ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

С 324
С-91

А.Д. Суханов

934

ВОПРОСЫ ГАМИЛЬТОНОВА ФОРМАЛИЗМА В МЕТОДЕ БОГОЛЮБОВА

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
кандидат физико-математических наук
Б.В. Медведев

Диссертация выполнена в Математическом институте им. В.А.Стеклова АН СССР

Дубна 1962 год

934

А.Д. Суханов

С 324
С-91

19118-67

ВОПРОСЫ ГАМИЛЬТОНОВА ФОРМАЛИЗМА В МЕТОДЕ БОГОЛЮБОВА

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
кандидат физико-математических наук
Б.В. Медведев

Диссертация выполнена в Математическом институте им. В.А.Стеклова АН СССР

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Как известно, обычная схема квантовой теории поля, основанная на использовании гамильтонова формализма, проводит к ряду трудностей. В связи с этим получил развитие другой подход к квантовой теории поля, который иногда называют "аксиоматическим". В этом подходе вместо того, чтобы выписывать лагранжиан и решать соответствующие уравнения движения, пытаются сформулировать физические требования, которым должны удовлетворять решения этих уравнений и найти все многообразие решений.

В теории возмущений "аксиоматический" метод в течение последних десяти лет успешно развивался Боголюбовым[1]. В рамках этого метода удалось осуществить последовательное построение матрицы рассеяния и создать аппарат локальных динамических переменных, позволяющий успешно вычислять конкретные эффекты. Боголюбову же принадлежит и одна из наиболее распространенных формулировок[2] физических требований "аксиоматического" метода вне рамок теории возмущений.

Другая распространенная формулировка физических требований "аксиоматического" метода вне рамок теории возмущений была предложена Леманом, Симанзиком и Циммерманом[3-5], которые помимо S -матрицы и ее вариационных производных допускают существование гайзенбергова "интерполирующего" поля $A(x)$, а условие микропричинности формулируют в виде требования коммутирования этих полей на любой пространственно-подобной поверхности. С помощью этого метода удается осуществить построение и доказательство дисперсионных соотношений, однако, других существенно новых результатов пока не получено. Поэтому в настоящее время основное внимание в этом методе уделяется выяснению физического смысла, вопросов существования и однозначности введенных в нем величин.

В этой связи представляет большой интерес утверждение, высказанное Хаагом[6], о том, что конечная унитарная матрица Дайсона[7], связывающая состояния в бесконечно удаленном прошлом (или будущем) с состояниями на некоторой конечно расположенной пространственно-подобной поверхности по формуле

$$\Phi(\sigma) = S(\sigma, -\infty)\,\Phi(-\infty) \tag{1}$$

не существует. Тем самым ставится под сомнение возможность построения в рамках гамильтонова формализма внутренне непротиворечивой схемы даже в теории возмущений. Между тем известно, что гамильтонов формализм, несмотря на свои недостатки, сыграл основную роль в историческом развитии квантовой теории поля. Поэтому вопросы корректной формулировки гамильтонова формализма, и в частности, выяснения возможности получения конечной матрицы Дайсона приобретают большое значение.

Настоящая работа посвящена, главным образом, вопросам введения гамильтониана взаимодействия и матрицы Дайсона при аксиоматическом пути построения матрицы рассеяния в теории возмущений [1], имеющим большое значение для выяснения взаимосвязи гамильтоновых и негамильтоновых методов.

Первые две главы диссертации носят обзорный характер. В главе I излагаются основные моменты аксиоматики Лемана – Симанзика–Циммермана [3-5]. При этом особое внимание уделено освещению результатов работы Борхерса [8], посвященной проблеме неоднозначности в определении "интерполирующего" поля $A(x)$ по заданной причинной S –матрице, а также поднятому Хаагом [6] вопросу существования неэквивалентных представлений канонических перестановочных соотношений, ведущему к отмеченной выше проблеме несуществования конечной матрицы Дайсона.

