

с 344.1ш

Б-486

Березнев С. Ф. и Неменов Л. Л.

2862 / 76

Б1-1-9887



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Б1-1-9887

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 1976

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

С.Ф.Бережнев^{*}), Л.Л.Неменов

С 244.1 ш
Б-486

Б1-1-9887

СТАТИСТИЧЕСКОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ ФОНА И ЭФФЕКТА В ЭКСПЕРИ-
МЕНТЕ ПО ИЗУЧЕНИЮ РЕАКЦИИ ОБРАТНОГО ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЯ
ПИОНОВ.

18 июня 1976

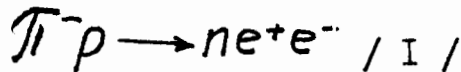
г.Дубна, 1976 г.

*) ЛЯИ НИИЯФ МГУ

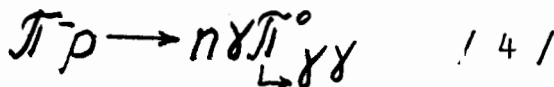
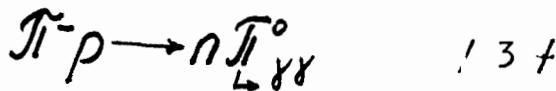
ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
СЕРВИСНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ СЛУЖБА

1. Введение

Настоящая работа выполнена в связи с проводящимися в ЛЯП ОИЯИ экспериментами по изучению процесса обратного электророж-
дения пионов /ОЭП/



В работах /1,2/ было показано, что индивидуальное разделе-
ние событий реакции ОЭП и событий фоновых реакций



связано с большими трудностями. Поэтому для получения дифференци-
альных распределений событий процесса ОЭП использовались статис-
тические методы разделения каналов реакции, основанные на анализе
всей совокупности зарегистрированных событий.

Установка для регистрации процесса /1/ представлена на рис. 1.
В описываемом эксперименте набор статистики осуществлялся в двух
экспозициях, несколько отличавшихся друг от друга эксперименталь-
ными условиями. В соответствии с этим все события разбивались на
две выборки. Для каждой выборки независимо проводилось статисти-
ческое разделение процесса ОЭП и фоновых процессов. Статистичес-
кое разделение проводилось двумя различными методами, называемыми
далее методом подгонки и методом разбиения. Сущность первого из
них, /метода подгонки/ заключается в том, что экспериментальное
распределение по какой-либо переменной фитируется суммой двух тео-
ретических: распределением событий процесса ОЭП и распределением
событий фоновых процессов /2/ + /4/. В качестве переменной, по ко-
торой проводится статистическое разделение, была выбрана переменная

M_X^2 / M_X -недостающая масса, вычисляемая по четырехимпульсам двух зарегистрированных частиц в гипотезе реакции / I //.

Анализ экспериментальных данных показал, что соотношение между числом событий реакции ОЭП и фоновых реакций в отобранной статистике сильно зависит от используемых критериев отбора по переменной ω / эффективной массе двух зарегистрированных частиц / и по переменной A / наибольшей амплитуде импульса в сцинтиляционных счетчиках C_5 и C_6 /. Поэтому для проверки устойчивости процедуры разделения, а также для выбора оптимальных порогов по этим переменным, статистическое разделение методом подгонки проводилось независимо при различных порогах по ω и A.

При статистическом разделении процессов ОЭП и фоновых процессов методом разбиения, число событий процесса ОЭП искалось как решение системы уравнений связывающей число событий зарегистрированных в эксперименте при различных порогах по A и ω с вероятностью регистрации отдельного события.

2. АНАЛИЗ ФОНОВЫХ РЕАКЦИЙ.

Относительные вероятности регистрации процессов / 2 / ; / 4 / моделировались с матричным элементом $|\mathbf{M}|^2=1$, т.е. в гипотезе фазового объема. При вычислении относительной вероятности этих процессов использовались полные сечения приведенные в работах /3/ и /4/. Матричный элемент реакции /3/ вычислялся по программе /5,6/.

Таблица I.

процесс	полное сечение	Геометрическая эффективность регистрации	относительная эффективность регистрации
$n \pi^0 \pi^0$	0,27 мбн	0,1	1
$n \pi^0$	20 мбн	$< 10^{-6}$	$< 0,0007$
$n \gamma \pi^0$	0,26 мбн	0,02	0,2

На рис. 2 приведены распределения по квадрату недостающей массы для процессов /2/ + /4/. Площади под пиками соответствуют относительной вероятности этих процессов. Для сравнения на Рис.2 нанесено распределение по переменной M_X^2 в реакции ОЭП.

Анализ результатов моделирования фоновых процессов /2/, /4/ позволяет сделать следующие выводы:

1. Основной вклад в зарегистрированные фоновые события дает реакция /2/, вероятность регистрации процесса /3/ пренебрежимо мала.
2. Распределения событий фоновых процессов /2/ и /4/ по кинематическим переменным имеют сходную форму.

Поэтому, при статическом разделении процессов ОЭП и фоновых процессов, суммарное теоретическое распределение событий реакций / 2 / + / 4/ по переменной M_X^2 заменялось распределением полученным при моделировании фонового процесса /2/.

3. Моделирование распределений по недостающей массе,

Моделирование фоновых процессов проводилось по программе

PHON. Работа этой программы организована аналогично работе программы *SIMULL* /7/, моделирующей процесс ОЭП. В этих программах одинаковым образом задается положение детекторов, их разрешающая способность, одинаково организована запись на магнитную ленту результатов счета.

В блоке розыгрыша события программы PHON разыгрывались координаты точки взаимодействия в мишени /2/ + /4/. Затем моделировалась регистрация события экспериментальной установкой. Для анализа отбирались только случаи удовлетворяющие критериям отбора описанным в /7/. При этом использовалась следующая модель события фонового процесса:

1. Образующаяся при конверсии гамма-квантов (e^+e^-) - пара регистрируется искровой камерой как один электрон. Направление трека в искровой камере совпадает с направлением вылета гамма-кванта.

2. Если через боковой телескоп проходят два гамма-кванта, то регистрируется трек образованный только одним из них. Иными словами, вероятность того, что оба гамма-кванта конвертируют, считается малой.

