

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



3613/2 - 76

13/12 - 76

9 - 9989

С 345е3  
В - 63

М.А.Воеводин, А.Д.Коваленко

О ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ ИЗМЕРЕНИЯ  
ПАРАМЕТРОВ ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ  
ИНДУКЦИОННЫМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

Часть I. Методика и расчет

**1976**

9 - 9989

М.А.Воеводин, А.Д.Коваленко

О ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ ИЗМЕРЕНИЯ  
ПАРАМЕТРОВ ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ  
ИНДУКЦИОННЫМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

Часть I. Методика и расчет



Методика измерения интенсивности и положения центра тяжести пучка в ускорителях заряженных частиц с помощью индукционных /пикап/ электродов хорошо известна //1/. Такие преимущества, как отсутствие контакта датчика с пучком, простота конструкции, высокая чувствительность, несложность регистрирующей электронной аппаратуры, хорошая помехоустойчивость по отношению к сильным магнитным полям, независимость измерений от энергии пучка, вакуума в камере и еще ряда параметров обеспечили широкое применение этих устройств на установках.

Постановка задачи о возможности измерения сечения и распределения плотности частиц по сечению пучка индукционными электродами вызвана необходимостью проведения измерений в течение цикла ускорения на внутреннем пучке синхрофазотрона ОИЯИ.

Использование известных измерителей профиля пучка /различного рода ламельных или проволочных устройств, работающих в контакте с пучком /2-5/, камер вторичной эмиссии /6-8/, а также ионизационных преобразователей, использующих явление ионизации атомов остаточного газа ускоряемым пучком /9-13//, не представлялось возможным, в основном, потому, что размеры сечения активной части камеры, где может находиться пучок при ускорении, составляют  $1500 \times 400 \text{ mm}^2$ , а измерения должны производиться с момента включения ускоряющего в.ч. поля, когда пучок имеет энергию, практически равную энергии инжекции.

Создание в указанной области равномерного электрического или магнитного поля, необходимого для правильной работы ионизационного преобразователя, представляет весьма сложную задачу, а тот факт, что начальная энергия пучка относительно невелика, заставляет исключить возможность взаимодействия последнего с веществом датчика.

Ясно, что пучок, двигаясь внутри металлической заземленной камеры прямолинейного промежутка, будет наводить на стенках камеры заряд, распределение которого находится в зависимости от размеров, формы, положения и распределения частиц в пучке. Это распределение можно зарегистрировать с помощью ряда тонких изолированных друг от друга и от стенок камеры металлических полосок и соответствующей аппаратуры. В общем случае полученная информация будет неоднозначной, однако тогда, когда можно сделать предположения либо о форме поперечного сечения пучка, либо о распределении плотности частиц, задача конкретизируется и, таким образом, можно получить недостающие данные.

Предположим, что пучок имеет прямоугольное сечение с размерами  $2\alpha \times 2\beta$  ( $\alpha > \beta$ ), бесконечен и однороден в направлении  $z'$  /рис. 1/ и двигается между двумя заземленными металлическими полосами  $y = \pm b/2$ , ширина которых  $a \gg 2\alpha$ .

Используя известное выражение для потенциала заряженной нити, расположенной между двумя заземленными плоскостями /14/:

$$u = q \ln \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi}{b}(x - \xi) - \cos \frac{\pi}{b}(y - \eta)}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{b}(x - \xi) + \cos \frac{\pi}{b}(y - \eta)}, \quad /1/$$

где  $q$  - заряд на единицу длины нити; найдем плотность заряда, наведенного заряженной нитью на поверхности  $y = -b/2$ :

$$\sigma_0(x') = \frac{\cos \eta' \operatorname{ch}(x' - \xi')}{\operatorname{ch}^2(x' - \xi') - \sin^2 \eta'}, \quad /2/$$