Глава II посвящена краткому описанию основных моментов дайсоновой формулировки гамильтонова формализма, при этом выделены присущие ей основные трудности. К ним, прежде всего, относится вопрос о получении конечной матрицы Дайсона путем решения уравнения Томонага–Швингера [9,10], который до сих пор не был разрешен ввиду появления при этом, наряду с "ультрафиолетовыми", еще и особых "поверхностных" расходимостей, отмеченных впервые Штюкельбергом [11]. Другая трудность, возникающая в теориях, затравочный лагранжиан взаимодействия которых содержит производные (или векторные поля), связана с получением такого гамильтониана взаимодействия, для которого выполнялось бы условие интегрируемости уравнения Томонага–Швингера вида

$$i\frac{\delta H(x;\sigma)}{\delta\sigma(y)}-i\frac{\delta H(y;\sigma)}{\delta\sigma(x)}+[H(x;\sigma),\ H(y;\sigma)]=0 \qquad (2)$$

при $x\sim y$ или $x=y$.

Пути для ее преодоления были намечены в работах Меттьюза [12] и Канезава и Коба [13], которые обобщили обычный гамильтонов формализм на случай произвольных пространственно-подобных поверхностей, и получили для гамильтониана взаимодействия выражение, включающее член, квадратичный по нормалям к таким поверхностям. Последнее обстоятельство приводит к появлению в матрице $S(\sigma,-\infty)$ "нефической" зависимости от вида промежуточных поверхностей, для устранения которой была в свое время предложена [12] процедура, недостаточно ясная с математической точки зрения.

Кроме того, в главе II дан обзор характерных черт аксиоматического метода построения матрицы рассеяния в теории возмущений и аппарата обобщенного вариационного уравнения Шредингера, предложенного Боголюбовым [1]. При этом главное внимание уделяется трудностям, возникающим при выводе из этого уравнения классического уравнения Томонага–Швингера, и в частности вновь возникшей проблеме "поверхностных" расходимостей. Задаче последовательного вывода такого уравнения в рамках метода Боголюбова и решению проблемы "поверхностных" расходимостей посвящено основное содержание диссертации, изложенное в последующих трех главах.

II.

В главе III, прежде всего, произведен последовательный вывод уравнения Томонага–Швингера из обобщенного уравнения Шредингера, принципиальные основы которого изложены в [1]. Оказалось, что этот вывод удобнее всего производить, исходя из интегрального аналога уравнения Шредингера для гладких функций $g(x)$, описывающих "включение и выключение" взаимодействия, и при этом можно получить (по-разному определяя ковариантную операцию варьирования), по крайней мере, два уравнения типа уравнения Томонага–Швингера. Из этих двух уравнений классическому определению [9,10] варьирования по поверхности σ соответствует уравнение, в котором в качестве локального гамильтониана взаимодействия используется выражение

$$H(x;\sigma)=\lim_{g\to\theta_\sigma\equiv\theta(T_\sigma-x^0)}\int H(x;g)\,g'(x)\,dx^0, \qquad (3)$$

где

$$H(x;g)=i\frac{\delta S(g)}{\delta g(x)}\overset{+}{S}(g), \qquad (4)$$

а $S(g)$ – обобщенная матрица рассеяния [1].

Поскольку гамильтониан $H(x;\sigma)$ в методе Боголюбова получается по известной матрице $S(g)$, для выяснения вопроса о выполнении условия (2) для выражения (3) предпринято [14] исследование особенностей построения матрицы рассеяния в теориях со связями с производными. Показано, что при построении S – матрицы в методе Боголюбова вместо (2) требуется выполнение более слабого условия вида

$$[L(x),\ L(y)]=0 \qquad \text{при } x\sim y\ (x\neq y),$$

справедливого для любой перенормируемой теории, а в ходе построения в этом методе приходят непосредственно к T – произведениям лагранжианов, в которых используется следующее определение свертки

$$i\langle T\left(\frac{\partial\phi}{\partial x^\alpha}\ \frac{\partial\phi}{\partial y^\beta}\right)\rangle_0=\theta(x^0-y^0)\frac{\partial^2 D^-(x-y)}{\partial x^\alpha\,\partial y^\beta}-\theta(y^0-x^0)\frac{\partial^2 D^+(x-y)}{\partial x^\alpha\,\partial y^\beta}-n_\alpha n_\beta\delta(x-y), \qquad (5)$$

