



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

А.А. Глазов, Л.М. Онищенко

936

**РАСЧЕТ ОСНОВНОЙ ЧАСТОТЫ
И КОНФИГУРАЦИИ ПОЛЯ
ТОРОИДАЛЬНОГО РЕЗОНАТОРА
С МАЛЫМ ЗАЗОРОМ**

А н н о т а ц и я

В работе приводится расчет основной частоты и конфигурации поля тороидального резонатора с малым зазором, предназначенного для ускорения протонов до энергии порядка 1 Мэв. Получены сравнительно простые уравнения для определения частоты основного колебания и магнитного поля у наружной стенки резонатора. Решение этих уравнений сравнивается с точным решением, полученным с помощью электронной счетной машины, и экспериментальными данными.

А.А. Глазов, Л.М. Онищенко

936

РАСЧЕТ ОСНОВНОЙ ЧАСТОТЫ
И КОНФИГУРАЦИИ ПОЛЯ
ТОРОИДАЛЬНОГО РЕЗОНАТОРА
С МАЛЫМ ЗАЗОРОМ

В в е д е н и е

Рассматриваемый тороидальный резонатор предназначен для использования в качестве инжектора протонов в кольцевом фазотроне со спиральной вариацией напряженности магнитного поля^{1/}.

С точки зрения получения максимальной энергии ускоренных частиц и упрощения группирующего устройства целесообразно использовать резонатор с малыми углами пролета, т.е. с малым зазором между выступами и низкой собственной частотой. Ввиду того, что минимальная величина зазора между выступами определяется допустимыми значениями напряженности электрического поля, понижение частоты может осуществляться только путем увеличения размеров резонатора. Компромиссное решение часто приводит к такому соотношению между размерами резонатора, что зазор между выступами оказывается много меньшим длины волны основного колебания и размеров резонатора. В этом случае можно пренебречь вариацией электромагнитных полей в зазоре вдоль оси и получить удобные расчетные формулы для определения основной частоты и конфигурации поля резонатора.

В рассматриваемом резонаторе условие малости зазора хорошо выполняется, и приводимый ниже расчет выполнен в этом приближении.

Общие расчетные соотношения

Конфигурация и основные размеры рассматриваемого резонатора показаны на рис. 1.

Для полей, изменяющихся во времени по закону $e^{i\omega t}$, волновое уравнение в цилиндрической системе координат z, r, ϕ имеет вид

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + k^2 \Phi = 0, \quad (1)$$

где $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$.

В случае ТМ волны амплитуды компонент поля связаны с Φ следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + k^2 \Phi & H_z &= 0 \\ E_r &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z} & H_r &= \frac{i\omega\epsilon}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \\ E_\phi &= \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial \phi} & H_\phi &= -i\omega\epsilon \frac{\partial \Phi}{\partial r} \end{aligned} \quad (2)$$

Азимутально-симметричное решение (1) имеет вид

$$\Phi = [A_z \sin \gamma z + B_z \cos \gamma z] [A_R P_0(\kappa r) + B_R Q_0(\kappa r)], \quad (3)$$

где $\kappa^2 = k^2 - \gamma^2$, P и Q - цилиндрические функции. При этом отличны от нуля только три компоненты поля E_z , E_r и H_ϕ . Рассмотрим отдельно решения в областях I и II (рис. 1) со следующими краевыми условиями:

I. Тангенциальная компонента электрического поля на стенке $E_r = 0$ (проводимость стенок $\sigma = \infty$).

2. Поля непрерывны на границе раздела областей 1 и 11

$$E_{zI}(r_1) = \begin{cases} 0, & |z| > d \\ E_{zII}, & |z| < d, \end{cases} \quad (4)$$

$$H_{\phi I}(r_1) = H_{\phi II}(r_1) \quad |z| < d \quad (5)$$

При этих условиях поле в области 1 является линейной комбинацией членов вида

$$E_{zn} = [A_n P_0(\kappa_n r) + B_n Q_0(\kappa_n r)] \cos \frac{n\pi}{L} z \quad (6)$$

$$H_{\phi n} = -\frac{i\omega\epsilon}{\kappa_n} [A_n P_0'(\kappa_n r) + B_n Q_0'(\kappa_n r)] \cos \frac{n\pi}{L} z,$$

где штрих означает производную по аргументу,

$$\kappa_n^2 = k^2 - \gamma_n^2, \quad \gamma_n = \frac{n\pi}{L}, \quad A_n P_0(\kappa_n r_2) + B_n Q_0(\kappa_n r_2) = 0. \quad (7)$$

