ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

В.П. Силин

982

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ КВАНТОВОЙ И КЛАССИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ

[Автореферат.]

Доклад по совокупности опубликованных работ, представляемых на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Работа выполнена
в Физическом Институте им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Дубна 1962 год

В.П. Силин

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ КВАНТОВОЙ И КЛАССИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ

Доклад по совокупности опубликованных работ, представляемых на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Работа выполнена
в Физическом Институте им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

В настоящем докладе излагаются результаты, полученные автором по теме "Некоторые вопросы теории квантовой и классической плазмы". Эти результаты опубликованы в работах [1-21]. Ниже кратко освещены основные положения, содержащиеся в этих работах.

1. В случае газа заряженных частиц при условии, что средняя кинетическая энергия велика по сравнению со средней энергией взаимодействия, можно использовать методы теории возмущений. При этом в качестве первого приближения можно использовать аппроксимацию самосогласованного поля, широко применяющуюся в настоящее время при исследовании большого числа задач, как классической, так и квантовой плазмы.

Именно в таком приближении самосогласованного поля Ю.Л. Климонтовичем и автором был получен спектр плазменных колебаний вырожденного электронного газа, учитывающий квантовые эффекты. Для не слишком коротких волн такой спектр имеет вид [1,2]

$$\omega^2 = \omega_{L_e}^2 + \frac{3}{5} v_0^2 k^2 + \left(\frac{\hbar k^2}{2m} \right)^2. \qquad /1/$$

Здесь ω и k –частота и волновой вектор колебания, $\omega_{L_e} = \sqrt{4\pi e^2 N_e / m}$ –ленгмюровская частота электронов / N_e –число электронов в 1 см^3/; v_0 –скорость электрона на поверхности Ферми; m –масса электрона.

При прохождении быстрых электронов через тонкие металлические пленки в них могут возбуждаться плазменные колебания [22]. Если обозначить θ –малый угол, на который рассеивается быстрый электрон с импульсом p, то энергия ΔE, теряемая им на возбуждение плазменного колебания со спектром /1/, определяется соотношением

$$(\Delta E)^2 = \hbar^2 \omega_{L_e}^2 + \frac{3}{5} v_0^2 p^2 \theta^2 + \left(\frac{p^2 \theta^2}{2m} \right)^2. \qquad /2/$$

Зависимость потери энергии электрона от угла, описываемая формулой /2/, подтверждается экспериментальными данными, которые также указывают на то, что для реальных металлов коэффициенты в формуле /2/ перед θ^2 и θ^4 имеют правильный порядок величины.

С другой стороны, приближение самосогласованного поля для вырожденного электронного газа, строго говоря, применимо при условии, что $e^2/\hbar v_0 << 1$. Для реальных металлов нельзя говорить о выполнении такого сильного неравенства. Поэтому представлялось необходимым получить поправки, обусловленные следующими приближениями теории возмущений. Такое рассмотрение было проведено в работе [3], где, в частности, для спектра плазменных колебаний получено следующее простое выражение:

$$\omega^2 = \omega_{L_0}^2 + \frac{3}{5} v_0^2 k^4 - \omega_{L_0}^2 \frac{3}{20} \left(\frac{\hbar k}{p_0} \right)^2 . \qquad /3/$$

Здесь удержаны лишь члены $\sim k^2$, а p_0 означает граничный импульс распределения Ферми. Формула /3/ впоследствии была подтверждена в целом ряде работ других авторов, пользовавшихся различными методами. Необходимо отметить, что для таких металлов как серебро, золото, медь, у которых плотность электронов проводимости составляет несколько единиц на 10^{22} $см^{-3}$, последний член формулы /3/ примерно в пять раз меньше второго.

2. В основу работы [/3/] было положено приближение Фока, учитывающее обменную корреляцию частиц, обусловленную их тождественностью. В этом приближении было получено кинетическое уравнение, которое, благодаря последовательному учету обменных эффектов, существенно отличается от обычно используемого в теории явлений переноса в металлах. При отсутствии внешних полей и для длин волн возбуждений, значительно превышающих длину волны электронов на поверхности Ферми, такое уравнение для неравновесной добавки к функции распределения δf имеет вид [/3,2,4/]:

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + \left\{ \frac{\vec{p}}{m} - \tfrac{1}{2} Sp_{\sigma} \frac{\partial}{\partial \vec{p}} \int \Phi^0(\vec{p}_1 \vec{p}^1) f_0(\vec{p}^1) d\vec{p}^1 \right\} \frac{\partial \delta f}{\partial \vec{r}} -$$

$$- \tfrac{1}{2} \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} Sp_{\sigma 1} \left\{ \int V(/\vec{r} - \vec{r}^1/) \delta f(\vec{r}^1, \vec{p}^1) d\vec{r}^1 d\vec{p}^1 - \right. \qquad /4/$$

$$\left. - \int \Phi^0(\vec{p}_1, \vec{p}^1) \delta f(\vec{r}, \vec{p}^1) d\vec{p}^1 \right\} = 0 .$$

Здесь f_0 –равновесная функция распределения, V – энергия кулоновского взаимодействия двух электронов,

$$\Phi^0(\vec{p}_1 \vec{p}^1) = \nu \left(/ \frac{\vec{p} - \vec{p}^1}{\hbar} / \right) \frac{1 + \vec{\sigma} \vec{\sigma}^1}{2} , \qquad /5/$$

$\vec{\sigma}$ –оператор спина, $\nu(k) = \int V(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{r}$.