где n_α – единичный вектор нормали. В результате для любой теории в методе Боголюбова получают выражение

$$S=T\exp\{\,i\int L(x)\,dx\,\}. \qquad (6)$$

В то же время в методе Дайсона мы сначала приходим к опережающим произведениям многократных коммутаторов гамильтонианов, а лишь затем переходим к соответствующим T – произведениям, в которых непосредственно используется определение свертки $\langle T(\frac{\partial\phi}{\partial x^\alpha}\frac{\partial\phi}{\partial y^\beta})\rangle_0$, включающее только первые два члена формулы (5). В итоге в методе Дайсона получают, что

$$S=T\exp\{-i\int H(x;\sigma)\,dx\,\}, \qquad (7)$$

где использовано $\bar{T}$ -произведение, отличное от T -произведения в (6). Таким образом, внутренний смысл процедуры Меттьюза [12], позволяющей переходить от (7) к (6), состоит в том, что при этом одновременно меняют определение свертки $\langle T(\frac{\partial\phi}{\partial x^\alpha}\ \frac{\partial\phi}{\partial y^\beta})\rangle_0$.

Исходя из этого, нетрудно установить, что в методе Боголюбова для теорий со связями с производными выполнены соответствующие условия интегрируемости как для $H(x;g)$ вида (4), так и для $H(x;\sigma)$ вида (3). При этом недостающий с этой точки зрения член в $H(x;\sigma)$ появляется как раз в силу того, что в этом методе в матрице $S(g)$ использовано определение свертки вида (5), содержащее квазилокальный член, не исчезающий в пределе $g \to \theta_\sigma$. В результате первые два члена $H(x;\sigma)$ (без учета контрчленов) для таких теорий имеют вид

$$H(x;\sigma) = -L(x) + \tfrac{1}{2}\Big[n_\alpha \frac{\partial L(x)}{\partial(\frac{\partial\phi}{\partial x^\alpha})}\Big]^2. \tag{8}$$

В заключение главы выяснена возможность построения методом Боголюбова градиентно инвариантной матрицы рассеяния для скалярной электродинамики в формализме Клейна-Гордона.

III.

Глава IУ посвящена решению главного вопроса всей диссертации - получению локального гамильтониана взаимодействия в методе Боголюбова по формуле (3). При этом, прежде всего, обращается внимание на роль требований симметрии квазилокальных операторов, вводимых в этом методе в эффективный лагранжиан взаимодействия $L(x;g)$ [1]. Правильный учет этих требований приводит к тому, что из всех диаграмм, встречающихся в перенормируемых теориях, к членам $L(x;g)$, содержащим производные от функций $g(x)$, приводит только диаграмма собственной энергии бозона.

Весьма существенно, что переход к пределу $g \to \theta_\sigma$ в формуле (3) осуществляется при фиксированных регуляризационных массах. Поэтому, как показано в [1], в предельное выражение для $H(x;\sigma)$ дают вклад только входящие в $H(x;g)$ квазилокальные операторы, так что формула (3) принимает вид

$$H(x;\sigma) = \lim_{g\to\theta_\sigma} \int\Big\{-L(x) - \sum_{n=1} \frac{1}{n!} \int \Lambda_{n+1}(x, x_1 \dots x_n) \times$$
$$\times\, g(T_\sigma - x_1^0)\dots g(T_\sigma - x_n^0)\, dx_1 \dots dx_n\Big\}\, g'(T_\sigma - x^0)\, dx^0, \tag{9}$$

где Λ_n - введенные в [1] квазилокальные операторы, необходимые для регуляризации матрицы $S(g)$. Из структуры формулы (9) видно, что если операторы Λ_n содержат производные от δ - функций, то после интегрирования эти производные могут переходить на функции $g(x)$, что в пределе $g \to \theta_\sigma$ может приводить к

интегрируемым выражениям типа произведения δ -функций одинаковых аргументов. Однако, оказывается, что проблема "поверхностных" расходимостей носит значительно более узкий характер [14], если в (3) переходить к пределу с должной аккуратностью, т.е. во всем выражении в целом после взятия всех интегралов, и учесть свойства симметрии операторов Λ_n. Показано, что указанная проблема возникает только в диаграмме собственной энергии бозона, а для остальных диаграмм в качестве главного члена $H(x;\sigma)$ для этой диаграммы получено

$$H'(x;\sigma) = -L(x;1)\big|_{x^0 = T_\sigma}. \tag{10}$$

Кроме того, для диаграммы собственной энергии бозона в $H(x;\sigma)$ входят некоторые "поверхностные" члены.