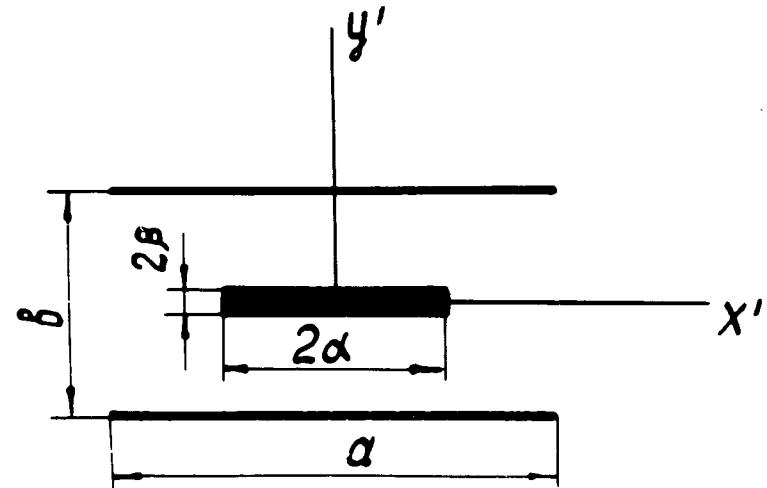


Рис. 1. Геометрия системы, принятая в расчетах.

$$\begin{aligned} x' &= \frac{\pi}{b}x, \quad y' = \frac{\pi}{b}y, \quad \text{а также координаты нити } \xi' = \frac{\pi}{b}\xi, \\ \eta' &= \frac{\pi}{b}\eta. \end{aligned}$$

Для нити, расположенной в центре ( $\xi' = 0$ ), нормированное распределение имеет простой вид:

$$\sigma_H(x') = \frac{\sigma(x')}{\sigma(0)} = \frac{1}{\operatorname{ch}(x' - \xi')}. \quad /3/$$

В общем случае, если заряд пучка распределен по некоторой области  $S(\xi', \eta')$  в плоскости  $x'0y'$  с поверхностью плотностью  $\rho(\xi', \eta')$ , то

$$\sigma(x', \xi', \eta') = \iint_S \rho(\xi', \eta') \sigma_0(x', \xi', \eta') d\xi' d\eta'. \quad /4/$$

Анализ показывает, что для пучка с  $\beta/b \leq 0,25$  распределение наведенного заряда  $\sigma(x')$  отличается от распределения для бесконечно тонкого пучка не более чем

на 5%, поэтому в дальнейшем считаем  $\eta' = 0$ . Исследуем /4/ в рамках такой модели:

$$S(\xi', \nu') - \text{полоса; } -\phi' \leq \xi' \leq \phi', \eta' = 0.$$

Для случая равномерной плотности частиц  $\rho(\xi', \eta') = \rho_0$ :

$$\sigma(x') = \rho_0 \int_{-\phi'}^{\phi'} \frac{d\xi'}{\operatorname{ch}(x' - \xi')} = 2\rho_0 \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{sh} \phi'}{\operatorname{ch} x'}. \quad /5/$$

На рис. 2 построены нормированные зависимости /5/ для различных значений  $\phi'$ . Там же пунктиром проведена кривая, которая показывает амплитуду функции распределения наведенного заряда при координате  $x'$ , соответствующей краю пучка, т.е.

$$\frac{\sigma(x')}{\sigma(0)} \Big|_{x'=\xi'} = f(\phi') = \frac{\operatorname{arctg}(\operatorname{th} \phi')}{\operatorname{arctg}(\operatorname{sh} \phi')}. \quad /6/$$

Ширина распределения, измеренная на этом уровне, будет соответствовать поперечному размеру пучка.

Из вида  $f(\phi')$  ясно, что при  $\phi' \rightarrow 0$ ,  $f(\phi') \rightarrow 1$ , а при  $\phi' \rightarrow \infty$ ;  $f(\phi') \rightarrow 0,5$ , причем, начиная с  $\phi' \approx 2,8 (\frac{a}{b} \approx 0,9)$ , отклонение  $f(\phi')$  от 0,5 меньше 10%.

Пусть теперь распределение частиц по ширине пучка отличается от равномерного и может быть описано, например, следующими функциями:

$$\rho_n(\xi') = M_n (\operatorname{ch} \phi' - \operatorname{ch} \xi')^n, \quad /7/$$

либо

$$\rho_m(\xi') = M_m (\operatorname{ch}^m \phi' - \operatorname{ch}^m \xi'), \quad /8/$$

где  $m, n = 0, 1, 2 \dots$  /в принципе  $m, n$  могут быть рациональными; случай  $m, n=0$  соответствует равномерному распределению/.