3. γ -кванты и электроны регистрируются спектрометром одинаковым образом.

4. Энергия выделяемая в спектрометре равна сумме энергий гамма-квантов попавших в спектрометр.

5. Энергетические потери $/e^+e^-/$ пары при прохождении через боковой телескоп - $(dE/dx)\gamma$ равны энергетическим потерям одиночного электрона - $(dE/dx)e$.

В пользу последнего предположения говорит то обстоятельство, что искровые камеры, используемые в эксперименте, обладают довольно высокой эффективностью к регистрации двух треков от $/e^+e^-/$ - пары. Таким образом, значительная доля регистрируемых фоновых событий связана с ситуацией, когда энергия одного из электронов $/e^+e^-/$ - пары настолько мала, что до искровой камеры он не доходит. Кроме того, форма распределений по переменной M_X^2 слабо зависит от величины энергетических потерь (Рис. 3).

Все измеряемые в эксперименте параметры события /энергии зарегистрированные в спектрометрах, углы треков в искровых камерах/ "размазываются" в соответствии с разрешающей способностью детекторов /7/. Если полученные в результате "размазки" параметры события удовлетворяют критериям отбора, применяемым при предварительной обработке событий процесса ОЭП, то "размазанные" параметры фиксируются в гипотезе реакции /I/ и полная информация о событии включая параметры до "размазки", после "размазки" и после фита, записываются на магнитную ленту "фона".

В программе PHON по считываемым с ленты "фона" параметрам события реконструируются четырехимпульсы электронов, зарегистрированных боковыми телескопами установки, вводятся все критерии отбора применяемые при обработке событий процесса ОЭП. Для событий, удовлетворивших этим критериям, строятся распределения по M_X^2 при различных порогах по ω .

Точно также, по записанным на магнитную ленту "статистики" моделированным событиям процесса ОЭП /7/ вычисляются распределения по M_X^2 и для реакции /I/.

4. Учет взаимодействий в стенках мишени.

Распределения по переменной M_x^2 событий генерированных на водороде.

Описанные в /8/ критерии позволяют выделить случаи обусловленные как процессами /1/ + /4/, так и фоновыми реакциями происходящими на стенках мишени. Для определения числа событий генерированных на водороде и их распределений по недостающей массе использовались результаты двух экспериментов с пустой мишенью. Условия в которых проводились эти эксперименты соответствуют условиям набора статистики в двух упомянутых выше экспозициях.

Число событий генерированных на водороде определялось по следующей формуле: *)

$${}^{(N)}N(\omega_0, A_0) = {}^{(N)}N^{(1)}(\omega_0, A_0) - {}^{(N)}N^{(2)}(\omega_0, A_0) \frac{{}^{(N)}I^{(1)}(0)}{I^{(2)}(t_0)}, \quad /1/$$

где ${}^{(1)}N(\omega_0, A_0), {}^{(2)}N(\omega_0, A_0)$ - оценка числа событий генерированных на водороде;

${}^{(1)}N^{(1)}(\omega_0, A_0), {}^{(2)}N^{(1)}(\omega_0, A_0)$ - число событий зарегистрированное в эксперименте с полной мишенью;

${}^{(1)}N^{(2)}(\omega_0, A_0), {}^{(2)}N^{(2)}(\omega_0, A_0)$ - число событий зарегистрированное в эксперименте с пустой мишенью;

${}^{(1)}I^{(1)}(0), {}^{(2)}I^{(1)}(0)$ - поток пропущенный через мишень в эксперименте с полной мишенью;

${}^{(1)}I^{(2)}(t_0), {}^{(2)}I^{(2)}(t_0)$ - поток пропущенный через мишень в эксперименте с пустой мишенью.

*) Здесь и ниже, все величины записанные в виде функции параметров A_0 и ω_0 вычисляются с использованием критериев отбора $\omega \geq \omega_0$ и $A \leq A_0$.

Индекс $\mu = 1, 2$ слева сверху, здесь и ниже, ^{обозначает} номер экспозиции.

$${}^{(1)}I^{(0)}/{}^{(1)}I^{(t_0)} = {}^{(1)}\lambda = 12,0; {}^{(2)}I^{(0)}/{}^{(2)}I^{(t_0)} = {}^{(2)}\lambda = 4,43 \quad /2/$$

Результаты вычитания событий генерированных на стенках мишени при некоторых порогах по A и ω приведены в таблице II. Используемый в этой таблице параметр A н.в. есть наиболее вероятное значение амплитуды сигнала сцинтилляционного счетчика при регистрации одного электрона.

Таблица II.

A_0/A н.в.	ω_0 (МэВ)	${}^{(1)}N(\omega_0, A_0)$	${}^{(1)}N^{(t_0)}/(\omega_0, A_0)$	${}^{(2)}N(\omega_0, A_0)$	${}^{(2)}N^{(t_0)}/(\omega_0, A_0)$
2,6	0	1312	144	664	58
2,6	200	886	108	439	44
2,6	220	751	60	374	31
2,6	240	611	60	341	22
2,6	260	489	60	291	18
2,2	0	1245	120	575	49
2,2	200	834	96	394	36
2,2	220	729	48	343	26
2,2	240	599	48	315	22
2,2	260	483	48	274	18
1,8	0	853	84	502	31
1,8	200	612	72	352	27
1,8	220	560	36	312	18
1,8	240	474	36	291	13
1,8	260	397	36	255	9

Видно, что наилучшее соотношение между числом событий генерированных на водороде и числом взаимодействий в стенках мишени достигается при пороге $\omega_0 = 220$ МэВ.