Для физической и математической природы этих членов в качестве примера рассмотрена диаграмма второго порядка собственной энергии нейтрального скалярного бозона для теории с эффективным лагранжианом вида

$$L(x;1) = e Z_4 :\phi^4(x): - \tfrac{1}{2}[Z_3 - 1]\Big[:\phi \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}: + m^2 :\phi^2(x):\Big] - \delta m^2 :\phi^2(x): \tag{11}$$

где Z_4, Z_3, δm^2 - расходящиеся (при $M_i^2 \to \infty$) константы, введенные в [1]. В этом случае для части обычного гамильтониана второго порядка $\tilde{H}_2(\tau)$, соответствующей квазилокальному оператору с производными, получается выражение

$$\tilde{H}_2(\tau) = -[Z_3 - 1]_2 \lim_{g\to\theta_\tau \equiv \theta(\tau - x^0)} \int dx\, dy\, g'(\tau - x^0)\, g(\tau - y^0) :\phi(x)\phi(y): \tilde{\Lambda}_2(x, y) =$$
$$= \tfrac{1}{2}[Z_2 - 1]_2 \lim_{g\to\theta_\tau} \int dx \Big\{ :\phi \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}: [g^2(\tau - x^0)]' - :\frac{\partial \phi^2}{\partial x^0}: [g'(\tau - x^0)]^2 \Big\}, \tag{12}$$

в котором второй член при непосредственном переходе к пределу $g \to \theta_\tau$ приводит к "поверхностной" расходимости.

Физическая причина появления таких расходимостей в принципе та же, что и причина появления обычных "ультрафиолетовых" расходимостей, а именно - незаконное использование математического понятия точки в квантовой теории поля для описания физических процессов. При этом, если "ультрафиолетовые" расходимости появляются вследствие фактической неопределенности T -произведения в точках совпадения аргументов, то в данном случае возникающие выражения фактически не определены вблизи поверхности выключения взаимодействия, т.е. в точке $x^0 = \tau$.

С математической точки зрения возникновение "поверхностных" расходимостей в методе Боголюбова также в принципе понятно, ибо введенные в [1] квазилокальные операторы Λ_n и при фиксированных регуляризационных массах являются обобщенными функциями, интегрируемыми в классе достаточно гладких функций $g(x)$, к которому не относится θ -функция. В результате для диаграммы собственной энергии бозона, которая является наиболее сильно расходящейся, с точки зрения "ультрафиолетовых" расходимостей, диаграммой в перенормируемых теориях, переход к пределу $g \to \theta_r$ в обычном смысле невозможен.

Однако, предельному выражению в (12) можно придать вполне определенный смысл, если определить обобщенную функцию $\tilde{\Lambda}_2(x, y)$ так, чтобы она была интегрируемой в классе функций $g(x)$, включающем θ -функции. Непосредственно такое определение провести не удается, поскольку выражение для $\tilde{\Lambda}_2(x,y)$ весьма жестко фиксируется требованиями /1/ ковариантности, унитарности и причинности. Поэтому нами предложена некоторая вспомогательная эквивалентная процедура, которая позволяет выяснить, каким образом нужно проводить "поверхностную" регуляризацию $\tilde{H}_2(r)$ и установить возникающий при этом конечный произвол. В результате для $\tilde{H}_2(r)$ получено следующее конечное выражение

$$\tilde{H}_2(r) = \tfrac{1}{2}[Z_3 - 1]_2 \int d\vec{x}\, [:\phi \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}: - :\frac{\partial \phi^2}{\partial x^0}: a_{02}]|_{x^0 = r}, \qquad (13)$$

где a_{02} - произвольная постоянная.

При рассмотрении диаграмм старших порядков выяснилось, что во всех порядках после проведения "поверхностной" регуляризации появляются конечные "поверхностные" контрчлены вида $:\frac{\partial \phi^2}{\partial x^0}:$ и, кроме того, во всех нечетных порядках, начиная с третьего, появляются конечные "поверхностные" контрчлены иной операторной структуры $:\frac{\partial^2 \phi^2}{\partial x_0^2}:$, коэффициенты при которых для простоты в дальнейшем кладутся равными нулю. Таким образом, удается весьма строго показать, что предложенную "поверхностную" регуляризацию $H(x;\sigma)$ можно провести последовательно во всех порядках теорий возмущений, а для $H(x;\sigma)$ получается следующее конечное выражение (с учетом выполнения для него условия (2))

$$H(x;\sigma) = -\tilde{L}(x;1)|_{x^0 = T_\sigma} + \tfrac{1}{2}[n_K \frac{\partial \tilde{L}(x;1)}{\partial(\frac{\partial \phi}{\partial x^k})}]^2|_{x^0 = T_\sigma}, \qquad (14)$$