Отличие уравнения /4/ от используемого обычно в теории явлений переноса в металлах обусловлено наличием Φ^0 –обменной части амплитуды рассеяния вперед для столкновения двух частиц, вычисленной в приближении Борна. Важно, что корреляция частиц проявляется в кинетическом уравнении не только в интеграле столкновений, как это принимается обычно в кинетической теории, основанной на уравнении Больцмана.

Выше уже говорилось, что параметр теории возмущений $e^2/\hbar v_0$ в случае реальных металлов не может считаться очень малым. Поэтому представляет интерес построение феноменологической кинетической теории явлений переноса в металлах, достаточно полно учитывающей эффекты корреляции частиц и обобщающей уравнение /4/, полученное в рамках теории возмущений. Как показано в работе [/4/], основу такой кинетики может составить простое обобщение теории Ферми – жидкости Ландау [/23/]. При этом, наряду с уравнениями Максвелла, следует пользоваться кинетическим уравнением для матрицы плотности n :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \tfrac{1}{2} \left(\frac{\partial \epsilon_1}{\partial \vec{p}} \frac{\partial n}{\partial \vec{r}} + \frac{\partial n}{\partial \vec{r}} \frac{\partial \epsilon_1}{\partial \vec{p}} \right) - \tfrac{1}{2} \left(\frac{\partial \epsilon_1}{\partial \vec{r}} \frac{\partial n}{\partial \vec{p}} + \frac{\partial n}{\partial \vec{p}} \frac{\partial \epsilon_1}{\partial \vec{r}} \right) +$$

$$+ e \vec{E} \frac{\partial n}{\partial p} + \frac{e}{2c} \left\{ [\vec{v} \vec{B}] \frac{\partial n}{\partial \vec{p}} + \frac{\partial n}{\partial \vec{p}} [\vec{v} \cdot \vec{B}] \right\} + \qquad /6/$$

$$+ \frac{\beta}{2\hbar} (\vec{\sigma} \cdot \vec{B} n - n \vec{\sigma} \cdot \vec{B}) = I(n) .$$

Здесь $\vec{E}$ и $\vec{B}$ –электрическое и магнитное поле, $\vec{\sigma}$ – оператор спина электронов, β – магнитный момент электрона, $I(n)$ – оператор, играющий роль интеграла столкновений, $\vec{v}$ –скорость электрона, и, наконец,

$$\delta \epsilon_1 = Sp_{\sigma 1} \int \Phi(\vec{p}_1 \vec{p}^1) \delta n(\vec{p}, {}^1\vec{r}) d\vec{p}^1 - \tfrac{1}{2} \beta \vec{\sigma} \vec{B} . \qquad /7/$$

В формуле /7/ Φ представляет собой характерную для теории Ферми жидкости функцию, являющуюся обобщением обменной части борновской амплитуды рассеяния Φ^0 .

Для состояний с постоянным и равным нулю средним значением спина электронов вид интеграла столкновений в теории Ферми- жидкости был выяснен в работе [/5/]. При этом, если обозначить $\delta\epsilon$ посредством

$$\delta \epsilon = \tfrac{1}{2} Sp_{\sigma} \delta \epsilon_1 , \qquad /8/$$

то для состояний, слабо отличающихся от равновесного с функцией распределения f_0, отличие от обычной теории Ферми-газа сводится к тому, что вместо δf в интеграле столкновений возникает $\delta f - \delta\epsilon \partial f_0 / \partial \epsilon_0$. Здесь ϵ_0 – энергия электрона.

3. Применение теории электронной жидкости к целому ряду задач теории металлов было дано в работах [/5-10/] /см. также [/2/]/. Следует сказать, что при возникновении теории фермиевской жидкости прежде всего возник вопрос – будет ли иметь место такое же согласие теории и эксперимента, которое имеет место в случае обычной теории проводимости металлов, использующей в качестве одного из существенных предположений

представление об электронах проводимости как о газе невзаимодействующих частиц. Ответ на этот вопрос в значительной мере содержится в работе[8], где показано, что феноменологическая теория проводимости, исходящая из представления об электронной жидкости, приводит в случае статических задач к результатам, полностью совпадающим с результатами обычной теории проводимости. Это обусловлено тем, что в случае статических задач как кинетическое уравнение, так и определение тока и потока энергии в теории Ферми-жидкости отличаются от соответствующих выражений теории электронного газа лишь заменой δf на $\delta f - \delta\epsilon\, \partial f_0/\partial\epsilon_0$. Естественно, что такое отличие, несмотря на совершенно новую физическую сущность теории, может быть устранено изменением обозначений. Этот результат важен также потому, что он проливает свет на давно стоящий вопрос: почему при изучении явлений переноса в металлах столь грубая теория, какой является теория электронного газа, даёт хорошее согласие с экспериментом ?