При вычислении распределений событий, генерированных на водороде, по переменной M_X^2 , вычитание случаев, обусловленных взаимодействиями в стенках мишени, проводилось в отдельности для каждого канала гистограммы,

Форма распределений по переменной M_X^2 в двух экспериментах с пустой мишенью одинакова, отличия в экспериментальных условиях сказываются только в числе зарегистрированных случаев. Поэтому для i -го канала распределения по M_X^2 в качестве оценки числа событий генерированных на стенках мишени использовалась величина

$${}^{(M)}n_i^{(+)}(\omega_0, A_0) = {}^{(M)}N^{(+)}(\omega_0, A_0) \frac{{}^{(1)}n_i^{(+)}(\omega_0, A_0) + {}^{(2)}n_i^{(+)}(\omega_0, A_0)}{{}^{(1)}N^{(+)}(\omega_0, A_0) + {}^{(2)}N^{(+)}(\omega_0, A_0)} \quad |3|$$

где ${}^{(M)}n_i^{(+)}(\omega_0, A_0)$ - число случаев зарегистрированных в i -го канале гистограммы по M_X^2 в эксперименте с пустой мишенью. Тогда оценка числа событий генерированных на водороде для канала гистограммы равна:

$${}^{(M)}n_i(\omega_0, A_0) = {}^{(M)}n_i^{(0)}(\omega_0, A_0) - {}^{(M)}n_i^{(+)}(\omega_0, A_0) \cdot \lambda \quad |4|$$

Здесь ${}^{(M)}n_i^{(0)}(\omega_0, A_0)$ - число событий в i -ом канале гистограммы по M_X^2 в эксперименте с полной мишенью.

На рис. 4,5 приведены распределения событий генерированных на водороде по переменной M_X при различных порогах по ω и при пороге по $A - A_0 = 2,2A_{H.B.}$. Заштрихованная гистограмма - распределение событий генерированных на стенках мишени.

5. Определение числа событий процесса ОЭП методом подгонки.

При определении числа событий процесса ОЭП методом подгонки распределение событий генерированных на водороде по переменной M_x^2 аппроксимировалось суммой теоретических распределений для процессов /1/ и /2/. Форма теоретических распределений вычислялась методом Монте-Карло, так как это было написано в § 3. Площади этих распределений, т.е. оценка числа событий процесса ОЭП и числа событий фона определялись из условия минимума квадратичного функционала:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{((N)N_i(\omega_0, A_0) - (N)N_2(\omega_0, A_0)P_i^{(2)}(\omega_0) - (N)N_\Phi(\omega_0, A_0)P_i^{(\Phi)}(\omega_0))}{\sigma^2(1,2)N_i(\omega_0, A_0)} \quad /5/$$

Здесь $(1)N_2(\omega_0, A_0), (2)N(\omega_0, A_0)$ - число событий процесса ОЭП (эффекта);
 $(1)N_\Phi(\omega_0, A_0), (2)N_\Phi(\omega_0, A_0)$ - число событий фона;
 $(1)P_i^{(\Phi)}(\omega_0), (2)P_i^{(\Phi)}(\omega_0)$ - плотности распределения по M_x для процессов /1/ и /2/. Суммирование в формуле /5/ проводится по всем каналам гистограммы по M_x^2 .

В таблице III представлены оценки числа событий эффекта и фона для некоторых значений порогов ω и A_0 .

Видно, что результаты моделирования позволяют хорошо описать экспериментальные распределения по переменной M_x^2 .

По оценкам $(N)N_2(\omega_0, A_0)$ и $(N)N_\Phi(\omega_0, A_0)$ найденным для различных значений параметров ω и A_0 , вычислялись как $(N)N_2^{(t)}$ - оценки полного числа событий эффекта:

$$(N)N_2^{(t)} = \frac{(N)N_2(i\omega_0, A_0)}{(1 - P_\omega^{(2)}(\omega_0))(1 - P_A^{(2)}(A_0))}, \quad /6/$$

Таблица III.

f_0 / кн.в.	ω_0 (МэВ)	$^{(1)}N_z(\omega_0, f_0)$	$^{(1)}N_\varphi(\omega_0, f_0)$	χ^2	$^{(2)}N_z(\omega_0, f_0)$	$^{(2)}N_\varphi(\omega_0, f_0)$	χ^2	m
2,6	0	523±34	855±47	14,0	273±22	383±27	20,7	14
	200	539±35	368±37	14,2	284±22	152±22	15,9	12
	220	527±35	234±30	10,5	286±23	86±18	12,1	11
	240	490±36	137±27	9,3	268±23	67±16	10,0	9
	260	412±36	99±25	7,3	244±22	43±16	9,3	8
2,2	0	516±32	673±38	16,6	262±21	314±24	21,3	14
	200	531±33	273±29	22,9	272±21	124±18	15,9	12
	220	515±33	186±26	9,1	278±21	61±15	12,2	11
	240	485±33	100±25	9,1	258±22	54±16	9,9	9
	260	408±33	77±23	7,0	234±22	38±15	10,0	8
1,8	0	458±28	442±31	17,1	249±19	249±20	20,7	14
	200	471±29	172±23	21,3	258±20	95±16	14,5	12
	220	458±29	113±23	9,8	266±20	37±12	11,5	11
	240	426±30	63±22	9,0	246±20	41±14	7,7	9
	260	360±29	55±20	6,6	221±20	29±14	7,6	8

m - число степеней свободы.

так и ${}^{(M)}N_{\Phi}^{(\xi)}(A_0)$ - оценки полного числа событий фона удовлетворяющих критерию отбора $A \leq A_0^*$:

$${}^{(M)}N_{\Phi}^{(\xi)}(A_0) = \frac{{}^{(M)}N_{\Phi}(\omega_0, A_0)}{|1 - {}^{(M)}P_{\omega}^{(\Phi)}(\omega_0)|} \quad /7/$$

В формулах /6/ и /7/ используются следующие обозначения:

- ${}^{(M)}P_{\omega}^{(\Phi)}(\omega_0)$ - доля событий фона, отбрасываемая условием $\omega \geq \omega_0$
- ${}^{(M)}P_{\omega}^{(\xi)}(\omega_0)$ - " " - эффекта - " - " - "
- $P_A^{(\xi)}(A_0)$ - " " - .. " - - " - $A \leq A_0$.

В таблице IV представлены для некоторых значений параметра ω_0 величины ${}^{(M)}P_{\omega}^{(\xi)}(\omega_0)$ и ${}^{(M)}P_{\omega}^{(\Phi)}(\omega_0)$, вычисленные при моделировании процесса ОЭП и фонового процесса /2/.

Таблица IV.