где

$$\tilde{L}(x;1) = L(x;1) + \tfrac{1}{2}[\tilde{Z}_3 - 1]:(n_k \frac{\partial \phi^2}{\partial x^k}): \qquad (15)$$

а $\tilde{Z}_3$ - константа, содержащая помимо расходящихся (при $M_l^2 \to \infty$) выражений, входящих в Z_3, еще и произвольные постоянные a_{om}. Тем самым, проблема "поверхностных" расходимостей, поставленная в /11,1/, может быть успешно решена, а уравнение Томонага-Швингера может иметь в квантовой теории поля хотя бы ограниченное применение.

Кроме того, при рассмотрении теории с $L(x;1)$ вида (11) выяснилось, что

получающийся в этом случае методом Боголюбова гамильтониан $H(x;\sigma)$ не совпадает с $-L(x;1)$ в старших порядках даже без учета "поверхностных" контрчленов, хотя сам эффективный лагранжиан $L(x;1)$ удовлетворяет при этом условию интегрируемости (2). Возникающие при этом дополнительные члены в $H(x;\sigma)$ имеют ту же операторную структуру, что и члены в $L(x;1)$ и, тем самым, не зависят от поверхности. Поэтому они также удовлетворяют условию (2). Последнее обстоятельство говорит о том, что условие интегрируемости вообще определяет $H(x;\sigma)$ только с точностью до членов, не зависящих от поверхности, и для окончательного фиксирования гамильтониана взаимодействия необходимо привлекать другие требования. Важнейшими из них являются требования конечности (при $M_i^2 \to \infty$), получаемой при решении уравнения Томонага-Швингера S -матрицы и соответствие ее вида S -матрице, полученной в /1/. Получающийся в рамках метода Боголюбова $H(x;\sigma)$ оказывается автоматически удовлетворяющим этим требованиям. Однако, ввиду того, что проблема перехода $M_i^2 \to \infty$ в данной работе не рассматривается, а также ввиду появления проблемы "поверхностных" расходимостей для выражений вида $\langle T(\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2})\rangle_0$ для простоты изложения в качестве гамильтониана $H(x;\sigma)$ можно рассматривать выражение (14), содержащее все принципиально важные члены, тем более, что получение матрицы Дайсона путем решения уравнения Томонага-Швингера является далеко не самой удобной процедурой, ибо возникающее при этом выражение оказывается разложенными не по степеням константы связи, а по степеням $H(x;\sigma)$.

В связи с этим для получения матрицы Дайсона и выяснения роли, которую играют в теории конечные "поверхностные" члены, мы обращаемся к непосредственному построению матрицы $S(\sigma, -\infty)$ из матрицы $S(g)$ по формуле

$$S(\sigma, -\infty) = \lim_{g \to \theta_\sigma} S(g), \qquad (16)$$

что и естественно в методе Боголюбова. При этом в силу связи

$$\lim_{g \to \theta_\sigma} \int L(x;g)\, dx = -\int_{-\infty}^{\sigma} dx'\, H(x';\sigma') \qquad (17)$$

возникает та же проблема "поверхностных" расходимостей. "Поверхностную" регуляризацию (17) можно провести указанным выше способом, причем проведение ее в матрице $S(g)$ является даже более логичной операцией, ибо гамильтониан $H(x;\sigma)$ в (3) определяется по известной матрице $S(g)$, являющейся в методе Боголюбова основной величиной. Конечная (при фиксированных M_i^2) матрица Дайсона определяется при этом в виде

$$\tilde{S}(\sigma, -\infty) = T\exp\{ i \int_{-\infty}^{\sigma} \tilde{L}(x;1)\, dx \}, \qquad (18)$$

где $\tilde{L}(x;1)$ имеет вид (15), причем выражение (18) удовлетворяет обычным требованиям ковариантности, унитарности и причинности. Действуя обычным образом, из (18) можно последовательно получить и выражение (14) для $H(x;\sigma)$.