Рассмотрение нестатических задач кинетики металлов с помощью теории вырожденной электронной Ферми-жидкости было проведено в работах[5-7, 9,10]. При этом в работах[5,6] показано, что функция $\Phi(\vec{p}_1\vec{p}\,')$ существенно входит в высокочастотную диэлектрическую проницаемость металла /точнее в ту ее часть, которая обусловлена электронами проводимости/. Это, в частности, позволяет дать ответ на поставленный ранее Гинзбургом[24] вопрос о причине расхождения результатов определения числа электронов проводимости по измерениям аномального скин-эффекта, электронного вклада в теплоемкость металла и высокочастотной диэлектрической проницаемости. Необходимо отметить, что такой ответ является альтернативным ответу, усматривающему причину соответствующего расхождения в анизотропии поверхности Ферми электронов проводимости. В работе[5] получены также формулы, определяющие диссипативные члены диэлектрической проницаемости металлов в оптической области /инфракрасной/. При этом отличие от соответствующих результатов теории электронного газа оказывается количественным.

Колебания вырожденной электронной жидкости рассмотрены в работах[6,7]. При этом рассматривалась такая область, где столкновения несущественны /высокие частоты и низкие температуры/ и не изучались колебания, связанные с движением кристаллической решетки. Показано, что в этих условиях и для изотропной модели металла колебания сводятся к продольным плазменным волнам, поперечным электромагнитным волнам, нулевому звуку и спиновым волнам. Для спектров всех колебаний получены формулы, определяющие зависимость частоты от волнового вектора.

Теория возбуждения некоторых из таких волн в электронной жидкости при прохождении через нее быстрой заряженной частицы была дана в работах[2,9]. В частности, в этих работах показано, что если отличие Ферми-жидкости от газа существенно, то оно может проявиться в специфическом угловом распределении электронов, проходящих через тонкие металлические пленки и теряющих энергию на возбуждение колебаний электронной жидкости. По-видимому, наиболее перспективными экспериментами были бы опыты на тонких пленках щелочных металлов. Однако до сих пор соответствующих измерений нет. В работах[2,9] получены формулы для продольной и поперечной диэлектрической проницаемости электронной жидкости с учетом пространственной дисперсии, что позволяет включить в теорию потерь быстрых частиц эффекты, приводящие к нулевому звуку. Кроме того в этих работах выявлена специфическая зависимость величины дискретных потерь быстрых частиц от угла их рассеяния, обусловленная оптической анизотропией.

4. Вопросы распространения и поглощения звука в металлах при достаточно больших частотах и низких температурах, когда несущественны эффекты столкновений, рассматривались в работах[1,2,10]. Здесь нужно указать на следующие результаты этих работ. Это, во-первых, получение правильного порядка величины скорости звука в плазменной модели металла; во-вторых, экспериментально подтверждающаяся зависимость декремента затухания звука; в-третьих, методически полезное использование понятия комплексного тензора модулей упругости, позволяющего, в частности, просто формулировать теорию вращения плоскости поляризации звуковой волны.

Развитая микроскопическая теория плазменного поглощения звука в металле пригодна для произвольных поверхностей Ферми, обладающих центром симметрии. Она учитывает как появляющееся при прохождении звука электромагнитное поле, так и изменение энергии электрона, возникающее в результате деформации решетки. Кроме того, проведено рассмотрение как в модели электронного газа металла, так и в модели электронной жидкости.

5. К работам по распространению и плазменному поглощению звука в металлах близка работа[11] /см. также[1] § 24/, в которой для неизотермической плазмы без столкновений получены магнитогидродинамические уравнения, учитывающие диссипацию, связанную, как и в рассмотренном выше случае металла, с поглощением электронами волн, движущихся со скоростями частиц. Такое поглощение может быть не слишком сильным в случае неизотермической плазмы с температурой электронов, много большей температуры ионов, что принято в[11]. Выведенные в этой работе магнитогидродинамические уравнения использовались для исследования закона расплывания волнового пакета и для изучения возможности существования ударных волн в плазме без столкновений.

Показано, что в рамках принятых приближений ударные волны существовать не могут. Необходимо подчеркнуть, что развитая в[11] магнитная гидродинамика находится в противоречии с широко используемой теорией Чу, Гольдбергера и Лоу[25]. Это обусловлено учетом в нашем рассмотрении продольного электрического поля, нарушающего основное предположение теории указанных авторов о практически мгновенном перераспределении электронов плазмы, следствием чего в их рассмотрении являлось сохранение перпендикулярности электрического поля вектору магнитной индукции.

6. Работы[12-15], так же как и работа[11], базируются на методе самосогласованного поля[x]. При этом в работах[12-15] этот метод применяется для изучения электро-

---

[x] Плодотворность применения такого метода для плазмы без столкновений впервые была показана Власовым[26].

магнитных свойств релятивистской теории. В частности, в работе [12] получено кинетическое уравнение самосогласованного приближения для релятивистской квантовой плазмы. Такое уравнение использовано для вычисления статической магнитной восприимчивости электронного газа. Показано, что диамагнетизм релятивистского, как и нерелятивистского электронного газа, равен одной трети его спинового парамагнетизма. Получены конкретные выражения для магнитной проницаемости как вырожденного, так и больцмановского ультрарелятивистского электронного газа. Показано, что в ультрарелятивистском электронно-позитронном газе, находящемся в равновесии с излучением, магнитная восприимчивость логарифмически растет с увеличением температуры.