ω_0 (МэВ)	200	220	240	260
${}^{(1)}P_{\omega}^{(\xi)}(\omega_0)$	0,013	0,055	0,141	0,262
${}^{(2)}P_{\omega}^{(\xi)}(\omega_0)$	0,02	0,062	0,141	0,260
${}^{(1)}P_{\omega}^{(\Phi)}(\omega_0)$	0,487	0,657	0,789	0,880
${}^{(2)}P_{\omega}^{(\Phi)}(\omega_0)$	0,494	0,662	0,784	0,876

Доля событий эффекта, отбрасываемая условием $A \leq A_0$ определялась по результатам калибровочных измерений на электронном пучке.

* Так как распределение фоновых событий по переменной A неизвестно, то нельзя определить какую долю событий фона отбрасывает критерий отбора $A \leq A_0$.

Таблица У.

$\Lambda_0/\Lambda_{н.в.}$	2,6	2,4	2,2	2,0	1,8
$P_{\Sigma}(\Lambda_0)$	0,98	0,948	0,919	0,880	0,834

В таблице УI приведены оценки полного числа событий эффекта и фона.

Следует отметить, что как и объем анализируемой выборки ${}^{(N)}N(\omega_0, \Lambda_0)$, так и число событий фона в этой выборке очень сильно зависят от параметра ω (таблицы II и III). Поэтому оценки ${}^{(N)}N_{\Sigma}(\omega_0, \Lambda_0)$, полученные при различных значениях параметра ω , слабо коррелированы. Их хорошее согласие можно рассматривать как подтверждение правильности выбора модели фонового процесса. В качестве окончательных критериев отбора были выбраны критерии

$$\omega \geq 220 \text{ МэВ}$$

$$\Lambda \leq 2,2 \text{ А.н.в.},$$

/ 8 /

обеспечивающие наилучшее соотношение между числом событий эффекта и фона в анализируемой выборке. Этим критериям соответствуют оценки (таблица III):

$${}^{(1)}N_{\Sigma}(\omega_0, \Lambda_0) \Big|_{\substack{\omega_0 = 220 \text{ МэВ} \\ \Lambda_0 = 2,2 \text{ А.н.в.}}} = 515 \pm 33$$

$${}^{(2)}N_{\Sigma}(\omega_0, \Lambda_0) \Big|_{\substack{\omega_0 = 220 \text{ МэВ} \\ \Lambda_0 = 2,2 \text{ А.н.в.}}} = 278 \pm 21$$

Таблица УІ.

$R_0/A_{н.в.}$	ω_0 (МэВ)	(1) $N_3^{(t)}$	(1) $N_{\varphi}^{(t)}/(R_0)$	(2) $N_3^{(t)}$	(2) $N_{\varphi}^{(t)}/(R_0)$
2,6	0	534±36	855±47	279±22	383±27
	200	557±37	719±72	297±24	301±43
	220	569±38	682±87	311±25	254±53
	240	583±43	650±127	319±27	310±74
	260	569±50	825±208	336±31	346±128
2,2	0	561±36	673±38	285±23	314±24
	200	586±38	534±57	302±24	245±37
	220	594±39	544±76	322±25	181±44
	240	614±43	475±118	327±28	255±74
	260	602±50	642±192	344±33	303±120
1,8	0	549±37	442±31	299±24	249±20
	200	572±38	336±45	316±25	188±38
	220	582±39	326±67	341±26	109±36
	240	594±44	298±104	343±26	190±65
	260	585±50	459±157	358±34	234±112

Систематические ошибки в этих оценках обусловлены как неопределенностью в величине разрешающей способности спектрометров - $\sigma_{сп}$, так и неопределенностью в величине энергетических потерь γ - кванта на пути в спектрометр - $(dE/dx)\gamma$. Оба этих фактора могут исказить форму распределений по переменной M_X^2 и тем самым вызвать смещение оценок. Для определения величины возможных систематических ошибок сравнивались оценки $N_2(\omega_0, A_0)$ найденные методом подгонки с использованием распределений по переменной M_X^2 вычисленных при различных значениях параметров $\sigma_{сп}$ и $(dE/dx)\gamma^*$

В таблице VII приведены оценки систематических ошибок в определении числа событий эффекта при $\omega = 220$ МэВ и $A_0 = 2,2$ Анв.

Таблица VII

Экспозиция Фактор вызывающий ошибку	I	II
Неопределенность в разрешении спектрометра	± 16	± 10
Неопределенность в величине энергетических потерь	$< - 5$	$< - 3$

Видно, что возможные систематические ошибки малы по сравнению со статистической ошибкой.

*) Используемая процедура моделирования с записью на магнитную ленту промежуточных результатов позволяет вычислять распределения по переменной M_X^2 для изменившихся условий регистрации, не проводя заново розыгрыш реакции /1/ и /2/.

6. Определение числа событий реакции ОЭП методом разбиения.

При статистическом разделении фона и эффекта методом подгонки существенным образом использовались предположения о характере фона. Для проверки полученных результатов число событий процесса ОЭП оценивалось также и методом разбиения^{12/}, свободным от таких предположений. В этом методе использовалось то обстоятельство, что события эффекта и события фоновых процессов имеют различные распределения по переменным M_x^2 и A .

Все зарегистрированные события разбивались на четыре группы в зависимости от величины параметров M_x^2 и A . Для каждой группы событий проводилось, так же как это было описано выше (§ 4), вычитание фона от стенок мишени, и вычислялись оценки числа случаев генерированных на водороде:

- $(M) m_1$ - число случаев генерированных на водороде с $M_x^2 \leq M_0^2$ и $A \leq A_0$;
- $(M) m_2$ - число случаев генерированных на водороде с $M_x^2 > M_0^2$ и $A \leq A_0$;
- $(M) m_3$ - число случаев генерированных на водороде с $M_x^2 \leq M_0^2$ и $A > A_0$;
- $(M) m_4$ - число случаев генерированных на водороде с $M_x^2 > M_0^2$ и $A > A_0$.

Введем обозначения:

- $(M) N_э$ - число событий процесса ОЭП ;
- $(M) N_ф$ - число событий фоновых процессов ;
- $\alpha = P_{M_x}^{(э)}(M_0)$ - вероятность для события процесса ОЭП иметь $M_x^2 \leq M_0^2$;
- $\gamma = P_{M_x}^{(ф)}(M_0)$ - вероятность для события фоновых процессов иметь $M_x^2 \leq M_0^2$;
- $\delta = P_A^{(ф)}(A_0)$ - вероятность для события фоновых процессов иметь $A \leq A_0$;
- $\beta = P_A^{(э)}(A_0)$.