Что касается физического смысла конечных "поверхностных" контрчленов в матрице Дайсона вида (18), то установлено, что этому выражению можно придать вид

$$S(\sigma,-\infty) = \exp\{\, i\, F(\sigma)\,\}\, S(\sigma,-\infty), \tag{19}$$

где

$$S(\sigma,-\infty) = T \exp\{\, i \int_{-\infty}^{\sigma} L(x;1)\, dx\,\}. \tag{20}$$

Тем самым, все "поверхностные" члены в матрице Дайсона могут быть выделены в унитарный множитель, исчезающий при переходе к S -матрице. Таким образом, в данном случае реализуется высказанная еще в [1] идея о том, что "поверхностные" контрчлены в $H(x;\sigma)$ являются, с физической точки зрения, несущественными и могут быть удалены из него путем некоторого градиентного преобразования. Осуществив последнее, мы можем рассматривать в качестве $H(x;\sigma)$ для любой перенормируемой теории выражение (10), а в качестве матрицы Дайсона - выражение (20).

При $M_i^2 \to \infty$ матрица $\tilde{S}(\sigma,-\infty)$ по всей вероятности расходится. Однако, матрица $S(\sigma,-\infty)$ вида (20), как показало наше предварительное рассмотрение, проведенное в низших порядках теории возмущений, может оказаться конечной величиной не только в такой простой теории как поле Хэрста-Тирринга, но и для теории с $L(x;1)$ вида (11). Тем не менее, эта проблема требует дальнейшего изучения, также как и проблема получения конечной матрицы Дайсона при другом порядке предельных переходов, т.е. когда сначала в (16) устремляют $M_i^2 \to \infty$, а потом $g \to \theta_\sigma$.

IУ.

Третья основная проблема данной диссертации, рассматриваемая в главе У, состоит в интерпретации произвола [9] в определении "интерполирующего" поля $A(x)$ и его связи с матрицей Дайсона. Показано [15], что если исходить из формулы для "интерполирующего" поля вида

$$A(x) = S^{+}\, T(\phi_{in}(x) S) = \phi_{in}(x) + \int D^{ret}(x-y)\, j(y)\, dy, \tag{21}$$

то можно дать двойную интерпретацию указанному произволу.

Во-первых, этот произвол в $A(x)$ может быть связан с неопределенностью в определении T -произведения при фиксированной S -матрице во всем пространстве импульсов, существование которого следует уже из [1]. Иными словами, если коэффициентные функции $j(x)$ уже фиксированы, произведение их на обобщенную функцию $D^{ret}(x-y)$ остается неопределенным, так что $A(x)$ можно определить в виде

$$A(x) = \phi_{in}(x) + \int D^{ret}(x-y)\, j(y)\, dy + \varrho(\Box_x)\, j(x), \tag{22}$$

где $\varrho(\Box_x)$ - полином по степеням $\Box_x$ с произвольными действительными коэффициентами. Установлено, что поле $A(x)$ вида (22) удовлетворяет асимптотическому условию Лемана-Симанзика-Циммермана [3] и условию локальности, если S -матрица удовлетворяет условию причинности Боголюбова [21].

Во-вторых, произвол в $A(x)$ можно связать [15] с неопределенностью в определении S -матрицы вне энергетической поверхности при фиксированном определении T - произведения. Установлено, что асимптотическое условие приводит к формуле для определения поля $A(x)$ вида

$$(\Box_x - m^2)\, A(x) = -j(x), \tag{23}$$

из которой следует, что всякая неоднозначность в определении "интерполирующего" поля связана с неоднозначностью в $j(x)$. Также показано, как можно переходить от одной интерпретации произвола в поле $A(x)$ к другой в силу формулы

$$T(\phi_{in}(x) S) = T'(\phi_{in}(x) \tilde{S}), \tag{24}$$

где $\tilde{S}$ отличается от S только вне энергетической поверхности.

В результате оказывается [15], что не только S -матрице, заданной определенным образом вне энергетической поверхности, соответствует целый ряд "интерполирующих" полей, но и, наоборот, одному "интерполирующему" полю соответствует несколько выражений для S -матрицы вне энергетической поверхности.