В области 11:

$$E_{zm} = C_m P_0(\kappa_m r) \cos \frac{m\pi}{d} z$$

$$H_{\phi m} = -\frac{i\omega\epsilon}{\kappa_m} C_m P_0'(\kappa_m r) \cos \frac{m\pi}{d} z, \quad (8)$$

где

$$\kappa_m^2 = k^2 - \gamma_m^2, \quad \gamma_m = \frac{m\pi}{d}. \quad (9)$$

Рассматривая $A_n P_0(\kappa_n r_1) + B_n Q_0(\kappa_n r_1)$ как коэффициент разложения в ряд Фурье по косинусам функции, задаваемой условием (4), можно получить для полей в области 1 следующие выражения:

$$E_z = a \frac{P_0(kr) Q_0(kr_2) - Q_0(kr) P_0(kr_2)}{P_0(kr_1) Q_0(kr_2) - Q_0(kr_1) P_0(kr_2)} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{P_0(\kappa_n r) Q_0(\kappa_n r_2) - Q_0(\kappa_n r) P_0(\kappa_n r_2)}{P_0(\kappa_n r_1) Q_0(\kappa_n r_2) - Q_0(\kappa_n r_1) P_0(\kappa_n r_2)} \cos \frac{n\pi}{L} z \quad (10)$$

$$H_{\phi} = \frac{1}{\eta} \left[a \frac{P_0'(kr) Q_0(kr_2) - Q_0'(kr) P_0(kr_2)}{P_0(kr_1) Q_0(kr_2) - Q_0(kr_1) P_0(kr_2)} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{P_0'(\kappa_n r) Q_0(\kappa_n r_2) - Q_0'(\kappa_n r) P_0(\kappa_n r_2)}{P_0(\kappa_n r_1) Q_0(\kappa_n r_2) - Q_0(\kappa_n r_1) P_0(\kappa_n r_2)} \frac{k}{\kappa_n} \cos \frac{n\pi}{L} z \right],$$

где $a = \frac{d}{L}$, $\eta = 120\pi$, $a_0 = a C_0 P_0(kr_1)$

$$a_n = 2/\pi C_0 P_0(kr_1) \frac{\sin n\pi a}{n} + \frac{2n}{\pi} \sin n\pi a \sum_{m=1}^{\infty} C_m P_0(\kappa_m r_1) \frac{(-1)^m}{n^2 - m^2/a^2}. \quad (11)$$

Аналогично, из условия (5) найдем^{x)}

$$C_0 P_0'(kr_1) = a_0 M_0(r_1) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k a_n}{\kappa_n} M_n(r_1) \frac{\sin n\pi a}{n\pi a}, \quad (12)$$

$$\frac{C_m P_0'(\kappa_m r_1)}{\kappa_m} = (-1)^m \frac{2a}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n M_n(r_1)}{\kappa_n} \frac{\sin n\pi a}{n^2 a^2 - m^2}, \quad (13)$$

^{x)} Если поля $H_{\phi I}$ и $H_{\phi II}$ приравнять в точке $z=0$, $r=r_1$, то это приводит вместо (12) к выражению $C_0 P_0'(kr_1) = a_0 M_0(r_1) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k}{\kappa_n} a_n M_n(r_1)$, полученному в работе /3/.

где

$$M_0(r) = \frac{P_0'(kr) Q_0(kr_2) - Q_0'(kr) P_0(kr_2)}{P_0'(kr_1) Q_0(kr_2) - Q_0'(kr_1) P_0(kr_2)}$$

$$M_n(r) = \frac{P_0'(\kappa_n r) Q_0(\kappa_n r_2) - Q_0'(\kappa_n r) P_0(\kappa_n r_2)}{P_0'(\kappa_n r_1) Q_0(\kappa_n r_2) - Q_0'(\kappa_n r_1) P_0(\kappa_n r_2)} \quad (14)$$

В качестве функций P и Q возьмем

$$\begin{aligned} P_0(kr) &= J_0(\kappa_0 r) \\ Q_0(kr) &= H_0^{(1)}(\kappa_0 r) \\ P_0(\kappa_{n,m} r) &= J_0(i T_{n,m} r) \\ Q_0(\kappa_{n,m} r) &= H_0^{(1)}(i T_{n,m} r), \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$T_n = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 - k^2}, \quad T_m = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{d}\right)^2 - k^2}, \quad n, m = 1, 2, 3 \dots \quad (16)$$

Обозначения цилиндрических функций здесь и в дальнейшем совпадают с принятыми в работе /2/.