Так как форма распределений по M_x^2 практически не зависит от величины ионизационных потерь (Рис. 3), то переменные M_x^2 и A можно считать статистически независимыми. Тогда

$$\begin{aligned} {}^{(M)}m_1 &= \alpha \beta {}^{(M)}N_2 + \delta \gamma {}^{(M)}N_\varphi \\ {}^{(M)}m_2 &= (1-\alpha) \beta {}^{(M)}N_2 + (1-\delta) \gamma {}^{(M)}N_\varphi \\ {}^{(M)}m_3 &= \alpha (1-\beta) {}^{(M)}N_2 + \delta (1-\gamma) {}^{(M)}N_\varphi \\ {}^{(M)}m_4 &= (1-\alpha)(1-\beta) {}^{(M)}N_2 + (1-\delta)(1-\gamma) {}^{(M)}N_\varphi \end{aligned} \quad /9/$$

$${}^{(M)}N_2 = \frac{{}^{(M)}m_1 {}^{(M)}m_4 - {}^{(M)}m_2 {}^{(M)}m_3}{{}^{(M)}m_4 \alpha \beta - {}^{(M)}m_3 (1-\alpha) \beta - {}^{(M)}m_4 \alpha (1-\beta) + {}^{(M)}m_1 (1-\alpha)(1-\beta)} \quad /10/$$

Величина $\alpha = P_{M_x}^{(2)}(M_0)$, используемая в формуле /10/, определяется при моделировании процесса ОЭП (Рис. 2).

Результаты вычисления числа событий процесса ОЭП для некоторых значений параметров M_0^2 и A_0 приведены в таблицах VIII $({}^{(1)}/N_2)$ и IX $({}^{(2)}/N_2)$.

Таблица VIII.

M_0 (ГэВ ² /с ⁴) \ $A_0/A.н.в.$	1,8	2,0	2,2	2,4
0,920	621±75	614±95	769±139	946±277
0,960	581±66	580±76	740±116	934±246
1,000	604±65	627±71	760±110	758±240
1,040	618±67	629±73	764±116	245±264

Таблица IX.

$\frac{A_0 / \text{н.в.}}{M_0^2 (\text{ГэВ}^2/\text{с}^2)}$	1,8	2,0	2,2	2,4
0,920	405 \pm 68	419 \pm 67	387 \pm 84	405 \pm 186
0,960	395 \pm 63	407 \pm 62	383 \pm 70	422 \pm 146
1,000	405 \pm 65	407 \pm 62	357 \pm 74	423 \pm 148
1,040	407 \pm 69	393 \pm 73	360 \pm 77	427 \pm 155

Видно, что оценки полученные методами подгонки (таблица У1) и разбиения хорошо согласуются друг с другом, но первый из этих методов обеспечивает большую точность. Поэтому для анализа использовались результаты полученные методом подгонки.

7. Вычисление дифференциальных распределений событий процесса СЭП.

Вычисление дифференциальных распределений событий процесса СЭП проводилось в предположении, что все генерированные на водороде фоновые события обусловлены процессом (2). Как было показано выше, это предположение вполне обосновано.

Среди событий удовлетворившим критериям отбора /8/ доля фоновых событий составляет $\sim 25\%$. Для того чтобы вычислять дифференциальные распределения по более чистой выборке вводился дополнительный критерий отбора:

$$M_X^2 \leq 1,0 (\text{ГэВ}/\text{с}^2)^2. \quad /II/$$

Как показало моделирование, этот критерий отбрасывает значительную часть фоновых событий почти не затрагивая эффект. Соответствующие оценки приведены в таблице X.

Таблица X.

Экспозиция	I	II
Доля событий эффекта отбрасываемая критерием отбора $M_X^2 \quad 1,0 \text{ (ГэВ/с}^2\text{)}^2$	0,055	0,059
Доля событий фона отбрасываемая критерием отбора $M_X^2 \quad 1,0 \text{ (ГэВ/с}^2\text{)}^2$	0,613	0,597

Отсюда были получены оценки числа фоновых случаев удовлетворяющих критериям отбора /I/ и /II/:

$$(1) \hat{N}_\varphi = 72 \pm 10 \quad \text{и} \quad (2) \hat{N}_\varphi = 25 \pm 6,$$

что составляет $\sim 10\%$ всех отобранных событий.

Экспозиции I и II отличались только эффективностью регистрации фоновых взаимодействий, в то время как условия регистрации событий процесса ОЭП в этих экспозициях практически совпадали. Поэтому, после введения критериев отбора /I/, /II/, отбрасывающих значительную долю фоновых событий, все случаи отобранные по результатам двух экспозиций объединялись в одну суммарную выборку. По суммарной выборке вычислялись дифференциальные распределения событий процесса ОЭП по четырем независимым переменным: /9/ $k^2, \cos\theta, \cos\varphi$ и $\cos\theta$. Для этого из экспериментальных распределений вычитались как распределения фоновых событий, так и рас-

пределения для событий генерированных на стенках мишени, построенные при тех же критериях отбора /8/, /II/.

Число фоновых взаимодействий в суммарной выборке равно:

$$\hat{N}_\varphi = \hat{N}_\varphi^{(1)} + \hat{N}_\varphi^{(2)} = 97 \pm 12$$

В качестве оценки плотности распределения фоновых событий по какой-либо переменной использовалась функция

$$f(y) = \frac{\hat{N}_\varphi^{(1)} f^{(1)}(y) + \hat{N}_\varphi^{(2)} f^{(2)}(y)}{\hat{N}_\varphi} \quad /12/$$

где $f^{(1)}(y), f^{(2)}(y)$ - плотности распределения фоновых случаев по переменной y , вычисленные при моделировании регистрации фонового процесса (2) в условиях, соответствующих условиям регистрации фона в экспозициях I и II. Отсюда можно оценить $N_\varphi(y_i)$ - число фоновых событий в i -ом канале экспериментального распределения по переменной

$$N_\varphi(y_i) = \hat{N}_\varphi P_\varphi(y_i) = \hat{N}_\varphi \int_{y_i}^{y_{i+1}} f(y) dy \quad /13/$$

Оценка числа событий генерированных на стенках мишени в i -ом канале распределения $N_{tq}(y_i)$ определялась по результатам измерений с пустой мишенью

$$N_{tq}(y_i) = \hat{N}^{(1)} n_{tq}^{(1)}(y_i) + \hat{N}^{(2)} n_{tq}^{(2)}(y_i), \quad /14/$$

где $n_{tq}^{(1)}(y_i), n_{tq}^{(2)}(y_i)$ - число событий зарегистрированное в i -ом канале распределения в соответствующем эксперименте с пустой мишенью после введения всех критериев отбора.