Установленные таким образом результаты применяются к выяснению возможных неоднозначностей в матрице Дайсона (помимо отмеченных выше "поверхностных" контрчленов), которые могут появиться в $S(\infty,\sigma)$ в силу присущей гамильтонову формализму связи между операторами в представлениях Гайзенберга и взаимодействия

$$F(x) = S(\infty,\sigma)\, F_{out}(x)\, S^{+}(\infty,\sigma). \tag{25}$$

При рассмотрении связи вида (25) между операторами полей выяснилось, что произвол в "интерполирующем" поле вида (22) не может быть включен в коэффициентные функции матрицы Дайсона первого порядка (при фиксированной S - матрице во всем пространстве импульсов). В связи с этим обращается внимание на то, что выражение вида (25) фактически не определено, поскольку при его раскрытии (в отличие от выражения $S\,\phi_{out}(x)$) мы встречаемся с произведениями функций $D^{-}(x-y)$ на функцию $\theta(y^0-x^0)$. Выбирая соответствующим образом определение выражения $\theta(y^0-x^0)\,\phi_{out}(y)\,\phi_{out}(x)$, можно из формулы вида (25) придти к (22).

Аналогичная ситуация имеет место для связи между гамильтонианами в представлениях Гайзенберга и взаимодействия вида

$$H(x;1) = S(\infty,\sigma)\, H_{out}\,(x;1)\, S^{+}\,(\infty,\sigma), \tag{26}$$

где

$$H_{out}(x;1) = -\int \frac{\delta L\,(y;g)}{\delta g\,(x)}\Big|_{g=1} dy\,. \tag{27}$$

Поскольку гамильтониан $H\,(x;1)$ в гайзенберговом представлении связан с наблюдаемыми величинами, а $H_{out}\,(x;1)$ отличен от полученного ранее $H_{out}(x;\sigma)$ вида (14), возникает вопрос, какое из выражений (14) и (27) является "истинным" гамильтонианом в представлении взаимодействия. Наиболее естественное решение этого вопроса состоит в том, чтобы ввести произвол в определение произведений (в том числе многократных) обычных сверток $\phi_{out}\,(y)\,\phi_{out}\,(x)$ на функцию $\theta\,(y^{\circ}-x^{\circ})$. Тогда одно и то же выражение для $H(x;1)$ можно получить, согласованно подбирая гамильтониан взаимодействия в представлении взаимодействия и правила умножения матрицы $S\,(\infty,\sigma)$ на этот гамильтониан. Тем самым, по крайней мере в низших порядках, отпадают всякие опасения того, что наличие в $H_{out}\,(x;\sigma)$ вида (14) расходящихся при $M_i^2 \to\infty$ выражений может привести к расходимостям в наблюдаемых величинах.

Литература

1. Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков "Введение в теорию квантованных полей", Гостехиздат (1957).
2. Н.Н. Боголюбов, Б.В. Медведев, М.К. Поливанов. "Вопросы теории дисперсионных соотношений", Физматгиз (1958).
3. *Lehmann, H., K.Symanzik, W.Zimmermann.* *Nuovo Cim.* 1, 205 (1955).
4. *H.Lehmann, K.Symanzik, W.Zimmermann.* *Nuovo Cim.* 6, 319 (1957).
5. *W.Glaser, H.Lehmann, W.Zimmermann.* *Nuovo Cim.* 6, 1122 (1957).
6. *R.Haag,* *Dan. Mat. Fys. Medd.* 29, N 12 (1955).
7. *F.J.Dyson.* *Phys. Rev.* 75, 486 (1949). Перевод в сборнике "Сдвиг уровней атомных электронов", стр. 94 ИЛ (1950).
8. *H.J.Borchers.* *Nuovo Cim.* 15, 784 (1960).
9. *S.Tomonga.* *Progr. Theor. Phys.* 1, 27, (1946). Перевод в сборнике "Новейшее развитие квантовой электродинамики", стр. 1 ИЛ (1954).
10. *J.Schwinger.* *Phys. Rev.* 74, 1439 (1948). Перевод в сборнике "Новейшее развитие квантовой электродинамики", стр.12 ИЛ (1954).
11. *E.C.G.Stueckelberg.* *Phys. Rev.* 81, 130 (1951).
12. *P.T.Mattews.* *Phys. Rev.* 76, 1657 (1949).
13. *S.Kanesawa, Z.Kaba.* *Progr. Theor. Phys.* 4, 297 (1949).
14. А.Д.Суханов. ЖЭТФ, 41, 1915 (1961).
15. Д.А.Славнов, А.Д.Суханов. ЖЭТФ, 41, 1940 (1961).

Рукопись поступила в издательский отдел 13 марта 1962 г.