Работа [13] посвящена изучению электромагнитных волн в электронно-ионной плазме в условиях, когда электроны являются релятивистскими, а ионы – нерелятивистскими. В частности, для ультрарелятивистского больцмановского распределения электронов и в предположении, что энергия электронов мала в сравнении с энергией покоя ионов, спектр колебаний поперечного электромагнитного поля описывается следующими простыми асимптотическими формулами:

$$\omega^2 = \frac{4\pi e^2 N_e c^2}{3\kappa T_e} + \frac{6}{5} c^2 k^2; \; (\omega >> ck) \qquad /9/$$

$$\omega^2 = \frac{2\pi e^2 N_e c^2}{\kappa T_e} + c^2 k^2, \; (\omega \to ck). \qquad /10/$$

Аналогично для продольных плазменных колебаний

$$\omega^2 = \frac{4\pi e^2 N_e c^2}{3\kappa T_e} + \frac{3}{5} c^2 k^2, \; (\omega >> ck) \qquad /11/$$

$$\omega = ck \{ 1 + 2 \exp [- \frac{k^2 \kappa T_e}{2\pi e^2 N_e} - 2] \}, \; (\omega \to ck). \qquad /12/$$

Для скорости звуковых волн получается выражение, совпадающее с результатом нерелятивистской теории [1], что является естественным, поскольку скорость звука в этом случае не зависит от массы электрона. Также нерелятивистское выражение определяет и ионную часть декремента затухания звука. Для электронной части декремента затухания звуковых плазменных волн получено следующее выражение

$$\gamma = \frac{\pi}{4} \frac{v_s}{c} \omega, \qquad /13/$$

где v_s –скорость звука. Очевидно, что последний результат физически близок к уж обсуждавшимся выше результатам теории плазменного поглощения звука в металлах.

Граничная задача для электромагнитного поля в плазме изучена в работах [14,15] /см. также [1] §§ 17,18/. Отражение и поглощение электромагнитного излучения, падающего перпендикулярно плоской поверхности, ограничивающей электронную плазму с релятивистским распределением частиц по импульсам, рассмотрено в работе [14]. В ней вычислен поверхностный импеданс плазмы как в случае релятивистских, так и в случае нерелятивистских температур. При этом рассмотрен случай зеркального и диффузного отражения электронов от поверхности плазмы. Основным результатом этой работы следует считать выявление областей, в которых поверхностный импеданс обусловлен отнюдь не столкновениями частиц плазмы друг с другом, получение соответствующих формул для поверхностного импеданса и их анализ[x]. В работе [15] рассмотрена задача об отражении и поглощении электромагнитных волн, падающих наклонно к плоской поверхности, ограничивающей электронную плазму. Главный эффект, различающий случая наклонного и нормального падения, состоит в возможности возбуждения при наклонном падении продольных волн в плазме. Естественно, что это возможно лишь в области частот, для которых продольная диэлектрическая проницаемость плазмы стремится к нулю. В частном случае нерелятивистских температур энергии, теряемая на возбуждение продольных волн, превышает энергию, теряемую в результате столкновений частиц плазмы при условии

$$25 N_e L^2 << T_e^4 \sin^2\theta [1 - (\omega_{Le}/\omega)^2], \qquad /14/$$

где θ – угол падения, ω – частота электромагнитного излучения, а температура электронов измеряется в градусах Кельвина, L – кулоновский логарифм.

7. Если в предыдущих разделах речь шла о теории электромагнитных волн в плазме и об изучении специфической роли пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости, существенно определяющей спектры таких волн и их поглощение, то в статьях [16-18] /и частично в работе [19]/ выявляется роль подобных же эффектов в теории столкновений заряженных частиц плазмы. Известно, что непосредственное применение обычной газокинетической схемы Больцмана к случаю столкновений заряженных частиц встречает затруднения, поскольку кулоновское сечение рассеяния является расходящимся. Поэтому обычно считают, что на больших расстояниях поле частиц экранируется. Это в большом числе случаев правильно можно описать с помощью дебаевского экранирования. Однако ясно, что для состояний плазмы, сколько-нибудь сильно отличающихся от равновесного состояния, экранировка поля заряженных частиц может существенно исказиться. В частности, для частиц, движущихся со скоростью, большей фазовой скорости плазменных волн, возможно возникновение отнюдь не экранированного поля излучения. Все это определяет необходимость построения полной теории столкновений заряженных частиц в плазме, составляющей основу кинетики полностью ионизированной плазмы, учитывающей соударения.

---

[x] По ряду результатов работе [14] близка работа [27].

Основы такой теории были заложены Боголюбовым[28], получившим систему уравнений для функции распределения и коррелятивной функции частиц плазмы. Климонтович и Темко[29] получили соответствующее уравнение, учитывающее квантовые эффекты. Затем Балеску[30] и Ленард[31] получили решение уравнения Боголюбова для коррелятивной функции. Примерно в то же время Константинов и Перель с помощью развитой ими диаграммной техники получили правильный интеграл столкновений для состояний плазмы, слабо отличающихся от состояния термодинамического равновесия[32].

