum \eta)}{5 \sum \eta^2 - (\sum \eta)^2}$$

$$\chi_0 = \frac{(\sum \eta^2) \sum z - (\sum z \eta) \sum \eta}{5 \sum \eta^2 + (\sum \eta)^2}$$

Подставив  $\chi$  и  $\chi_0$  в (7.3) получим минимум  $E^2$ . Учет измерительных ошибок дает дисперсию  $z$ , которая может быть записана [1] в упрощенном виде, как

$$Dz = A_0 \sum B_{ij} \sigma^2 \varphi_{ij}^{-2} (2 + 1.2 (\sigma \eta^2 \theta_{i(i,j)} + \sigma \eta^2 \theta_{j(i,j)}))$$

где  $A_0 = z_2 \varphi_{11} + \varphi_1$ ,  $\sigma^2$  - измерительная ошибка оператора на столе БПС-2,

$$B_{ij} = |y_i^* - y_j^*|$$

Формула для критерия гладкости выглядит следующим образом:

$$\min E^2 \sim K \cdot Dz$$

В условиях 2м водородной камеры "Людмила" экспериментально подобранный коэффициент  $K = 0,8$ , при этом, критерию удовлетворяет

более 0,9995 истинных треков.

### § 8 Тесты для троек

В § 5 было отмечено, что множеству троек, построенных из пар, предъявляются два теста (8.1, 8.2) с целью выделения троек, которые могут относиться к одному пространственному треку.

#### 8.1. Z -тест

Программа находит среднюю компоненту тройки, т.е. проекцию трека, которая входит в пары, принадлежащие двум спискам.

По двум парам реконструируется координата Z последней точки.

Тест удачен, если

$$\frac{|(z_{jr} - z_{jk})|}{\sqrt{Dz(1) + Dz(2)}} < const$$

$Dz$  - см. 7.2.

#### 8.2. Критерий гладкости по двум стереопарам

По каждой паре, входящей в тройку, реконструируя точки трека в пространстве, получим 10 точек.

Второй тест будет называться: критерий гладкости трека, вычисленной для 10 точек на плоскости (Z, Z).

Вычисление "гладкости" аналогично вычислению "гладкости" для пар (см. 7.2), но надо иметь в виду, что пять точек принадлежат одной стереопаре, пять остальных другой стереопаре.

### § 9. "Мнимый трек"

Как было указано в § 5, с целью обнаружения потери или искажения информации по вине оператора-измерителя, необходимо было построить некоторый "мнимый" трек на проекции, не участвующей в оригинальной паре. Этот трек получается проектированием пространственного трека, полученного из оригинальной пары, на третью стереопроекцию (если она измерена).

Проектирование происходит по следующим формулам:

$$y^* = \frac{y - Y}{\varphi + Z\varphi_1}$$

$$x^* = \frac{x - X}{\varphi + Z\varphi_1}$$

Функции  $\varphi, \varphi_1$  вычисляются в точке  $y-Y, x-X$  при первой итерации, а при второй в точке  $x^*, y^*$  (см. §4).

$X, Y$  – координаты оптической оси третьей стереопроекции.  
 $x, y$  – пространственные координаты точки трека.

#### §10. Возможности рассматриваемого метода анализа качества измерения масок

Первое применение программы **BERD** к результатам измерения масок для камеры "Людмила" (эксперимент  $p$ -р, 22 Гэв/с) показало, что в большинстве случаев процедура контроля качества масок успешно завершается после применения критерия гладкости к парам (см. §7). При этом, либо все пары оказывались оригинальными, либо выделенные тройки оказывались оригинальными. Дальнейшие тесты для троек требовались достаточно редко.

Поэтому, представляет интерес определить величину допустимой ошибки при измерении маски трека, соответствующий допуску в критерии гладкости и сопоставить эту величину с шириной начального полукоридора в программе фильтрации измерений НРД **HAZE2** /7/.

Можно считать, что программа **BERD** успешно работает, если она в состоянии обнаруживать ошибки меньшие или равные полуширине коридора, необходимого для успешной работы **HAZE2**.

Оценим для условий камеры "Людмила" изменение  $\Delta Z$  координаты пространственного трека при изменении измеренной координаты (на левой стереопроекции) в одну или другую сторону поперек трека, направленного под малым углом к пучку.

Так как координата  $Z$  определяется по формуле

$$Z = \frac{B}{\varphi_2 \cdot (y_n - y_p)} - \frac{\varphi}{\varphi_2} \quad (\text{см. §4})$$

то

$$\Delta Z = \frac{\Delta y_n \cdot B}{\varphi_2 (y_n - y_p)^2}$$

(здесь пренебрежено разницей между объективами).

Так как величина  $Z$  почти не меняется при изменении величины

$X$  и  $\varphi \approx 1$ , то из  $Z = 0$  получим  $y_n - y_p = B$ . Кроме того, значение функции  $\varphi_2$  известно и приблизительно равно 0.004 (камера ЛЮДМИЛА). Изменение на одну единицу отсчета БПС-2 поперек

пучка вызовет соответствующее изменение в координате  $Z$  на  $\Delta Z$  где

$$\Delta Z_{гс} \approx 5 \cdot 10^{-2} \text{ см.}$$

Для хорошо измеренных на БИС-2 треков величина гладкости трека (7.2) имеет, в основном, значение около 0.005. (это число получено из выдачи программы ВЕ при обработке событий с камеры "Людмила").

$$\frac{\sum_{i=1}^N \Delta Z_i^2}{\Delta Z} \approx 0.005 \text{ (гладкость трека, см. 7.2).}$$

Откуда  $\Delta Z_{эк} \approx 10,4 \cdot 10^{-2}$  см. с учетом корреляции  $\Delta Z_i$  (см. II.2).