Подставив значения P и Q в (8) - (14), после несложных преобразований получим:

$$E_{zI} = a_0 \frac{J_0(kr) N_0(kr_2) - N_0(kr) J_0(kr_2)}{J_0(kr_1) N_0(kr_2) - N_0(kr_1) J_0(kr_2)} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{I_0(T_n r) K_0(T_n r_2) - K_0(T_n r) I_0(T_n r_2)}{I_0(T_n r_1) K_0(T_n r_2) - K_0(T_n r_1) I_0(T_n r_2)} \cos \frac{n\pi}{L} z, \quad (17)$$

$$H_{\phi I} = i/\eta [a_0 M_0(r) + k \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{T_n} M_n(r) \cos \frac{n\pi}{L} z], \quad (18)$$

$$E_{zII} = C_0 J_0(kr) + \sum_{m=1}^{\infty} C_m I_0(T_m r) \cos \frac{m\pi}{d} z, \quad (19)$$

$$H_{\phi II} = i/\eta [C_0 J_1(kr) + k \sum_{m=1}^{\infty} \frac{C_m}{T_m} I_1(T_m r) \cos \frac{m\pi}{d} z], \quad (20)$$

$$a_0 = -a C_0 J_0(kr_1), \quad (21)$$

$$a_n = 2/\pi C_0 J_0(kr_1) \frac{\sin n\pi a}{n} + \frac{2n}{\pi} \sin n\pi a \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{C_m I_0(T_m r_1)}{n^2 - m^2/\alpha^2}, \quad (22)$$

$$C_m = (-1)^m \frac{2 a T_m}{\pi I_1(T_m r_1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{T_n} M_n(r) \frac{\sin n\pi a}{n^2 \alpha^2 - m^2}, \quad (23)$$

$$C_0 J_1(kr_1) = a_0 M_0(r_1) + k \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{T_n} M_n(r_1) \frac{\sin n\pi a}{n\pi a}, \quad (24)$$

$$M_0(r) = \frac{J_1(kr) N_0(kr_2) - N_1(kr) J_0(kr_2)}{J_0(kr_1) N_0(kr_2) - N_0(kr_1) J_0(kr_2)}, \quad (25)$$

$$M_n(r) = \frac{I_1(T_n r) K_0(T_n r_2) + K_1(T_n r) I_0(T_n r_2)}{I_0(T_n r_1) K_0(T_n r_2) - K_0(T_n r_1) I_0(T_n r_2)} \quad (26)$$

Соотношения (17) - (26) позволяют с любой степенью точности определить значения амплитуд и частот азимутально симметричных составляющих поля в резонаторе. Для резонатора с малым зазором между выступами $C_m \approx 0^x$ (см. приложение 2) при $m = 1, 2, 3 \dots$. При этом соотношения (17) - (26) упрощаются:

$$E_{zII} = C_0 J_0(kr), \quad (19)''$$

$$H_{\phi II} = i/\eta C_0 J_1(kr), \quad (20)''$$

$$a_n = 2a C_0 J_0(kr_1) \frac{\sin n\pi a}{n\pi a}. \quad (22)''$$

Остальные выражения сохраняют прежний вид с учетом того, что a_n определяется теперь из (22'') и $C_m \approx 0 \quad m = 1, 2, 3 \dots$

Частота основного колебания

Трансцендентное уравнение (24) с учетом (22'') может быть использовано для определения частоты (постоянной распространения $k = \frac{2\pi}{\lambda}$) основного колебания. Решение его связано с громоздкими вычислениями и поэтому может быть с достаточной степенью точности выполнено только на электронной счетной машине.

Вычисления, связанные с решением уравнения (24), могут быть существенно упрощены, если вместо T_n и M_n подставить их разложения и пренебречь членами, порядок малости которых выше первого. В этом приближении

$$T_n \approx \frac{n\pi}{L}, \quad M_n(r_1) \approx -\left(1 + \frac{L}{2\pi r_1 n}\right)$$

и (24) переходит в

$$1/a \frac{J_1(kr_1)}{J_0(kr_1)} = M_0(r_1) - \frac{2kL}{\pi} \left[\sum_{n=1}^{\infty} 1/n \left(\frac{\sin n\pi a}{n\pi a} \right)^2 + \frac{1}{2\pi r_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{\sin n\pi a}{n\pi a} \right)^2 \right]. \quad (27)$$

x) Величина отношения $\frac{C_m}{a_0} 1 < m < 10$ для резонаторов с $0,25 < a < 0,5$ и $0,04 < \frac{2r_1}{\lambda} < 0,15$ сосчитана методом последовательных приближений в работе /4/.