В работе[16] решено уравнение для коррелятивной функции, полученное Климонтовичем и Темко. При этом пренебрегалось обменными эффектами, в частности, было показано, что интеграл столкновений может быть записан в виде:

$$\sum_\beta N_\beta \int \frac{d\vec{p}^{\,1}_a}{(2\pi h)^3} d\vec{p}^{\,1}_\beta d\vec{p}_\beta w_{a\beta}(\vec{p}_a \vec{p}^{\,1}_a) [f_a(\vec{p}_a) f_\beta(\vec{p}_\beta) - f_a(\vec{p}^{\,1}_a) f_\beta(\vec{p}^{\,1}_\beta)] \delta(\vec{p}^{\,1}_a - \vec{p}^{\,1}_\beta - \vec{p}_a - \vec{p}_\beta) \times \qquad /15/$$

$$\times \delta\left(\frac{p^{12}_a}{2m_a} + \frac{p^{12}_\beta}{2m_\beta} - \frac{p^2_a}{2m_a} - \frac{p^2_\beta}{2m_\beta} \right),$$

где

$$w_{a\beta}(\vec{p}_a \vec{p}^{\,1}_a) = \frac{2\pi}{h} \left(\frac{4\pi e_a e_\beta h^2}{(\vec{p}_a - \vec{p}^{\,1}_a)^2} \right)^2 / \epsilon \left(\frac{p^{12}_a - p^2_a}{2m_a h}, \frac{\vec{p}^{\,1}_a - \vec{p}_a}{h} \right) /^{-2}. \qquad /16/$$

Здесь суммирование ведется по всем сортам ионов и электронов, а $\epsilon(\omega, k) = k^{-2} k_i k_j \epsilon_{ij}(\omega, k)$, где $\epsilon_{ij}(\omega, k)$ – тензор комплексной диэлектрической проницаемости плазмы.

В классическом пределе формула /15/ и /16/ дает:

$$\frac{\partial}{\partial p^i_a} \sum N_\beta \int d\vec{p}_\beta I^{ij}_{a\beta}(\vec{v}_a, \vec{v}_\beta) [\frac{\partial f}{\partial p^j_a} f_\beta - f_a \frac{\partial f_\beta}{\partial p^j_\beta}], \qquad /17/$$

где

$$I_{a\beta}(\vec{v}_a \vec{v}_\beta) = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{k^i k^j \pi (4\pi e_a e_\beta)^2 \delta(\vec{k}\vec{v}_a - \vec{k}\vec{v}_\beta)}{/ k_i k_j \epsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) /^2}. \qquad /18/$$

Естественно, что при больших передаваемых импульсах это выражение не является точ-

ным и возникающую при этом логарифмическую расходимость необходимо обрезать. Точные выражения /15/ и /16/ от расходимости свободны. Если пренебречь отличием ϵ_{ij} от δ_{ij}, то формулы /17/ и /18/ дают интеграл столкновений для заряженных частиц в форме, которую ему придал Ландау[33]. При этом, конечно, область интегрирования по передаваемым импульсам приходится ограничивать как со стороны больших, так и малых значений.

Формула /16/ показывает, что матричный элемент перехода, определяющий рассеяние сталкивающихся заряженных частиц плазмы, отличается от матричного элемента столкновения частиц в пустоте учетом поляризации плазмы. Действительно, такой матричный элемент имеет вид:

$$\frac{4\pi e_a e_\beta}{k_i k_j \epsilon_{ij}(\omega, \vec{k})}, \qquad /19/$$

где $h\omega$ –изменение энергии рассеивающейся частицы, а $h\vec{k}$ –передаваемый импульс. Такая простая форма матричного элемента, вскрывающая простой закон видоизменения взаимодействия сталкивающихся частиц плазмы, позволяет без больших затруднений развить несложный метод получения интеграла столкновений для релятивистской плазмы, когда уже нельзя ограничиться лишь кулоновским взаимодействием, как это было в случае формул /15–19/. Такой интеграл столкновений был получен в работе[16] как для квантовой, так и классической теории столкновений x/.

С помощью той же идеи об учете поляризации плазмы полем сталкивающихся частиц в работе[17] получен интеграл столкновений для плазмы в сильном магнитном поле xx/.

Работа[18] содержит решение уравнения для коррелятивной функции электронов при учете обменного взаимодействия. При этом получен интеграл столкновений электронов с электронами, учитывающий как экранировку поля заряженных частиц, возникающую благодаря поляризации среды и существенную на больших прицельных расстояниях, так и учитывающий обменное взаимодействие электронов, важное для малых параметров соударений. Строго говоря, полученный интеграл столкновений пригоден для сильно сжатого электронного газа, но он учитывает эффект поляризации среды, который необходимо учитывать и в теории реальных металлов, для которой использование полученного интеграла столкновений может быть полезным, например, при обосновании той или иной модели, положенной в основу кинетики электронов проводимости.