Следовательно,  $\Delta Z_{эк} \approx 2 \Delta Z_{гс}$  для точно измеренных треков. Граница 0.8 для критерия гладкости трека, полученная экспериментально, соответствует изменению координаты  $y$  поперек пучка на 26 единиц отсчета, т.е. 290 мкм на пленке.

Величина полукоридора в программе НАЗЕ2 принята равной 200÷400 мкм. Следовательно, треки, которые не в состоянии отфильтровать программа НАЗЕ2 из-за плохой маски, уже на уровне контроля масок могут быть обнаружены.

## §II. Сообщения и признаки ошибок

### II.1. Сообщения

II.1.1. *ON TAPE ONLY ONE VIEW*

II.1.2. *ON TAPE 4 FRAME WITH ONE EVENT*

II.1.3. *NUMBER VIEW IS WRONG*

### II.2. Признаки ошибок

1. Событие содержит одинаковый номер проекции.
2. Номер события не лежит в указанных границах.
3. Одна из координат опорных крестов отсутствует.
4. Единица отсчета измерительного стола отсутствует.
5. Номер трека равен нулю (не пучкового).
6. Одна из координат измеренных точек отсутствует.

7. Номер трека не попадает в указанные границы.
8. Треки события имеют одинаковые номера.
9. Вершина не в рабочей области.
10. Дисперсия вершины превосходит заданные границы.
- II. Число списков пар равно нулю.
16. Один список сомнительных пар. Событие бракуется по теореме.
17. Применяя перебор для троек по всем классам, не удалось восстановить нужное число треков.
18. Число найденных треков не соответствует числу измеренных треков.

Авторы глубоко признательны В.Н.Шигаеву за постоянный интерес к работе и полезные замечания.

Авторы также признательны А.И.Стельмаху за помощь, оказанную при отладке программы.



## ПРИЛОЖЕНИЕ

### П.1. Построение специальной матрицы

Изменим нумерацию треков, входящих в список пар, таким образом, чтобы левый и правый столбцы списка состояли из последовательности начальных элементов натурального ряда 1, 2, 3, 4 ..... Например, списку Рис.2 (см. 5.1) будет соответствовать список

$$\left( \begin{array}{l} 1, 1 \\ 1, 2 \\ 2, 3 \\ 3, 3 \end{array} \right)$$

Примем элементы левого столбца за номера строк матрицы, а номера правого столбца за номера столбцов матрицы. Построим квадратную матрицу, все элементы которой равны нулю, кроме элементов, находящихся на пересечении  $i$ -ой строки и  $j$ -ого столбца, где  $(i, j)$  есть пара из вышеуказанного списка. На этих местах будут стоять единички.

Нетрудно заметить, что задача, поставленная в 5.1, сводится к анализу этой специальной матрицы.

### П.2. Анализ специальной матрицы.

#### П.2.1. Описание матрицы

Исследуется квадратная матрица порядка  $n$ ,  $A = (a_{ij})$  элементами которой являются нули и единицы. В каждой строке и в каждом столбце существует хотя бы одна 1.

#### П.2.2. Постановка задачи

Выберем из каждой строки вышеописанной матрицы по одному ненулевому элементу. Получим некоторое множество  $\mathcal{L}$ , мощностью  $\bar{\ell}$ .

Определение 1. Матрица  $A$  называется отделимой, если существует такое множество  $\mathcal{L}$ , все элементы которого находятся в различных столбцах матрицы  $A$ . Необходимо найти условия, при удовлетворении которых матрица  $A$  будет отделимой.

#### П.2.3. Терминология

Обозначим детерминант квадратной матрицы  $A$  порядка  $n$  через  $|A|$ . Запишем разложение детерминанта  $|A|$  по последнему столбцу

$$|A^n| = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+j} a_{in} |A^{n-1}|_i \quad (1)$$

2.

(I)

Если ниже будет идти речь о минорах, то подразумеваются только миноры, соответствующие ненулевому элементу.

Пусть среди миноров  $n-1$  порядка из (I) существует минор  $n-1$  столбцом, не все элементы которого равны нулю. Запишем разложение этого минора по этому столбцу аналогично (I). Полученные миноры  $n-2$  порядка исследуем и разложим аналогично минорам  $n-1$  порядка и т.д. Получится цепочка миноров  $|A^{n-1}|, |A^{n-2}|, \dots$ , строго соответствующая определенному набору элементов матрицы  $A \{a_{ij} = 1\}$ . Чтобы получить все множество цепочек, необходимо перебрать в разложениях типа (I) все миноры (см. рис. 5).