Вычисление рядов, входящих в уравнение (27), производилось с помощью формулы Эйлера

$$\sum_{k=0}^m f(k) = \int_0^m f(t) dt + \frac{1}{2} [f(0) + f(m)] + \sum_{k=1}^n \frac{B_{2k}}{(2k)!} [f^{(2k-1)}(m) - f^{(2k-1)}(0)] + \frac{m B_{2n+2}}{(2n+2)!} f^{(2n+2)}(\theta m) \quad (28)$$

$n = 1, 2, 3, \dots \quad 0 < \theta < 1, \quad m \rightarrow \infty$

Подстановка полученных выражений в (27) приводит к уравнению

$$1/a \frac{J_1(kr_1)}{J_0(kr_1)} = M_0(r_1) - \frac{2kL}{\pi} [\ln 1/a - 0.338 + \frac{L}{2\pi r_1} (1.633 - \frac{\pi^2}{3} a)], \quad (29)$$

Выражение (29) удобно для вычислений. Входящая в это выражение функция $M_0(r_1)$ представляет собой малый радиальный котангенс и табулирована (см., например, [6]).

Уравнение (29) было использовано для определения частоты основного колебания. Результат приведен в таблице 1 (строка 1). Чтобы оценить точность, которую может обеспечить уравнение (29), при определении частоты основного колебания, точное уравнение (24) было решено на электронной счетной машине с учетом 6, 16 и 32 членов ряда. Результаты этого вычисления также помещены в таблице 1 (2, 3, 4).

Кроме того, в таблице 1 приведены значения частоты (k), определенные по другим приближенным формулам (см. приложение 1). Экспериментально определенное значение частоты основного колебания дает $k = 1.3279 \pm 0.0083$.

Т а б л и ц а 1

№№	Расчетная формула	Частота	Отличие от точного решения %
1	29	1.3140	0,5%
2	24 (6 членов)	1.3503	2,3%
3	24 (16 членов)	1.3225	0,1%
4	24 (32 члена)	1.3211	0,0%
5	32	1.4218	7,6%
6	33	1.3616	3 %
7	34	1.4068	6,5%

Расчет конфигурации магнитного поля

Для точного расчета конфигурации магнитного поля должно быть использовано уравнение (18). Результаты такого расчета, выполненного на ЭСМ, приведены на рис. 2 и 3. На рис. 4 показаны теоретическая и экспериментальная зависимости $H_{\phi_1} = H_{\phi}(r)$ при $z=0$. Наибольший интерес с практической точки зрения представляет знание поля вблизи наружной стенки резонатора ($r = r_2$). Приближенную формулу для определения напряженности магнитного поля при $r = r_2$, $z = 0$ можно получить из (18), если воспользоваться асимптотическими приближениями функций Бесселя большого аргумента. Тогда с точностью до членов порядка $\frac{1}{(20 T_n r_2)^2}$, $\frac{1}{64 T_n^2 r_1 r_2}$

$$M_n(r) = \frac{2}{\sqrt{r_2/r_1}} \frac{1}{e^{T_n(r_2-r_1)} [1 + \frac{r_2-r_1}{8T_n r_1 r_2}] - [1 - \frac{r_2-r_1}{8T_n r_1 r_2}] e^{-T_n(r_2-r_1)}} \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} e^{-T_n(r_2-r_1)}$$

и, следовательно,

$$H_\phi \Big|_{z=0}^{r=r_2} = \frac{i}{\eta} a C_0 J_0(kr_1) \left[M_0(r) + \frac{4kL}{\pi} \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-\frac{\pi}{L}(r_2-r_1)n} \frac{\sin n\pi a}{n\pi a} \right], \quad (30)$$

Ряд, входящий в (30), очень быстро сходится и поэтому может быть легко вычислен.

Для рассматриваемого резонатора (30) дает при учете трех членов ряда

$$H_\phi = i \cdot 3.28 \cdot 10^{-3} U_0 \frac{a}{M} \quad \text{при } k = 1.314.$$

Коэффициент C_0 , имеющий смысл напряженности электрического поля в зазоре, принят здесь равным

$$C_0 = \frac{U_0}{2d} \frac{B}{M}.$$

Из рис. 2 и 3 видно, что точный расчет на ЭСМ в соответствующей точке $z=0$ $r=r_2$ дает значение

$$H_\phi = i \cdot 3.27 \cdot 10^{-3} U_0 \frac{a}{M}.$$

З а к л ю ч е н и е

Из приведенных выше результатов расчета основной частоты и распределения поля в резонаторе с малым зазором следует, что для оценок с точностью 0,5% можно пользоваться выражениями (29) и (30), не прибегая к машинному счету.