Тогда оценку числа событий процесса ОЭП в i -ом канале $n_{\text{оэп}}(y_i)$ можно вычислить по формуле:

$$n_{\text{оэп}}(y_i) = n_{\text{эксп}}(y_i) - n_{\text{ф}}(y_i) - n_{\text{тэ}}(y_i) \quad /15/$$

Ошибка в величине $n_{\text{оэп}}$ равна:

$$\sigma(y_i) = \sqrt{n_{\text{эксп}}(y_i) + \sigma_{\text{ф}}^2 \rho_{\text{ф}}^2(y_i) + \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{1}{\lambda}\right) n_{\text{тэ}}(y_i) + \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{1}{\lambda}\right) n_{\text{тэ}}(y_i)} \quad /16/$$

В формулах /15/, /16/ использованы следующие обозначения: $n_{\text{эксп}}(y_i)$ - число событий попавших в i -ый канал экспериментального распределения по переменной y , $\sigma_{\text{ф}}$ - ошибка в числе фоновых событий в суммарной выборке.

$$\sigma_{\text{ф}} = 12 \quad /17/$$

При дальнейшем анализе все события из суммарной выборки разбивались на пять групп в зависимости от значения квадрата переданного четырехимпульса k^2 . Число случаев в каждой группе указано в таблице XI. В этой же таблице приведены оценки числа фоновых взаимодействий и числа событий генерированных на стенках мишени для каждого интервала по k^2 .

Таблица XI.

№ группы	интервал k^2 (ГэВ/с) ²	число случаев в груп-	число фоновых событ.	число событий генерированных в стенках мишени
1	0,050÷0,065	98	12	16,4
2	0,065÷0,080	163	27	4,4
3	0,080÷0,095	203	26	13,3
4	0,095÷0,110	219	22	40,4
5	0,110÷0,130	216	11	-

В качестве оценки числа фоновых событий в i -ой группе использовалась величина

$$\hat{N}_{\varphi i} = \hat{N}_{\varphi} \int_{k_i}^{k_{i+1}} f(k^2) dk^2, \quad /18/$$

где: k_i, k_{i+1} - границы i -го интервала по k^2 ;
 $f(k^2)$ - плотность распределения фоновых событий по (формула /12/).

Для каждой группы, так же как это было описано выше строились распределения событий процесса ОЭП по переменным $\cos\theta^x, \cos\varphi, \cos\theta$. При этом, функции распределений фоновых случаев по этим переменным (формула /13/) и распределения событий генерированных на стенках мишени (формула /14/) то же вычислялись для каждого интервала по k^2 .

На рис. 6 представлены распределения событий процесса ОЭП по переменным $\cos\theta^x, \cos\varphi$ и $\cos\theta$ для пяти интервалов по k^2 . Необходимо отметить, что за счет используемой процедуры вычитания фона имеется незначительная корреляция между оценками числа событий реакции ОЭП в различных каналах распределений. Эта корреляция учитывалась в дальнейшем в процедуре определения факторов /10/. В заключении авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность Г.И.Смирнову и Д.М.Хазинсу за полезные обсуждения.