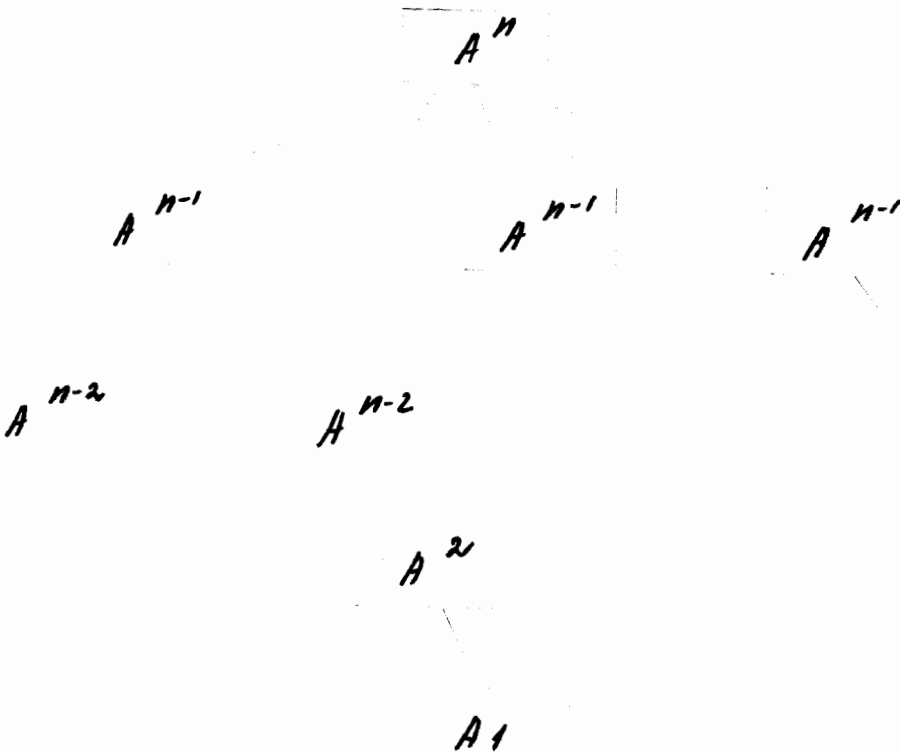


Рис. 5. Диаграмма построения всего множества цепочек

К каждой цепочке (рис. 5) добавим общий элемент  $|A^n|$ .

Определение 2. Если при построении очередной цепочки получается минор порядка больше 1, все элементы которого равны 0, построение данной цепочки обрывается. Назовем такую цепочку неполной. Цепочки типа  $|A^n|, |A^{n-1}|, \dots, A^1$  называются полными.

Определение 3. Полная цепочка называется ненулевой, если элемент  $|A^k| \neq 0$ , т.е.  $|A^k| = I$ .

Лемма. Для того, чтобы существовала полная ненулевая цепочка необходимо и достаточно, существование хотя бы одной цепочки  $|A^n|, |A^{n-1}|, \dots$  с минором  $|A^k| \neq 0$ , где  $k = n, n-1, \dots, I$ .

Достаточность. Если  $k=I$ , то достаточность доказана. Пусть  $k \neq I$ . Тогда разложим минор  $|A^k|$  по формуле (I). Среди миноров  $k-I$  порядка найдется хотя один, отличный от нуля и т.д. В результате получим минор  $|A^k| \neq 0$  и, следовательно, построим полную ненулевую цепочку.

Необходимость. Так как в полной ненулевой цепочке существует минор, отличный от нуля (а именно  $|A^k| \neq 0$ ), то этим самым доказана необходимость.

Теорема. Для того, чтобы матрица была отделимой, необходимо и достаточно существование хотя бы одной полной ненулевой цепочки.

Достаточность. Полной ненулевой цепочке  $|A^n|, |A^{n-1}|, \dots, |A^1|$  соответствует множество  $\mathcal{L}$  с мощностью  $\bar{\mathcal{L}} = n$  элементов матрицы  $A$ , равных  $I$ , каждому из которых однозначно соответствует минор в данной цепочке. Все элементы множества  $\mathcal{L}$  находятся в различных строках и столбцах матрицы  $A$ , что следует из определения построения цепочки. Достаточность доказана.

Необходимость. Пусть наша матрица отделима. Это значит, что существует множество  $\Omega = \{x/x \in \mathbb{F}, x=I\}$  с мощностью  $\bar{\Omega} = n$  все элементы которого находятся в различных строках и столбцах матрицы  $A$ .

Допустим, что элемент множества  $\Omega$ , находящийся в  $n$ -ом столбце, лежит на  $i$ -ой строке ( $a_{in} \in \Omega$ ). Возьмем соответствующий ему минор  $a_{in} |A^{n-1}|$ . Из определения отделимости следует что будет существовать элемент  $a_{jn-1} \in \Omega$   $i \neq j$ . Соответствующий ему минор будет  $|A^{n-2}|$ . Этот процесс продолжим до получения минора первого порядка  $|A^1| = a_{11} = I$ . Таким образом мы построим полную ненулевую цепочку.

Следствие. Из леммы и теоремы следует, что можно построить алгоритм определения отделимости матрицы, используя вычисление миноров.