В заключение авторы выражают благодарность А.И.Родионову за решение уравнений (18) и (24) на ЭСМ.

П р и л о ж е н и е 1

Если $kr_1 \ll 1$ и $kr_2 \ll 1$, уравнение (24) может быть использовано для получения более простых формул, определяющих частоту основного колебания резонатора. Действительно, воспользовавшись приближенными значениями функций Бесселя малого аргумента [5], из (24) можно получить

$$\lambda = 2\pi r_1 \sqrt{\frac{L}{2d} \ln \frac{r_2}{r_1} (1 + \Omega)}, \quad (31)$$

где Ω определяется принятой степенью приближения для $M_n(r_1)$

1. Если положить $M_n(r_1) = -1$

$$\Omega = \frac{4d}{\pi r_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{\sin n\pi a}{n\pi a} \right)^2 = \frac{4d}{\pi r_1} \left[\ln \frac{L}{d} - 0.338 \right]$$

и для λ получаем выражение

$$\lambda = 2\pi r_1 \sqrt{\frac{L}{2d} \ln \frac{r_2}{r_1} \left[1 + \frac{4d}{\pi r_1} \left(\ln \frac{L}{d} - 0.338 \right) \right]} \quad (32)$$

Аналогичное выражение можно найти в [7], однако там вместо 0,338 стоит 0,386, что дает расхождение с формулой (32) 0,3%.

2. Если положить $M_n(r_1) = -\left(1 + \frac{L}{2\pi r_1 n}\right)$

$$\begin{aligned} \Omega &= \frac{4d}{\pi r_1} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{\sin n\pi a}{n\pi a} \right)^2 + \frac{L}{2\pi r_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{\sin n\pi a}{n\pi a} \right)^2 \right] = \\ &= \frac{4d}{\pi r_1} \left[\ln \frac{L}{d} - 0.338 + \frac{L}{2\pi r_1} \left(1.633 - \frac{\pi^2}{3} \frac{d}{L} \right) \right], \end{aligned}$$

что дает для λ выражение

$$\lambda = 2\pi r_1 \sqrt{\frac{L}{2d} \ln \frac{r_2}{r_1} \left\{ 1 + \frac{4d}{\pi r_1} \left[\ln \frac{L}{d} - 0.338 + \frac{L}{2\pi r_1} \left(1.633 - \frac{\pi^2}{3} \frac{d}{L} \right) \right] \right\}} \quad (33)$$

3. При сшивании H_{ϕ_1} и $H_{\phi_{1\&8}}$ в точке (см. сноску на стр. 4)

$$\lambda = 2\pi r_1 \sqrt{\frac{L}{2d} \ln \frac{r_2}{r_1} \left[1 + \frac{4d}{\pi r_1} \left(\ln \frac{L}{d} - 0.144 \right) \right]} \quad (34)$$

Формулы (32)–(34) могут быть использованы для приближенного расчета частоты основного колебания. В таблице 1 можно найти сравнение результатов расчета по этим формулам с результатом расчета на ЭСМ.

П р и л о ж е н и е 2

Точность допущения $C_m = 0$ ($m = 1, 2, 3, \dots$) в первом приближении можно оценить с помощью (22), (23), если положить в (22) $C_m = 0$. В этом случае из (23)

$$\frac{C_m}{C_0} = (-1)^m \frac{4\alpha J_0(kr_1) T_m}{\pi^2 I_1(T_m r_1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M_n(r_1)}{\pi^2 \alpha^2 - m^2} \frac{\sin^2 n\pi a}{n T_n} \quad (35)$$

При малых d' $T_m r_1 \gg 1$ и

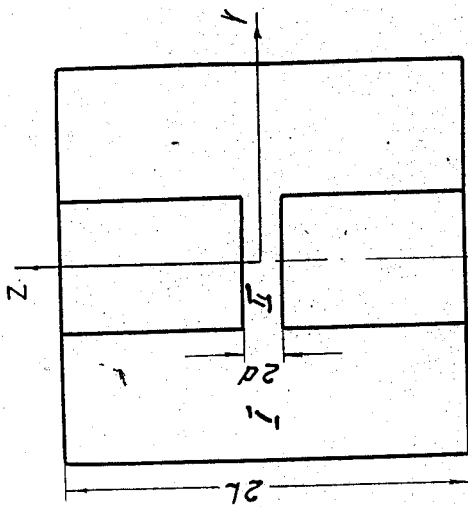
$$\frac{C_m}{C_0} \approx (-1)^m \frac{5.55 r_1^{3/2} m^3 / \gamma_0(kr_1)}{d^{1/2} L \exp(-\frac{m\pi}{d} r_1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M_n(r_1)}{n T_n} \frac{\sin^2 n\pi a}{\pi^2 \alpha^2 - m^2} \quad (36)$$