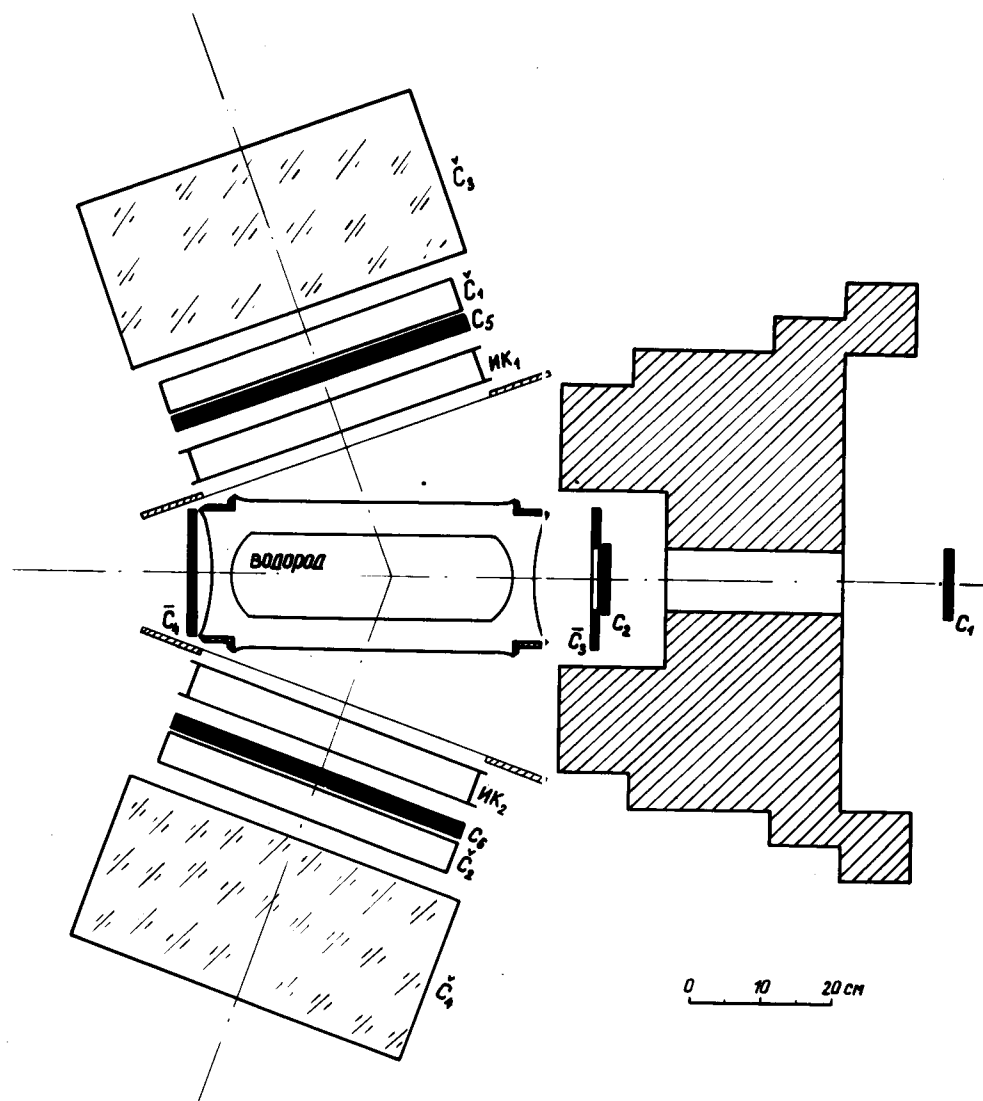


Рис. I. Схема экспериментальной установки

C_1, C_6 - сцинтилляционные счетчики;

\check{C}_1, \check{C}_2 - пороговые черенковские счетчики;

\check{C}_3, \check{C}_4 - черенковские спектрометры полного поглощения;

$ИК_1, ИК_2$ - оптические искровые камеры

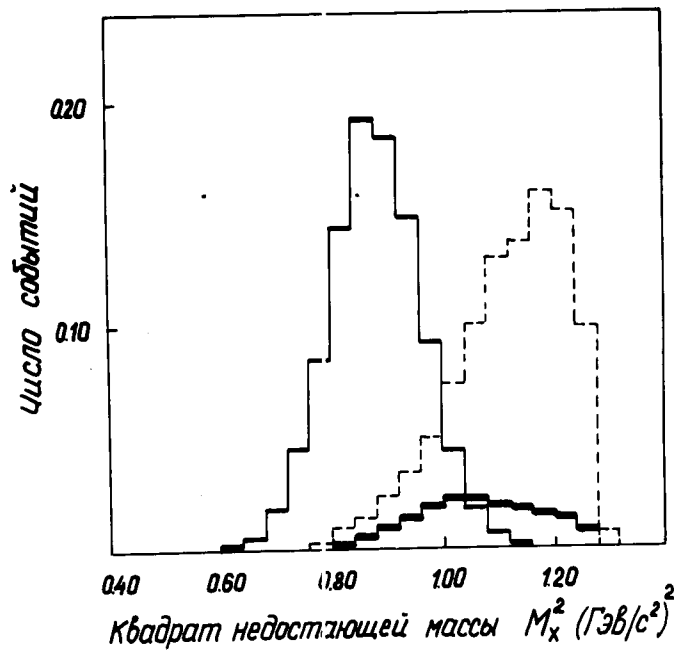


Рис. 2. Распределения событий реакций $\pi^- p \rightarrow e^+ e^- p$ (-), $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$ (----) и $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \gamma p$ (—) по квадрату недостающей массы.

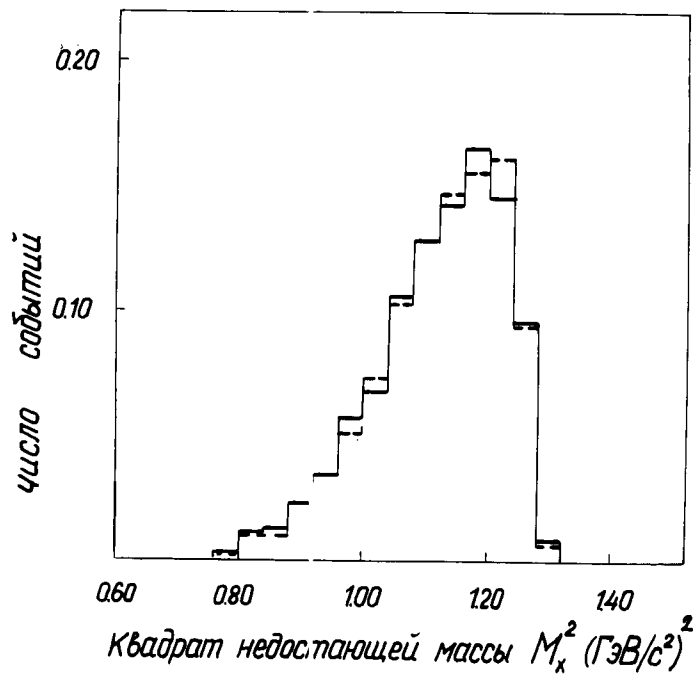


Рис. 3. Распределения событий реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$ по квадрату недостающей массы для случаев

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_\gamma = \left(\frac{dE}{dx}\right)_e \text{ - сплошная линия;}$$

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_\gamma = 2 \cdot \left(\frac{dE}{dx}\right)_e \text{ - пунктирная линия}$$

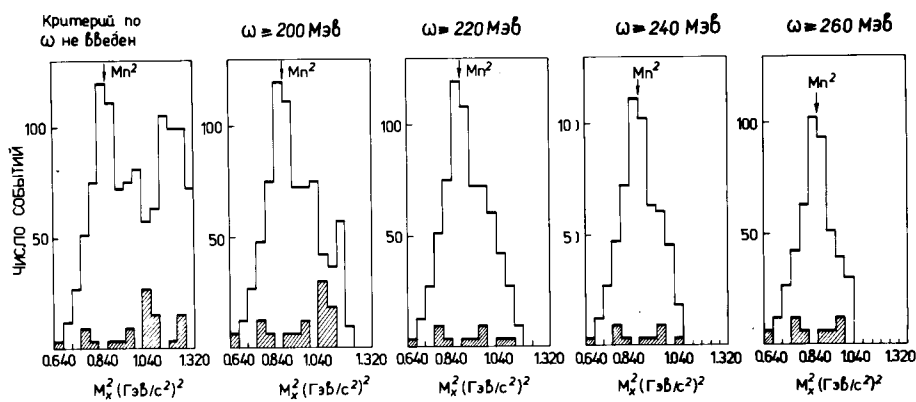


Рис. 4. Распределение событий зарегистрированных в экспозиции I по квадрату недостающей массы.