П 2. Учет корреляций в формуле для  $E^2$

$E^2$  вычисляется по формуле 
$$E^2 = \min_{\chi, \chi_0} \sum_{i=1}^5 (z_i - \chi \eta_i - \chi_0)^2$$
 (см. 7.3) (I)

Примем, что точки (2,3) и (4,5) совпадают попарно, точки (2,3) расположены посередине трека. *Переходными точками  $j=1, 2, 3$*   
Тогда (I) может быть записано в виде

$$E^2 = \min_{\chi, \chi_0} [(z_1 - \chi_0)^2 + 2(z_2 - \chi \Delta \eta - \chi_0)^2 + 2(z_3 - 2\chi \Delta \eta - \chi_0)^2] \quad (2)$$

откуда для определения  $\chi_0$  и  $\chi \Delta \eta$  имеем два уравнения

$$\frac{\partial E^2}{\partial \chi_0} = 0, \quad \frac{\partial E^2}{\partial (\chi \Delta \eta)} = 0 \quad (3)$$

Из системы (3) имеем

$$\left. \begin{aligned} \chi_0 &= \frac{5}{7} z_1 + \frac{4}{7} z_2 - \frac{2}{7} z_3 \\ \chi \Delta \eta &= -\frac{3}{7} z_1 - \frac{1}{7} z_2 + \frac{4}{7} z_3 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Подставив (4) в (2) получим следующее выражение для  $E^2$ :

$$E^2 = \left( \frac{2}{7} z_1 - \frac{4}{7} z_2 + \frac{2}{7} z_3 \right)^2 + 2 \left( -\frac{2}{7} z_1 + \frac{4}{7} z_2 - \frac{2}{7} z_3 \right)^2 + 2 \left( \frac{1}{7} z_1 - \frac{2}{7} z_2 + \frac{1}{7} z_3 \right)^2 \quad (5)$$

Измеренная величина  $z_j$  может быть представлена в виде

$$z_j = c_0 + c_1 \cdot \Delta \eta \cdot (j-1) + \tilde{v}_{z_j} \quad (6)$$

где

$c_0, c_1$  — константы  
 $\tilde{v}_{z_j}$  — измерительная ошибка (распределена по нормальному закону с  $\overline{\tilde{v}_{z_j}} = 0$  и  $\overline{\tilde{v}_{z_j}^2} = \Delta z^2$ )

Пред<sup>09</sup>ставив (6) в (5) получим

$$E^2 = \left( \frac{2}{7} \sigma_{z_1} - \frac{4}{7} \sigma_{z_2} + \frac{2}{7} \sigma_{z_3} \right)^2 + 2 \left( -\frac{2}{7} \sigma_{z_1} + \frac{4}{7} \sigma_{z_2} - \frac{2}{7} \sigma_{z_3} \right)^2 + 2 \left( \frac{1}{7} \sigma_{z_1} - \frac{2}{7} \sigma_{z_2} + \frac{1}{7} \sigma_{z_3} \right)^2 \quad (7)$$

Поскольку  $\sigma_{z_i}$  независимы, будем иметь

$$\overline{E^2} = \frac{14}{49} \overline{\sigma_{z_1}^2} + \frac{56}{49} \overline{\sigma_{z_2}^2} + \frac{14}{49} \overline{\sigma_{z_3}^2} \quad (8)$$

Так как  $\overline{\sigma_{z_1}^2} = \overline{\sigma_{z_2}^2} = \overline{\sigma_{z_3}^2} = \overline{\Delta Z^2}$

получим  $\overline{E^2} = \frac{82}{49} \overline{\Delta Z^2}$

откуда  $\overline{\Delta Z^2} = \frac{49}{82} \overline{E^2}$

Отбирая события с фиксированными  $E^2$ , получим

$$\Delta Z_{E^2}^2 = \frac{49}{82} E^2 \cdot \frac{4}{12} \quad (I2)$$

Полученный коэффициент  $\frac{4}{12} \left( \frac{49}{82} \right)$  в формуле (I2) учитывает корреляцию между членами суммы в формуле (I).