Предположение $C_1 \neq 0$ $C_m = 0$ ($m = 2, 3, \dots$) приводит к выражению

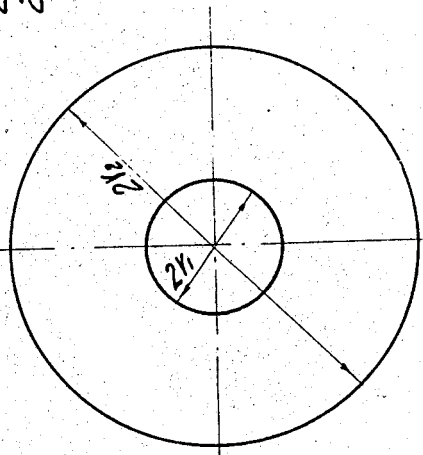
$$\frac{C_1}{C_0} = - \frac{5.55 r_1^{3/2} m^3 / \gamma_0(kr_1)}{d^{1/2} L \exp(-\frac{m\pi}{d} r_1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M_n(r_1)}{n T_n} \frac{\sin^2 n\pi a}{\pi^2 \alpha^2 - m^2} \left/ 1 - \frac{4\alpha^2}{\pi L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n M_n(r_1)}{T_n} \frac{\sin^2 n\pi a}{\pi^2 \alpha^2 - m^2} \right.,$$

которое, ввиду малости члена с α^2 по сравнению с 1, практически совпадает с (36).

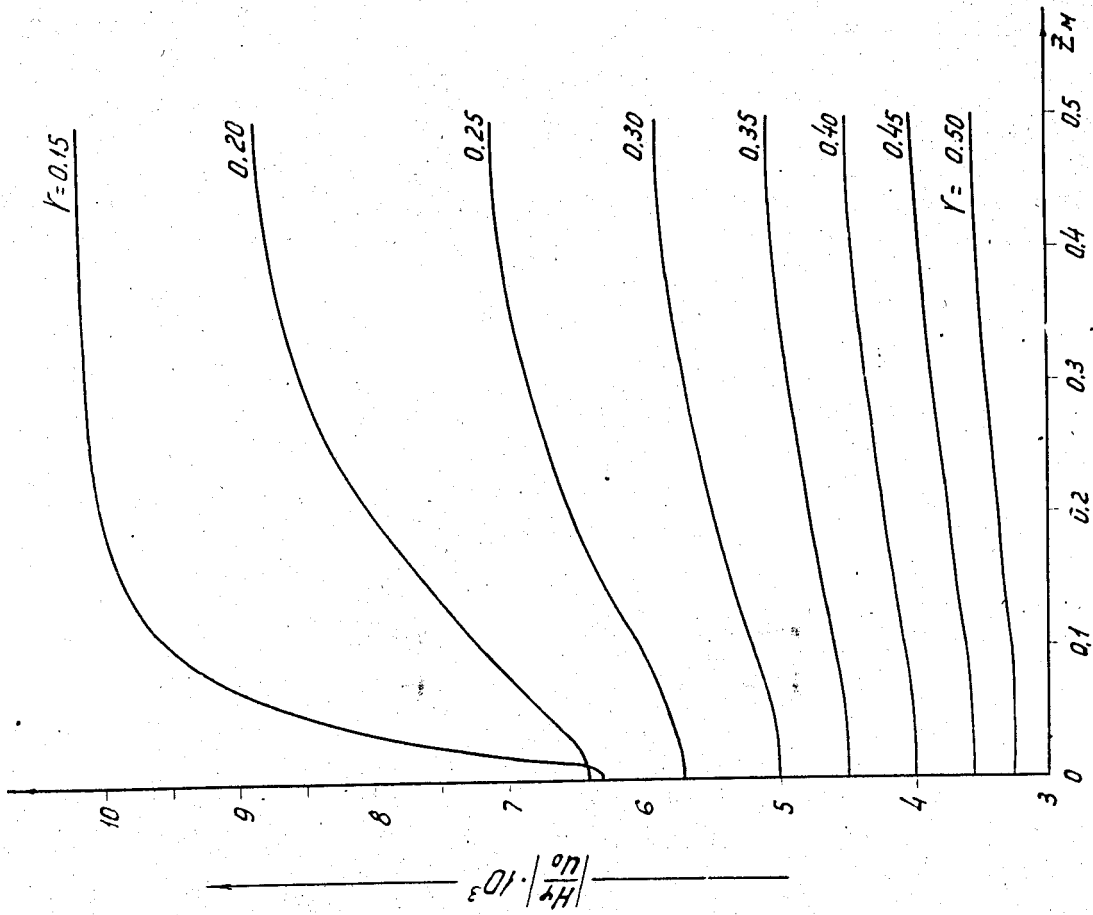
Видно, что при $\frac{m\pi}{d} r_1 \gg 1$, $\frac{C_m}{C_0} \approx \exp(-\frac{m\pi}{d} r_1)$ — очень быстро убывает с уменьшением d' . Для рассматриваемого резонатора $\frac{C_m}{C_0} < 10^{-10}$