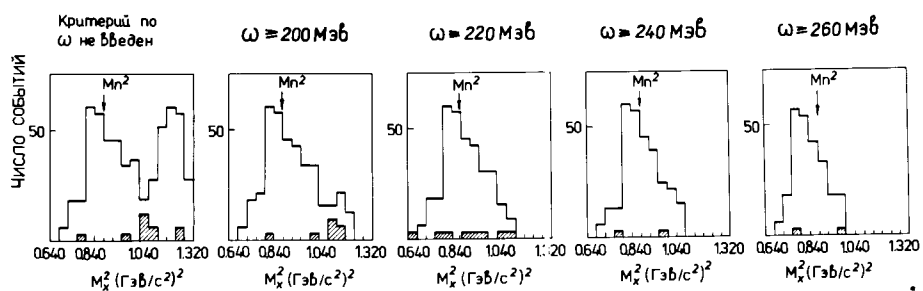


Рис. 5. Распределение событий зарегистрированных в экспозиции II по квадрату недостающей массы.

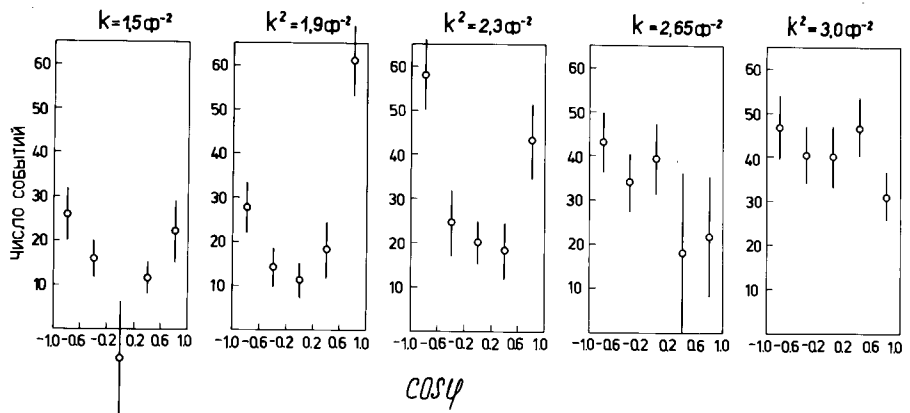
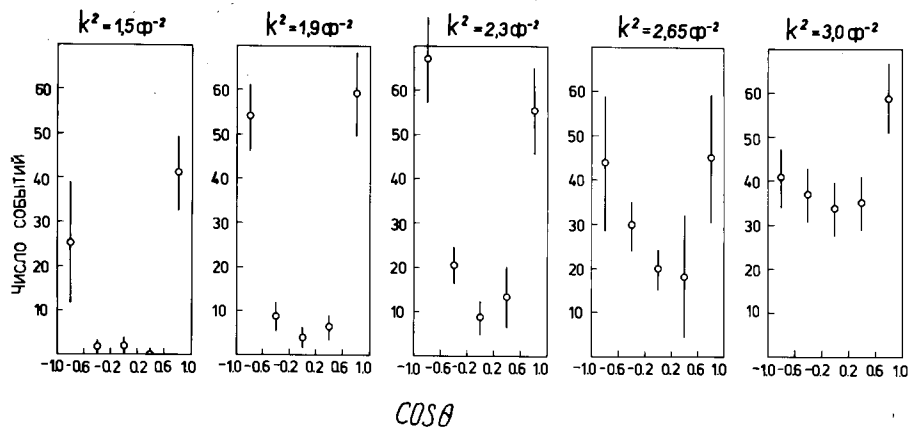
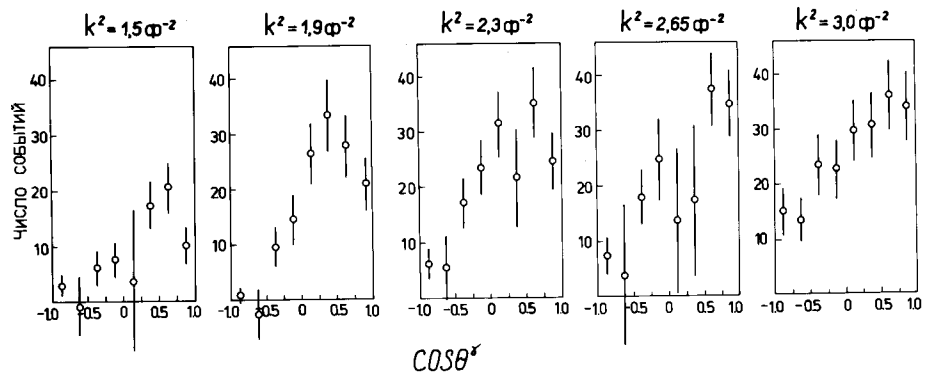


Рис. 6. Распределения событий процесса $\Pi^- p \rightarrow e^+ e^- p$ по кинематическим переменным.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Ю.К.Акимов, С.Ф.Бережнев, А.В.Демьянов и др., ЯФ, 13, 748, 1971 .
2. С.Ф.Бережнев, А.В.Демьянов, А.В.Куликов и др. ЯФ, 17, 185, 1973 г.
3. Г.Г.Мкртчян, Автореферат диссертации, ОИЯИ, I-6717, Дубна, 1972 г.
4. А.В.Кравцов и др. ЯФ, 20, 942, 1974 г.
5. L.D.Roper, P.H.Wright, B.T.Feld, Phys. Rev. 438, 190 (1965).
6. Г.И.Смирнов, Библиотека программ на фортране, Депонированная публикация ОИЯИ, Б1-11-7198, 1972 г.
7. С.Ф.Бережнев, Г.И.Смирнов, ОИЯИ, P10-9845, Дубна, 1975 г.
8. В.В.Ализаде, С.Ф.Бережнев, А.В.Демьянов и др., ОИЯИ, P1-9470, Дубна, 1976.
9. Ю.С.Суровцев, Ф.Г.Требучава, ОИЯИ, P2-5561, Дубна, 1969.

А. Шенков
Бережнев