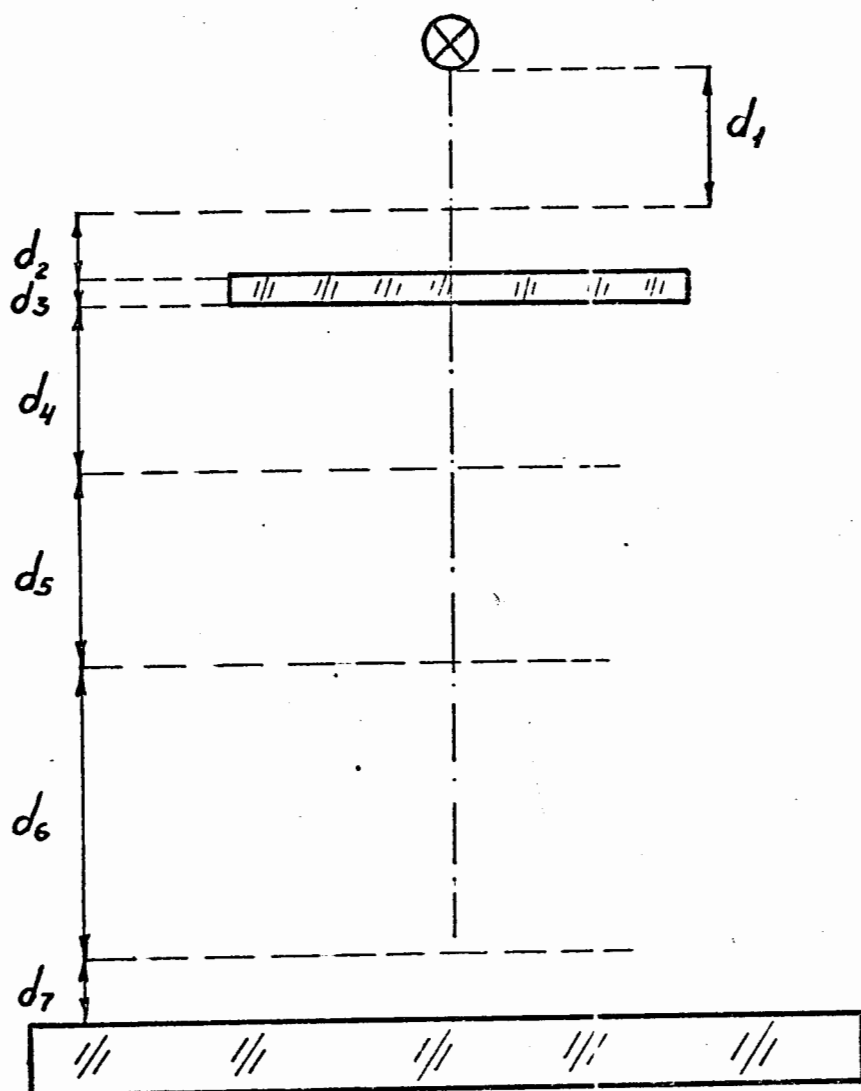
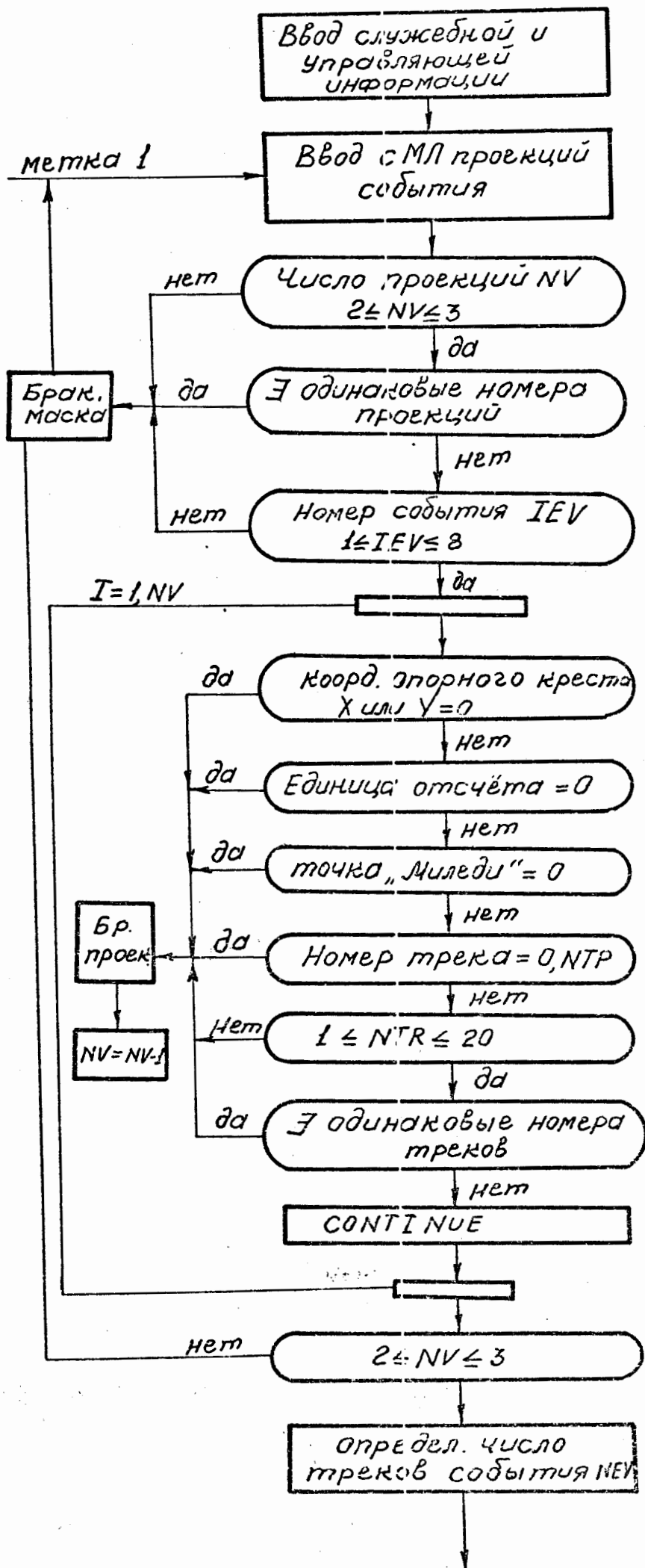