$2L = 1M$
 $2a = 1M$
 $2r = 0.3M$
 $2d = 0.04M$



Duc. 1



Duc. 2

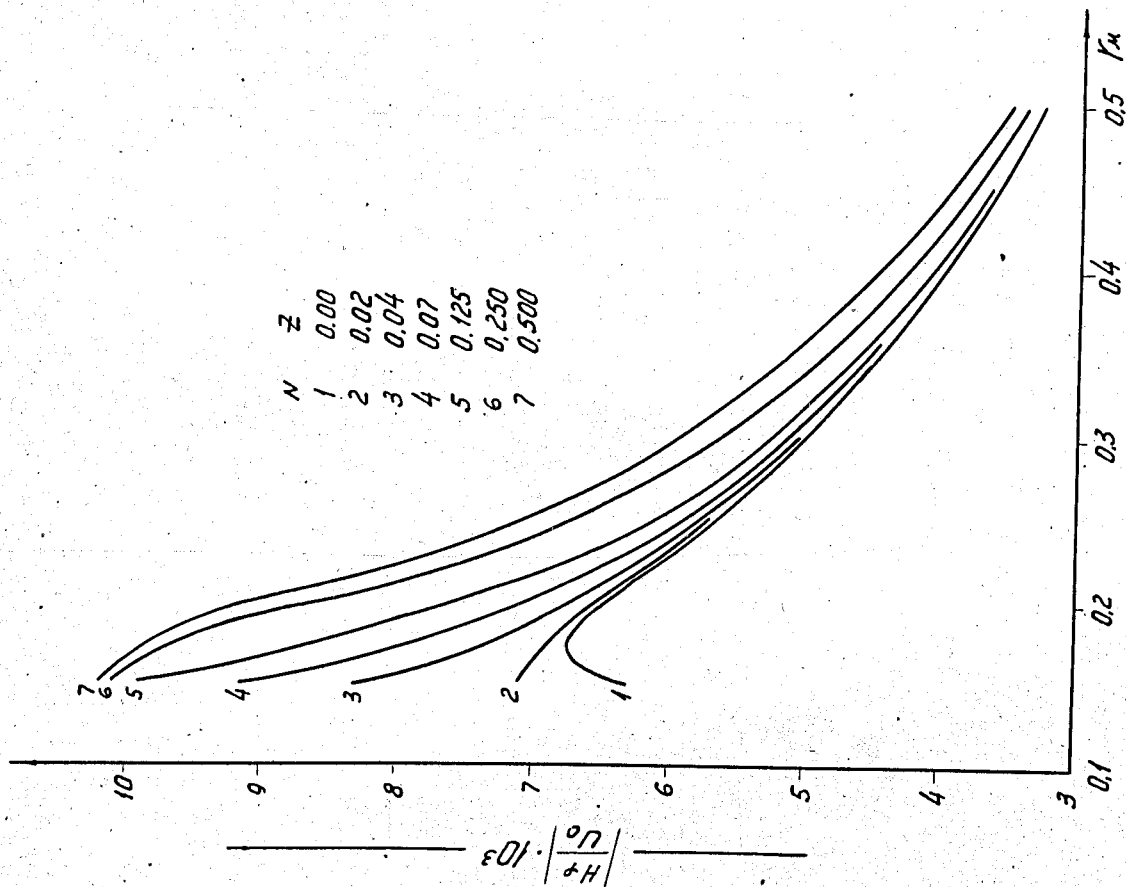


Рис. 3

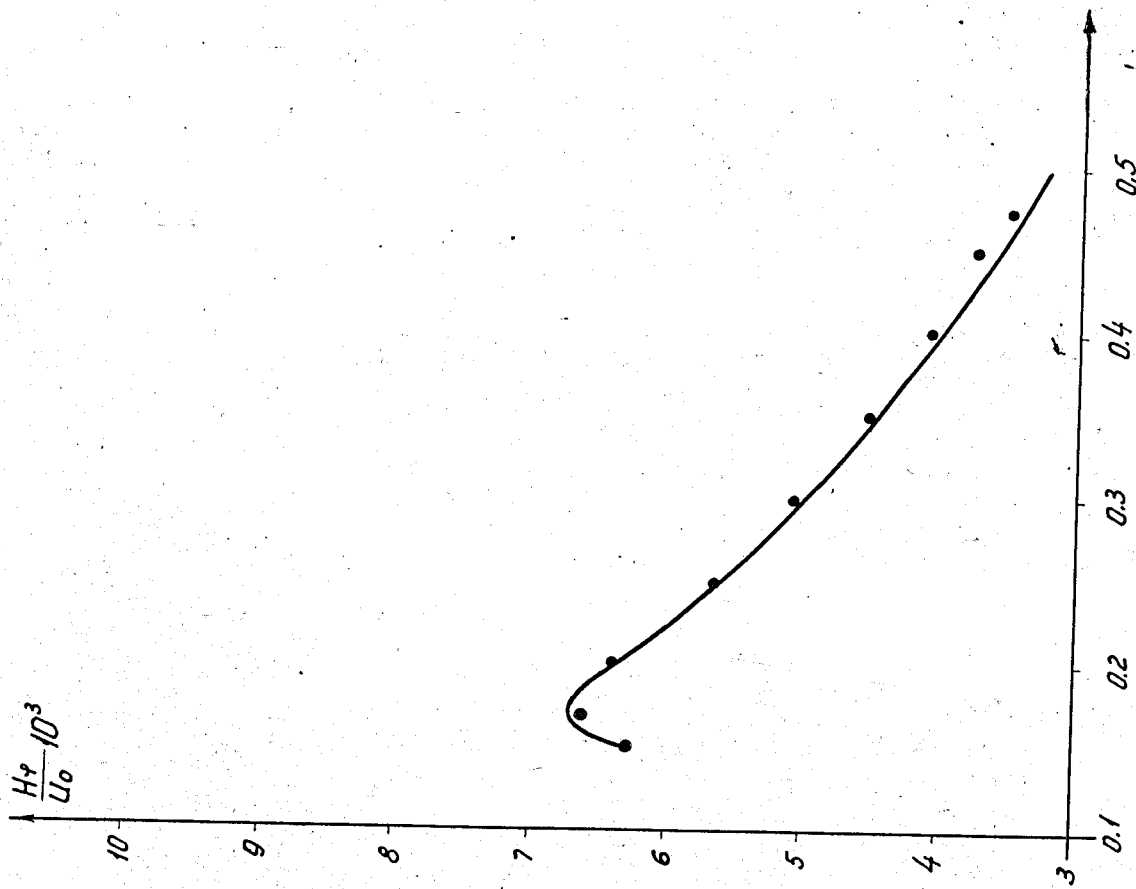


Рис. 4

Л и т е р а т у р а

1. Д.П. Василевская, А.А. Глазов, Ю.Н. Денисов, В.П. Желепов, В.П. Дмитриевский, Б.И. Замолотчиков, Н.Л. Заплатин, В.В. Кольга, А.А. Кропин, М. Кузмяк, Л.М. Онищенко, В.С. Рыбалко, Л.А. Саркисян, Е. Швабе. "Вопросы теории и моделирования кольцевого фазотрона со спиральной структурой магнитного поля". Препринт ОИЯИ (в печати).
2. С. Рамо и Дж. Уиннери. "Поля и волны в современной радиотехнике". ГИТТЛ (1950).
3. М.Л. Левин. ЖТФ, т. 16, 833 (1946).
4. В.Г. Андреев. Научные труды. РАИАН, 1, вып. 2, 77 (1959).
5. Э. Маделунг. "Математический аппарат физики". Физматгиз (1960).
6. Справочник по волноводам под ред. проф. Я.Н. Фельда. Издательство "Советское Радио", (1952).
7. М.С. Нейман. "Триодные и тетродные генераторы сверхвысоких частот". Издательство "Советское Радио" (1950).

Рукопись поступила в издательский отдел
9 марта 1962 года.