Теории электромагнитных флуктуаций в неравновесной плазме без столкновений посвящена работа[19]. Эта работа примыкает к предыдущим, потому что в ней, в частности, показано, что классический релятивистский интеграл столкновений, полученный в работе[16], может быть записан в виде:

---

x/ Интеграл столкновений, не учитывающий близких соударений и соответствующий релятивистскому классическому интегралу столкновений работы[16], практически одновременно был опубликован Саймоном[34].

xx/ Несколько раньше соответствующее классическое выражение было опубликовано Ростокером[35].

$$\frac{\partial}{\partial p_a^i}\left(D_{ij}\frac{\partial f_a}{\partial p_a^j}\right)-\frac{\partial}{\partial p_a^i}\left(A_i f_a\right). \qquad /20/$$

Здесь коэффициент трения

$$A_i=\frac{i}{2}\int\frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}\frac{k_i}{2^2\pi}\{\epsilon_{nm}(\vec{k}\vec{v}_a\vec{k})-\epsilon^*_{mn}(\vec{k}\vec{v}_a\vec{k})\}\times$$

$$\times E_n^a(\vec{k}\vec{v}_a\vec{k})E_m^{(a)*}(\vec{k}\vec{v}_a\vec{k}) \qquad /21/$$

определяет силу, тормозящую частицу a за счет возникновения электромагнитного поля

$$E_i^{(a)}(\vec{k}\vec{v}_a\vec{k})=-(4\pi e_a i/c^2)\vec{k}\vec{v}_a A_{ij}^{-1}(\vec{k}\vec{v}_a\vec{k})v_j^a, \qquad /22/$$

сопутствующего движению частицы a

$$(A_{ij}(\omega,\vec{k})=(\omega/c)^2\epsilon_{ij}(\omega,\vec{k})-k^2\delta_{ij}+k_ik_j).$$

Для коэффициента диффузии в пространстве импульсов получено следующее выражение:

$$D_{ij}=\int\frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}\pi\left(e_a^2\left(\vec{E}+\frac{1}{c}[\vec{v}_a\vec{B}]\right)_i\left(\vec{E}+\frac{1}{c}[\vec{v}_a B]\right)_j\right)_{\vec{k}\vec{v},\vec{k}}, \qquad /23/$$

определяющееся спектральной плотностью флуктуаций силы Лоренца.

Полученные в работе[19] формулы позволяют определять электромагнитные флуктуации, индуцированные движущимися зарядами. В основу теории положено представление о действующем поле частицы в плазме, видоизмененном благодаря поляризации плазмы, описывающейся тензором диэлектрической проницаемости. Квантовые формулы работы[19] существенны для мелкомасштабных флуктуаций. Теория развита как для плазмы без сильных полей, так и для плазмы в сильном магнитном поле. В частном случае плазмы без сильных полей для спектральной плотности флуктуаций индуцированных электрических полей найдено следующее выражение:

$$(E_iE_j)_{\omega\vec{k}}=\tfrac{1}{2}A^{-1}_{il}(\omega,\vec{k})A^{*-1}_{jr}(\omega,\vec{k})\sum_a(4\pi e_a\omega)^2N_a\times$$

$$\times\int d\vec{p}_a\frac{f_a(\vec{p}_a+\hbar\vec{k}/2)+f_a(\vec{p}_a-\hbar\vec{k}/2)}{E_a(\vec{p}_a+\hbar\vec{k}/2)E_a(\vec{p}_a-\hbar\vec{k}/2)}\,\delta\left(\omega-\frac{E_a(\vec{p}_a+\hbar\vec{k}/2)-E_a(\vec{p}_a-\hbar\vec{k}/2)}{\hbar}\right)\times \qquad /24/$$

$$\times\left\{p_a^r p_a^l-\frac{\hbar^2}{4}\left[k_l k_r+\left(\frac{\omega^2}{c^2}-k^2\right)\delta_{lr}\right]\right\},$$

где $E_a(\vec{p})$ – энергия частицы сорта a.

8. Построению кинетической теории быстропеременных процессов в плазме посвящены работы[20,21]. Под быстропеременными процессами мы понимаем такие, при которых распределение частиц заметным образом меняется в течение времени столкновения. Одним из таких процессов является распространение в плазме электромагнитных волн с частотой, значительно превышающей ленгмюровскую. /Здесь можно говорить о явной быстропеременной зависимости от времени/. Теория поглощения таких волн уже рассматривалась ранее /см. Гинзбург[36], а также работу Переля и Элиашберга[37]/. Иногда говорят о быстропеременном изменении состояния плазмы, в условиях, когда постоянное магнитное поле настолько велико, что ларморовские радиусы частиц оказываются меньше радиуса дебаевского экранирования. При этом быстроменяющейся величиной является угловая фаза частицы, что соответствует неявной зависимости распределения от времени. Для распределений, явная зависимость которых от времени является медленной, кинетика плазмы в сильном магнитном поле ранее уже рассматривалась Беляевым[38] /см. также работу Гуревича и Фирсова[39]/.