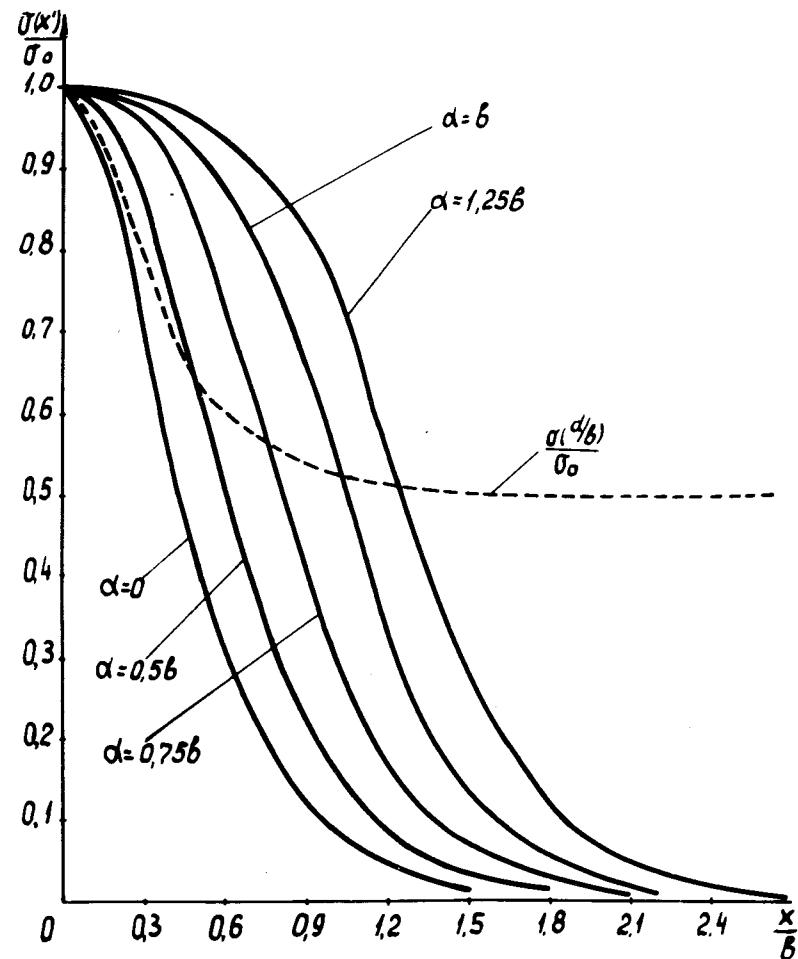


Рис. 2. Нормированные распределения наведенного заряда при различной ширине пучка.

Коэффициенты  $M_m, M_n$  выбираются из условия постоянства полного заряда на единицу длины:

$$q = \int_{-\phi'}^{\phi'} \rho_{n,m}(\xi') d\xi' = \text{const.}$$

Распределение наведенного на стенку заряда будет иметь следующий вид:

$$\sigma_n(x', \phi') = M_n(\phi') \sum_{p=1}^{n+1} k_{pn}(\phi') I_p(x', \phi') \quad /9/$$

и, соответственно,

$$\sigma_m(x', \phi') = M_m(\phi') \sum_{p=1}^{m+1} k_{pm}(\phi') I_p(x', \phi'), \quad /10/$$

где

$$I_p(x', \phi') = \int_{-\phi'}^{\phi'} \frac{\operatorname{ch}^{p-1} \xi' d\xi'}{\operatorname{ch}(x' - \xi')} \quad , \quad /11/$$

$\phi' = \frac{\pi}{b} a$  - полуширина пучка в единицах  $b/\pi$ . После интегрирования выражения для функций /9/, /10/ при  $n = 1; 2$  и  $m = 2$ ,  $/m = 1$  совпадает с  $n = 1$ .