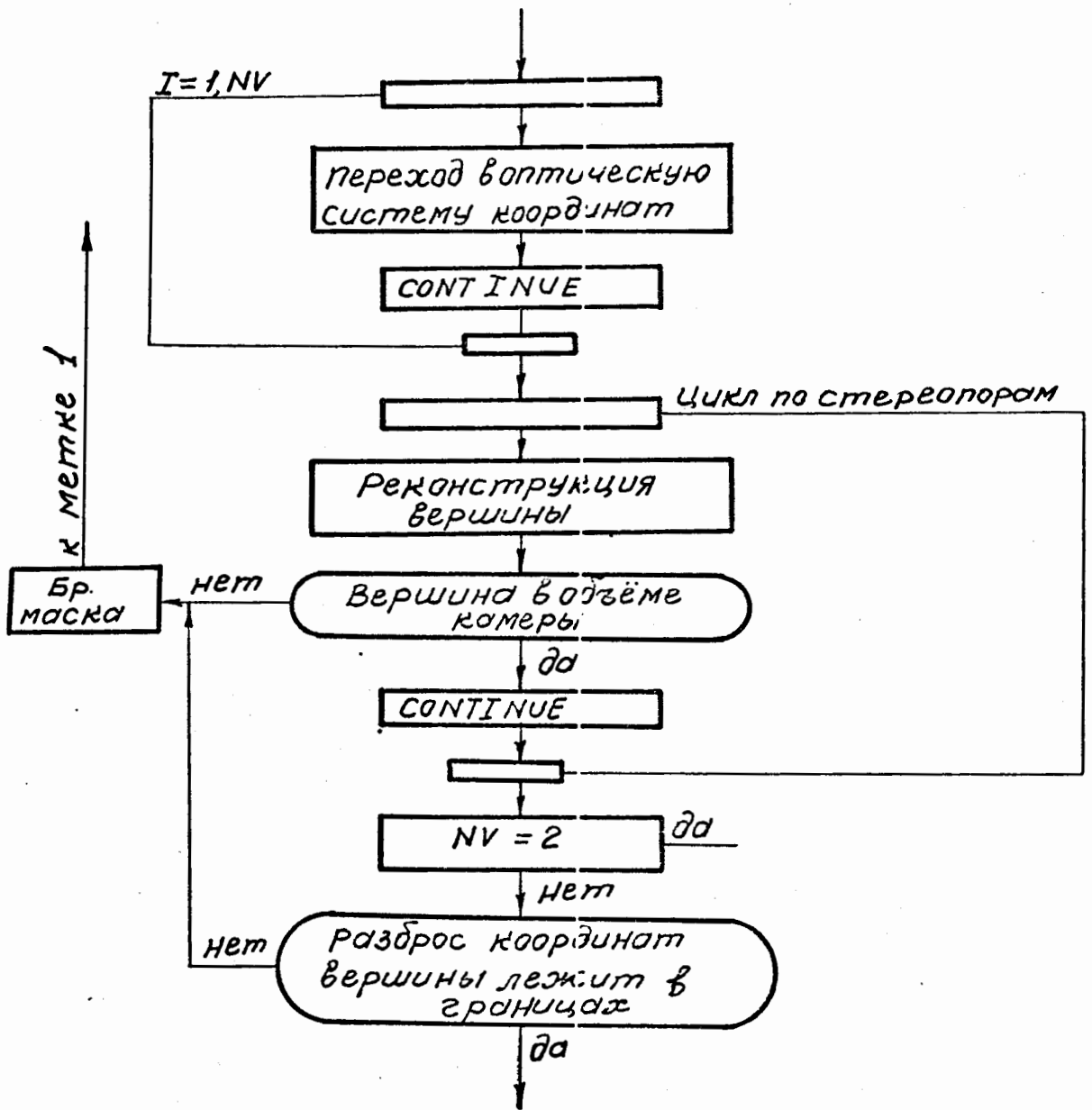
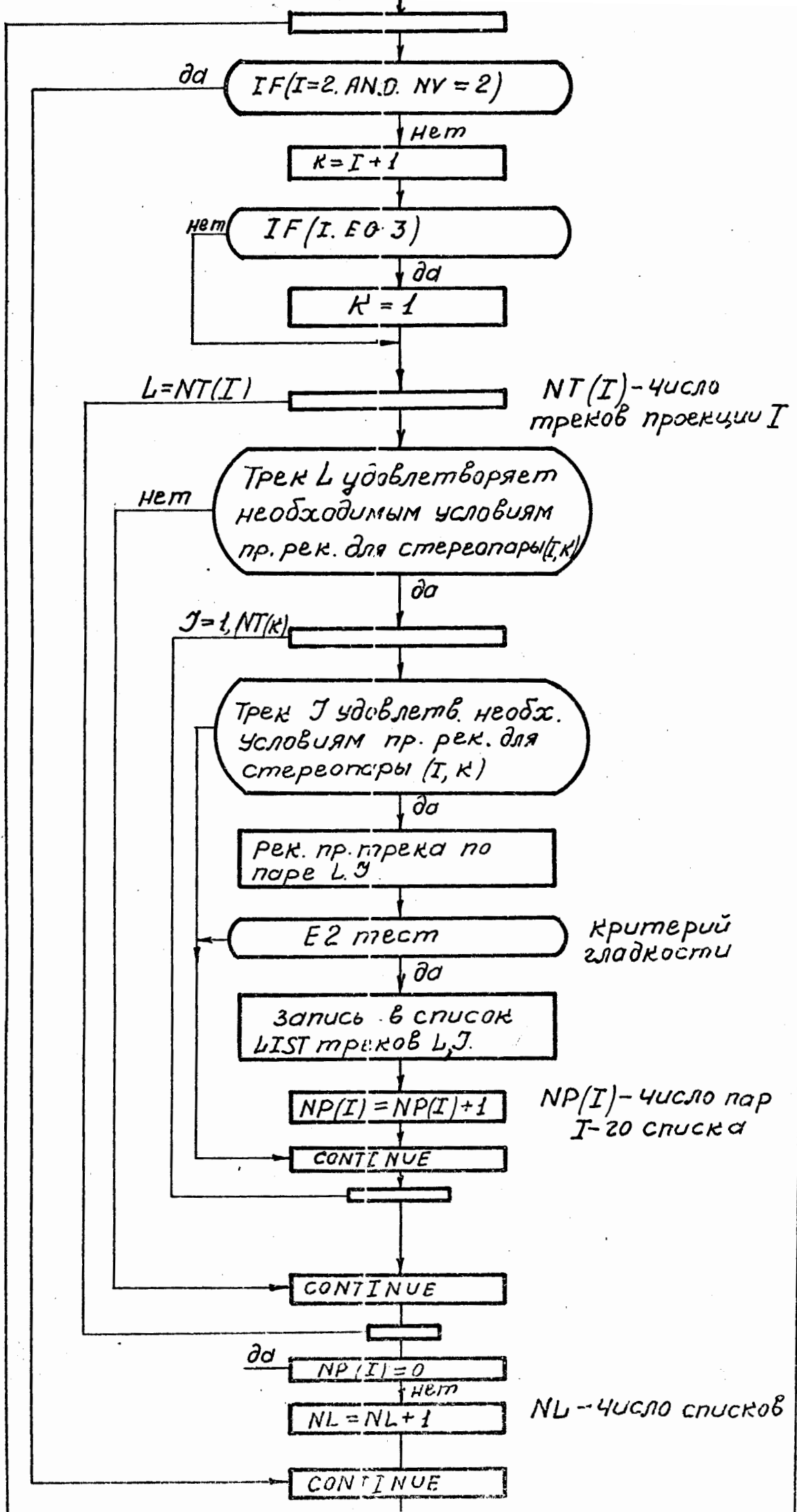