В случае процессов с быстропеременной явной зависимостью от времени не применимо как обычное больцмановское выражение интеграла столкновений[x], так и интеграл столкновений Беляева. Поэтому необходимо прежде всего получить интеграл столкновений, пригодный для таких процессов. Эта задача решается в работе[20]. Здесь в первом приближении теории возмущений по взаимодействию частиц и для установившихся быстропеременных процессов в плазме, находящейся в сильных однородных магнитных и электрических полях /последнее может быть переменным во времени/, получено следующее кинетическое уравнение:

---

x/ Заметим, что в вырожденных системах Ферми-частиц обычная схема столкновений, как показали Гуржи[40] и Ландау[23], становится непригодной при частотах $\omega\sim\kappa T/\hbar$.

$$\frac{\partial f_a}{\partial t}+\vec{v}_a\frac{\partial f_a}{\partial \vec{r}_a}+e_a\left(\vec{E}+\frac{1}{c}[\vec{v}_a\vec{B}]\right)\frac{\partial f_a}{\partial \vec{p}_a}=\int_{-\infty}^{t}dt^1\Big\{\frac{\partial}{\partial p_a^1}\Big[\,{}^{a}_{ij}(\vec{p}_a,\vec{r}_a,t,^1t)\times$$

$$\times\frac{\partial f_a(\vec{P}_a[t^1,t,\vec{p}_a],\vec{R}_a[t^1,t,\vec{p}_a,\vec{r}_a],t^1)}{\partial p^j[t^1,t,p_a]}-\frac{\partial}{\partial p_a^1}\Big[A^a_i(\vec{p}_a,\vec{r}_a,t,^1t)\times \qquad /25/$$

$$\times f_a(\vec{P}_a[t,^1t,\vec{p}_a],\vec{R}_a[t,^1t,\vec{p}_a,\vec{r}_a],t^1)\Big]\Big\}.$$

Здесь

$${}^{a}_{ij}(\vec{p}_a\vec{r}_a,t,^1t)=\sum_\beta N_\beta\int d\vec{p}_\beta d\vec{r}_\beta\frac{\partial V_{a\beta}(|\vec{R}_a[t,^1t,\vec{p}_a,\vec{r}_a]-\vec{R}_\beta[t,^1t,\vec{p}_\beta,\vec{r}_\beta]|)}{\partial r_a}$$

$$\times\frac{\partial V_{a\beta}(|\vec{r}_a-\vec{r}_\beta|)}{\partial r^1_a}\,f_\beta(\vec{P}_\beta[t,^1t,\vec{p}_\beta],\vec{R}_\beta[t,^1t,\vec{p}_\beta,\vec{r}_\beta],t^1), \qquad /26/$$

$$A^a_{ij}(\vec{p}_a\vec{r}_a,t,^1t)=\sum_\beta N_\beta\int d\vec{p}_\beta d\vec{r}_\beta\frac{\partial V_{a\beta}(|\vec{R}_a[t,^1t,\vec{p}_a,\vec{r}_a]-\vec{R}_\beta[t,^1t,p_\beta\vec{r}_\beta]|)}{\partial r^1_a}$$

$$\frac{\partial V_{a\beta}(|\vec{r}_a\vec{r}_\beta|)}{\partial r^1_a}\quad\frac{\partial f_\beta(\vec{P}_\beta[t,^1t,\vec{p}_\beta],\vec{R}_\beta[t,^1t,\vec{p}_\beta,\vec{r}_\beta],t^1)}{\partial P^1_\beta[t,^1t,\vec{p}_\beta]} \qquad /27/$$

где $\vec{P}_\beta[t,^1t,\vec{p}_\beta]$ и $\vec{R}_\beta[t^1,t,\vec{p}_\beta,\vec{r}_\beta]$ представляет собой импульс и координату частицы β, движущейся в полях $\vec{E}$ и $\vec{B}$, в момент t^1, если в момент t эта частица имела импульс $\vec{p}_\beta$ и находилась в точке $\vec{r}_\beta$.

Кинетическое уравнение /25/ положено в основу теории высокочастотной диэлектрической проницаемости плазмы, развитой в работе /21/. Для изотропной плазмы новым результатом здесь является определение действительной поправки к диэлектрической проницаемости

$$\partial\epsilon^1=-\frac{\omega^2_{le}}{\omega^3}\,\omega_{эфф}\,sign\,\omega;(\omega_{эфф}=\frac{(2\pi^{3/2}(ee_i)^2N_i}{3\sqrt{m}\,(\kappa T)^{3/2}}).$$

Несмотря на малость этой поправки она может экспериментально проявиться благодаря специфической зависимости от частоты.

Для плазмы в сильном магнитном поле и для частот, много больших ленгмюровской, но малых в сравнении с ларморовской частотой электронов, раньше не была развита теория поглощения электромагнитных волн. Поэтому новыми являются результаты работы /21/, относящиеся как к определению эрмитовой, так и антиэрмитовой части тензора диэлектрической проницаемости плазмы, находящейся в сильном магнитном поле. Мы не станем приводить здесь соответствующих формул, отсылая читателя к статье /21/, а лишь заметим, что в сильном магнитном поле оказывается возможным говорить о двух временах релаксации – продольном и поперечном, которые могут существенно отличаться друг от друга.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 апреля 1962 г.