1.  $n, m = 1$ :

$$\sigma(x', \phi') = \rho_1 \frac{\operatorname{ch} \phi'}{2 \operatorname{sh}^2 \frac{\phi'}{2}} [2 \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{sh} \phi'}{\operatorname{ch} x'} - 2\phi' \frac{\operatorname{ch} x'}{\operatorname{ch} \phi'} - \frac{\operatorname{sh} x'}{\operatorname{ch} \phi'} \ln \frac{\operatorname{ch}(x' + \phi')}{\operatorname{ch}(x' - \phi')}] ; \quad /12/$$

2.  $n = 2$ :

$$\begin{aligned} \sigma(x', \phi') = & \rho_{n2} \frac{\operatorname{ch} \phi'}{4 \operatorname{sh} \frac{4 \phi'}{2}} \{2(1 - \frac{\operatorname{sh} x'}{\operatorname{ch} \phi'}) \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{sh} \phi'}{\operatorname{ch} x'} + \\ & + \frac{2 \operatorname{ch} x'}{\operatorname{ch} \phi'} [\frac{\operatorname{sh} \phi'}{\operatorname{ch} \phi'} - 2\phi' \frac{\operatorname{ch} x'}{\operatorname{ch} \phi'} + \frac{\operatorname{sh} x'}{\operatorname{ch} \phi'} \ln \frac{\operatorname{ch}(x' + \phi')}{\operatorname{ch}(x' - \phi')}] \}; \end{aligned} \quad /13/$$

3.  $m = 2$ :

$$\sigma(x', \phi') = \rho_{m2} \operatorname{ctg}^2 \phi' [2(1 + \frac{\operatorname{sh}^2 x'}{\operatorname{ch}^2 \phi'}) \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{sh} \phi'}{\operatorname{ch} x'} - 2\operatorname{sh} \phi' \frac{\operatorname{ch} x'}{\operatorname{ch}^2 \phi'}]. \quad /14/$$

На рис. 3 построены нормированные зависимости /5/, /12-14/ для  $\phi'/\pi = 1,25$ , там же показан вид соответ-

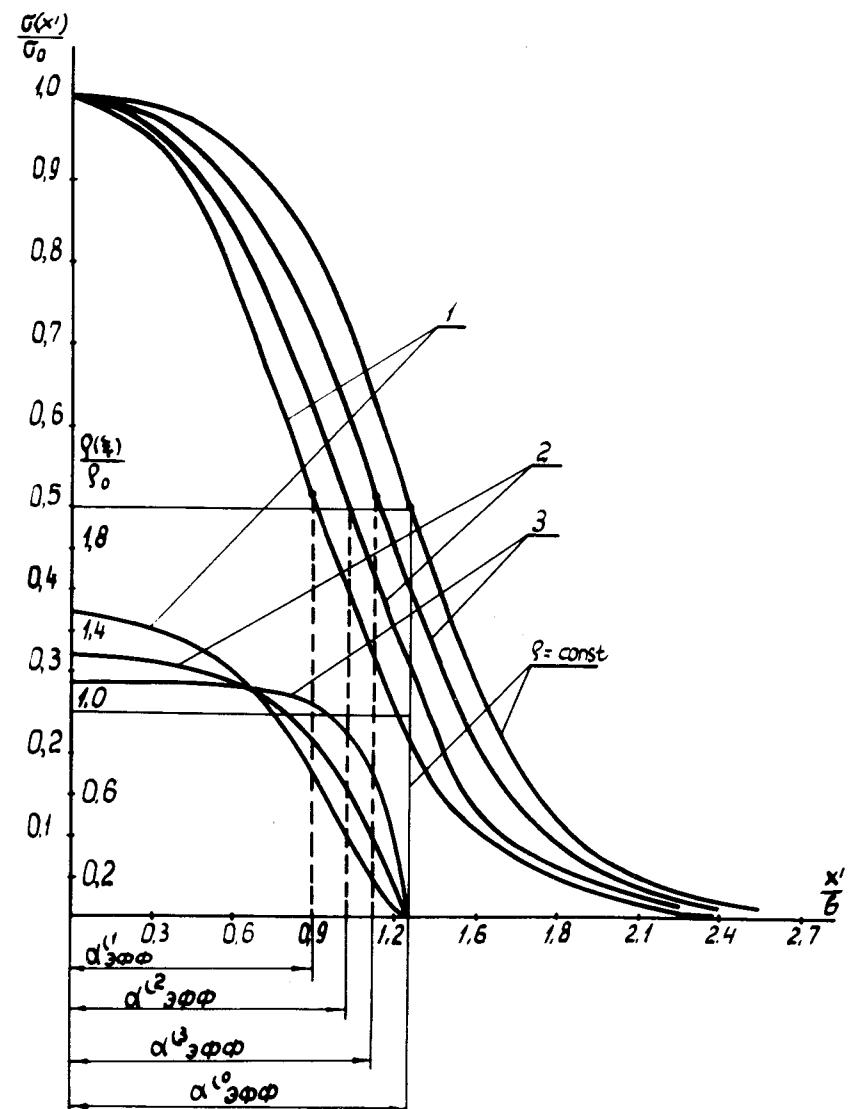


Рис. 3. Нормированные распределения наведенного заряда при различной плотности частиц по ширине пучка.