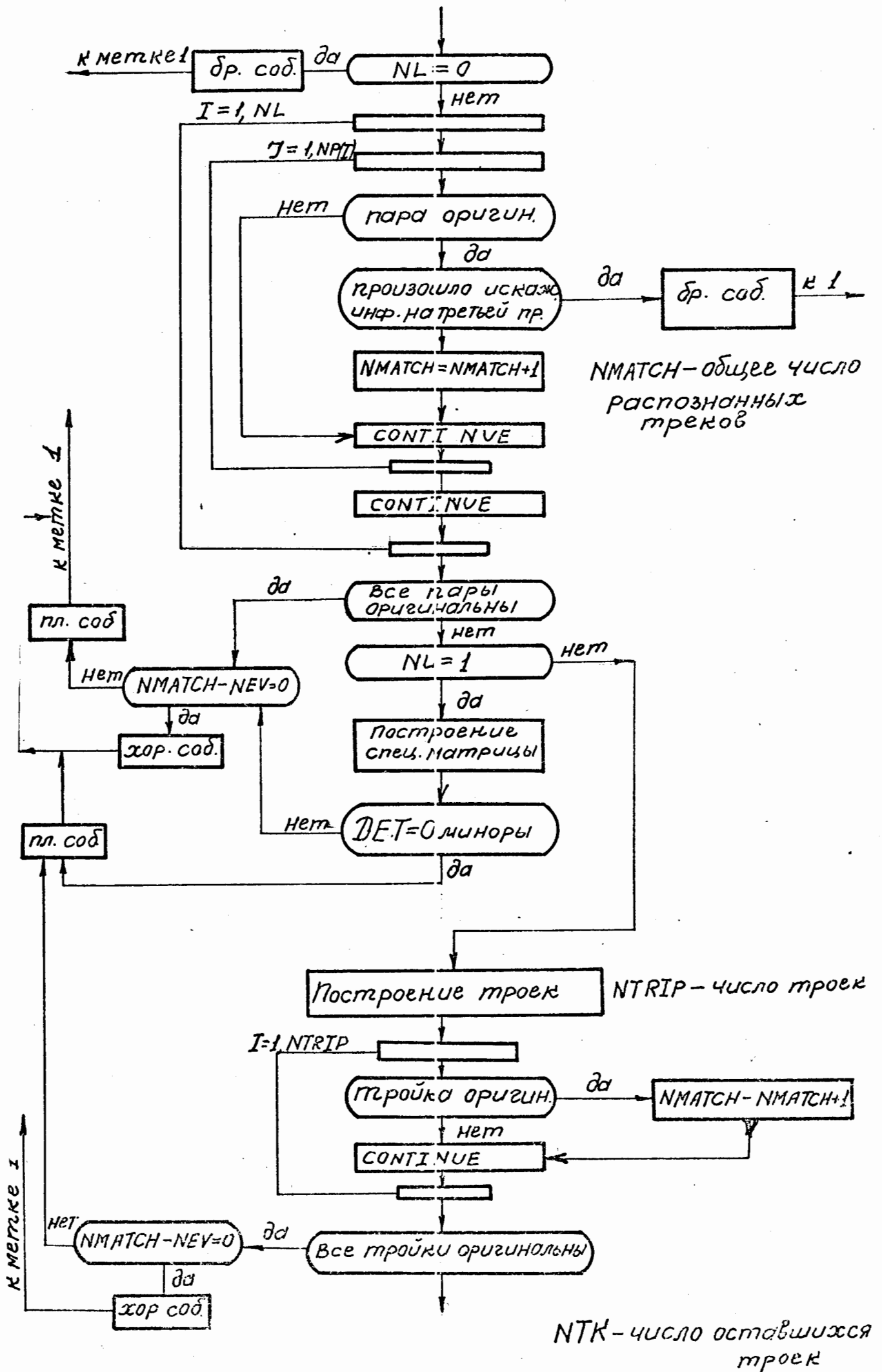
Рис. 4. Схема расположения оптических сред 2-метровой водородной пузырьковой камеры „Людмила.“