Литература

1. В.П. Силин, А.А. Рухадзе. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред, Атомиздат, 1961 г.
2. Ю.Л. Климонтович, В.П. Силин. О спектрах систем взаимодействующих частиц и коллективных потерях при прохождении заряженных частиц через вещество. УФН, 70, № 2, 247 /1960/.
The spectra of sistems of interacting particles, in "Plasma Physics" by J.E.Drummond, 1961.
3. В.П. Силин. К теории коллективного описания взаимодействия электронов в твердом теле. Физика металлов и металловедение. 3, № 2, 193 /1956/.
4. В.П. Силин. К теории вырожденной электронной жидкости. ЖЭТФ, 33, № 2, 495 /1957/.
5. В.П. Силин. Об оптических свойствах металлов в инфракрасной области. ЖЭТФ, 34, № 3, 707 / 1958 /.
6. В.П. Силин. К теории аномального скин-эффекта в металлах. ЖЭТФ, 33, 1282 /1957/.
7. В.П. Силин. Колебания вырожденной электронной жидкости. ЖЭТФ, 35, № 5, 1243 /1958/.
8. В.П. Силин. К теории проводимости. Физика металлов и металловедение, 7, № 3, 331 /1959/.

9. В.П. Силин. О коллективных потерях быстрых электронов при прохождении через вещество. ЖЭТФ, 37, № 1, 273 /1959/.

10. В.П. Силин. К теории поглощения ультразвука в металлах. ЖЭТФ, 38, № 3, 977 /1960/.

11. Ю.Л. Климонтович, В.П. Силин. О магнитной гидродинамике для неизотермической плазмы без столкновений, ЖЭТФ, 40, № 4, 1213 /1961/.

12. А.А. Рухадзе, В.П. Силин. О магнитной восприимчивости релятивистского электронного газа, ЖЭТФ, 38, № 2, 645 /1960/.

13. В.П. Силин. Об электромагнитных свойствах релятивистской плазмы I, ЖЭТФ, 38, № 5, 1577 / 1960/.

14. В.П. Силин. Об электромагнитных свойствах релятивистской плазмы II, ЖЭТФ, 40, № 2, 616 /1961/.

15. В.П. Силин, Е.П. Фетисов. Об электромагнитных свойствах релятивистской плазмы, ЖЭТФ, 41, № 1, 159 /1961/.

16. В.П. Силин. Об интеграле столкновений для заряженных частиц, ЖЭТФ, 40, № 6, 1768 /1961/.

17. В.М. Елеонский, П.С. Зырянов, В.П. Силин. Интеграл столкновений заряженных частиц в магнитном поле. Физика металлов и металловедение, II, № 6, 955 /1961/.

18. В.П. Силин. Об интеграле столкновений электронов с электронами. Физика металлов и металловедение, II, № 5, 805 /1961/.

19. В.П. Силин. К теории электромагнитных флуктуаций в плазме, ЖЭТФ, 41, № 3, 969 /1961/.

20. В.П. Силин. Кинетическое уравнение для быстропеременных процессов, ЖЭТФ, 38, № 6, 1771 /1960/.

21. В.П. Силин. О высокочастотной диэлектрической проницаемости плазмы, ЖЭТФ, 41, № 3, 861 /1961/.

22. D.Bohm, D.Pines, Phys. Rev., 85, 338 / 1952 /.

23. Л.Д. Ландау. ЖЭТФ, 30, 1058 /1956/; ЖЭТФ, 32, 59 /1957/.

24. В.Л. Гинзбург, Г.П. Мотулевич. УФН, 55, 469 /1955/.

25. G.Chew, M.Goldberger, F.Low, Proc. Roy. Soc., A 236, 112 / 1956 /.

26. А.А. Власов. ЖЭТФ, 8, 291 /1938/.

27. В.И. Курилко. ЖЭТФ, 31, 70 /1961/.

28. Н.Н. Боголюбов. Проблемы динамической теории в статистической физики, Гостехиздат, 1946.

29. Ю.Л. Климонтович, С.В. Темко. ЖЭТФ, 33, 132 /1957/.

30. R.Balescu, Physics of Fluids, 3, 52 / 1960 /.

31. A.Lenard, Ann. of Phys., 3, 390 / 1960 /.

32. О.В. Константинов, В.И. Перель. ЖЭТФ, 39, 861 /1960/.

33. Л.Д. Ландау. ЖЭТФ, 7, 203 /1936/.

34. A.Simon, Physics of Fluids, 4,586, 691 / 1961 /.

35. N.Rostoker, Physics of Fluids, 3, 922 / 1960 /.

36. В.Л. Гинзбург. Распространение электромагнитных волн в плазме. Физматгиз, 1960.

37. В.И. Перель, Г.М. Элиашберг. ЖЭТФ, 41, № 3, 886 /1961/.

38. С.Т. Беляев. Сб. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. Изд. АН. СССР, т. 3, стр. 66, /1958/.

39. В.Л. Гуревич, Ю.А. Фирсов, ЖЭТФ, 41, № 4, 1151 /1961/.

40. Р.Н. Гуржи, ЖЭТФ, 33, 3 /1957/.