вующих функций распределения частиц в пучке /выражения /7/, /8/ для  $n, m = 0, 1, 2$ . Из рисунка видно, что в зависимости от характера распределения частиц в пучке амплитуда функции распределения наведенного заряда, соответствующая координате края пучка, получается в каждом случае разной, однако эффективная ширина пучка  $2a_{\text{эфф}}$ , т.е. поперечный размер, в пределах которого сосредоточено 90% заряда пучка, определяется однозначно независимо от конкретного вида функции распределения частиц в пучке. При этом надо придерживаться следующей последовательности:

1. Измеряем ширину  $2a$  распределения на уровне 0,5.
2. Находим отношение  $a/b$ . Если  $a/b \geq 0,9$ , то получившееся значение  $2a$  с точностью не хуже 10% соответствует  $2a_{\text{эфф}}$ , если  $a/b < 0,9$ , то, пользуясь /6/, необходимо вычислить соответствующую поправку.

Сравнивая экспериментальные данные с таблицами, составленными для  $\sigma(x', \phi')/\sigma(0, \phi')$  на основании /5/, /4/, /12-14/, можно сделать заключение о характере распределения частиц по ширине пучка. Точность этой операции может быть повышенена, если ввести в рассмотрение рациональные  $n, m$  в выражениях /7/, /8/.

Отметим также, что вид функции распределения наведенного заряда будет меняться при смещении пучка относительно вертикальной оси. Эту ошибку можно практически исключить /по крайней мере для  $y/b \leq 0,2$ /<sup>1</sup>, если измерять распределение  $\sigma(x')$  одновременно с нижней и верхней пластинами и результаты суммировать.

Итак, показана возможность использования индукционных электродов для измерения эффективных размеров сечения пучка в том случае, когда можно сделать физически оправданные предположения о форме его сечения. Измерительное устройство, аппаратура и результаты эксперимента описаны во второй части публикации.

В заключение авторы выражают признательность Л.П.Зиновьеву за интерес к работе, Ю.Д.Безногих и А.Г.Бонч-Осмоловскому - за полезные обсуждения.

## Литература

1. И.П. Карабеков, А.М. Мартиросян. АЭ, т. 13, вып.4, стр. 337 /1962/.
2. H. Weisberg, V. Perez-Mendez. Nucl. Instr. & Meth., v. 46, p. 233 (1967).
3. F. Horstra et al. Nucl. Instr. & Meth., v. 68, p. 138 (1966).
4. J.R. Simanton et al. Nucl. Instr. & Meth., v. 68, p. 209 (1969).
5. J. Cuperus, R. Morgado. IEEE Trans. Nucl. Sci., v. NS-22, No. 3, p. 1561 (1975).
6. T.L. Aggson. Laboratoire de l'Accelin., Orsay, L-A-L1028 (1962).
7. D.A.G. Neet. IEEE Trans. Nucl. Sci., v. NS-16, No. 3, p. 914 (1969).
8. V. Agoritsas and J.J. Merminod. CERN/MPS/CO 71-9, 26 November, 1971.
9. В.Агорицас и др. Труды второго всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Том II, Изд-во "Наука", М., 1972.
10. А.А.Кузьмин и др. Труды третьего совещания по ускорителям заряженных частиц, том II, стр. 144, М., 1973.
11. W.H. DeLuca. IEEE Trans. Nucl. Sci., v. NS-16, No. 3, p. 813 (1969).
12. C.D. Johnson, L.Thorndahl. IEEE Trans. Nucl. Sci., v. NS-16, No. 3, p. 905 (1969).
13. E. Aslanides et al. IEEE Trans. Nucl. Sci., v. NS-18, No. 3, p. 573 (1971).
14. Г.А.Гринберг. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. Изд. АН СССР, М., 1948.

Рукопись поступила в издательский отдел  
28 июля 1976 года.