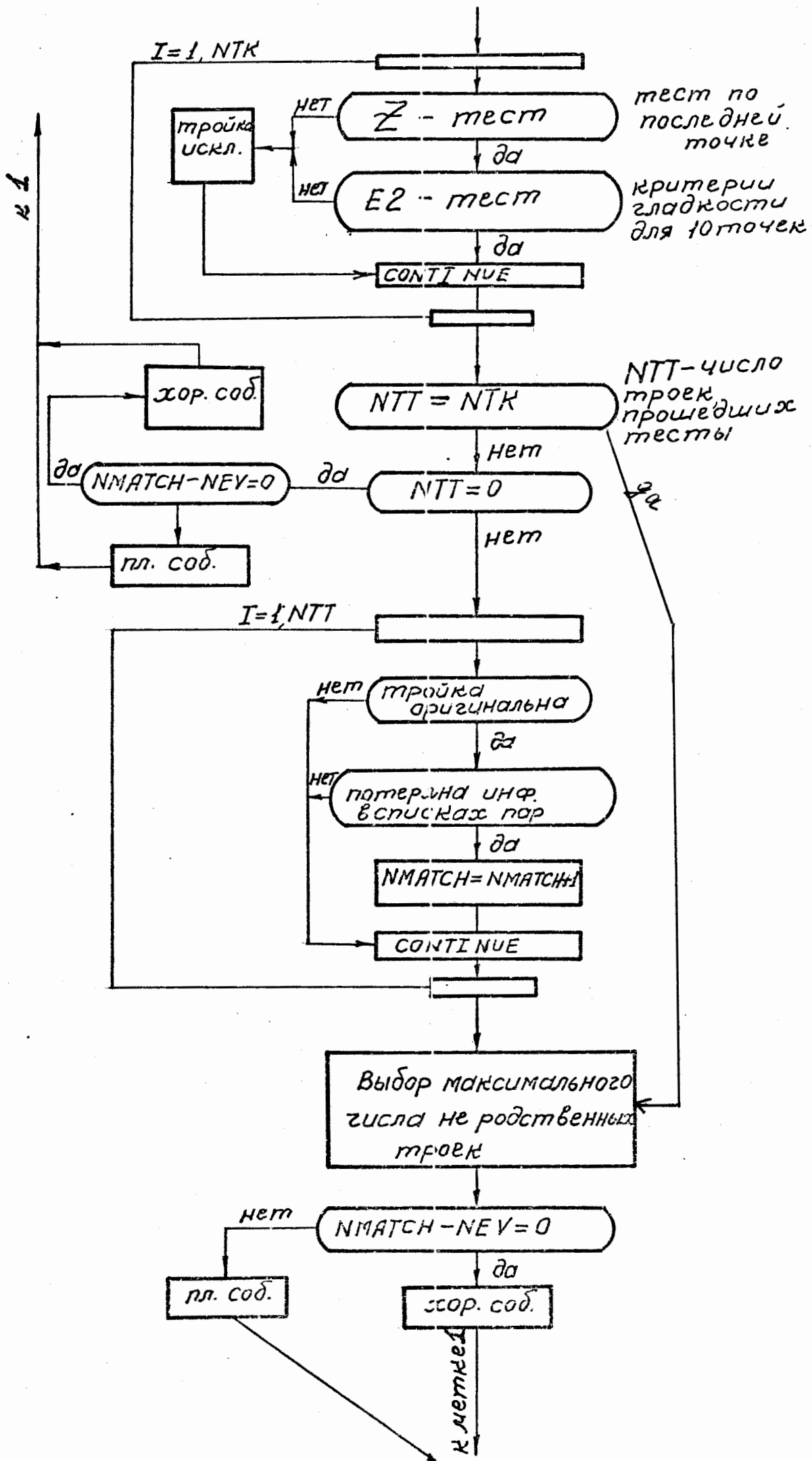












## ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Ф.Маркова, В.И.Мороз и др.  
Программа геометрической реконструкции для больших пузырьковых камер (вариант "I-6").  
Препринт ОИЯИ, РЮ-3768, Дубна, 1968 г.  
ВИНИТИ
2. В.И.Мороз и др.  
Метод автоматического опознавания треков в условиях пропановой камеры.  
Сообщения ОИЯИ, Ю-7612, Дубна, 1973 г.
3. С.К.Слепнев.  
Программа отбора результатов предварительных измерений снимков с водородных камер, записанных на магнитную ленту.  
Сообщения ОИЯИ, РЮ-7343, Дубна, 1973 г.
4. С.А.Багинян и др.  
Алгоритм проверки масок событий.  
I. События с нумерованными треками.  
Сообщения ОИЯИ, РЮ-Ю898, Дубна, 1977 г.
5. Ермолаев и др.  
Аппаратурная часть системы больших просмотрово-измерительных столов БПС-2 на линии с ТРА-ЮЮЮ. Сообщения ОИЯИ, РЮ-6451, Дубна, 1972 г.
6. Р.Ледницки и др.  
Программа *MUNG* для определения оптических констант.  
Б2-Ю-7737, Дубна, 1974.
7. Шигаев В.Н.  
О развитии программного обеспечения измерительной системы НРД в 1972-1976 г.  
Б2-Ю-Ю086, Дубна, 1976 г.
8. Буздавина и др.  
Подготовка исходных данных для программы *THRESH*.  
ИИ-5079, Дубна, 1970 г.
9. *Programming for Flying Spot Devices.*  
*Proceeding of a conference held at Columbia University, New York, N. Y. 27-29 October, 1965, p.1.6.*